

**SIFAT PENDUGA *NONLINEAR LEAST SQUARE* (NLS) DAN  
*NONLINEAR LEAST TRIMMED SQUARE* (NLTS)  
AKIBAT PERTAMBAHAN BANYAKNYA PENCILAN  
DAN UKURAN CONTOH**

**SKRIPSI**

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

oleh :

**REZA CHYTA SUNDYNI**

**0910950017-95**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2013**

**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**SIFAT PENDUGA *NONLINEAR LEAST SQUARE* (NLS) DAN  
*NONLINEAR LEAST TRIMMED SQUARE* (NLTS)  
AKIBAT PERTAMBAHAN BANYAKNYA PENCILAN  
DAN UKURAN CONTOH**

oleh :

**REZA CHYTA SUNDYNI**  
**0910950017-95**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
Pada tanggal 18 Juli 2013  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

**Pembimbing I**

**Pembimbing II**

**Dr. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc**  
**NIP. 19760328 199903 2 001**

**Dr. Ir. M. Bernadetha Mitakda**  
**NIP. 19520521 198103 2 001**

**Mengetahui,**  
**Ketua Jurusan Matematika**  
**Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc**  
**NIP. 19670907 199203 1 001**

## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Reza Chyta Sundyni  
NIM : 0910950017-95  
Jurusan : Matematika  
Program Studi : Statistika  
Penulis Skripsi Berjudul : Sifat Penduga *Nonlinear Least Square* (NLS) dan *Nonlinear Least Trimmed Square* (NLTS) Akibat Pertambahan Banyaknya Pencilan dan Ukuran Contoh

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam Daftar Pustaka Skripsi ini, semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi.
2. Apabila dikemudian hari diketahui bahwa isi Skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 18 Juli 2013  
Yang menyatakan,

(Reza Chyta Sundyni)  
NIM. 0910950017-95

# SIFAT PENDUGA *NONLINEAR LEAST SQUARE* (NLS) DAN *NONLINEAR LEAST TRIMMED SQUARE* (NLTS) AKIBAT PERTAMBAHAN BANYAKNYA PENCILAN DAN UKURAN CONTOH

## ABSTRAK

Metode *Nonlinear Least Square* (NLS) digunakan untuk menduga parameter model *intrinsically nonlinear*, yaitu model yang tidak dapat ditransformasi menjadi bentuk linier dengan transformasi apapun. Namun, data yang melandasi pembentukan model nonlinier terkadang memiliki pencilan sehingga perlu digunakan metode *Nonlinear Least Trimmed Square* (NLTS). Metode ini merupakan salah satu analisis regresi *robust* yang dapat menghasilkan penduga lebih baik daripada penduga kuadrat terkecil biasa ketika terdapat pencilan. Sifat penduga NLS dan NLTS dibandingkan menggunakan nilai bias, ragam dan *Mean Square Error* (MSE). Metode NLTS lebih baik dari NLS untuk contoh berukuran 30 dan 50 karena menghasilkan nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter lebih kecil. Pertambahan banyaknya pencilan mempengaruhi sifat penduga NLS karena semakin banyak pencilan maka semakin besar nilai bias penduga, sedangkan ragam dan MSE semakin kecil. Sifat penduga NLTS tidak dipengaruhi oleh banyaknya pencilan karena penduga ini *robust* (kekar) terhadap keberadaan pencilan. Pertambahan ukuran contoh mempengaruhi sifat penduga NLTS karena semakin besar ukuran contoh maka semakin kecil nilai bias, ragam dan MSE penduga. Oleh karena itu, metode *Nonlinear Least Trimmed Square* lebih baik digunakan pada contoh berukuran besar yang mengandung pencilan berpengaruh.

Kata Kunci : NLS, *robust*, NLTS, bias, ragam, MSE.

# **PROPERTIES OF NONLINEAR LEAST SQUARE (NLS) AND NONLINEAR LEAST TRIMMED SQUARE (NLTS) ESTIMATOR DUE TO INCREASE NUMBER OF OUTLIER AND SAMPLE SIZE**

## **ABSTRACT**

Nonlinear Least Square (NLS) method is used to estimate intrically nonlinear parameters, where the model cannot be transformed into a linear form by any transformation. However, the data that underlies the formulation of nonlinear models sometimes have outliers, so is needed Nonlinear Least Trimmed Square (NLTS) method. This method is one of robust regression analysis that produce better estimator than ordinary least square estimator. Properties of NLS and NLTS estimator are compared by bias, variance and Mean Square Error (MSE). NLTS method is better than NLS for sample size 30 and 50 since it has smaller bias, variance and MSE for parameter estimator. Increase number of outlier affect the properties of NLS estimator because it enlarge the bias, whereas variance and MSE become smaller. Properties of NLTS estimator is not affected by the number of outlier because its robustness in the presence of outlier. The increase in sample size affects the properties of NLTS estimator because bias, variance and MSE estimator become smaller. Therefore, Nonlinear Least Trimmed Square method is better used on a large sample size of data containing influential outlier.

Key word: NLS, robust, NLTS, bias, variance, MSE.



## KATA PENGANTAR

Puji Syukur ke hadirat Tuhan atas berkat, rahmat dan penyertaannya, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “Sifat Penduga *Nonlinear Least Square* (NLS) dan *Nonlinear Least Trimmed Square* (NLTS) Akibat Pertambahan Banyaknya Pencilan dan Ukuran Contoh”. Penulis mengucapkan terima kasih pada semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini, terutama kepada:

1. Ibu Dr. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., selaku Dosen Pembimbing I atas segala motivasi, bimbingan, masukan dan nasehat selama proses penyelesaian skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
2. Ibu Dr. Ir. M. Bernadetha Mitakda, selaku Dosen Pembimbing II atas segala bimbingan dan nasehat selama proses penyelesaian skripsi ini hingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Samingun Handoyo, S.Si., M.Cs., selaku Dosen Penguji atas saran dan masukan yang telah diberikan.
4. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.
5. Orang tua dan keluargaku untuk segala kasih sayang, semangat dan doa yang selalu diberikan kepada penulis selama ini.
6. Teman-teman Program Studi Statistika 2009, 2008 dan 2007 atas bantuan, dukungan dan kerjasamanya.
7. Seluruh staf pengajaran Jurusan Matematika atas bantuan dan kerjasamanya.
8. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan seluruhnya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih kurang sempurna. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan untuk penulisan yang lebih baik. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Malang, Juli 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	ii
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	iii
<b>ABSTRAK</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	vii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	x
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Analisis Regresi Nonlinier .....	5
2.2 Fungsi Produksi <i>Cobb Douglas</i> .....	6
2.3 Metode <i>Nonlinear Least Square</i> (NLS) .....	7
2.4 Pencilan .....	9
2.5 Pendeteksian Pencilan .....	10
2.5.1 Nilai Pengaruh ( <i>Leverage Value</i> ) .....	10
2.5.2 <i>Studentized Deleted Residual</i> (TRES) .....	11
2.6 Mendeteksi Pencilan Berpengaruh .....	11
2.6.1 <i>The Difference in Fit Statistics</i> (DFITS) .....	12
2.6.2 Jarak Cook ( <i>Cook's Distance</i> ) .....	12
2.7 Regresi <i>Robust</i> .....	13
2.8 <i>Nonlinear Least Trimmed Square</i> (NLTS) .....	13
2.9 Metode <i>Bootstrap</i> .....	14
2.10 Sifat Penduga <i>Nonlinear Least Trimmed Square</i> (NLTS) Menggunakan Metode <i>Bootstrap</i> .....	15

2.10.1 Ketidakbiasan Asimtotik .....	15
2.10.2 Konsistensi .....	15
2.11 <i>Mean Square Error</i> (MSE) .....	15

**BAB III METODE PENELITIAN**

3.1 Data .....	17
3.2 Metode Analisis .....	17
3.2.1 Data Simulasi.....	17
3.2.2 Pendeteksian Pencilan.....	18
3.2.3 Pendeteksian Pencilan Berpengaruh.....	18
3.2.4 Pendugaan Parameter Regresi <i>Robust</i> menggunakan metode <i>Nonlinear Least Trimmed Square</i> (NLTS) .....	18
3.2.5 Pengujian Sifat Penduga.....	19

**BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1 Pendeteksian Pencilan dan Pencilan Berpengaruh.....	27
4.2 Pendugaan Parameter.....	28
4.2.1 Metode <i>Nonlinear Least Square</i> (NLS) .....	28
4.2.2 Metode <i>Nonlinear Least Trimmed Square</i> (NLTS).....	29
4.3 Perbandingan nilai bias, ragam dan MSE penduga parameter <i>bootstrap</i> seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	30
4.3.1 Bias Penduga Parameter <i>Bootstrap</i> ( $Y = \text{Bias}(\hat{\theta})$ ; $X = \text{Ukuran Contoh}$ ) .....	33
4.3.2 Ragam Penduga Parameter <i>Bootstrap</i> ( $Y = \text{Var}(\hat{\theta})$ ; $X = \text{Ukuran Contoh}$ ) .....	35
4.3.3 MSE Penduga Parameter <i>Bootstrap</i> ( $Y = \text{MSE}(\hat{\theta})$ ; $X = \text{Ukuran Contoh}$ ) .....	37

**BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

5.1 Kesimpulan .....	41
5.2 Saran .....	41

<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	43
-----------------------------	----

<b>LAMPIRAN</b> .....	45
-----------------------	----

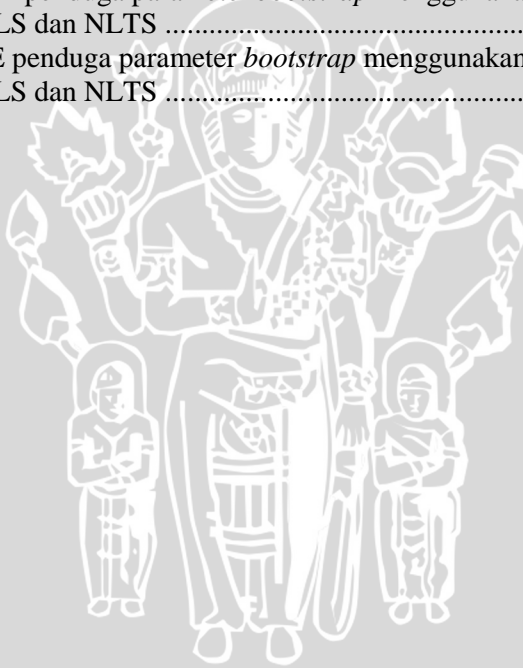


## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Diagram alir penelitian pada data simulasi .....	21
Gambar 3.2 Diagram alir metode <i>Nonlinear Least Trimmed Square</i> .....	24
Gambar 3.3 Diagram alir metode iterasi <i>Gauss Newton</i> .....	25
Gambar 4.1 Bias $\hat{\theta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh.....	33
Gambar 4.2 Bias $\hat{\theta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	34
Gambar 4.3 Bias $\hat{\theta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	34
Gambar 4.4 Ragam $\hat{\theta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	35
Gambar 4.5 Ragam $\hat{\theta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	36
Gambar 4.6 Ragam $\hat{\theta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	37
Gambar 4.7 MSE $\hat{\theta}_1$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	37
Gambar 4.8 MSE $\hat{\theta}_2$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	38
Gambar 4.9 MSE $\hat{\theta}_3$ seiring pertambahan banyaknya pencilan dan ukuran contoh .....	39

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Hasil perhitungan banyaknya pencilan.....	27
Tabel 4.2 Rata-rata penduga parameter <i>bootstrap</i> menggunakan metode NLS .....	28
Tabel 4.3 Nilai h data simulasi.....	30
Tabel 4.4 Rata-rata penduga parameter <i>bootstrap</i> menggunakan metode NLTS .....	30
Tabel 4.5 Nilai bias penduga parameter <i>bootstrap</i> menggunakan metode NLS dan NLTS .....	31
Tabel 4.6 Nilai ragam penduga parameter <i>bootstrap</i> menggunakan metode NLS dan NLTS .....	31
Tabel 4.7 Nilai MSE penduga parameter <i>bootstrap</i> menggunakan metode NLS dan NLTS .....	32



## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 15 .....	45
Lampiran 2. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 30 .....	46
Lampiran 3. Input peubah prediktor X untuk ukuran contoh 50 .....	48
Lampiran 4. <i>Macro</i> simulasi menggunakan Minitab 14 .....	50
Lampiran 5. <i>Macro</i> analisis data metode NLS dan NLTS menggunakan SAS 9.1.3 .....	57

