

**OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI PUPUK MENGGUNAKAN  
SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM  
DALAM MASALAH MINIMUM COST FLOW**

Studi Kasus KUD Lemahbang, Sumber Rejo  
Sukorejo - Pasuruan

**SKRIPSI**

Oleh :  
**FIRDAUS RISKIAN A**  
**0810943039-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2013**

**OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI PUPUK MENGGUNAKAN  
SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM  
DALAM MASALAH MINIMUM COST FLOW**

Studi Kasus KUD Lemahbang, Sumber Rejo  
Sukorejo - Pasuruan

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam  
bidang Matematika

Oleh :  
**FIRDAUS RISKIAN A**  
**0810943039-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2013**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI PUPUK MENGGUNAKAN  
*SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM*  
DALAM MASALAH *MINIMUM COST FLOW***

**Studi Kasus KUD Lemahbang, Sumber Rejo  
Sukorejo - Pasuruan**

Oleh :  
**FIRDAUS RISKIAN A.  
0810943039-94**

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 22 Juli 2013  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

**Pembimbing**

**Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes.  
NIP. 195305231983031002**

**Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika  
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf A., M.Sc.  
NIP. 196709071992031001**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Firdaus Riskian A.

Nim : 0810943039-94

Jurusan : Matematika

Penulis Skripsi berjudul : **OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI PUPUK MENGGUNAKAN *SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM* DALAM MASALAH *MINIMUM COST FLOW***  
(Studi Kasus KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan)

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam daftar pustaka semata-mata digunakan sebagai acuan atau referensi.
2. Apabila di kemudian hari diketahui bahwa skripsi saya merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 22 Juli 2013

Yang menyatakan,

(Firdaus Riskian A.)

NIM. 0810943039-94

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI PUPUK MENGGUNAKAN *SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM* DALAM MASALAH *MINIMUM COST FLOW*

Studi Kasus KUD Lemahbang, Sumber Rejo  
Sukorejo - Pasuruan

## ABSTRAK

KUD Lemahbang merupakan koperasi pertanian dengan salah satu bidang usaha penyaluran pupuk ke kios-kios di kecamatan Sukorejo, Prigen, dan Pohjentrek. Untuk mengoptimalkan distribusi pupuk di KUD Lemahbang digunakan algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) dalam masalah *minimum cost flow* dengan tujuan mengoptimalkan biaya distribusi pupuk. Dari perhitungan *successive shortest path algorithm* diperoleh bahwa biaya total distribusi pupuk yang lebih murah dengan biaya sebesar Rp.1.335.435 dibandingkan dengan biaya distribusi yang dikeluarkan KUD Lemahbang sebesar Rp.1.733.750 sehingga menghasilkan selisih biaya sebesar Rp.398.315 dengan rute distribusi pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios yaitu rute I : dari KUD Lemahbang – Karmawun – Saprodi – Sukron Jaya - kios ABA dengan pengiriman sebanyak 230 sak, rute II : dari KUD Lemahbang – Mira Tani – Saprodi – Sukron Jaya - kios ABA dengan pengiriman sebanyak 250 sak, dan rute III : dari KUD Lemahbang – Maju Jaya – Mira Tani – Morse dengan pengiriman sebanyak 250 sak.

**Kata kunci :** optimasi biaya, algoritma lintasan terpendek berulang, *minimum cost flow*.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# OPTIMAZION DISTRIBUTION COST OF FERTILIZER USE SUCCESSIVE SHORTEST PATH ALGORITHM IN MINIMUM COST FLOW PROBLEM

Study Case of KUD Lemahbang, Sumber Rejo  
Sukorejo – Pasuruan

## ABSTRACT

KUD Lemahbang is agricultural cooperation with one of distribution trade of fertilizer to the kios in Sukorejo subdistrict, Prigen, and Pohjentrek. To optimize fertilizer distribution in KUD Lemahbang is used successive shortest path algorithm in minimum cost flow problem with aim to optimize distribution cost of fertilizer. From the calculation of successive shortest path algorithm is obtained that total cost of distribution of fertilizer which is cheaper with cost Rp.1.335.435 than distribution cost which is used by KUD Lemahbang is Rp.1.733.750 so that results cost difference is Rp.398.315, with route of fertilizer distribution from KUD lemahbang towards kios that is route I: from KUD Lemahbang – Karmawun – Saprodi – Sukron Jaya – kios ABA with distribution of 230 sack, route II: from KUD Lemahbang – Mira Tani – Saprodi – Sukron Jaya – kios ABA with distribution of 250 sack, and route III: from KUD Lemahbang – Maju Jaya – Mira Tani – Morse with distribution of 250 sack.

**Keywords :** *cost optimazion, successive shortest path algorithm, minimum cost flow.*

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## KATA PENGANTAR

Alchamdulillah, segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul **Optimasi Biaya Distribusi Pupuk Menggunakan *Successive Shortest Path Algorithm* dalam Masalah *Minimum Cost Flow*** ini dapat diselesaikan dengan baik.

Banyak pihak yang telah memberikan dukungan baik moral maupun spiritual dalam penyelesaian skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Prof. Dr. Agus Widodo, M. Kes. selaku pembimbing atas segala bimbingan dan motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Dr. Sobri Abusini, MT. selaku dosen penguji I atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
3. Kwardiniya A., S.Si., M.Si. selaku dosen penguji II atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
4. Dra. Ari Andari, MS. selaku pembimbing akademik atas bimbingan yang terarah bagi penulis selama masa perkuliahan.
5. Seluruh bapak/ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
6. Kedua orang tua beserta saudara yang selalu mengiringi penulis dengan segala do'a, nasehat, perhatian, motivasi, dan kasih sayang serta dukungan serta dukungan hingga terselesaikannya skripsi ini.
7. Keluarga besar Matematika 2008 dan Agustina Ardini serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari masih terdapat kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis dengan senang hati menerima masukan, kritik, dan saran yang membangun. Akhir kata, semoga tulisan ini bermanfaat bagi penulis khususnya serta semua pihak pada umumnya.

Malang, 22 Juli 2013

Penulis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	v
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	ix
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xvii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xix
<b>DAFTAR NOTASI</b> .....	xxi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	2
1.3. Batasan Masalah .....	2
1.4. Tujuan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1. Graf ( <i>Graph</i> ) .....	5
2.2. Graf Berarah ( <i>Digraph</i> ) .....	6
2.3. Jalan ( <i>walk</i> ), Lintasan ( <i>path</i> ), dan Sirkuit ( <i>cycle</i> ) ....	8
2.4. <i>Digraph</i> Terhubung .....	9
2.5. <i>Digraph</i> Terbobot .....	11
2.6. Jaringan ( <i>network</i> ) .....	11
2.7. <i>Minimum Cost Flow</i> .....	11
2.8. Algoritma Lintasan Terpendek Berulang ( <i>successive shortest path algorithm</i> ) .....	13
<b>BAB III METODOLOGI</b>	
3.1 Waktu dan Tempat Pengumpulan Data .....	17
3.2 Sumber Data .....	17
3.3 Metode Pengumpulan Data .....	17
3.4 Identifikasi Variabel .....	18
3.5 Diagram Alir .....	18

**BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1. Analisa Data ..... 21  
4.2. Penerapan Algoritma Lintasan Terpendek Berulang (*successive shortest path algorithm*) dalam Masalah *minimum cost flow* ..... 24

**BAB V PENUTUP**

5.1. Kesimpulan ..... 49  
5.2. Saran ..... 49

**DAFTAR PUSTAKA** ..... 51

**LAMPIRAN** ..... 53



## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Graph $G = (V,E)$ .....	5
Gambar 2.2. Digraph $D = (V, A)$ .....	6
Gambar 2.3. Digraph Sederhana .....	7
Gambar 2.4. Digraph dengan <i>Loop</i> dan Sisi Rangkap .....	7
Gambar 2.5. Digraph Asiklik .....	8
Gambar 2.6. Graph $G = (V,A)$ .....	9
Gambar 2.7. Terhubung Lemah .....	10
Gambar 2.8. Terhubung Unilateral .....	10
Gambar 2.9. Terhubung Kuat .....	10
Gambar 2.10. Digraph Berbobot $D$ .....	11
Gambar 2.11. Algoritma Lintasan Terpendek Berulang .....	13
Gambar 3.1. <i>Flowchart</i> Algoritma Lintasan Terpendek Berulang .....	19
Gambar 4.1. Jaringan Awal Distribusi Pupuk .....	24
Gambar 4.2. Jaringan Sisa Permasalahan Awal .....	27
Gambar 4.3. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 225$ sak .....	29
Gambar 4.4. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 160$ sak .....	31
Gambar 4.5. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 25$ sak .....	33
Gambar 4.6. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 50$ sak .....	35
Gambar 4.7. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 40$ sak .....	38
Gambar 4.8. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 125$ sak .....	40
Gambar 4.9. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 75$ sak .....	42
Gambar 4.10. Jaringan Sisa Dengan $\delta = 30$ sak .....	44
Gambar 4.11. Jaringan Sisa Dengan Solusi Optimum .....	45



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1. Daftar Permintaan Pupuk KUD Lemahbang .....	21
Tabel 4.2. Biaya dan Rute Pengiriman Pupuk .....	46

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
Lampiran 1. Jaringan Awal Program <i>Giden IV4a</i> .....	53
Lampiran 2. Jaringan Sisa <i>Iterasi I</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	54
Lampiran 3. Jaringan Sisa <i>Iterasi II</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	54
Lampiran 4. Jaringan Sisa <i>Iterasi III</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	55
Lampiran 5. Jaringan Sisa <i>Iterasi IV</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	55
Lampiran 6. Jaringan Sisa <i>Iterasi V</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	56
Lampiran 7. Jaringan Sisa <i>Iterasi VI</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	56
Lampiran 8. Jaringan Sisa <i>Iterasi VII</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	57
Lampiran 9. Jaringan Sisa <i>Iterasi VIII</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	57
Lampiran 10. Jaringan Sisa <i>Iterasi IX</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	58
Lampiran 11. Jaringan Sisa <i>Iterasi X</i> Pada Program <i>Giden IV4a</i> .....	58
Lampiran 12. Kendaraan Truk I KUD Lemahbang .....	59
Lampiran 13. Kendaraan Truk II KUD Lemahbang .....	59
Lampiran 14. Data Distribusi Pupuk KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan .....	60

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR NOTASI

- $v_i$  = titik pada graph G.  
 $e_i$  = sisi pada graph G.  
 $|V|$  = banyaknya titik pada graph G.  
 $|E|$  = banyaknya sisi pada graph G .  
 $V(D)$  = himpunan titik pada digraph D.  
 $A(D)$  = himpunan sisi pada digraph D.  
 $w(i, j)$  = bobot atau muatan pada digraph D.  
 $u_{ij}$  = kapasitas muatan pada alur distribusi.  
 $r_{ij}$  = kapasitas sisa pada alur distribusi.  
 $x_{ij}$  = suatu aliran feasible pada sisi berarah  $(i, j) \in E$ .  
 $P$  = lintasan pada graph G.  
 $c_{ij}$  = biaya distribusi.  
 $c_{ij}^\pi$  = biaya tereduksi.  
 $e(i)$  = ketidakseimbangan (imbalance) pada digraph D.  
 $\pi(i)$  = potensial titik guna menghitung biaya tereduksi.  
 $d(i)$  = panjang lintasan terpendek.  
 $b(i)$  = nilai bobot atau muatan pada titik  $i$ .

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar belakang

Koperasi Unit Desa (KUD) merupakan kesatuan ekonomi terkecil dari kerangka pembangunan pedesaan yang merupakan suatu wadah organisasi dan pengembangan bagi berbagai kegiatan ekonomi di wilayah bersangkutan. Dengan kata lain, KUD dapat diartikan sebagai gabungan usaha bersama koperasi-koperasi pertanian atau koperasi-koperasi desa yang terdapat di wilayah desa. KUD juga berperan fungsi sebagai suatu unit kegiatan produksi yang mengolah sumber-sumber ekonomi untuk menyediakan barang dan jasa bagi masyarakat dengan tujuan untuk memperoleh keuntungan dan agar dapat memuaskan kebutuhan masyarakat. KUD sudah banyak diterapkan di berbagai daerah, salah satu diantaranya di kabupaten Pasuruan yaitu KUD Lemahbang.

KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan merupakan koperasi serba usaha (*multi function/multi commodity*) yang bergerak dalam kegiatan perekonomian pedesaan khususnya sektor pertanian, penyaluran bahan kebutuhan pokok masyarakat desa, dan jasa. KUD Lemahbang masih menjalankan kegiatannya sebagai koperasi pertanian yang menyediakan barang yang berbasis agribisnis (pertanian) seperti Sarana Produksi Pertanian (Saprotan), pupuk, dan lain-lain. Kegiatan di bidang agribisnis tersebut merupakan usaha KUD Lemahbang dalam sistem agribisnis yang menyediakan input pertanian yang dibutuhkan petani. Kegiatan yang dilakukan oleh KUD Lemahbang merupakan upaya dalam memperbaiki kinerja KUD Lemahbang untuk memberikan pelayanan yang memuaskan bagi anggotanya sehingga jumlah anggota terus meningkat.

Sejalan dengan kemajuan dunia usaha dan persaingan yang ketat serta adanya perkembangan teknologi yang sangat pesat maka KUD Lemahbang perlu adanya strategi yang baik untuk mengoptimalkan penjualan. Salah satunya dengan mengoptimalkan biaya distribusi. Masalah optimalisasi biaya distribusi dapat dipilih karena banyaknya keinginan produsen



untuk mengoptimalkan biaya distribusi tetapi tetap memenuhi permintaan dari pasar. Masalah *Minimum cost flow* adalah masalah penentuan arus distribusi agar biaya yang dikeluarkan minimum (Ahuja, 1993).

*Minimum cost flow* dapat digunakan sebagai dasar dalam perencanaan pengoptimalan distribusi produk. Banyak penelitian terdahulu yang mengkaji permasalahan *minimum cost flow* diantaranya adalah penyelesaian permasalahan *minimum cost flow* menggunakan algoritma *cost scaling* (Prabowo, 2012). Untuk meminimumkan biaya distribusi, KUD Lemahbang memerlukan metode-metode yang dapat mendukung pengoptimalan distribusi pupuk. Metode-metode yang didasarkan pada algoritma dalam skripsi ini diantaranya algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) yang mendukung dalam penerapan *minimum cost flow*, diharapkan dapat membantu manajemen KUD Lemahbang dalam pengambilan keputusan yang tepat dalam pengoptimalan distribusi pupuk di KUD Lemahbang. Sehingga penerapan *minimum cost flow* dapat membantu KUD Lemahbang dalam upaya pencapaian tujuan KUD Lemahbang di masa yang akan datang.

## **1.2 Rumusan masalah**

Bagaimanakah penerapan algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) dalam masalah *minimum cost flow* terhadap optimasi biaya dan kapasitas distribusi pupuk di KUD Lemahbang?

## **1.3 Batasan masalah**

Agar pembahasan lebih terarah, maka penelitian ini memiliki batasan masalah antara lain:

1. Tidak membahas tentang biaya produksi yang dikeluarkan oleh KUD Lemahbang.
2. Tidak membahas tentang manajemen KUD Lemahbang.

## **1.4 Tujuan**

Menerapkan algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) untuk mengatasi

permasalahan sehari-hari khususnya permasalahan *minimum cost flow* di KUD Lemahbang.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA

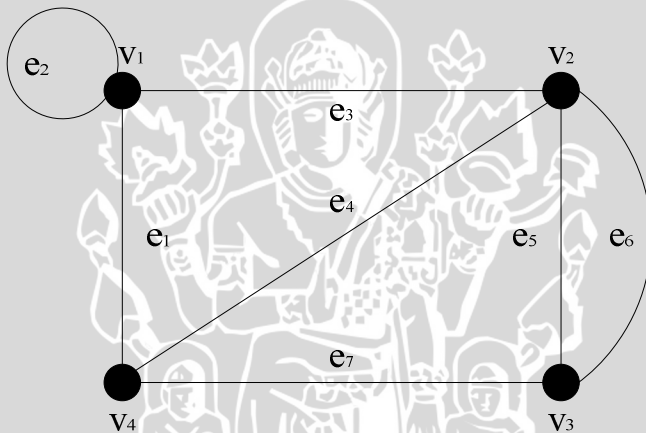


## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Graf (Graph)

#### Definisi 2.1

Graf adalah himpunan sisi dan titik yang banyaknya berhingga dan sisi-sisinya menghubungkan sebagian atau keseluruhan pasangan dari titik-titiknya. Graf  $G(V, E)$  terdiri atas himpunan titik yang dinyatakan dengan  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  dan himpunan sisi yang dinyatakan dengan  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  dengan  $e_i = (v_i, v_j)$  merupakan sisi yang menghubungkan titik  $v_i$  dan titik  $v_j$  (Nilmada, 2002).



Gambar 2.1. Graf  $G = (V, E)$

Gambar 2.1 memperlihatkan suatu graph dengan empat titik dan tujuh sisi. Sisi  $e_1$  merupakan pasangan berurutan dari  $(v_1, v_4)$ , sisi  $e_2$  merupakan pasangan berurutan dari  $(v_1, v_1)$ . Sedangkan pasangan titik  $v_2$  dan  $v_3$  dihubungkan langsung dengan dua sisi yaitu  $e_5$  dan  $e_6$ .

Notasi  $e_1 = (v_1, v_4)$  akan digunakan untuk menunjukkan bahwa  $e_1$  terhubung dengan titik  $v_1$  dan  $v_4$ . Pada sisi  $e_1 = (v_1, v_4)$ , titik  $v_1$  dipandang sebagai titik awal dan  $v_4$  sebagai titik akhir, atau sebaliknya. Oleh karena itu notasi  $e_1 = (v_1, v_4)$  dan  $e_1 = (v_4, v_1)$  keduanya ekuivalen. Selanjutnya notasi  $|E|$  dan  $|V|$

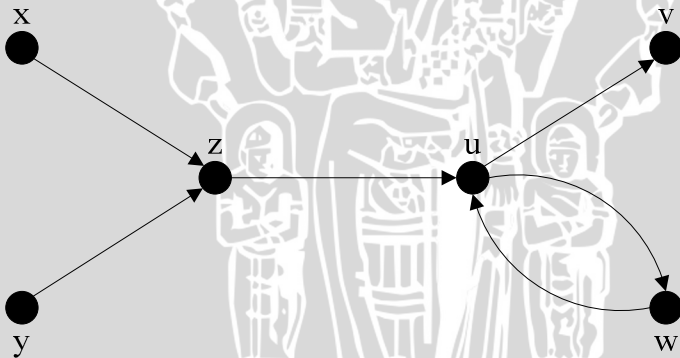
akan digunakan untuk menunjukkan banyaknya titik dan banyaknya sisi dalam suatu graf.

## 2.2 Graf Berarah (*Digraph*)

### Definisi 2.2

Sebuah *digraph*  $D$  yang terdiri dari himpunan  $V(D)$  dapat disebut dengan titik dan himpunan berhingga  $A(D)$  dari pasangan terurut pada titik yang berbeda disebut sisi.  $V(D)$  dikatakan himpunan titik dan  $A(D)$  merupakan sisi dari himpunan  $D$ . Sehingga dapat ditulis dengan  $D = (V, A)$  yang berarti bahwa  $V$  dan  $A$  adalah himpunan titik dan sisi dari himpunan  $D$ . Urutan (ukuran) dari  $D$  merupakan banyaknya titik pada  $D$  dan dapat dinotasikan dengan  $|D|$  (Bang-Jensen dan Gutin, 2009).

Diketahui *digraph*  $D$  mempunyai urutan dan ukuran 6, dimana  $V(D) = \{u, v, w, x, y, z\}$ ,  $A(D) = \{(u,v), (u,w), (w,u), (z,u), (x,z), (y,z)\}$ . Untuk sisi  $(u,v)$  pada titik pertama  $u$  merupakan bagian pangkal dari sisi  $(u,v)$  dan pada titik kedua  $v$  merupakan bagian ujung dari sisi  $(u,v)$ .

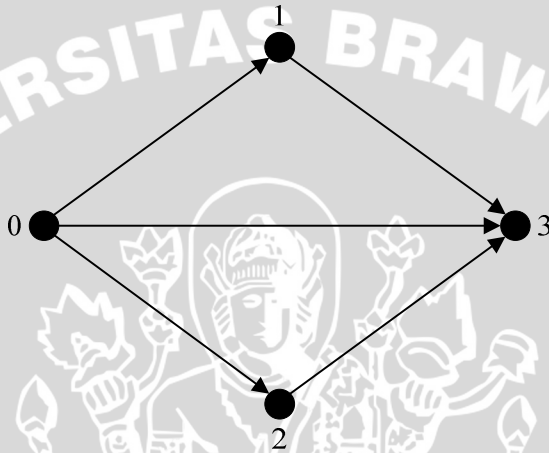


Gambar 2.2. *Digraph*  $D = (V, A)$

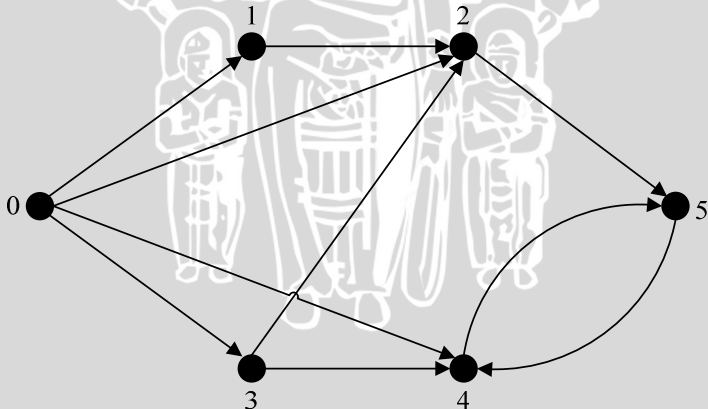
Dimana  $u$  berdekatan dengan  $v$  dan  $v$  berdekatan dengan  $u$ . Jika  $(u,v)$  merupakan sisi maka  $u$  mendominasi  $v$  (atau  $v$  didominasi oleh  $u$ ) dan dinotasikan dengan  $u \rightarrow v$ . Dapat dikatakan pula bahwa titik  $u$  merupakan sisi terhubung jika  $u$  bagian dari ujung atau pangkal dari sisi. Dalam *digraph* terdapat *digraph* sederhana dan *digraph* tak sederhana.

Definisi 2.3

Dua atau lebih sisi berarah menghubungkan sepasang titik yang sama dan arah yang sama disebut *multiple arcs* atau sisi rangkap, dan sebuah sisi berarah yang menghubungkan suatu titik ke titik itu sendiri disebut *loop*. *Digraph* yang tidak memiliki *multiple arcs* dan *loop* disebut *digraph* sederhana (Wilson dan Watkins, 1989).



Gambar 2.3. *Digraph* Sederhana



Gambar 2.4. *Digraph* dengan *Loop* dan Sisi Rangkap

### 2.3 Jalan (*walk*), Lintasan (*path*), dan Sirkuit (*cycle*)

#### Definisi 2.3

Sebuah jalan (*walk*) dalam graph  $G$  adalah sebuah urutan tak nol  $W = v_0e_1v_1e_2v_2 \dots e_iv_i \dots e_kv_k$ , yang suku-sukunya bergantian antara titik dan sisi sedemikian hingga  $1 \leq i \leq k$ , ujung dari  $e_1$  adalah  $v_{i-1}$  dan  $v_i$ . (Yulianti, 2008)  
 $v_0$  disebut titik awal (titik asal)

$v_k$  disebut titik akhir (titik terminus)

$v_i, 1 < i < k$ , disebut titik internal.

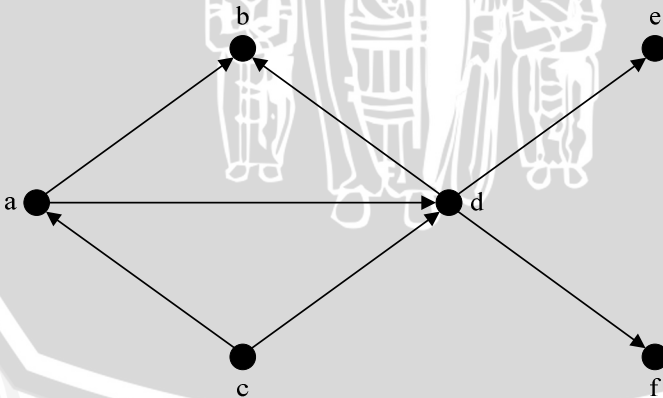
Panjang sebuah jalan adalah banyaknya sisi dalam jalan tersebut. Jika semua sisi pada semua jalan berlainan, maka jalan tersebut disebut jejak (*trail*). Jejak yang titik awal dan titik akhirnya berlainan disebut jejak tertutup.

#### Definisi 2.4

Sebuah lintasan (*path*) dari titik  $u$  ke titik  $v$  adalah barisan titik-titik  $v_0, v_1, \dots, v_k$  sedemikian hingga  $v_0 = u, v_k = v$  dan untuk  $i = 1, 2, \dots, k$ , sisi (*edge*)  $e_i = (v_{i-1}, v_i) \in E$ . *Path* dapat didefinisikan sebagai barisan dari sisi-sisi (*edge*)  $e_0, e_1, \dots, e_k$  disebut sebagai panjang (*length*) dari *path* (Donard, 2012).

#### Definisi 2.5

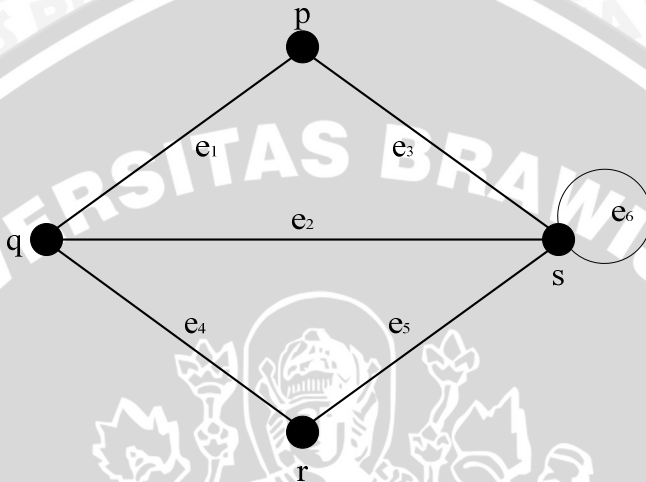
Sirkuit (*cycle*) adalah sebuah path dari sebuah sisi ke dirinya sendiri. Ketika sebuah digraph tidak mempunyai *cycle*, maka *digraph* itu disebut sebagai asiklik (*acyclic*) (Donard, 2012).



Gambar 2.5. *Digraph* Asiklik

Contoh :

Diketahui graf  $G$  dengan  $V(G) = \{p, q, r, s\}$ ,  $A(G) = \{(p,q), (p,s), (q,s), (q,r), (r,s)\}$



Gambar 2.6. Graf  $G = (V,A)$

Pada Gambar 2.6 dapat ditentukan bahwa graf  $G = (V,A)$  memiliki jalan (*walk*) dari  $p$  ke  $s$  adalah  $pe_1qe_2s$ ;  $pe_1qe_4re_5s$ ;  $pe_3s$  dengan lintasan (*path*) dari  $p$  ke  $s$  adalah  $p, q, r, s$ ;  $p, q, s$ ;  $p, s$  dan sirkuit (*cycle*) adalah  $p, q, s, p$ ;  $p, q, r, s$ .

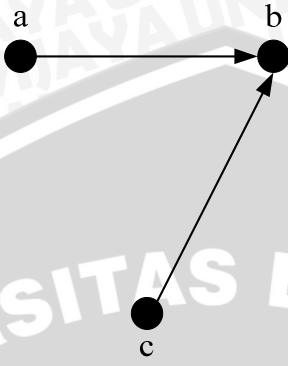
## 2.4 Digraph Terhubung

Definisi 2.6

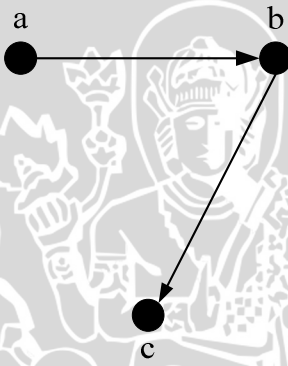
Menurut Astuti (2006) dalam buku 'Logika dan Algoritma' menyatakan bahwa pada graph berarah (*digraph*) terdapat tiga pengertian keterhubungan, yaitu :

1. Terhubung lemah, jika terdapat suatu semi path antara setiap dua titik dari  $D$ .
2. Terhubung unilateral, jika antara setiap dua titik  $u$  dan  $v$  dari  $D$ , terdapat jalur dari  $u$  ke  $v$  atau dari  $v$  ke  $u$ .
3. Terhubung kuat, jika antara setiap dua titik  $u$  dan  $v$  dari  $D$ , terdapat jalur dari  $u$  ke  $v$  dan dari  $v$  ke  $u$ .

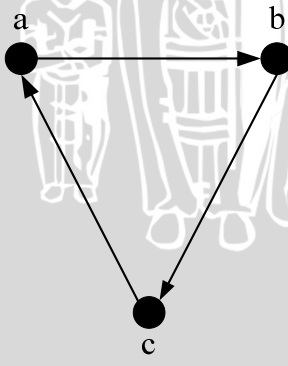




Gambar 2.7. Terhubung Lemah



Gambar 2.8. Terhubung Unilateral

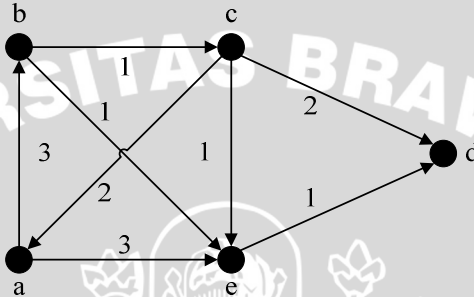


Gambar 2.9. Terhubung Kuat

## 2.5 Digraph Terbobot

### Definisi 2.7

*Digraph* berbobot (*weighted digraph*) adalah suatu *digraph* yang setiap sisinya memiliki bobot / nilai tersendiri di setiap sisi berarah  $v_i v_j$  pada *digraph*  $D = (V, A)$  maka bobot  $v_i v_j$  dapat dinotasikan dengan  $w = (v_i, v_j)$  (Rio, 2010).



Gambar 2.10. *Digraph* berbobot  $D$

$$w(a,b) = 3$$

$$w(b,c) = 1$$

$$w(c,d) = 2$$

$$w(c,e) = 1$$

$$w(a,e) = 3$$

$$w(b,e) = 1$$

$$w(c,a) = 2$$

$$w(e,d) = 1$$

## 2.6 Jaringan (*network*)

### Definisi 2.8

Suatu jaringan (*network*) atau graf dapat didefinisikan sebagai himpunan  $n$  titik yang dapat dihubungkan dengan  $m$  sisi. Adapun jaringan yang dikatakan berarah apabila terdapat suatu sisi yang berada dalam satu arah. Jika sisi-sisi yang dapat menggabungkan lebih dari dua titik bersamaan maka graf seperti ini dapat dikatakan *hypergraph* (Radev, 2008).

## 2.7 Minimum Cost Flow

### Definisi 2.9

*Minimum cost flow* adalah suatu graf  $G = (V, E)$  yang merupakan jaringan terhubung dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan sisi berarah  $E$  yang masing-masing sisi  $(i, j) \in E$  mempunyai biaya (*cost*)  $c_{ij}$  dan kapasitas muatan  $u_{ij} \geq 0$ . Misal  $n = |V|$  dan  $m = |E|$  (Rosen, 2000).

Masing-masing titik  $i \in V$  mempunyai nilai bobot yang di notasikan dengan  $b(i)$ , jika  $b(i) > 0$ , maka titik  $i$  adalah titik pemberi (*supply*), jika  $b(i) < 0$  maka titik  $i$  adalah titik penerima (*demand*). Biaya (*cost*) merupakan bilangan bulat non negatif yang menyatakan besarnya biaya untuk memindahkan muatan atau bobot (*weight*) dari satu titik ke titik yang lain. Kapasitas dari suatu sisi merupakan jumlah maksimum muatan atau bobot (*weight*) yang dapat dialirkan melalui sisi-sisi.

Definisi 2.10

Suatu aliran feasibel adalah suatu fungsi  $x = (v_{ij})$  didefinisikan pada sisi berarah  $(i,j) \in E$  memenuhi :

1. Batas kesetimbangan umum :  $\sum_{\{j|(i,j) \in E\}} x_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in E\}} x_{ji} = b(i)$  untuk semua  $i \in V$ . Batas kesetimbangan umum titik  $i$  adalah harus memenuhi ketentuan bobot titik  $i$  sama dengan jumlah seluruh aliran feasibel yang keluar dari titik  $i$  dikurangi dengan jumlah seluruh aliran feasibel yang keluar dari titik  $i$ .
2. Batas kapasitas :  $0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}$  untuk semua  $(i,j) \in E$ ,  $\sum_{i \in V} b(i) = 0$ . Batas kapasitas setiap sisi adalah aliran feasibel tidak negative dan tidak boleh melebihi muatan sisi tersebut.
3. *Cost* dari *flow*  $x$  adalah  $\sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}$ . *Cost minimum* yang diperoleh adalah *cost* awal dikali dengan aliran feasibel pada jaringan sisa (Rosen, 2000).

Definisi 2.11

Jaringan sisa  $G(x)$  dalam suatu aliran  $x$  didefinisikan sebagai berikut :

Mengambil masing-masing sisi berarah  $(i,j) \in E$  oleh dua sisi berarah  $(i,j)$  dan  $(j,i)$ . Sisi berarah  $(i,j)$  mempunyai *cost*  $c_{ij}$  dan kapasitas sisa  $r_{ij} = u_{ij} - x_{ij}$  (Rosen, 2000).

Definisi 2.12

*Cost* dari lintasan  $P$  dalam  $G(x)$  adalah  $c(P) = \sum_{(i,j) \in P} c_{ij}$ . *cost* dari lintasan  $P$  adalah jumlah dari semua *cost* yang berada pada lintasan tersebut (Rosen, 2000).

Definisi 2.13

Suatu siklus negatif adalah suatu siklus terhubung  $W$  dalam  $G(x)$  dimana  $c(W) = \sum_{(i,j) \in W} c_{ij} < 0$ . Siklus negatif

terjadi apabila semua *cost* yang terdapat pada siklus tersebut bernilai negatif (Rosen, 2000).

Definisi 2.14

Kondisi optimal siklus negatif adalah suatu aliran feasibel  $x$  disebut aliran memiliki *cost minimum* jika jaringan sisa  $G(x)$  tidak memuat siklus negatif (Rosen, 2000).

## 2.8 Algoritma Lintasan Terpendek Berulang (*Successive Shortest Path Algorithm*)

Dalam mengatasi masalah *minimum cost flow*, dapat menggunakan algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*). Pada algoritma lintasan terpendek berulang memakai istilah ketidakseimbangan (*imbalance*) yang dinotasikan dengan  $e(i)$ , biaya tereduksi dinotasikan dengan  $c_{ij}^\pi$ , untuk *pseudoflow* dapat dinotasikan dengan  $x$ , serta potensial titik dapat dinotasikan dengan  $\pi(i)$ .

Untuk  $e(i)$  dapat diperoleh dari :

$$e(i) = b(i) - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij} + \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}, \forall i \in N \quad (2.1)$$

dan  $0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}$  untuk semua  $(i,j) \in A$ , serta terdapat istilah himpunan titik pemberi (*supply*) yang dinotasikan dengan  $E$  dimana  $E = \{i \in N : e(i) > 0\}$  dan istilah himpunan titik penerima (*demand*) dinotasikan dengan  $D$  dimana  $D = \{i \in N : e(i) < 0\}$ .

Untuk  $c_{ij}^\pi$  dapat diperoleh dari :

$$c_{ij}^\pi = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j) \quad (2.2)$$

Sedangkan dalam algoritma lintasan terpendek berulang,  $\pi(i)$  diperoleh dari  $\pi = \pi - d$ . Dimana  $d(i)$  merupakan panjang lintasan terpendek (*shortest path*) dari titik  $l$  ke titik  $i$ , dan titik  $l$  merupakan titik dengan  $e(l) < 0$ .

Menurut Ahuja (1993) dari buku '*Network Flow Theory, Algorithms, and Applications*' dapat dituliskan algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) sebagai berikut :

**algorithm** successive shortest path;  
begin  
 $x := 0$  and  $\pi := 0$ ;

```

e(i) := b(i) for all i ∈ N;
initialize the sets E := {i : e(i) > 0} and D := {i : e(i) < 0};
while E ≠ ∅ do
  begin
  select a node k ∈ E and a node l ∈ D;
  determine shortest path distances d(j) from node s to all
  other nodes in G(x) with respect to the reduced costs cijπ;
  let P denote a shortest path from node k to node l;
  update π = π - d;
  δ := min[e(k), -e(l), min{rij : (i, j) ∈ P}];
  augment δ units of flow along the path P;
  update x, G(x), E, D, and the reduced costs;
  end;
end;

```

Gambar 2.11. Algoritma Lintasan Terpendek Berulang

Pada gambar 2.11. dapat dijelaskan bahwa langkah-langkah algoritma lintasan terpendek berulang (*successive shortest path algorithm*) sebagai berikut :

1. Menentukan nilai awal *pseudoflow*  $x = 0$  dan nilai awal  $\pi(i) = 0, \forall i \in N$ .

2. Menentukan nilai  $e(i)$  dengan ketentuan

$$e(i) = b(i) - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij} + \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}, \forall i \in N$$

karena nilai awal *pseudoflow*  $x = 0$ , maka nilai  $e(i) = b(i), \forall i \in N$ , dan menentukan biaya tereduksi awal  $c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$ .

3. Menentukan himpunan  $E$  dan himpunan  $D$ .
4. Memilih titik  $k \in E$  dan titik  $l \in D$ .
5. Menentukan  $d(i)$  bobot lintasan terpendek (*shortest path*) dari titik  $s$  ke semua titik di  $N$  berdasarkan biaya tereduksi.
6. Menentukan lintasan terpendek (*shortest path*)  $P$  dari titik  $k$  ke titik  $l$  berdasarkan biaya tereduksi.
7. Mengupdate  $\pi(i) = \pi(i) - d(i) + d(l)$ , yang sesuai dengan langkah pada pogram *Giden IV4a* dan update nilai  $c_{ij}^{\pi}$ .

8. Menentukan nilai  $\delta := \min[e(k), -e(l), \min\{r_{ij} : (i, j) \in P\}]$ .
9. Mengalirkan  $\delta$  unit sepanjang lintasan  $P$ .
10. Mengupdate  $x$ ,  $G(x)$ ,  $E$ ,  $D$ , dan  $c_{ij}^\pi$ .
11. Mengulang langkah 4 sampai dengan 10 hingga diperoleh  $E \neq \emptyset$ .

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## **BAB III METODOLOGI**

### **3.1 Waktu dan Tempat Pengumpulan Data.**

Kegiatan pengumpulan data dilaksanakan pada tanggal 14 s/d 18 Januari 2013, adapun lokasi yang penulis pilih sebagai objek penelitian adalah KUD Lemahbang, Sumber rejo, Sukorejo, Pasuruan.

### **3.2 Sumber Data.**

Data yang dikumpulkan didapat dari pemilik dan pengelola pupuk di KUD Sumber rejo. Data-data yang diperlukan dalam penelitian ini yaitu menyangkut tentang biaya transportasi, biaya kuli, jalur pendistribusian, dan jumlah pupuk yang di distribusikan.

### **3.3 Metode Pengumpulan Data**

Untuk memperoleh data-data yang di perlukan dalam penelitian ini, maka penulis menggunakan dua tahap sebagai berikut :

#### **1. Penelitian langsung ke lapangan atau KUD**

Metode ini bertujuan agar mendapat data-data pendukung penelitian yang langsung diperoleh dari KUD. Untuk mendapatkan data-data yang diperlukan maka peneliti menggunakan cara-cara sebagai berikut :

##### **1. Wawancara**

Merupakan suatu metode pengumpulan data dengan melakukan komunikasi menyangkut hal-hal yang berhubungan dengan objek penelitian secara tatap muka dengan pegawai KUD. Data ini merupakan data primer.

##### **2. Dokumentasi**

Merupakan suatu metode pengumpulan data dengan melihat dan menggunakan data-data berupa arsip-arsip atau catatan-catatan yang



berhubungan dengan objek penelitian yang terdapat di KUD. Data ini merupakan data sekunder berupa data distribusi KUD dalam jangka waktu tertentu.

## 2. Studi literatur

Metode ini dilakukan dengan tujuan untuk memecahkan permasalahan yang ada dengan menggunakan teori-teori yang telah didapatkan di bangku kuliah.

### 3.4 Identifikasi Variabel

Variabel-variabel yang tercantum pada penghitungan *minimum cost flow* adalah sebagai berikut:

1. Tempat, dalam hal ini digambarkan sebagai titik dengan indeks  $i = 1, 2, 3, \dots$
2. Arus produksi produk dinotasikan dengan  $(u_{ij})$ , dalam hal ini digambarkan sebagai sisi berarah yang berasal dari titik pemberi (*supply*) ke titik penerima (*demand*) produk, dimana  $i$  indeks titik asal arus dan  $j$  indeks titik tujuan arus.
3. Biaya angkutan dinotasikan dengan  $(c_{ij})$ , dengan  $i$  indeks asal arus dan  $j$  indeks tujuan arus.
4. Kapasitas  $u_{ij} \geq 0$ .
5. Kemampuan masing-masing titik dan kapasitas maksimal pengangkutan uji, dengan ketentuan  $0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}$  dan  $b(i) = \sum x_{ij} - \sum x_{ji}$

### 3.5 Diagram Alir

Diagram alir atau *flowchart* merupakan sebuah diagram dengan simbol-simbol grafis yang menyatakan aliran algoritma atau proses yang menampilkan langkah-langkah yang di simbolkan dalam bentuk kotak, beserta urutannya dengan menghubungkan masing-masing langkah tersebut menggunakan tanda panah. Diagram alir berfungsi sebagai alat bantu komunikasi dan dokumentasi bagi penulis maupun pembaca untuk mempermudah memahami algoritma lintasan terpendek berulang yang disajikan sebagai berikut ;



Gambar 3.1. Flowchart Algoritma Lintasan Terpendek Berulang

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1 Analisa Data

KUD merupakan suatu organisasi ekonomi yang berwatak sosial yang diselenggarakan oleh dan untuk masyarakat itu sendiri guna meningkatkan penghasilan dan kesejahteraan anggota pada khususnya dan masyarakat pada umumnya. Produk yang dihasilkan diantaranya adalah pupuk.

KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan adalah salah satu KUD yang mendapat permintaan pupuk dari beberapa kecamatan diantaranya Kecamatan Sukorejo dengan tujuan kios : Unit Saprodi, UD. Sumber Tani, K. Sumber Sari, Toko Moro Seneng, UD. Mira Tani, UD. Khusnul, dan UD. Fikri. Kecamatan Prigen dengan tujuan kios : Toko AC. Rehe, UD. Sukron Jaya, Kios ABA, UD. Hikmah Tani, dan Tukul Jaya. Kecamatan Pohjentrek dengan tujuan kios : Karmawun Mojosem, Toko Usaha Tani, Kios Tani Sembada, dan UD. Maju Jaya. Berikut ini data pengiriman pupuk yang disajikan dalam Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Daftar Permintaan Pupuk KUD Lemahbang

Distribusi	Titik Kios	Kios	Total Permintaan (sak)	Total pengiriman (sak)
I	1	Karmawun	125	165
	2	Saprodi	40	
II	3	Mira Tani	180	320
	2	Saprodi	35	
	4	Sukron Jaya	75	
	5	Kios ABA	30	
III	6	Maju Jaya	160	245
	3	Mira Tani	45	
	7	Morse	40	

Arus distribusi pupuk di KUD Lemahbang pada distribusi I yaitu dari KUD Lemahbang menuju kios : Karmawun Mojosem dan Unit Saprodi. Distribusi II yaitu kios : UD.Mira Tani, Unit Saprodi, UD. Sukron Jaya, dan kios ABA. Distribusi III yaitu kios : UD. Maju Jaya, UD. Mira Tani, dan Toko Moro Seneng. Pengiriman menggunakan kendaraan Truk dengan kapasitas maksimal 250 sak untuk satu kali pengiriman. Sedangkan biaya distribusi meliputi biaya pekerja (kuli) sebesar Rp. 375/sak dan biaya transportasi Rp. 2.000/sak.

Untuk biaya pengiriman setiap kios dapat dilihat dengan rumus sebagai berikut :

$$\frac{\text{biaya pengiriman}}{\text{permintaan (kios)}} = \frac{\text{biaya kuli} + \text{transportasi}}{\text{total pengiriman}}$$

$$\text{biaya pengiriman} \times \text{total pengiriman} = (\text{biaya kuli} + \text{transportasi}) \times \text{permintaan (kios)}$$

$$\text{biaya pengiriman} = \frac{(\text{biaya kuli} + \text{transportasi}) \times \text{permintaan(kios)}}{\text{total pengiriman}}$$

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat ditentukan bahwa biaya pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios sebagai berikut:

Distribusi I

Dari KUD Lemahbang menuju Karmawun :

$$\text{biaya pengiriman} = \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 125 \text{ sak}}{165 \text{ sak}}$$

$$= \frac{\text{Rp. } 296.875}{165 \text{ sak}} = \text{Rp. } 1.799$$

Dari Karmawun menuju Saprodi :

$$\text{biaya pengiriman} = \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 40 \text{ sak}}{165 \text{ sak}}$$

$$= \frac{\text{Rp. } 90.000}{165 \text{ sak}} = \text{Rp. } 576$$

Distribusi II

Dari KUD Lemahbang menuju Mira Tani :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 180 \text{ sak}}{320 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 427.500}{320 \text{ sak}} = \text{Rp. } 1.336 \end{aligned}$$

Dari Mira Tani menuju Saprodi :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 35 \text{ sak}}{320 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 83.125}{320 \text{ sak}} = \text{Rp. } 260 \end{aligned}$$

Dari Saprodi menuju Sukron Jaya :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 75 \text{ sak}}{320 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 178.125}{320 \text{ sak}} = \text{Rp. } 557 \end{aligned}$$

Dari Sukron Jaya menuju kios ABA :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 30 \text{ sak}}{320 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 71.250}{320 \text{ sak}} = \text{Rp. } 223 \end{aligned}$$

Distribusi III

Dari KUD Lemahbang menuju Maju Jaya :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 160 \text{ sak}}{245 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 380.000}{245 \text{ sak}} = \text{Rp. } 1.551 \end{aligned}$$

Dari Maju Jaya menuju Mira Tani :

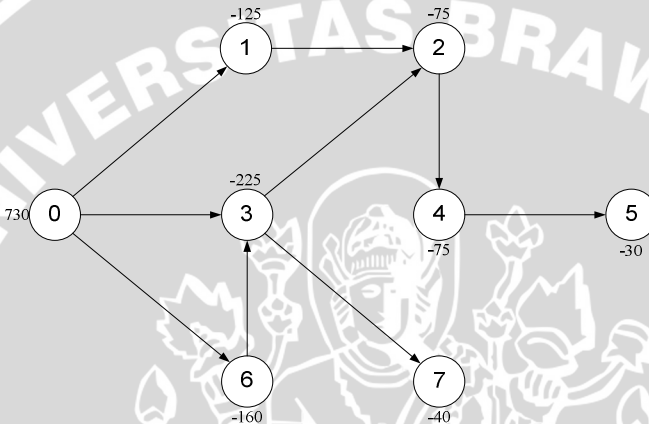
$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 45 \text{ sak}}{245 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 106.875}{245 \text{ sak}} = \text{Rp. } 436 \end{aligned}$$

Dari Mira Tani menuju Morse :

$$\begin{aligned} \text{biaya pengiriman} &= \frac{\text{Rp. } (375 + 2000) \times 40 \text{ sak}}{245 \text{ sak}} \\ &= \frac{\text{Rp. } 95.000}{245 \text{ sak}} = \text{Rp. } 388 \end{aligned}$$

#### 4.2. Penerapan Algoritma Lintasan Terpendek Berulang (*Successive Shortest Path Algorithm*) dalam Masalah *Minimum Cost Flow*.

Menentukan jaringan awal distribusi pupuk sebagai langkah awal untuk menyelesaikan permasalahan pendistribusian di KUD Lemahbang dalam meminimumkan arus biaya seperti gambar 4.1 dibawah ini :



Gambar 4.1. Jaringan Awal Distribusi Pupuk

Keterangan :

- Titik 0 mewakili KUD
- Titik 1 mewakili Karmawun
- Titik 2 mewakili Saprodi
- Titik 3 mewakili Mira Tani
- Titik 4 mewakili Sukron Jaya
- Titik 5 mewakili kios ABA
- Titik 6 mewakili Maju Jaya
- Titik 7 mewakili Morse

Dengan titik pada jaringan menyatakan kios, sisi pada jaringan menyatakan jalan yang menghubungkan antar kios, serta bobot sisi yang menyatakan besarnya biaya distribusi antar kios dan kapasitas maksimum angkutan.

Penyelesaian :

Menentukan nilai awal  $x_{ij} = 0, \forall (i, j) \in A$  (aliran supply pada setiap sisi, karena belum melakukan pengiriman supply maka nilai awal  $x_{ij} = 0$ ) sehingga didapat :

$$\begin{array}{lll} x_{01} = 0 & x_{12} = 0 & x_{37} = 0 \\ x_{03} = 0 & x_{24} = 0 & x_{45} = 0 \\ x_{06} = 0 & x_{32} = 0 & x_{63} = 0 \end{array}$$

Selanjutnya menentukan potensial titik  $\pi(i) = 0, \forall i \in N$  (untuk membantu dalam menentukan biaya tereduksi ( $c_{ij}^{\pi}$ ) di setiap sisi), karena diketahui nilai awal  $\pi = 0$  maka :

$$\begin{array}{llll} \pi(0) = 0, & \pi(2) = 0, & \pi(4) = 0, & \pi(6) = 0 \\ \pi(1) = 0, & \pi(3) = 0, & \pi(5) = 0, & \pi(7) = 0 \end{array}$$

Kemudian menentukan nilai  $e(i)$  (*imbalance node*) yang berfungsi untuk menentukan nilai titik pemberi dan penerima sebelum melakukan pendistribusian dengan rumus:

$$e(i) = b(i) + \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}, \forall i \in N$$

karena nilai awal  $x = 0$  maka  $e(i) = b(i), \forall i \in N$ , dimana  $b(i)$  merupakan nilai bobot setiap titik sehingga :

$$\begin{array}{ll} e(0) = 730 \text{ sak} & e(4) = -75 \text{ sak} \\ e(1) = -125 \text{ sak} & e(5) = -30 \text{ sak} \\ e(2) = -75 \text{ sak} & e(6) = -160 \text{ sak} \\ e(3) = -225 \text{ sak} & e(7) = -40 \text{ sak} \end{array}$$

Menentukan biaya tereduksi setiap sisi untuk membantu menentukan lintasan terpendek dalam pengiriman ke setiap titik dengan ketentuan ( $c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$ ) :

$$\begin{array}{l} c_{01}^{\pi} = c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = \text{Rp. } 1.799 - 0 + 0 = \text{Rp. } 1.799 \\ c_{03}^{\pi} = c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = \text{Rp. } 1.336 - 0 + 0 = \text{Rp. } 1.336 \\ c_{06}^{\pi} = c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = \text{Rp. } 1.551 - 0 + 0 = \text{Rp. } 1.551 \\ c_{12}^{\pi} = c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = \text{Rp. } 576 - 0 + 0 = \text{Rp. } 576 \\ c_{24}^{\pi} = c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = \text{Rp. } 557 - 0 + 0 = \text{Rp. } 557 \\ c_{32}^{\pi} = c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = \text{Rp. } 260 - 0 + 0 = \text{Rp. } 260 \\ c_{37}^{\pi} = c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = \text{Rp. } 388 - 0 + 0 = \text{Rp. } 388 \\ c_{45}^{\pi} = c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = \text{Rp. } 223 - 0 + 0 = \text{Rp. } 223 \\ c_{63}^{\pi} = c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = \text{Rp. } 436 - 0 + 0 = \text{Rp. } 436 \end{array}$$



Untuk melakukan proses pengiriman selain dibutuhkan biaya tereduksi setiap sisi, maka diperlukan pula menentukan kapasitas sisa disetiap sisi pengiriman  $r_{ij} = u_{ij} - x_{ij}$ , dimana  $u_{ij}$  merupakan maksimum kapasitas angkutan (truk) dalam pengiriman, sehingga diperoleh :

$$r_{01} = u_{01} - x_{01} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{03} = u_{03} - x_{03} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{06} = u_{06} - x_{06} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{12} = u_{12} - x_{12} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{24} = u_{24} - x_{24} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{32} = u_{32} - x_{32} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{37} = u_{37} - x_{37} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

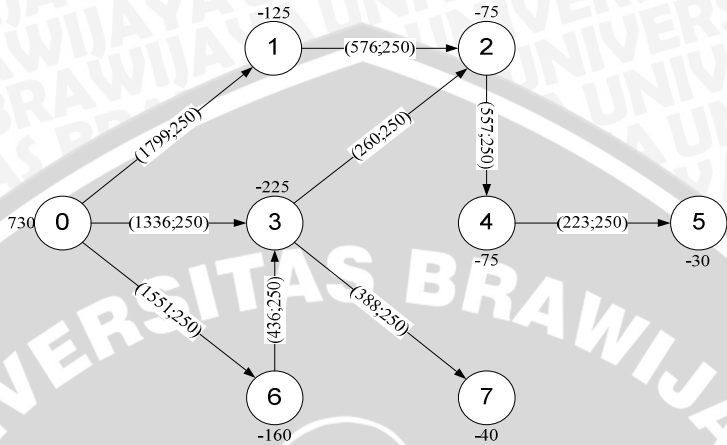
$$r_{45} = u_{45} - x_{45} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

$$r_{63} = u_{63} - x_{63} = 250 - 0 = 250 \text{ sak}$$

Selanjutnya menentukan himpunan E yaitu himpunan titik pemberi (KUD Lemahbang), dimana  $i \in N: e(i) > 0$ , karena KUD Lemahbang merupakan titik 0 maka  $e(0) = 730 > 0$  sehingga  $E = \{0\}$ .

Selain menentukan himpunan E sebagai titik pemberi maka perlu juga menentukan himpunan D yaitu himpunan titik penerima (kios), dimana  $i \in N: e(i) < 0$ , karena setiap kios merupakan titik 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7 maka  $e(1) = -125, e(2) = -75, e(3) = -225, e(4) = -75, e(5) = -30, e(6) = -160, e(7) = -40 < 0$  sehingga  $D = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ , berdasarkan nilai  $c_{ij}$  yang telah diketahui maka dapat ditentukan alur distribusi pupuk untuk setiap kios dimulai dengan nilai  $c_{ij}$  yang terkecil berdasarkan langkah pada program Giden IV4a adalah  $D = \{3, 6, 2, 7, 1, 4, 5\}$ .

Berikut ini merupakan jaringan sisa dari permasalahan awal :



Gambar 4.2. Jaringan Sisa Permasalahan Awal

Untuk menyelesaikan *minimum cost flow* berdasarkan gambar 4.2 maka langkah selanjutnya yaitu menentukan titik (kios) penerima yang akan mendapatkan pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi I* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

Iterasi I :

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 3$  dimana 3 adalah titik (kios) penerima, dan  $s = 0$  (titik sumber)

Selanjutnya menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| $d(0) = \text{Rp. } 0$     | $d(4) = \text{Rp. } 2.153$ |
| $d(1) = \text{Rp. } 1.799$ | $d(5) = \text{Rp. } 2.376$ |
| $d(2) = \text{Rp. } 1.596$ | $d(6) = \text{Rp. } 1.551$ |
| $d(3) = \text{Rp. } 1.336$ | $d(7) = \text{Rp. } 1.724$ |

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 3

$$P = 0 - 3$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(3) = 0 - 0 + 1336 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(3) = 0 - 1799 + 1336 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(3) = 0 - 1596 + 1336 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(3) = 0 - 1336 + 1336 \\ &= 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(3) = 0 - 2153 + 1336 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(3) = 0 - 2376 + 1336 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(3) = 0 - 1551 + 1336 \\ &= -215 \\ \pi(7)_{baru} &= \pi(7)_{lama} - d(7) + d(3) = 0 - 1724 + 1336 \\ &= -388 \end{aligned}$$

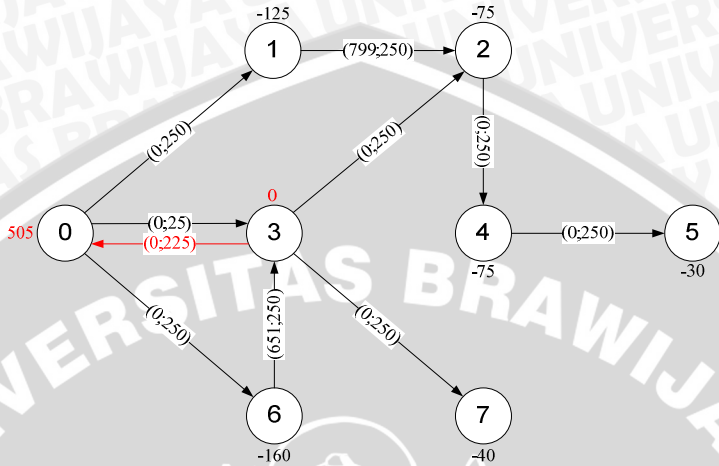
Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi I* dengan

$$\begin{aligned} c_{ij}^{\pi} &= c_{ij} - \pi(i) + \pi(j) \\ c_{01}^{\pi} &= c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0 \\ c_{03}^{\pi} &= c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0 \\ c_{06}^{\pi} &= c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0 \\ c_{12}^{\pi} &= c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799 \\ c_{24}^{\pi} &= c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0 \\ c_{32}^{\pi} &= c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0 \\ c_{37}^{\pi} &= c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0 \\ c_{45}^{\pi} &= c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0 \\ c_{63}^{\pi} &= c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651 \end{aligned}$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

$$\begin{aligned} \delta &= \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\} \\ \delta &= \min\{e(0), -e(3), \min\{r_{0,3}, (0,3) \in P\}\} \\ \delta &= \min\{e(0), -e(3), r_{03}\} \\ \delta &= \min\{730, -(-225), 250\} = 225 \text{ sak} \end{aligned}$$

Mengalirkan  $\delta = 225$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 3$



Gambar 4.3. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 225$  sak

Berdasarkan Gambar 4.3 di dapat rute pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Mira Tani pada *Iterasi I* dengan  $\delta = 225$  sak. Karena permintaan pada kios Mira Tani sudah terpenuhi maka nilai bobot titik 3 adalah 0. Kemudian menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 505 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(1) = -125, e(2) = -75, e(4) = -75, e(5) = -30, e(6) = -160, e(7) = -40 < 0$  maka  $D = \{6, 2, 7, 1, 4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios selanjutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi II* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

Iterasi II

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 6$  dimana 6 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi II*, dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$d(0) = \text{Rp. } 0 \qquad d(4) = \text{Rp. } 0$$

$$d(1) = \text{Rp. } 0 \qquad d(5) = \text{Rp. } 0$$

$$\begin{aligned} d(2) &= \text{Rp. } 0 & d(6) &= \text{Rp. } 0 \\ d(3) &= \text{Rp. } 0 & d(7) &= \text{Rp. } 0 \end{aligned}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 6

$$P = 0 - 6$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(6) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(6) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(6) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(6) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(6) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(6) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(6) = -215 - 0 + 0 \\ &= -215 \\ \pi(7)_{baru} &= \pi(7)_{lama} - d(7) + d(6) = -388 - 0 + 0 \\ &= -388 \end{aligned}$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi II* dengan

$$\begin{aligned} c_{ij}^{\pi} &= c_{ij} - \pi(i) + \pi(j) \\ c_{01}^{\pi} &= c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0 \\ c_{03}^{\pi} &= c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0 \\ c_{06}^{\pi} &= c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0 \\ c_{12}^{\pi} &= c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799 \\ c_{24}^{\pi} &= c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0 \\ c_{32}^{\pi} &= c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0 \\ c_{37}^{\pi} &= c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0 \\ c_{45}^{\pi} &= c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0 \\ c_{63}^{\pi} &= c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651 \end{aligned}$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

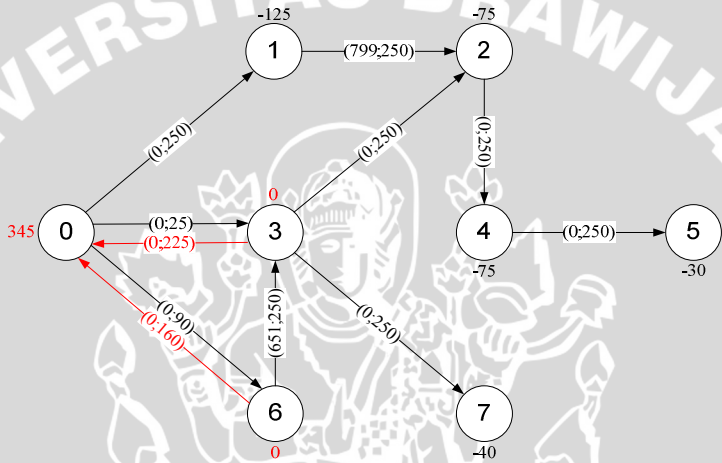
$$\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(6), \min\{r_{06}, (0,6) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(6), r_{06}\}$$

$$\delta = \min\{505, -(-160), 250\} = 160 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 160$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 6$



Gambar 4.4. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 160$  sak

Pada Gambar 4.4 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Maju Jaya pada *Iterasi II* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 160$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Maju Jaya telah terpenuhi maka kapasitas titik 6 adalah 0. Selanjutnya menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 345 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(1) = -125, e(2) = -75, e(4) = -75, e(5) = -30, e(7) = -40 < 0$  maka  $D = \{2, 7, 1, 4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios berikutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi III* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

### Iterasi III

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  
 $l = 2$  dimana 2 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi III.*,  
dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  
 $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$\begin{aligned}d(0) &= \text{Rp. } 0 & d(4) &= \text{Rp. } 0 \\d(1) &= \text{Rp. } 0 & d(5) &= \text{Rp. } 0 \\d(2) &= \text{Rp. } 0 & d(6) &= \text{Rp. } 0 \\d(3) &= \text{Rp. } 0 & d(7) &= \text{Rp. } 0\end{aligned}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 2

$$P = 0 - 3 - 2$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  
 $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya  
tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned}\pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(2) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(2) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(2) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(2) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(2) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(2) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(2) = -215 - 0 + 0 \\ &= -215 \\ \pi(7)_{baru} &= \pi(7)_{lama} - d(7) + d(2) = -388 - 0 + 0 \\ &= -388\end{aligned}$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi III*  
dengan  $c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$

$$\begin{aligned}c_{01}^{\pi} &= c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0 \\ c_{03}^{\pi} &= c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_{06}^{\pi} &= c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{12}^{\pi} &= c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799 \\
 c_{24}^{\pi} &= c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{32}^{\pi} &= c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{37}^{\pi} &= c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{45}^{\pi} &= c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{63}^{\pi} &= c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651
 \end{aligned}$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

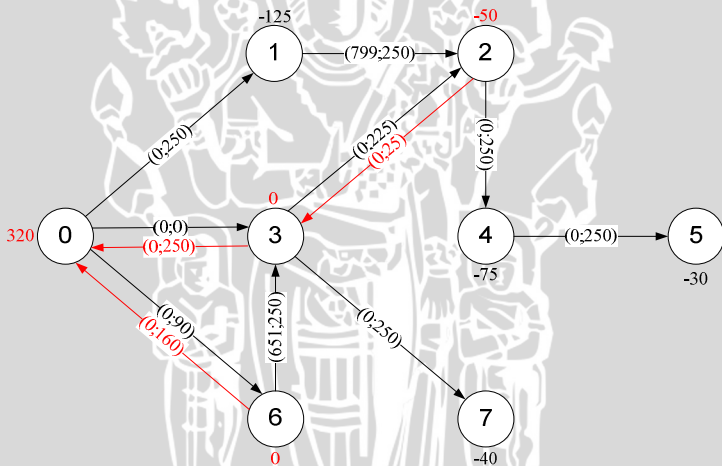
$$\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(2), \min\{r_{02}, (0, 2) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(2), r_{03}, r_{32}\}$$

$$\delta = \min\{345, -(-75), 25, 250\} = 25 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 25$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 3 - 2$



Gambar 4.5. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 25$  sak

Pada Gambar 4.5 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Saprodi melalui kios Mira Tani pada *Iterasi III* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 25$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Saprodi belum terpenuhi semua maka kios Saprodi membutuhkan pengiriman pupuk lagi sampai permintaan terpenuhi. Sehingga diperlukan



untuk menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 320 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(1) = -125, e(2) = -50, e(4) = -75, e(5) = -30, e(7) = -40 < 0$  maka  $D = \{2, 7, 1, 4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios selanjutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi IV* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

#### Iterasi IV

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 2$  dimana 2 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi IV*, dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$\begin{array}{ll} d(0) = \text{Rp. } 0 & d(4) = \text{Rp. } 0 \\ d(1) = \text{Rp. } 0 & d(5) = \text{Rp. } 0 \\ d(2) = \text{Rp. } 0 & d(6) = \text{Rp. } 0 \\ d(3) = \text{Rp. } 0 & d(7) = \text{Rp. } 0 \end{array}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 2

$$P = 0 - 6 - 3 - 2$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{\text{baru}} &= \pi(i)_{\text{lama}} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{\text{baru}} &= \pi(0)_{\text{lama}} - d(0) + d(2) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{\text{baru}} &= \pi(1)_{\text{lama}} - d(1) + d(2) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{\text{baru}} &= \pi(2)_{\text{lama}} - d(2) + d(2) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{\text{baru}} &= \pi(3)_{\text{lama}} - d(3) + d(2) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{\text{baru}} &= \pi(4)_{\text{lama}} - d(4) + d(2) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{\text{baru}} &= \pi(5)_{\text{lama}} - d(5) + d(2) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \end{aligned}$$

$$\pi(6)_{baru} = \pi(6)_{lama} - d(6) + d(2) = -215 - 0 + 0 = -215$$

$$\pi(7)_{baru} = \pi(7)_{lama} - d(7) + d(2) = -388 - 0 + 0 = -388$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi IV* dengan

$$c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$$

$$c_{01}^{\pi} = c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{03}^{\pi} = c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{06}^{\pi} = c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{12}^{\pi} = c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799$$

$$c_{24}^{\pi} = c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{32}^{\pi} = c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{37}^{\pi} = c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{45}^{\pi} = c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{63}^{\pi} = c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651$$

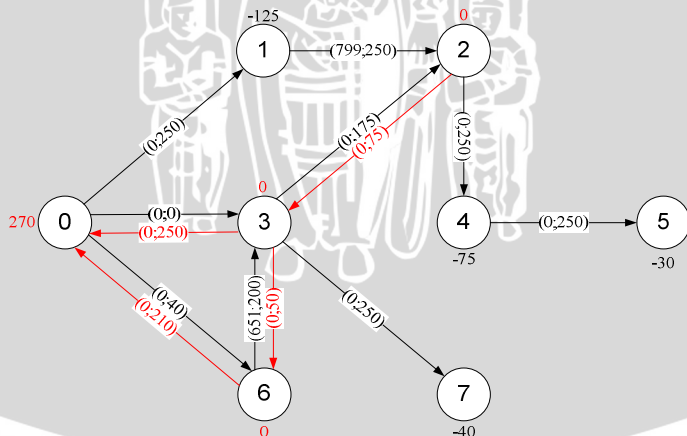
Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

$$\delta = \min\{e(0), -e(2), \min\{r_{02}, (0,2) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(2), r_{06}, r_{63}, r_{32}\}$$

$$\delta = \min\{320, -(-50), 90, 250, 225\} = 50 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 50$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 6 - 3 - 2$



Gambar 4.6. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 50$  sak

Pada Gambar 4.6 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Saprodi melalui kios Maju Jaya dan Mira Tani pada *Iterasi IV* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 50$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Saprodi telah terpenuhi maka kapasitas titik 2 adalah 0. Selanjutnya menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 270 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(1) = -125, e(4) = -75, e(5) = -30, e(7) = -15 < 0$  maka  $D = \{7, 1, 4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios berikutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi V* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

### Iterasi V

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 7$  dimana 7 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi V*, dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$\begin{array}{ll} d(0) = \text{Rp. } 0 & d(4) = \text{Rp. } 0 \\ d(1) = \text{Rp. } 0 & d(5) = \text{Rp. } 0 \\ d(2) = \text{Rp. } 0 & d(6) = \text{Rp. } 0 \\ d(3) = \text{Rp. } 0 & d(7) = \text{Rp. } 0 \end{array}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 7

$$P = 0 - 6 - 3 - 7$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{\text{baru}} &= \pi(i)_{\text{lama}} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{\text{baru}} &= \pi(0)_{\text{lama}} - d(0) + d(7) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{\text{baru}} &= \pi(1)_{\text{lama}} - d(1) + d(7) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{\text{baru}} &= \pi(2)_{\text{lama}} - d(2) + d(7) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{\text{baru}} &= \pi(3)_{\text{lama}} - d(3) + d(7) = 0 - 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\pi(4)_{baru} = \pi(4)_{lama} - d(4) + d(7) = -817 - 0 + 0 \\ = -817$$

$$\pi(5)_{baru} = \pi(5)_{lama} - d(5) + d(7) = -1040 - 0 + 0 \\ = -1040$$

$$\pi(6)_{baru} = \pi(6)_{lama} - d(6) + d(7) = -215 - 0 + 0 \\ = -215$$

$$\pi(7)_{baru} = \pi(7)_{lama} - d(7) + d(7) = -388 - 0 + 0 \\ = -388$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi V* dengan

$$c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$$

$$c_{01}^{\pi} = c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{03}^{\pi} = c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{06}^{\pi} = c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{12}^{\pi} = c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799$$

$$c_{24}^{\pi} = c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{32}^{\pi} = c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{37}^{\pi} = c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{45}^{\pi} = c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{63}^{\pi} = c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

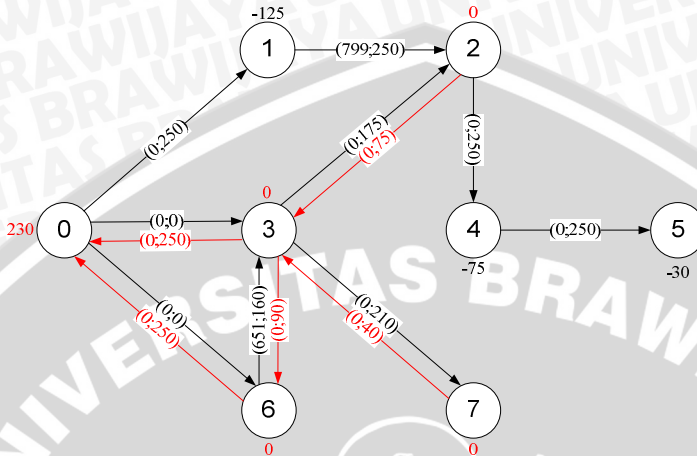
$$\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(7), \min\{r_{07}, (0,7) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(7), r_{06}, r_{63}, r_{37}\}$$

$$\delta = \min\{270, -(-40), 40, 200, 250\} = 40 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 40$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 6 - 3 - 7$



Gambar 4.7. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 40$  sak

Pada Gambar 4.7 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Morse melalui kios Maju Jaya dan Mira Tani pada *Iterasi V* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 40$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Morse telah terpenuhi maka kapasitas titik 7 adalah 0. Seperti langkah pada iterasi sebelumnya maka selanjutnya menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 230 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(1) = -125, e(4) = -75, e(5) = -30 < 0$  maka  $D = \{1, 4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios berikutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi VI* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

#### Iterasi VI

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 1$  dimana 1 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi VI*, dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$d(0) = \text{Rp. } 0$$

$$d(4) = \text{Rp. } 0$$

$$\begin{aligned} d(1) &= \text{Rp. } 0 & d(5) &= \text{Rp. } 0 \\ d(2) &= \text{Rp. } 0 & d(6) &= \text{Rp. } 0 \\ d(3) &= \text{Rp. } 0 & d(7) &= \text{Rp. } 0 \end{aligned}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 1

$$P = 0 - 1$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(1) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(1) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(1) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(1) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(1) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(1) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(1) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(1) = -215 - 0 + 0 \\ &= -215 \\ \pi(7)_{baru} &= \pi(7)_{lama} - d(7) + d(1) = -388 - 0 + 0 \\ &= -388 \end{aligned}$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi VI* dengan

$$\begin{aligned} c_{ij}^{\pi} &= c_{ij} - \pi(i) + \pi(j) \\ c_{01}^{\pi} &= c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0 \\ c_{03}^{\pi} &= c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0 \\ c_{06}^{\pi} &= c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0 \\ c_{12}^{\pi} &= c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799 \\ c_{24}^{\pi} &= c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0 \\ c_{32}^{\pi} &= c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0 \\ c_{37}^{\pi} &= c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0 \\ c_{45}^{\pi} &= c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0 \\ c_{63}^{\pi} &= c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651 \end{aligned}$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

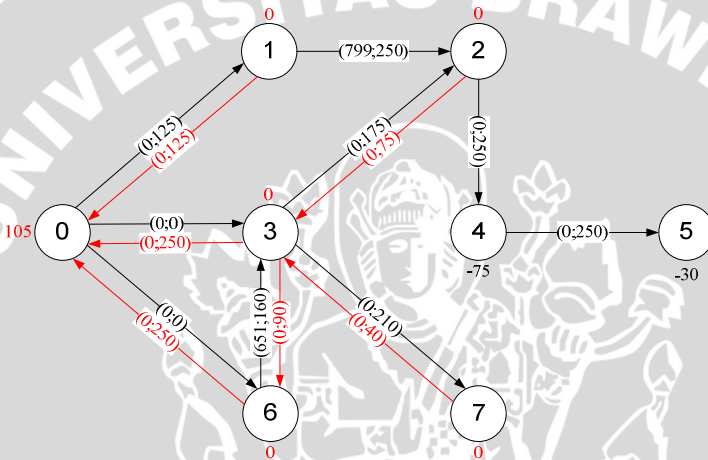
$$\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(1), \min\{r_{01}, (0,1) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(1), r_{01}\}$$

$$\delta = \min\{230, -(-125)\} = 125 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 125$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 1$



Gambar 4.8. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 125$  sak

Pada Gambar 4.8 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Karmawun pada *Iterasi VI* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 125$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Karmawun telah terpenuhi maka kapasitas titik 1 adalah 0. Kemudian Menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 105 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan Menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(4) = -75, e(5) = -30 < 0$  maka  $D = \{4, 5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios berikutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi VII* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

### Iterasi VII

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  
 $l = 4$  dimana 4 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi VII*,  
dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  
 $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$\begin{aligned}d(0) &= \text{Rp. } 0 & d(4) &= \text{Rp. } 0 \\d(1) &= \text{Rp. } 0 & d(5) &= \text{Rp. } 0 \\d(2) &= \text{Rp. } 0 & d(6) &= \text{Rp. } 0 \\d(3) &= \text{Rp. } 0 & d(7) &= \text{Rp. } 0\end{aligned}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 4

$$P = 0 - 1 - 2 - 4$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  
 $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya  
tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned}\pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(4) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(4) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(4) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(4) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(4) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(4) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(4) = -215 - 0 + 0 \\ &= -215 \\ \pi(7)_{baru} &= \pi(7)_{lama} - d(7) + d(4) = -388 - 0 + 0 \\ &= -388\end{aligned}$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi VII*  
dengan  $c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$

$$\begin{aligned}c_{01}^{\pi} &= c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0 \\ c_{03}^{\pi} &= c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 c_{06}^{\pi} &= c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{12}^{\pi} &= c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799 \\
 c_{24}^{\pi} &= c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{32}^{\pi} &= c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{37}^{\pi} &= c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{45}^{\pi} &= c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0 \\
 c_{63}^{\pi} &= c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651
 \end{aligned}$$

Kemudian menentukan kapasitas distribusi pupuk yang dibutuhkan dalam angkutan (truk) pada pengiriman menuju kios dengan nilai :

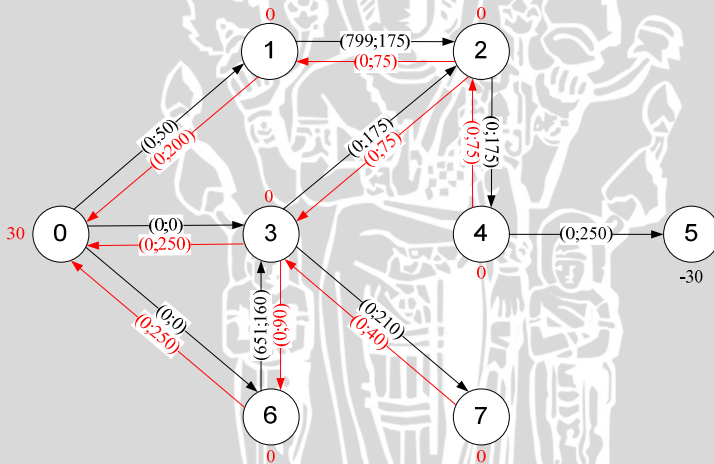
$$\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i, j) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(4), \min\{r_{04}, (0,4) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(4), r_{01}, r_{12}, r_{24}\}$$

$$\delta = \min\{105, -(-75), 125, 250, 250\} = 75 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 75$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 1 - 2 - 4$



Gambar 4.9. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 75$  sak

Pada Gambar 4.9 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios Sukron Jaya melalui kios Karmawun dan kios Saprodi pada *Iterasi VII* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 75$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Sukron Jaya telah terpenuhi maka kapasitas titik 4 adalah 0. Selanjutnya menentukan himpunan E (himpunan titik pemberi,

yaitu  $i \in N: e(i) > 0$ ), karena  $e(0) = 30 > 0$  maka  $E = \{0\}$  dan menentukan himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) < 0$ ), karena  $e(5) = -30 < 0$  maka  $D = \{5\}$ . Hal ini berfungsi untuk menentukan kios berikutnya yang akan menerima pengiriman pupuk dari KUD Lemahbang pada *Iterasi VIII* sampai permintaan setiap titik (kios) terpenuhi.

### Iterasi VIII

Pilih  $k = 0$  dimana 0 adalah titik pemberi (KUD Lemahbang),  $l = 5$  dimana 5 adalah titik (kios) penerima pada *Iterasi VIII*, dan  $s = 0$  (sumber)

Menentukan bobot lintasan terpendek dari titik  $s$  ke semua titik  $N$  berdasarkan biaya tereduksi

$$\begin{aligned} d(0) &= \text{Rp. } 0 & d(4) &= \text{Rp. } 0 \\ d(1) &= \text{Rp. } 0 & d(5) &= \text{Rp. } 0 \\ d(2) &= \text{Rp. } 0 & d(6) &= \text{Rp. } 0 \\ d(3) &= \text{Rp. } 0 & d(7) &= \text{Rp. } 0 \end{aligned}$$

Menentukan lintasan terpendek dari titik 0 ke titik 5

$$P = 0 - 1 - 2 - 4 - 5$$

Memperbarui nilai potensial untuk masing-masing titik  $\pi(i), \forall i \in N$  guna membantu dalam memperbarui biaya tereduksi dengan rumus :

$$\begin{aligned} \pi(i)_{baru} &= \pi(i)_{lama} - d(i) + d(l) \\ \pi(0)_{baru} &= \pi(0)_{lama} - d(0) + d(5) = 1336 - 0 + 0 \\ &= 1336 \\ \pi(1)_{baru} &= \pi(1)_{lama} - d(1) + d(5) = -463 - 0 + 0 \\ &= -463 \\ \pi(2)_{baru} &= \pi(2)_{lama} - d(2) + d(5) = -260 - 0 + 0 \\ &= -260 \\ \pi(3)_{baru} &= \pi(3)_{lama} - d(3) + d(5) = 0 - 0 + 0 = 0 \\ \pi(4)_{baru} &= \pi(4)_{lama} - d(4) + d(5) = -817 - 0 + 0 \\ &= -817 \\ \pi(5)_{baru} &= \pi(5)_{lama} - d(5) + d(5) = -1040 - 0 + 0 \\ &= -1040 \\ \pi(6)_{baru} &= \pi(6)_{lama} - d(6) + d(5) = -215 - 0 + 0 \\ &= -215 \end{aligned}$$

$$\pi(7)_{baru} = \pi(7)_{lama} - d(7) + d(5) = -388 - 0 + 0 = -388$$

Memperbarui biaya tereduksi setiap sisi pada *Iterasi VIII* dengan  $c_{ij}^{\pi} = c_{ij} - \pi(i) + \pi(j)$

$$c_{01}^{\pi} = c_{01} - \pi(0) + \pi(1) = 1799 - 1336 - 463 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{03}^{\pi} = c_{03} - \pi(0) + \pi(3) = 1336 - 1336 + 0 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{06}^{\pi} = c_{06} - \pi(0) + \pi(6) = 1551 - 1336 - 215 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{12}^{\pi} = c_{12} - \pi(1) + \pi(2) = 576 + 463 - 260 = \text{Rp. } 799$$

$$c_{24}^{\pi} = c_{24} - \pi(2) + \pi(4) = 557 + 260 - 817 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{32}^{\pi} = c_{32} - \pi(3) + \pi(2) = 260 - 0 - 260 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{37}^{\pi} = c_{37} - \pi(3) + \pi(7) = 388 - 0 - 388 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{45}^{\pi} = c_{45} - \pi(4) + \pi(5) = 223 + 817 - 1040 = \text{Rp. } 0$$

$$c_{63}^{\pi} = c_{63} - \pi(6) + \pi(3) = 436 + 215 + 0 = \text{Rp. } 651$$

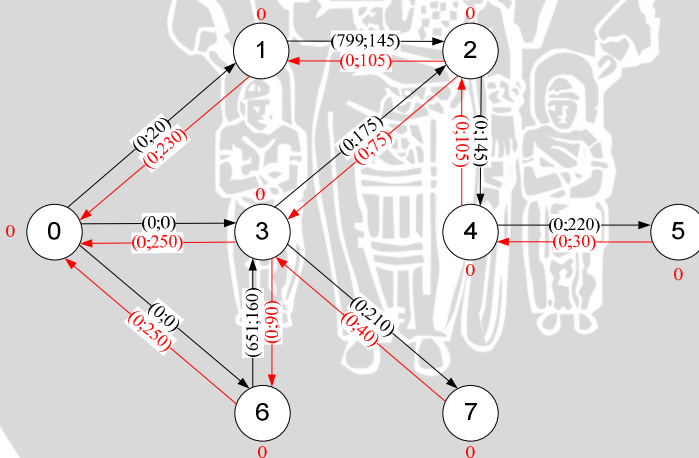
Menentukan nilai  $\delta = \min\{e(k), -e(l), \min\{r_{ij}, (i,j) \in P\}\}$

$$\delta = \min\{e(0), -e(5), \min\{r_{05}, (0,5) \in P\}\}$$

$$\delta = \min\{e(0), -e(5), r_{01}, r_{12}, r_{24}, r_{45}\}$$

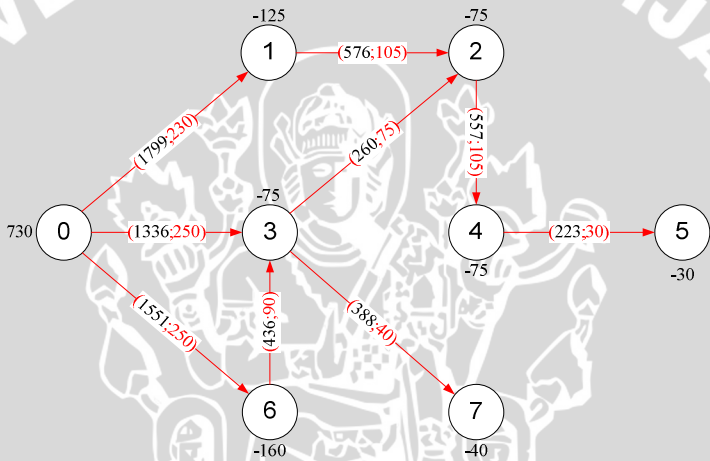
$$\delta = \min\{30, -(-30), 50, 175, 175, 250\} = 30 \text{ sak}$$

Mengalirkan  $\delta = 30$  sak sepanjang lintasan  $P = 0 - 1 - 2 - 4 - 5 - 4 - 3 - 0$ .



Gambar 4.10. Jaringan Sisa Dengan  $\delta = 30$  sak

Pada Gambar 4.10 terjadi pengiriman pupuk dari KUD Lemhbang menuju kios ABA melalui kios Karmawun, kios Saprodi, dan kios Sukron Jaya pada *Iterasi VIII* dengan kapasitas angkutan (truk) sebesar  $\delta = 30$  sak. Karena permintaan pupuk pada kios Sukron Jaya telah terpenuhi maka kapasitas titik 5 adalah 0. Sehingga himpunan E (himpunan titik pemberi, yaitu  $i \in N: e(i) = 0$ ), himpunan D (himpunan titik penerima, yaitu  $i \in N: e(i) = 0$ ), maka jaringan pada iterasi VIII (8) sudah optimum dan iterasi selesai. Jadi dapat diperoleh jaringan arus distribusi pupuk dari KUD Lemhbang menuju kios dengan solusi optimum sebagai berikut :



Gambar 4.11. Jaringan Sisa Dengan Solusi Optimum

Untuk menentukan biaya (*cost*) minimum  $z$  yang harus dikeluarkan oleh KUD Lemhbang, Sumber rejo, Sukorejo, Pasuruan adalah sebesar :

$$z = \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}$$

$$z = C_{01} \cdot x_{01} + C_{03} \cdot x_{03} + C_{06} \cdot x_{06} + C_{12} \cdot x_{12} + C_{24} \cdot x_{24} + C_{32} \cdot x_{32} + C_{37} \cdot x_{37} + C_{45} \cdot x_{45} + C_{63} \cdot x_{63}$$

$$\begin{aligned}
 z &= \text{Rp.}1.799 \times 230 \text{ sak} + \text{Rp.}1.336 \times 250 \text{ sak} \\
 &\quad + \text{Rp.}1.551 \times 250 \text{ sak} + \text{Rp.}576 \times 105 \text{ sak} \\
 &\quad + \text{Rp.}557 \times 105 \text{ sak} + \text{Rp.}260 \times 75 \text{ sak} \\
 &\quad + \text{Rp.}388 \times 40 \text{ sak} + \text{Rp.}223 \times 30 \text{ sak} \\
 &\quad + \text{Rp.}436 \times 90 \text{ sak} \\
 z &= \text{Rp.}413.770 + \text{Rp.}334.000 + \text{Rp.}387.750 + \text{Rp.}60.480 \\
 &\quad + \text{Rp.}58.485 + \text{Rp.}19.500 + \text{Rp.}15.520 \\
 &\quad + \text{Rp.}6.690 + \text{Rp.}39.240 \\
 z &= \text{Rp.}1.335.435
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh biaya minimum sebesar Rp.1.334.435 dengan rute distribusi pupuk dari KUD Lemahbang menuju kios adalah :

- Rute I : dari KUD Lemahbang – Karmawun – Saprodi – Sukron Jaya - kios ABA dengan pengiriman sebanyak 230 sak.
- Rute II : dari KUD Lemahbang – Mira Tani – Saprodi – Sukron Jaya - kios ABA dengan pengiriman sebanyak 250 sak.
- Rute III : dari KUD Lemahbang – Maju Jaya – Mira Tani – Morse dengan pengiriman sebanyak 250 sak.

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, berikut ini disajikan tabel perbandingan hasil penyelesaian masalah distribusi pupuk di KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan dengan hasil yang diperoleh menggunakan algoritma lintasan terpendek berulang (*Successive Shortest Path Algorithm*) dalam masalah *minimum cost flow* yang disajikan dalam Tabel 4.2 perbandingan dibawah ini :

Tabel 4.2. Biaya dan Rute Pengiriman Pupuk

Hasil dari KUD	Hasil menggunakan algoritma lintasan terpendek berulang
Biaya total distribusi pupuk yang dikeluarkan sebesar Rp.1.733.750,-	Biaya total distribusi pupuk yang dikeluarkan sebesar Rp.1.335.435,-
Rute pengiriman : <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>P = 0 - 1 - 2 = 165</math> sak</li> <li>➤ <math>P = 0 - 3 - 2 - 4 - 5 = 320</math> sak</li> <li>➤ <math>P = 0 - 6 - 3 - 7 = 245</math></li> </ul>	Rute pengiriman : <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>P = 0 - 1 - 2 - 4 - 5 = 230</math> sak</li> <li>➤ <math>P = 0 - 3 - 2 - 4 - 5 = 250</math> sak</li> </ul>

Dari Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa hasil perhitungan biaya distribusi dengan menggunakan algoritma lintasan terpendek berulang (*Successive Shortest Path Algorithm*) lebih murah dibandingkan biaya distribusi yang dikeluarkan oleh KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan.

Dengan demikian, algoritma lintasan terpendek berulang (*Successive Shortest Path Algorithm*) dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian masalah *minimum cost flow* pada distribusi pupuk di KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Permasalahan distribusi pupuk di KUD jika di selesaikan dengan *successive shortest path algorithm* menghasilkan biaya distribusi sebesar Rp.1.335.435, lebih murah dibandingkan biaya distribusi yang dikeluarkan KUD Lemahbang selama ini yaitu sebesar Rp.1.733.750. Namun demikian penggunaan *successive shortest path algorithm* memiliki kelemahan di antaranya untuk jumlah kios yang banyak membutuhkan iterasi yang panjang.

### 5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat dikembangkan dengan menggunakan algoritma-algoritma lain yang mendukung dalam masalah *minimum cost flow* diantaranya algoritma *cycle cancelling* atau algoritma *primal dual*.



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR PUSTAKA

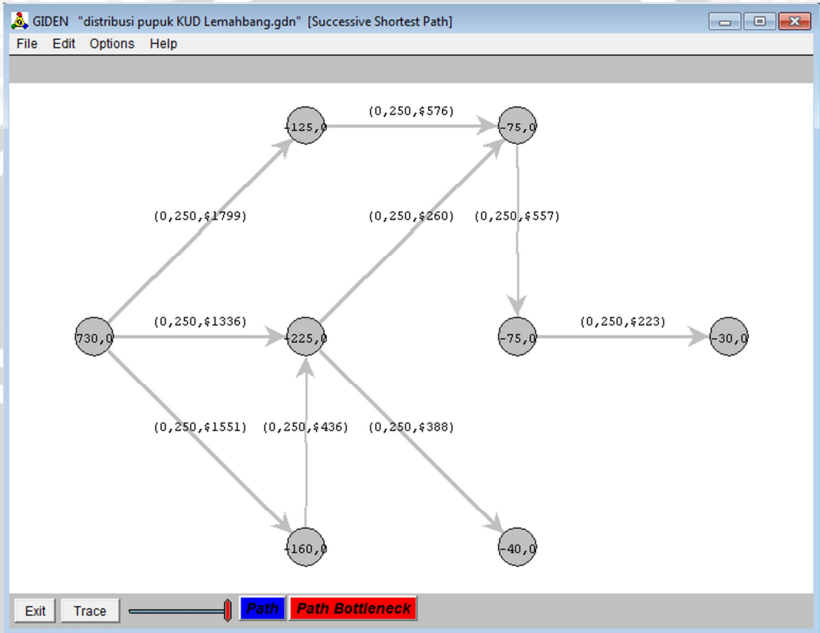
- Ahuja, R., dkk. 1993. *Network Flow Theory, Algorithms, and Applications*. New Jersey : Prentice-Hall, Inc.
- Astuti, Y, D. 2006. *Logika dan Algoritma*. Jakarta. Universitas Gunadarma.
- Bang-Jensen, J., and Gutin, G.Z. 2009. *Digraphs Theory, Algorithms and Applications. Second Edition*. London : Springer-Verlag.
- Donard, H. 2012. *Matematika Diskrit*. Medan. STMIK Triguna Dharma.
- Nilmada. M. 2002. *Graf dan Analisis Algoritma*. Jakarta. Universitas Gunadarma.
- Prabowo, F. 2012. *Penerapan Algoritma Cost Scaling pada Permasalahan Minimum Cost Flow dan Implementasinya Pada Program*. Universitas Negeri Malang.
- Radev, D. 2008. *Network Theory*. Columbia University. 6998-006.
- Rio, N. 2010. *Aplikasi Graf Berbobot dalam Menentukan Jalur Angkot (Angkutan Kota) Tercepat*. Institut Teknologi Bandung (ITB). 13510024.
- Rosen, K. H. 2000. *Hand Book of Discrete and Combinatorial mathematics*. Third Edition. New York : CRC Press LLC.
- Wilson, R. J and Watkins, J. J. 1989. *Graph an Introductory Approach a First Course in Discrete Mathematics*. Canada : John Willy and Sons, Inc.
- Yulianti, K. 2008. *Hand Out Mata Kuliah Teori Graph Jilid Satu*. Universitas Pendidikan Indonesia.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

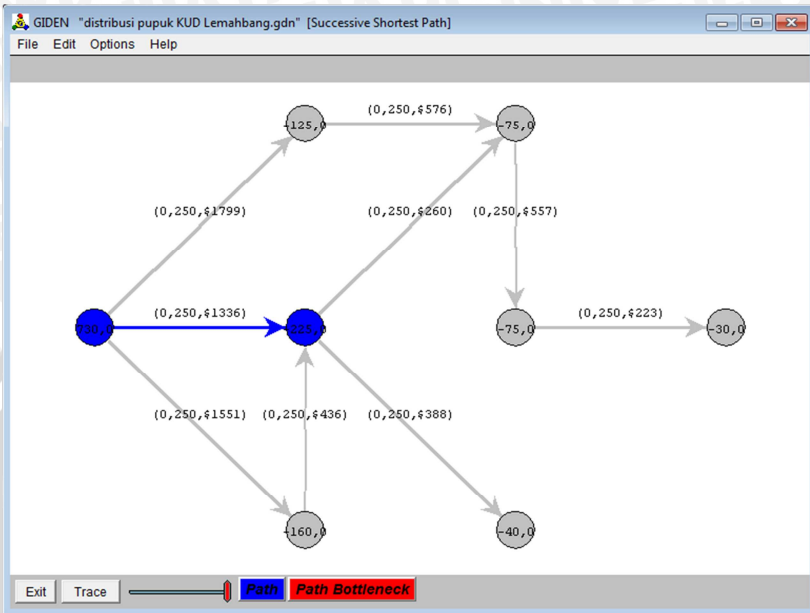


## LAMPIRAN

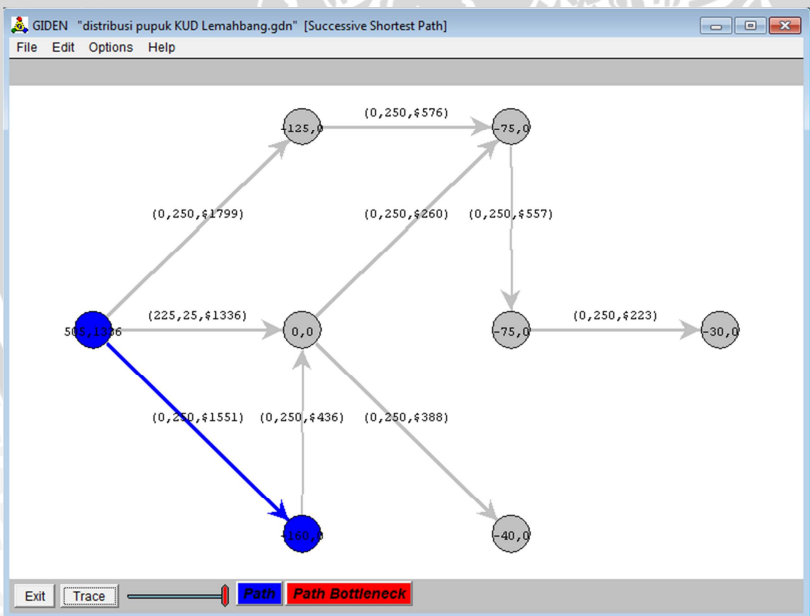
### Algoritma Lintasan Terpendek Berulang menggunakan program *Giden IV4a*.



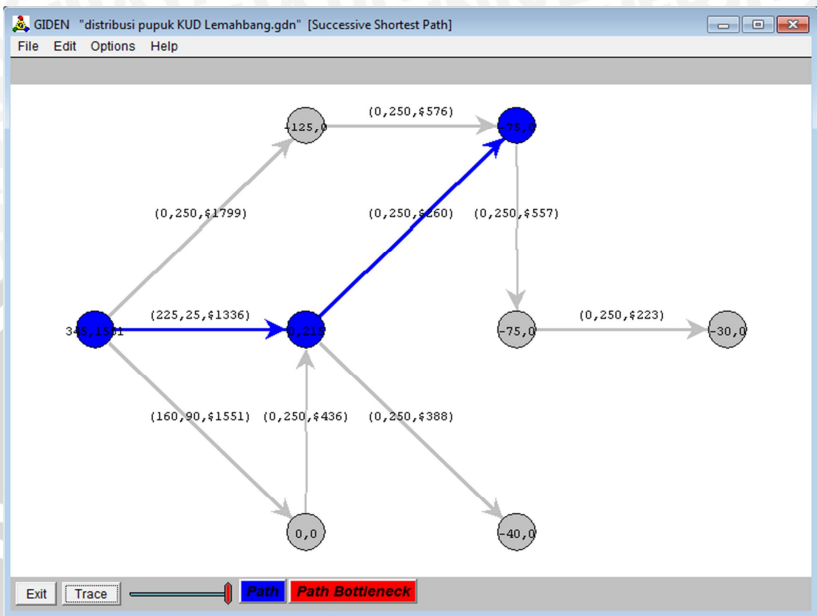
Lampiran 1. Jaringan Awal Pada Program *Giden IV4a*



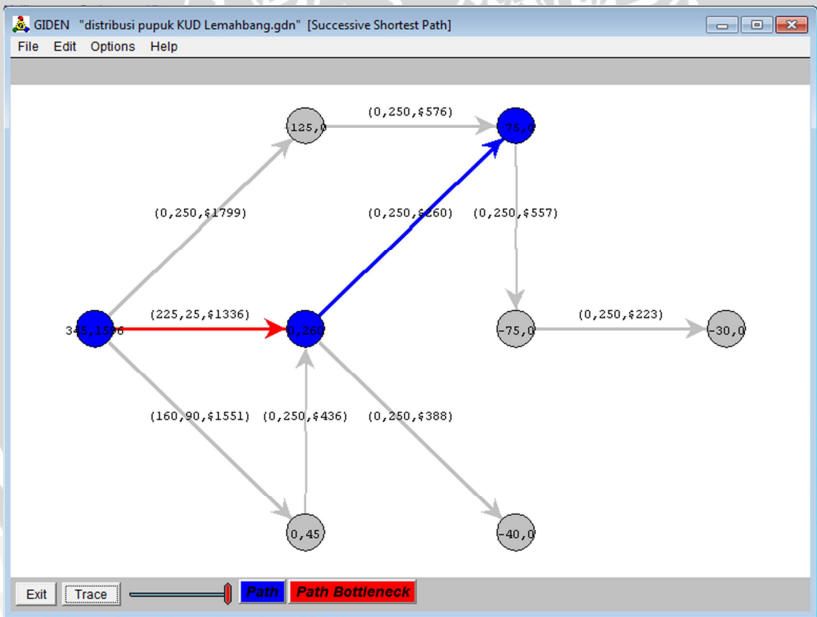
Lampiran 2. Jaringan Sisa Iterasi I Pada Program Giden IV4a



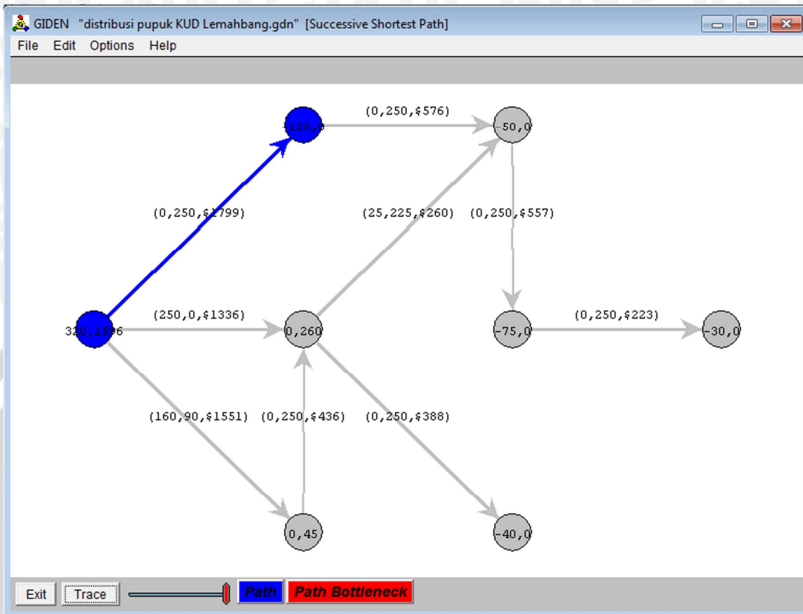
Lampiran 3. Jaringan Sisa Iterasi II Pada Program Giden IV4a



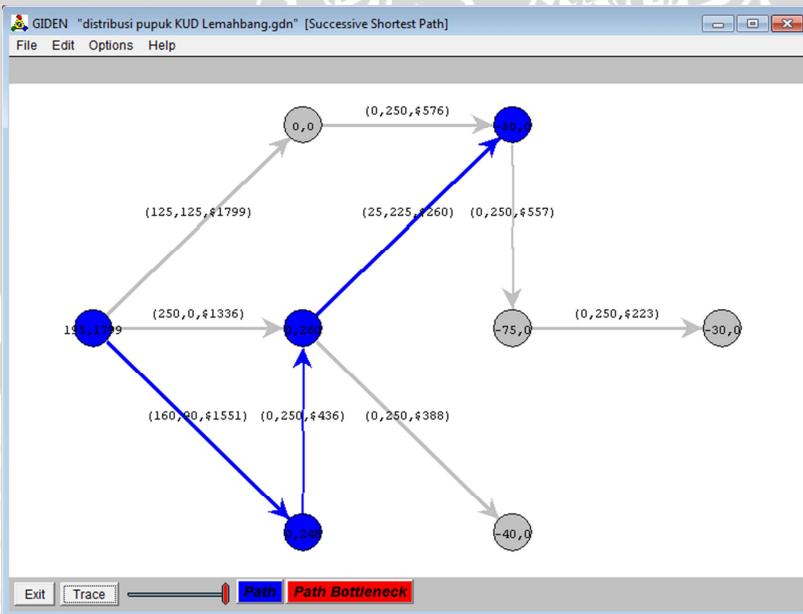
Lampiran 4. Jaringan Sisa Iterasi III Pada Program *Giden IV4a*



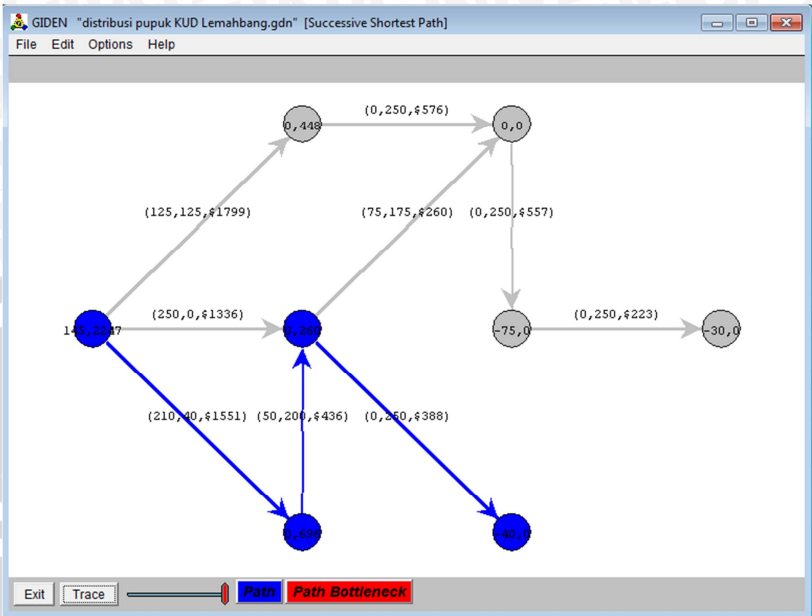
Lampiran 5. Jaringan Sisa Iterasi IV Pada Program *Giden IV4a*



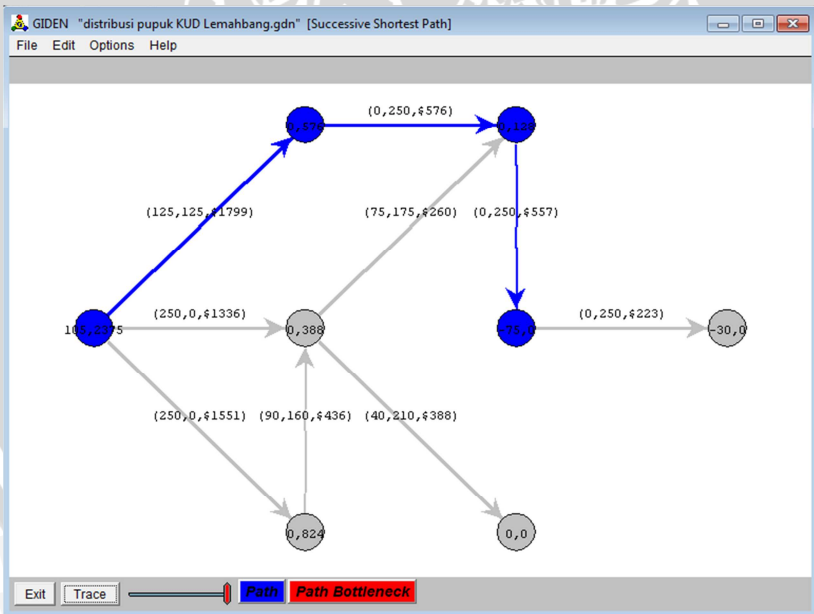
Lampiran 6. Jaringan Sisa Iterasi V Pada Program Giden IV4a



Lampiran 7. Jaringan Sisa Iterasi VI Pada Program Giden IV4a

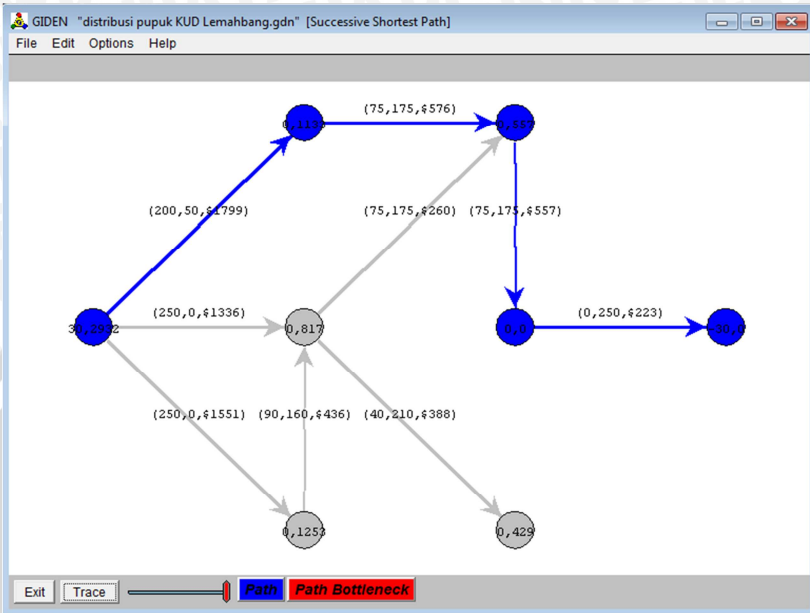


Lampiran 8. Jaringan Sisa Iterasi VII Pada Program Giden IV4a

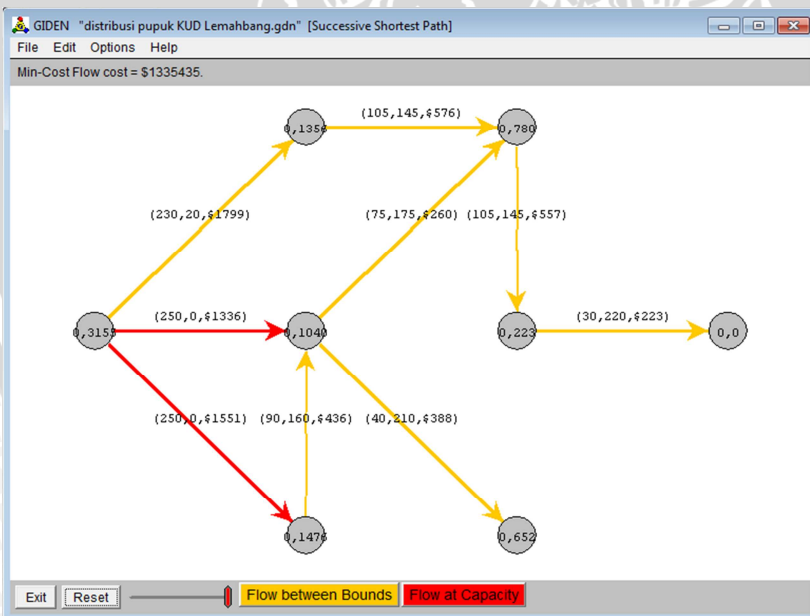


Lampiran 9. Jaringan Sisa Iterasi VIII Pada Program Giden IV4a





Lampiran 10. Jaringan Sisa Iterasi IX Pada Program Giden IV4a



Lampiran 11. Jaringan Sisa Iterasi X Pada Program Giden IV4a

**Kendaraan Truk Distribusi Pupuk KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan**



Lampiran 12. Kendaraan Truk I KUD Lemahbang



Lampiran 13. Kendaraan Truk II KUD Lemahbang

Lampiran 14. Data Distribusi Pupuk KUD Lemahbang, Sumber Rejo, Sukorejo, Pasuruan

DATA PENJUALAN DISTRIBUTOR KUD SUMBER REJO BULAN JUNI 2012											
Tanggal	Kios	Alamat				Jenis Pupuk (sak)				Jumlah (sak)	Total permintaan
		Prop.	Kab.	Kec.	Desa	ZA	SP36	PHONS	PGNK		
6/2/2012	Karmawun	Jatim	Pasuruan	Pohjentrek	Sungi Kulon	100	-	-	25	125	165
6/2/2012	Saprodi	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lemahbang		40	-	-	40	
6/9/2012	Mira Tani	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Glagahsari	60	60	60	-	180	320
6/9/2012	Saprodi	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lemahbang	-	-	35	-	35	
6/9/2012	Sukron Jaya	Jatim	Pasuruan	Prigen	Ketanireng	-	35	40	-	75	
6/9/2012	Kios ABA	Jatim	Pasuruan	Prigen	Lumbang Rejo	10	5	15	-	30	
6/12/2012	Maju Jaya	Jatim	Pasuruan	Pohjentrek	Susukan Rejo	140	-	20	-	160	245
6/12/2012	Mira Tani	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Glagahsari	20	10	-	15	45	
6/12/2012	Morse	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lemahbang	10	10	10	10	40	
6/20/2012	Karmawun	Jatim	Pasuruan	Pohjentrek	Sungi Kulon	100	40	-	-	140	300
6/20/2012	Mira Tani	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Glagahsari	40	40	40	-	120	
6/20/2012	Saprodi	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lemahbang	20	20	-	-	40	

6/22/2012	Usaha Tani	Jatim	Pasuruan	Pohjentrek	Sungai Wetan	80	-	80	50	210	210
6/25/2012	Sumber Tani	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lecari	160	-	-	-	160	160
6/27/2012	Sukron Jaya	Jatim	Pasuruan	Prigen	Ketanireng	-	60	20	-	80	195
6/27/2012	Saprodi	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lemahbang	-	-	-	50	50	
6/27/2012	Sumber Tani	Jatim	Pasuruan	Sukorejo	Lecari	40	-	-	25	65	

biaya pekerja(kuli) adalah Rp.375 / sak

biaya transportasi adalah Rp.2.000 / sak