PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING* UNTUK MENYELESAIKAN PERMASALAHAN TRANSPORTASI FUZZY

SKRIPSI

Oleh :

Mohammad Fardan T

0610940033-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2013

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING*

UNTUK MENYELESAIKAN PERMASALAHAN TRANSPORTASI FUZZY

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Oleh :
Mohammad Fardan T
0610940033-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING*
UNTUK MENYELESAIKAN PERMASALAHAN
TRANSPORTASI FUZZY

Oleh:
MOHAMMAD FARDAN T
0610940033

Setelah dipertahankan di depan majelis penguji
pada tanggal 22 Juli 2013
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam Bidang Matematika

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Prof. Dr. Marjono, M.Phil	**Dr. Sobri Abusini, MT.**
NIP.196211161988031004	**NIP.196012071988021001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, MSc.
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**:**	**Mohammad Fardan T**
NIM	**:**	**0610940033**
Jurusan	**:**	**Matematika**
Penulis Skripsi berjudul	**:**	**Pendekatan *Goal Programming* Untuk Menyelesaikan Permasalahan Transportasi Fuzzy**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi skripsi yang saya buat benar-benar karya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Nama-nama yang tercantum dalam skripsi ini semata-mata digunakan sebagai referensi.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 22 Juli 2013
Yang menyatakan,

(Mohammad Fardan T)
NIM. 0610940033

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING* UNTUK MENYELESAIKAN PERMASALAHAN TRANSPORTASI FUZZY

ABSTRAK

Pada skripsi ini penulis menyajikan masalah transportasi dengan kendala Non-Linear dimana penawaran dan permintaan bernilai fuzzy *trapezoidal* dan fungsi tujuan diasumsikan tujuan ganda (*goal programming).* Kemudian kendala non-linear, dilinearkan dengan mendefinisikan dan memberikan kendala tambahan. Pencarian solusi optimal dilakukan dengan menyelesaikan masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan menggunakan teknik progam *fuzzy*. Permasalahan akhir adalah memaksimalkan nilai keanggotaan keputusan (λ). Sehingga penerapan model *goal programming* pada permasalahan PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang dengan menggunakan fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* menghasilkan $\lambda = 1$. Dari hasil tersebut didapat bahwa biaya angkut yang dibutuhkan sebanyak Rp 626.000.000 dengan jumlah gula yang harus disuplai total sebanyak 35.500 ton.

Kata kunci : Program Linear, *Goal Programming*, Masalah Transportasi *Fuzzy*, Fungsi Keanggotaan Trapezoidal.

GOAL PROGRAMMING APPROACH FOR A FUZZY TRANSPORTATION PROBLEM

ABSTRACT

In this paper the author presents a problem of transportation with Non-Linear constraints where supply and demand are trapezoidal fuzzy valued and the objective function assumed a dual purpose. Then the non-linear constraints, will be in linearization by defining and providing additional constraints. Optimal solution of this problem obtained from solving linear programs with fuzzy and crisp constraints and applying fuzzy programming techniques. Optimal solution is done by solving the linear programming problem with fuzzy and crisp constraints and applying fuzzy programming technique. The final problem is increasing λ. So, the application of goal programming model on the problem PT. PG. Rajawali Baru I Krebet Bululawang using fuzzy trapezoidal membership function yielding $\lambda = 1$. Of the results using Lingo software, obtained that the cost of transport is needed as much as Rp 626.000.000 with the amount of sugar to be supplied a total of 35,500 tons.

Keywords : Linear Programming, Goal Programming, Fuzzy Transportation Problem, Trapezoidal Fuzzy Number.

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Marjono, M.Phil dan Dr. Sobri Abusini, M.T, selaku pembimbing I dan pembimbing II atas segala bimbingan, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Dr. Trisilowati, M.Sc. selaku dosen penasehat akademik atas segala nasihat yang telah diberikan selama ini.
3. **Drs. Marsudi, MS.,** selaku dosen penguji atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
4. Seluruh bapak/ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Ibunda Nur Aini atas segala doa, kasih sayang, dukungan, dan nasihat yang telah diberikan.
6. Setiani atas bantuannya dalam penulisan skripsi ini.
7. Teman–teman Matematika 2006, HMI Komisariat MIPA Brawijaya, dan Kos Parcux terutama Mego dan Irul atas bantuan yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran untuk perbaikan di masa mendatang. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, 22 Juli 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR NOTASI

C_{ij}	: biaya angkut per satuan barang dari sumber i ke tujuan j
X_{ij}	: satuan barang yang akan diangkut dari sumber i ke tujuan j
m	: jumlah pusat sumber
n	: jumlah pusat tujuan
μ_f	: fungsi keanggotaan
A_i	: jumlah yang disediakan untuk diangkut (jumlah *supplay*) di titik asal i
B_j	: jumlah yang diminta untuk didatangkan (jumlah permintaan) di titik tujuan j
DB_i	: variabel deviasional untuk menampung deviasi yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki
DA_i	: variabel deviasional untuk menampung deviasi yang berada di atas sasaran yang dikehendaki
a_i, b_i	: bilangan-bilangan tegas
λ	: tingkat keanggotaan maksimum
f^T	: fungsi tujuan
f_0	: nilai optimal batas bawah
f_1	: nilai optimal batas atas
$\widetilde{A_i}$	: jumlah yang disediakan untuk diangkut (*jumlah supplay*) di titik asal i dengan bernilai fuzzy
$\widetilde{B_j}$	: jumlah yang diminta untuk didatangkan (jumlah permintaan) di titik tujuan j dengan bernilai fuzzy
$\cong$	: bentuk *fuzzy*
Y_i	: anggaran biaya
P_k	: faktor prioritas
W_{ki}	: bobot yang diberikan terhadap suatu unit deviasi

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah transportasi klasik mengacu pada kelas khusus masalah pemrograman linear. Tipikal masalah transportasi ialah pengangkutan suatu produk dari sumber *m* ke tempat tujuan *n* dimana nilai masing-masing permintaan dan penawaran adalah $a_1, a_2, \ldots, a_m$ dan $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Selain itu terdapat *penalty* yang terkait dengan pengiriman produk dari sumber *m* ke tempat tujuan *n*. *Penalty* ini dapat berupa biaya pengiriman atau biaya keamanan pengiriman.

Parameter-parameter pada masalah transportasi adalah biaya, nilai permintaan (*demand*), dan nilai persediaan (*supply*). Namun, parameter-parameter ini tidak selalu diketahui, stabil dan pasti karena ketidakpastian inilah muncul istilah *fuzzy*, sehingga untuk mendapatkan solusi dari permasalahan ini, penulis menggunakan operasi himpunan *fuzzy*. Pada skripsi ini, besarnya biaya ditetapkan secara eksak, sedangkan nilai permintaan dan nilai persediaan masih belum diketahui dengan jelas.

Konsep dari teori *fuzzy* pertama kali dikenalkan oleh L.A. Zadeh pada tahun 1965 dalam bukunya *Fuzzy Sets, Inform and Cotrol*. Dimana, dijelaskan bahwa konsep dari teory *fuzzy* digunakan untuk menyelesaikan masalah program linear yang kemudian dilanjutkan oleh Zimmermann dengan memperkenalkan program linear *fuzzy*. Dalam program linear *fuzzy* digunakan fungsi keanggotaan linear. Program linear *fuzzy* kemudian berkembang menjadi metode optimisasi *fuzzy* untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan koefisien biaya tegas, dengan permintaan dan penawaran bernilai *fuzzy*.

Masalah program linear kerap muncul dalam masalah pengambilan keputusan. Namun, model program linear tidak mampu menyelesaikan kasus-kasus pemrograman linear yang memiliki lebih dari satu tujuan yang hendak dicapai. Sehingga, diperlukan membuat kumpulan tujuan yang dapat menghasilkan solusi yang dapat diterima dan mampu meminimalkan. Banyak kejadian dimana pengambil keputusan akan membuat keputusan dari suatu permasalahan, dengan satu tujuan. Tetapi banyak pula kejadian yang tujuannya tidak dapat dicapai dengan satu tujuan, maka akan diperkenalkan model *goal programming*.

Tujuan pertama pada masalah transportasi *fuzzy* yaitu untuk meminimumkan jarak antara tujuan atau sasaran yang telah ditetapkan sehingga mampu meminimumkan biaya transportasi. Tujuan kedua yaitu menginginkan anggaran biaya berada pada interval tertentu agar jumlah produk yang diangkut dapat maksimal. Kendala yang terkait dengan masalah tersebut adalah jumlah persediaan produk dan jumlah permintaan produk yang masih belum diketahui secara pasti. Hasil yang diperoleh dengan model pendekatan *goal programming* tersebut dapat dibentuk fungsi keanggotaan dan selanjutnya dicari derajat optimalitas yang menggambarkan tingkat kepuasan bagi para pembuat keputusan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang sebelumya, maka dapat dirumuskan permasalahan dari penulisan skripsi ini yaitu :

1. Bagaimana model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan *trapezoidal* untuk masalah transportasi *fuzzy* ?
2. Bagaimana penerapan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan *trapezoidal* untuk masalah transportasi *fuzzy* ?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini yaitu :

1. Merumuskan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan *trapezoidal* untuk masalah transportasi *fuzzy*.
2. Menerapkan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan *trapezoidal* untuk masalah transportasi *fuzzy*.

1.4 Batasan Masalah

Dalam penulisan ini, penulis hanya membatasi *fuzzy* transportasi dengan setiap bilangan *fuzzy*-nya mempunyai fungsi keanggotaan *trapezoidal* yang akan diselesaikan dengan pendekatan program tujuan ganda.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Program Linear

Menurut Marwan dkk (1983), program linear (PL) yang dalam bahasa Inggris disebut *linear programming,* adalah suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal. Masalah tersebut timbul apabila seseorang diharuskan untuk memilih atau menetukan tingkat setiap kegiatan yang akan dilakukannya, dimana masing-masing kegiatan membutuhkan sumber yang sama sedangkan jumlahnya terbatas.

Tujuan dari program linear ini yaitu menemukan beberapa kombinasi alternatif pemecahan masalah, kemudian dipilih mana yang terbaik di antaranya dalam rangka menyusun strategi dan langkah-langkah kebijakan lebih lanjut tentang alokasi sumber daya dan dana yang terbatas guna mencapai tujuan atau sasaran yang diinginkan secara optimal.

Penekanan dari program linear disini adalah pada alokasi optimal atau kombinasi optimum, artinya suatu langkah kebijakan yang pertimbangannya dari segala segi untung dan rugi secara baik, seimbang dan serasi. Atau, dalam bahasa lain yang berdaya-guna (efisien) dan berhasil-guna (efektif). Alokasi tersebut berupa memaksimumkan dan meminimumkan fungsi tujuan yang memenuhi persyaratan-persyaratan yang dikehendaki oleh syarat-ikatan (kendala) dalam bentuk ketidaksamaan linear (Nasendi dan Anwar 1985).

Dalam penyusunan/perumusalah masalah program linear ini, diperlukan hal-hal berikut (Nasendi dan Anwar 1985),

1. Tujuan

   Apa yang menjadi tujuan permasalahan yang dihadapi yang ingin dipecahkan dan dicari jalan keluarnya. Tujuan ini harus jelas dan tegas yang disebut fungsi tujuan. Fungsi tujuan tersebut dapat berupa dampak positif, manfaat-manfaat, keuntungan-keuntungan, dan kebaikan-kebaikan yang ingin dimaksimumkan, atau dampak negatif, kerugian-kerugian risiko-risiko, biaya-biaya, jarak, waktu, dan sebagainya yang ingin diminimumkan.

2. Alternatif Perbandingan
   Harus ada sesuatu atau berbagai alternatif yang ingin diperbandingkan, misalnya antara kombinasi waktu tercepat dan biaya tertinggi dengan waktu terlambat dan biaya terendah atau antara alternatif padat modal dengan padat karya atau antara kebijakan A dengan B atau antara proyeksi permintaan tinggi dengan rendah dan seterusnya.
3. Sumber daya
   Sumber daya yang dianalisis harus berada dalam keadaan yang terbatas.Misalnya, keterbatasan waktu, keterbatasan biaya, keterbatasan tenaga, keterbatasan luas tanah, keterbatasan ruangan, dan lain-lain. Keterbatasan dalam sumber daya tersebut dinamakan sebagai kendala atau syarat ikatan.
4. Perumusan kuantitatif
   Fungsi tujuan dan kendala tersebut harus dapat dirumuskan secara kuantitatif dalam apa yang disebut model matematika.
5. Keterkaitan peubah
   Peubah-peubah yang membentuk fungsi tujuan dan kendala tersebut harus memiliki hubungan fungsional atau hubungan keterkaitan. Hubungan keterkaitan tersebut dapat diartikan sebagai hubungan yang saling mempengaruhi, hubungan interaksi, interdependensi, timbal-balik, saling menunjang, dan sebagainya.

2.2 Model Program Linear

Menurut Agustini dan Rahmadi (2004), suatu model dikatakan model linear apabila fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala tersebut harus berupa fungsi yang linear, baik dalam bentuk persamaan maupun ketidaksamaan pada variabel-variabel keputusannya.

Menurut Siswanto (2006), suatu model program linear harus mempunyai tiga unsur utama, yaitu:

1. Variabel keputusan
   Variabel keputusan adalah variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Di dalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.

2. Fungsi tujuan
   Dalam model pemrograman linear, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan ke dalam sebuah fungsi matematika linear. Selanjutnya, fungsi itu dimaksimumkan atau diminimumkan terhadap kendala-kendala yang ada.
3. Fungsi kendala
   Fungsi kendala adalah fungsi matematika yang mengendalikan nilai variabel keputusan atau suatu pembatas terhadap kumpulan keputusan yang dibuat dan dituangkan ke dalam fungsi matematika linear.

Selain tiga unsur utama diatas, terdapat empat asumsi dasar yang terkandung dalam model program linier, yaitu :

1. *Divisibility* (dapat dibagi)
   Asumsi ini menyatakan bahwa variabel dalam program linear tidak harus berupa bilangan bulat (*integer*), asalkan dapat dibagi secara tak terbatas (*infinitely divisible).*
2. *Non negativity* (tidak negatif)
   Masalah yang diselesaikan dengan program linear harus diasumsikan bahwa variabelnya bernilah lebih besar atau sama dengan nol (≥ 0). Dimana, sayart tidak negatif ini dinyatakan dalam fungsi kendala $X_j \geq 0$, dimana X_j adalah variabel-variabel dalam model program linear dan $j = 1, 2, 3,$ ..... Sehingga hasil yang didapat lebih masuk akal.
3. *Certainty* (kepastian)
   Asumsi kepastian menyatakan bahwa kasus program linear harus berada dalam kondisi *decision-making under certainty,* artinya semua parameter dari variabel keputusan diketahui sebelumnya.
4. *Linearity* (linearitas)
   Asumsi ini membatasi bahwa fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala harus berbentuk linear.

Jika keempat asumsi dasar ini terenuhi, maka dapat dipastikan model tersebut adalah model programasi linier dan karenanya maslah tersebut dapat diselesaikan dengan metode program linier.

Bentuk umum pemrograman linear adalah sebagai berikut :
Fungsi tujuan :
Maksimumkan atau minimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
Kendala :

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= / \leq / \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= / \leq / \geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= / \leq / \geq b_m \\ x_1, x_2, \ldots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Bentuk di atas juga dapat ditulis sebagai berikut :
Fungsi tujuan :
Maksimum dan minimumkan :

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j\, x_j$$

Kendala : (2.2)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \ \leq atau\ \geq b_i \text{ untuk } i = 1,2,\ldots,m$$

Dan $x_j \geq 0$, $j = 1, 2, \ldots, n$

Simbol x_1, x_2, …, x_n menunjukkan variabel keputusan. Jumlah variabel keputusan oleh karenanya tergantung dari jumlah kegiatan atau aktivitas yang dilakukan untuk mencapai tujuan. Simbol $c_1,c_2,\ldots,c_n$ merupakan kontribusi masing-masing variabel keputusan terhadap tujuan, disebut juga koefisien fungsi tujuan pada model matematiknya. Simbol $a_{11},\ldots,a_{1n},\ldots,a_{mn}$ merupakan penggunaan per-unit variabel keputusan akan sumber daya yang membatasi, atau disebut juga sebagai koefisien fungsi kendala pada model matematiknya. Simbol b_1, b_2, …, b_n menunjukkan jumlah masing-masing sumber daya yang ada. Jumlah fungsi kendala akan tergantung dari banyaknya sumber daya yang terbatas.

Pertidaksamaan terakhir (x_1, x_2, …, $x_n \geq 0$) menunjukkan batasan non negatif. Membuat model matematik dari suatu permasalahan bukan hanya menuntut kemampuan metematik tapi juga menuntut seni pemodelan. Menggunakan seni akan membuat pemodelan lebih mudah dan menarik.

2.3 Goal Programming

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), *goal programming* merupakan modifikasi atau variasi khusus dari program linear yang sudah dikenal. Analisis *goal programming* bertujuan untuk meminimumkan jarak antara atau *deviasi* terhadap tujuan, target atau sasaran yang telah ditetapkan dengan usaha yang dapat ditempuh untuk mencapai target atau tujuan tersebut secara maksimal.

Di dalam model program linear kita mengenal variabel *slack* yang terdapat pada fungsi kendala yang berupa pembatas dan variabel *surplus* pada fungsi kendala yang berupa syarat. Kehadiran kedua variabel itu dalam penyelesaian suatu kasus pemrograman linear adalah untuk menampung kelebihan atau kekurangan nilai ruas kiri suatu fungsi kendala agar sama dengan nilai ruas kanannya.

Nilai variabel *slack* atau *surplus* sangat tergantung kepada hasil penyelesaian optimal. Atau, dapat dikatakan bahwa variabel *slack* dan *surplus* sama sekali tidak bisa dikendalikan di dalam penyelesaian sebuah kasus program linear.

Pada dasarnya, variabel-variabel di dalam program linear yang mempunyai karakteristik mirip dengan variabel *slack* dan *surplus*, dan berada di dalam suatu persamaan kendala, maka pengendalian terhadap variabel tersebut di dalam fungsi tujuan berarti pengendalian terhadap nilai ruas kiri persamaan kendala tersebut. Jadi, kita bisa mengendalikan nilai ruas kiri suatu kendala agar sama dengan nilai ruas kanannya dengan cara mengendalikan variabel tersebut (Siswanto, 2006).

2.4 Model Goal Programming

Setiap model *goal programming* terdiri dari tiga komponen, yaitu fungsi tujuan, kendala tujuan, dan kendala non negatif.

Menurut Mulyono (1991), ada tiga jenis fungsi tujuan dalam *goal programming*, yaitu :

1. Fungsi tujuan yang digunakan jika variabel simpangan dalam suatu masalah tidak dibedakan menurut prioritas atau bobot.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} (DA_i + DB_i) \tag{2.3}$$

2. Fungsi tujuan dimana urutan tujuan diperlukan, tetapi variabel simpangan di dalam setiap tingkat prioritas memiliki kepentingan yang sama.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} P_k(DA_i + DB_i) \quad , k = 1,2, \dots , K \tag{2.4}$$

3. Tujuan-tujuan diurutkan dan variabel simpangan pada setiap tingkat prioritas dibedakan dengan menggunakan bobot yang berlainan.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} W_{ki} P_k(DA_i + DB_i) \quad , k = 1,2, \dots , K \tag{2.5}$$

Keterangan :
DB_i adalah variabel deviasional untuk menampung deviasi negatif
DA_i adalah variabel deviasional untuk menampung deviasi positif
X_j adalah variabel keputusan ke-j.
b_i adalah sumber daya yang terbatas (nilai sebelah kanan kendala ke-i)
a_{ij} adalah koefisien teknologi peubah pengambilan keputusan dalam kendala ke-i
P_k adalah urutan prioritas
W_{ki} adalah timbangan atau bobot yang diberikan terhadap suatu unit deviasi.

Menurut Mulyono (1991), sebelum merumuskan model diperlukan beberapa asumsi yaitu :

1. Additivitas dan linearitas
   Diasumsikan bahwa proporsi penggunaan b_i yang ditentukan oleh a_{ij} harus tetap benar tanpa memperhatikan nilai solusi X_j yang dihasilkan.
2. Divisibilitas
   Diasumsikan bahwa nilai-nilai X_j, DB_i, DA_i yang dihasilkan dapat dipecah. Artinya, dapat menyelesaikan jumlah pecahan nilai X_j dan menggunakan jumlah pecah sumber daya dalam solusi itu.
3. Terbatas
   Diasumsikan bahwa nilai X_j, DB_i, DA_i yang dihasilkan harus terbatas. Artinya, tidak dapat memiliki nilai variabel keputusan, sumber daya, atau penyimpangan tujuan yang tak terbatas.

2.5 Logika *Fuzzy*

Fuzzy berarti samar, kabur atau tidak jelas. *Fuzzy* adalah istilah yang dipakai oleh Lotfi A Zadeh pada bulan Juli 1964 untuk menyatakan kelompok/himpunan yang dapat dibedakan dengan kelompok lain berdasarkan derajat keanggotaan dengan kabur(Suratno,2011).

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2003), ada beberapa alasan mengapa logika fuzzy banyak digunakan, antara lain :

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran *fuzzy* sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

2.6 Himpunan F*uzzy*

Menurut Suratno (2011), didalam teori himpunan klasik dinyatakan suatu objek adalah anggota (ditandai dengan “1”) atau bukan anggota (ditandai dengan “0”) dari suatu himpunan dengan batas keanggotaan yang jelas/tegas (*crips*). Namun dalam teori himpunan fuzzy memungkinkan derajat keanggotaan (*member of degree*) suatu objek dalam himpunan untuk menyatakan peralihan keanggotaan secara bertahap dalam interval antara “0” dan “1” atau ditulis [0 1].

Himpunan *fuzzy* A dalam semesta *X* atau dapat ditulis Ã biasanya dinyatakan sebagai pasangan berurutan dari elemen *x* dan mempunyai derajat keanggotaan :

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) / x \in X\} \quad (2.6)$$

Dimana :

Ã = Notasi himpunan fuzzy
X = Semesta pembicaraan
x = Elemen generik dari *X*
$\mu_{\tilde{A}}(x)$ = Derajat keanggotaan dari x (nilai antara 0 dan 1)

Himpunan *fuzzy* memiliki dua atribut, yaitu :

1. Linguistik yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami.
2. Numeris yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu:

1. Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dari suatu system *fuzzy*.
2. Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.
3. Semesta pembicaraan yaitu keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*.Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif.
4. Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

2.7 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1(Kusumadewi dan Purnomo, 2004). Menurut Suratno (2011), fungsi keanggotaan (membership function) dari himpunan fuzzy dapat disajikan dengan dua cara yaitu numeric dan fungsional. Secara numeric himpunan fuzzy disajikan dalam bentuk gabungan derajat keanggotaan tiap–tiap elemen pada semesta pembicaraan yang dinyatakan sebagai:

$$\tilde{A} = \sum \mu_{\tilde{A}}(u_i) / u_I$$

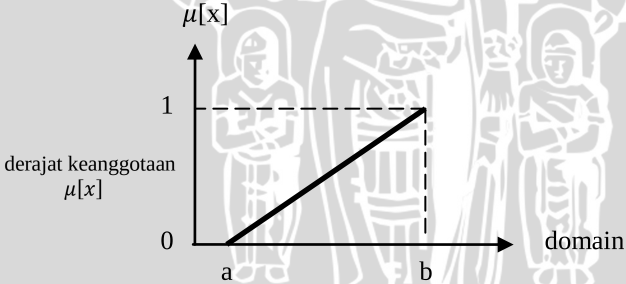
Secara fungsional himpunan fuzzy disajikan dalam bentuk persamaan matematis sehingga untuk mengetahui derajat keanggotaan dari masing-masing elemen dalam semesta pembicaraan memerlukan perhitungan. Fungsi keanggotaan yang biasanya digunakan dalam logika fuzzy adalah:

1. Representasi linier

Pada representasi linier, pemetaan input ke derajat keanggotaanya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling seerhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekatkansuatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linier, yaitu:

a. Representasi linier naik

Kenaikan himpunan *fuzzy* dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.



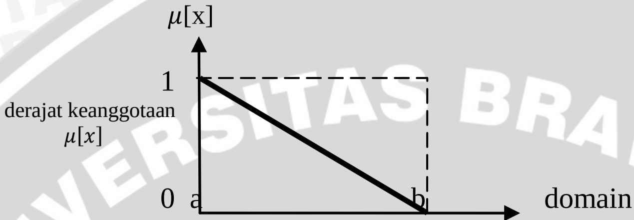
Gambar 2.1 Representasi linear naik

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x > b \end{cases} \tag{2.7}$$

b. Representasi Linear Turun

Kebalikan dari representasi yang pertama, garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.



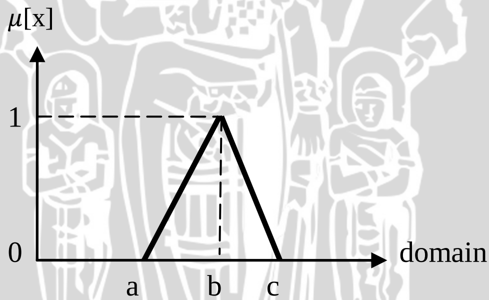
Gambar 2.2 Representasi linear turun

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \mu[x] = \begin{cases} 0, & x > b \\ \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x < a \end{cases} \tag{2.8}$$

2. Representasi Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara dua garis (linear).



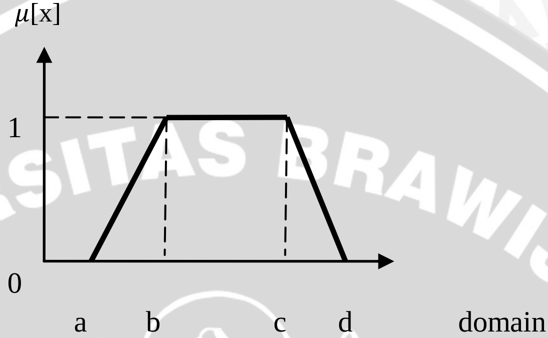
Gambar 2.3 Representasi kurva segitiga

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x < a \; atau \; x > c \\ \frac{x-a}{b-a} & ; a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & ; b \leq x \leq c \end{cases} \tag{2.9}$$

3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Trapesium pada dasarnya seperti bentuk sgeitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.



Gambar 2.4 Representasi kurva *trapezoidal*

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; \ x < a \text{ atau } x > d \\ \frac{x-a}{b-a} \quad ; a \le x < b \\ 1 \quad ; b \le x \le c \\ \frac{d-x}{d-c} \quad ; c < x \le d \end{cases} \tag{2.10}$$

2.8 Metode Transportasi

Masalah transportasi adalah model-model riset operasional untuk memecahkan permasalahan alokasi sumber daya organisasi (seperti modal, waktu penyelesaian pekerjaan, kapasitas mesin, bahan baku, tenaga kerja, dan lain sebagainya) yang terbatas. Kasus transportasi timbul ketika kita mencoba menentukan carapengiriman (distribusi) suatu jenis barang dari berbagai sumber (lokasi penawaran) ke beberapa tujuan (lokasi permintaan) yang dapat meminimumkan biaya (Agustini dan Rahmadi, 2004).

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), model umum persoalan transportasi dilandasi pada asumsi-asumsi berikut.

1. Suatu produk yang ingin diangkat tersedia dalam jumlah yang tetap dan diketahui.
2. Produk akan dikirim melalui jaringan transportasi yang ada dengan memakai cara pengangkutan tertentu dari pusat pengadaan ke pusat permintaan.

3. Jumlah permintaan di pusat permintaan diketahui dalam jumlah tertentu dan tetap.
4. Ongkos angkutan per unit produk yang diangkut diketahui, sehingga tujuan meminimumkan biaya total angkutan dapat tercapai.

2.9 Model Matematika Transportasi

Menurut Siswanto (2006), model transportasi menggunakan sarana sebuah matriks untuk memberikangambaran mengenai kasus distribusi. Sebuah matriks transportasi memiliki *m* baris dan *n* kolom.

Tabel 2.1 Matrik Transportasi

SUMBER	TUJUAN				Kapasistas sumber per periode
	T_1	T_2	…….	T_4	
S_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	…….	C_{1n} X_{1n}	s_1
S_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	…….	C_{2n} X_{2n}	s_2
S_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	…….	C_{mn} X_{mn}	s_3
Kebutuhan tujuan per periode	t_1	t_2	…….	t_n	$\sum s_1$ $\sum t_j$

Sumber-sumber belajar pada baris ke-1 hingga ke-*m*, sedang tujuan-tujuan berbanjar pada kolom ke-1 hingga ke-n. Dengan demikian,

X_{ij}: satuan barang yang akan diangkut dari sumber *i* ke tujuan *j*.
b_{ij}: biaya angkut per satuan barang dari sumber *i* ke tujuan *j*.

sehingga secara matematis,

$$Min\,Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}X_{ij}$$

dengan kendala, (2.11)

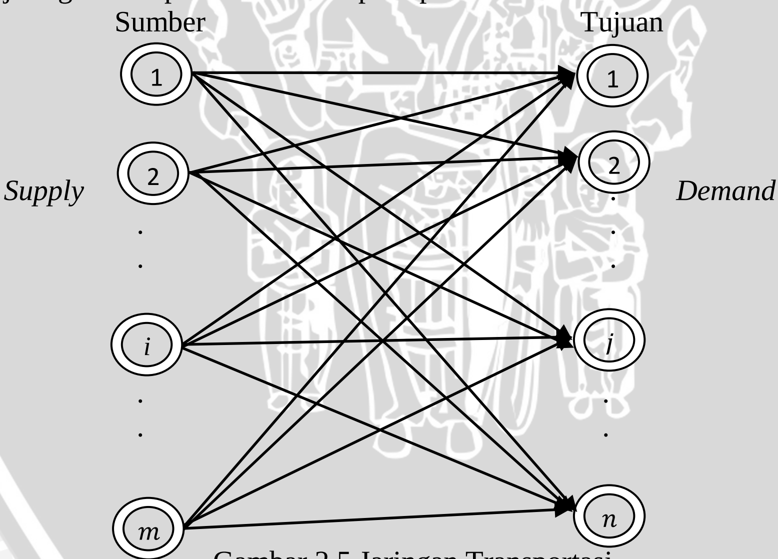
$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = S_i \qquad ;\text{untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = T_j \qquad ;\text{untuk } j = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0$$

Penyelesaian persoalan ini akan menghasilkan X_{ij} optimal yaitu X_{ij} yang akan memenuhi (2.4) dan (2.5) serta membuat (2.1) minimum. Dengan kata lain, X_{ij} optimal adalah distribusi optimal yang akan menimumkan biaya distribusi total.

Masalah transportasi dapat diilustrasikan sebagai suatu model jaringan transportasi umum seperti pada Gambar 2.4 berikut.



Gambar 2.5 Jaringan Transportasi

Dalam kasus transportasi, jumlah sel isi dalam suatu penyelesaian harus sama dengan $(m + n - 1)$, dimana m adalah jumlah baris dan

n adalah jumlah kolom. Namun ada situasi dimana aturan ini tidak terpenuhi (Agustini dan Rahmadi, 2004).

Ada dua kemungkinan yang akan muncul sebagai konsekuensi logis dari aturan tersebut yaitu :

1. Degenerasi

Gejala degenerasi muncul bila jumlah sel yang terkena alokasi distribusi lebih kecil dari aturan $(m + n - 1)$ atau terjadi kekurangan sel yang terkena alokasi distribusi. Sebagai jalan keluar adalah alokasi distribusi semu pada sel yang belum terisi agar aturan $(m + n - 1)$ terpenuhi. Dalam hal ini, alokasi distribusi semu itu adalah alokasi distribusi yang sangat kecil.

2. Redundansi

Gejala redundansi muncul bila jumlah sel yang terkena alokasi distribusi lebih besar dari $(m + n - 1)$ atau terjadi kelebihan sel yang terkena alokasi distribusi. Sebagai jalan keluarnya adalah pemindahan atau penggabungan alokasi distribusi ke sel yang lain sedemikian rupa sehingga aturan $(m + n - 1)$ terpenuhi (Siswanto, 2006).

2.10 Model Transportasi *Fuzzy*

Model transportasi pada dasarnya memiliki parameter-parameter seperti pada formulasi linier programming yang lain. Namun, parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti, sehingga diperlukan operasi himpunan fuzzy untuk mendapatkan parameter-parameter tersebut.

Masalah transportasi *fuzzy* dapat dirumuskan sebagai berikut.

Fungsi Tujuan

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \tilde{X}_{ij}$$

Dengan kendala (2.12)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong \tilde{A}_i; \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong \tilde{B}_j; \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ dan integer.}$$

BAB III
METODOLOGI

3.1 Pendekatan penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan deskriptif-kuantitatif. Metode deskriptif adalah pencarian fakta dengan interpretasi yang tepat, yang mana bertujuan untuk membuat gambaran mengenai situasi atau kejadian, sehingga metode ini berkehendak mengadakan akumulasi pada data dasar. Model kuantitatif merupakan model keputusan yang banyak dituntut menggunakan angka. Mulai dari menumpulkan data, penafsiran terhadap data dan penampilan dari hasilnya. Sehingga dalam pemahaman akan kesimpulan penelitian akan lebih baik jika disertai dengan table, grafik, bagan, gambar atau tampilan lain.

3.2 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari data sekunder, yaitu data yang diperoleh atau dikumpulkan dari sumber-sumber yang telah ada. Data itu biasanya diperoleh dari perusahaan atau dari laporan-laporan peneliti terdahulu. Data sekunder disebut juga data tersedia. Data yang dibutuhkan dalam analisis data yaitu :

1. Jumlah produk yang tersedia
2. Jumlah produk yang dibutuhkan
3. Biaya distribusi per unit dari lokasi sumber ke lokasi tujuan
4. Anggaran yang tersedia

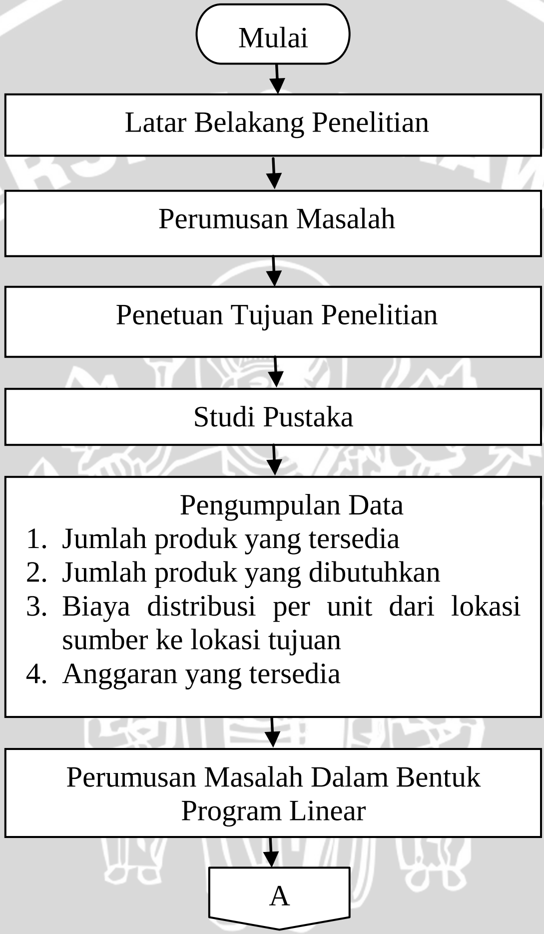
3.3 Metode Pengolahan Data

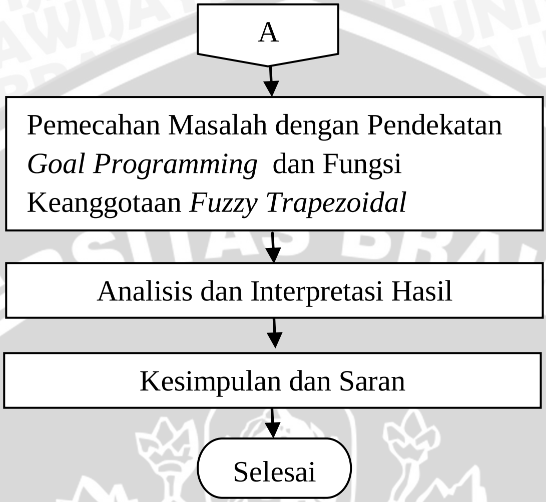
Metode yang digunakan dalam pengolahan data adalah metode pendekatan *goal programming*. Metode ini digunakan untuk meminimumkan penyimpangan agar dihasilkan biaya total distribusi minimum dengan anggaran yang tersedia sehingga jumlah produk yang diangkut maksimal.

a. Input untuk model *goal programming* adalah biaya distribusi per unit, jumlah permintaan dan jumlah persediaan yang bernilai *fuzzy* dan anggaran yang tersedia.
b. Output untuk model pendekatan *goal programming*, memberikan indikasi berapa jumlah permintaan dan jumlah persediaan agar

biaya total transportasi minimum dengan derajat kepuasan yang maksimum.

3.4 Langkah-Langkah Penelitian

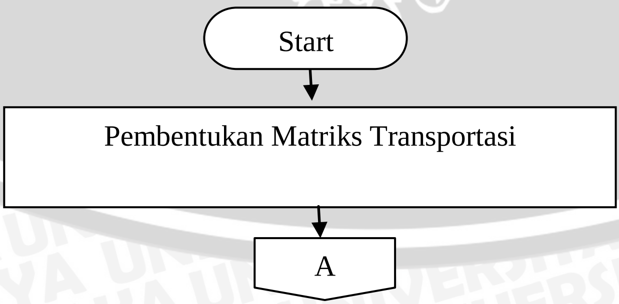


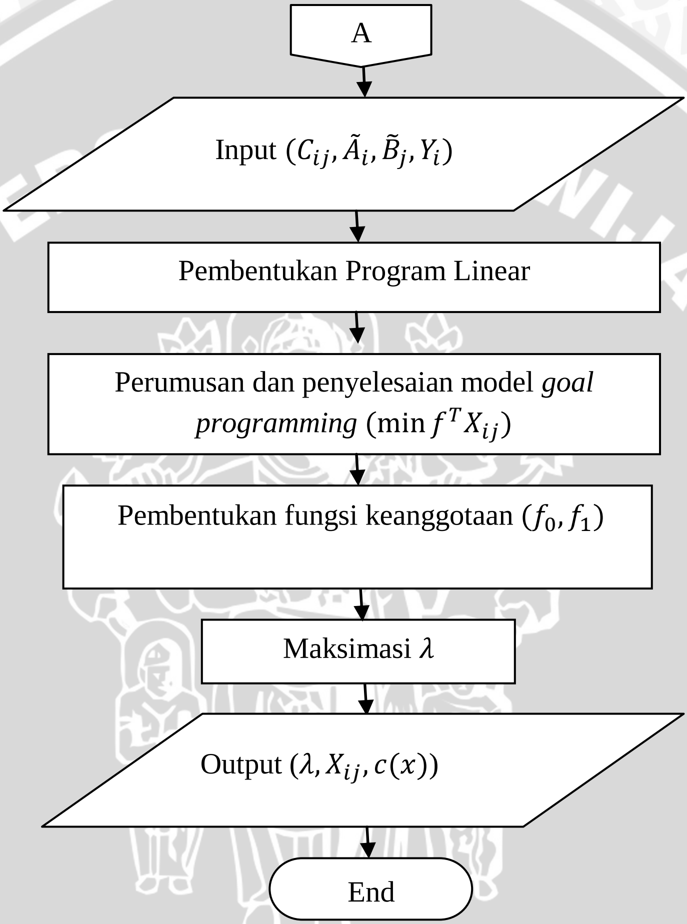


Gambar 3.1 Langkah-Langkah Penelitian

3.5 Analisis Data

Data yang diperoleh pada pengumpulan data selanjutnya diolah dan dianalisa. Data tersebut dibentuk dalan sebuah matriks transportasi sehingga dapat membentuk data tersebut menjadi permasalahan program linear. Proses selanjutnya berupa pendekatan *goal programming* sehingga dapat menghasilkan hasil yang diinginkan. Pendekatan *goal programming* disini diawali dengan pembentukan fungsi tujuan dan linearisasi kendala tujuan. Kemudian dibentuk solusi representatif sehingga menghasilkan fungsi keanggotaan yang baru. Rinician dari proses analisi data dapat dilihat dalam bentuk flowchart berikut.





Gambar 3.2 Skema Analisis Data

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Masalah Linear Programming Pada Transportasi

Terdapat beberapa parameter pada masalah transportasi, yaitu biaya, jumlah permintaan dan jumlah persediaan. Parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti, sehingga digunakan operasi himpunan *fuzzy* untuk mendapatkan solusinya. Pada skripsi ini besarnya biaya transportasi sudah diketahui, sedangkan jumlah permintaan dan persediaan tidak diketahui secara jelas atau bernilai *fuzzy*.

Masalah transportasi *fuzzy* memiliki kesamaan dengan permasalahan transportasi biasa, yaitu produk yang diangkut dari m sumber ke n tujuan dengan kapasitas masing-masing $a_1, a_2, \dots, a_m$ dan $b_1, b_2, \dots, b_n$. Terdapat pula C_{ij} yang merupakan biaya angkut per satuan barang dari sumber i ke tujuan j. Dalam kasus ini, $X_{ij}, a_i, dan\ b_j$ dicirikan oleh fungsi keanggotaan *trapezoidal*. Variabel X_{ij} merupakan kuantitas yang tidak diketahui untuk dikirim dari sumber i ke tujuan j.

Pada Gambar 2.4 ditunjukkan kurva trapezoidal yang mempunyai fungsi keanggotaan berupa :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; \ x < a_1 \ atau \ x > a_3 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & ; a_1 \leq x < a_2 \\ 1 & ; a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & ; a_3 < x \leq a_4 \end{cases} \tag{4.1}$$

Fungsi keanggotaan didefinisikan pada selang $0 \leq \mu(x) \leq 1$, dimana selang ini dipilih karena jumlah persediaan dan jumlah permintaan bernilai *fuzzy* segitiga yaitu $(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4})$ dan $(b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{i4})$. Dari gambar dan fungsi keanggotaan yang telah ada maka jumlah persediaan dan permintaan bersifat monoton naik menuju ke 1 jika masing-masing kurang dari a_{i2} dan b_{j2} dan sebaliknya jumlah persediaan dan permintaan bersifat monoton turun dari 1 jika masing-masing lebih dari a_{i3} dan b_{j3}. Nilai keanggotaan 1 terjadi lebih dari satu titik atau ketika jumlah permintaan dan persediaan berada pada selang $a_{i2} \leq x \leq a_{i3}$ dan $b_{i2} \leq x \leq b_{i3}$.

Dari persamaan (2.12), kita dapat membentuk program linier yang mampu menggambarkan masalah transportasi dengan permintaan dan persediaannya mempunyai fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal*. Sehingga, dapat dirumuskan sebagai berikut

Fungsi tujuan

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \tilde{X}_{ij} \quad = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$$

Dengan kendala (4.2)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [\, b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}] \,; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer

Fungsi tujuan dapat diasumsikan haya satu dari *k* tingkat aspirasi (target). Dari persamaan (4.2) dapat diilustrasikan prosedure untuk menemukan solusi optimal, yang mana persamaan tersebut diilustrasikan sebagai kasus dengan 4 *goals*. Karena jumlah kemungkinan *goals* yang ditetapkan adalah 4 atau bisa didefinisikan dengan 4(=2^2) maka kita membutuhkan dua variable biner untuk model ini. Sehingga, persamaan (4.2) untuk empat kemungkinan dapat dituliskan kembali menjadi

Fungsi Tujuan

$$c(x) = z_1 z_2 c_1 + (1 - z_1) z_2 c_2 + z_1 (1 - z_2) c_3 + (1 - z_1)(1 - z_2) c_4 = \varphi$$

Dengan kendala (4.3)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [\, b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}] \,; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer dan z_1,z_2 adalah 0 atau 1

Dari persamaan (4.3) yang telah didapat menujukkan bahwa masalah transportasi ini memiliki lebih dari satu tujuan, sehingga digunakan pendekatan *goal programming* dalam penyelesaiannya. Penggunaan *goal programming* dinilai tepat untuk meyelesaikan permasalahan ini karena dalam menyelesaikan masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan yang bernilai *fuzzy* urutan tujuannya diperhatikan. Sistem urutan ini menempatkan tujuan yang paling penting sebagai prioritas utama, selanjutnya tujuan yang kurang penting dan seterusnya.

4.2 Pendekatan *Goal Programming* Pada Masalah Transportasi

Dalam rangka meminimumkan φ (fungsi tujuan), maka diperlukan fungsi keanggotaan dengan *goal* yang memuat tingkat aspirasi 1. Dengan kata lain, dibutuhkan fungsi keanggotan dengan nilai tertinggi, yaitu

$$\frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} - d_i^+ - d_i^- = 1$$

Atau, dapat dituliskan juga sebagai berikut,

$$\frac{Goal_{max} - \varphi}{Goal_{max} - Goal_{min}} - d_i^+ - d_i^- = 1$$

dimana $Goal_{max}$ dan $Goal_{min}$ merupakan representasi dari sasaran diatas atau dibawah tingkat aspirasi (target) dalam hal ini biaya.

Menurut Chang (2006), aplikasi *goal programming* telah diimplementasikan menggunakan berbagai metode, seperti metode pembobotan (*Archimedean* GP), metode *preemptive* GP. Untuk mencar solusi *goal programming*, kita dapat membentuk fungsi $f_i(X) = d_i^+ - d_i^- + g_i$, dimana $f_i(X)$ mendefinisikan dari $C_{ij}\tilde{X}_{ij}$ pada fungsi tujuan. Sehingga, *goal programming* dapat diformulasikan dalam bentuk

$$Min \sum_{i=1}^{n} (d_i^+ - d_i^-)$$

Dengan kendala (4.4)

$$f_i(X) - g_i = d_i^+ - d_i^-, \qquad i = 1,2,\ldots,n.$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0, \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

dimana $d_i^+ = \max(0, f_i(X) - g_i)$ dan $d_i^+ = max\ (0, g_i - f_i(X))$ yang merupakan representasi kelebihan dan kekurangan pencapaian dari *goal* ke i.sehingga jika persamaan (4.4) diterapkan pada persamaan (4.3) akan menghasilkan,

Fungsi tujuan

$$Min\ d_1^+ - d_1^- + d_2^+ - d_2^-$$

Dengan kendala (4.5)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \qquad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [\, b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}] \,; \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}\tilde{X}_{ij} - d_1^+ + d_1^- = \varphi$$

$$\varphi = z_1 z_2 c_1 + (1 - z_1) z_2 c_2 + z_1 (1 - z_2) c_3 + (1 - z_1)(1 - z_2) c_4$$

$$\frac{\varphi}{Goal_{max} - Goal_{min}} + d_2^+ + d_2^- = \frac{Goal_{min}}{Goal_{max} - Goal_{min}}$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer dan z_1,z_2 adalah 0 atau 1

4.3 Linearisasi Pendekatan *Goal Programming* Pada Masalah Transportasi

Kendala tidak linear pada masalah dsebelumnya, dapat dilinearisasi dengan mendefinisikan ($z_3 = z_1 z_2$) dan menambahkan kendala linear ($z_1 + z_2 - 1 \leq 2z_3 \leq z_1 + z_2$) dengan $z_3 = 0\ atau\ 1$. Maka persamaan (4.5) dapat dituliskan sebagai berikut
Fungsi tujuan

$$Min\ d_1^+ - d_1^- + d_2^+ - d_2^-$$

Dengan kendala (4.6)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}]; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}\tilde{X}_{ij} - d_1^+ + d_1^- = \varphi$$

$$\varphi = (c_3 - c_4)z_1 + (c_2 - c_4)z_2 + (c_1 - c_2 - c_3 + c_4)z_3 + c_4$$

$$\frac{\varphi}{Goal_{max} - Goal_{min}} + d_2^+ + d_2^- = \frac{Goal_{min}}{Goal_{max} - Goal_{min}}$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer dan z_1,z_2 adalah 0 atau 1

4.4 Perumusan Fungsi Tujuan dan Kendala

Terdapat dua prioritas tujuan pada masalah transportasi *fuzzy* ini, yaitu:

a. Meminimumkan total biaya transportasi dengan fungsi tujuan berupa

$$Min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}\tilde{X}_{ij} \tag{4.7}$$

b. Membentuk biaya anggaran sesuai dengan interval yang tersedia sehingga jumlah produk yang diangkut maksimal

Berdasarkan prioritas kedua, maka perlu mempertimbangkan model transportasi dimana baiya yang diperlukan (*cost goal*) diasumsikan bernilai pada interval

$$a \leq y = c(x) \leq b \tag{4.8}$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{4.9}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [\, b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}] \,; \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{4.10}$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer

Persamaan (4.9) merupakan fungsi kendala yang merepresentasikan dari jumlah persediaan produk. Dimana jumlah produk yang tersedia masih belum diketahui dengan jelas (*fuzzy*). Sedangkan persamaan (4.10), merupakan funsi kendala yang merepresentasikan dari jumlah permintaan produk. Sama halnya dengan jumlah persediaan produk, junmlah permintaan juga masih belum diketahui dengan jelas.

Fungsi kendala untuk jumlah persediaan produk merupakan jumlah yang disediakan untuk diangkut di titik asal *i* yang bernilai *fuzzy*. Sedangkan Fungsi kendala untuk jumlah permintaan produk merupakan jumlah yang diminta untuk didatangkan di titik tujuan *j* yang bernilai *fuzzy*.

Dalam merumuskan *goal programming*, terdapat variable penyimpangan yang berupa DA_i dan DB_i. Sebuah *goal programming* mengandung DA_i dan DB_i walaupun kedua variabel penyimpangan ini tidak muncul pada fungsi objektif. Setelah tujuannya dirumuskan, kasus program linear tersebut akan diubah menjadi kasus *goal programming* dengan menempatkan meminimumkan total biaya transportasi sebagai prioritas pertama dan menginginkan biaya anggaran yang berada pada interval tertentu sebagai prioritas kedua agar jumlah yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal sebagai tujuan yang hendak dicapai.

Penambahan DA_i dan DB_i maka persamaan (4.7) dan (4.8) menjadi sebuah kendala tujuan berikut

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} - DA_i + DB_i = Y_i \tag{4.11}$$

$$Y_i - DA_k + DB_k = a_i \tag{4.12}$$

Dari persamaan (4.11) dapat dibentuk suatu fungsi tujuan masalah *goal programming*, yang mempunyai prioritas pertama adalah meminimumkan total biaya transportasi, berupa

Fungsi *goal*

$$Min\, DA_i \tag{4.13}$$

Variabel DA_i tersebut berfungsi untuk meminimumkan deviasi diatas sasaran, yang merupakan kelebihan dari target total biaya distribusi.

Persamaan (4.12) merupakan kendala tujuan dari biaya distribusi minimum. Anggaran biaya distribusi diharapkan berada pada interval a_i hingga b_i dan tidak menyimpang dari interval tersebut. Namun, untuk meminimumkan penyimpangan diluar interval tersebut, maka diperlukan variabel DA_k dan DB_k untuk membatasi penyimpangan diatas dan dibawah interval a_i hingga b_i. sehingga fungsi tujuannya menjadi

$$Min\, DA_k + DB_k \tag{4.14}$$

Model *goal programming* untuk masalah program linear dengan meminimumkan fungsi tujuan dengan jumlah permintaan dan persediaan bernilai *fuzzy* dapat dibentuk sebagai berikut

$$Min\ \mathrm{P_i}(DA_i) + P_k(DA_k + DB_k)$$

Dengan kendala (4.15)

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong [\, b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}] \ ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} - DA_i + DB_i = Y_i$$

$$Y_i - DA_k + DB_k = a_i$$

$$a_i \le Y_i \le b_i$$

$$DA_i, DB_i, DA_k, DB_k \ge 0$$

$$X_{ij} \ge 0\ dan\ integer$$

Meskipun variable DA_i dan DB_i terdapat pada persamaan tujuan namun hanya satu yang memliki nilai positif dalam setiap solusi. Dengan kata lain hanya akan terjadi kekurangan atau kelebihan dari suatu target.

4.5 Solusi Representatif

Permasalahan (4.6) dan (4.8) merupakan masalah linear programming dengan kendala tegas dan *fuzzy* dimana $\tilde{B}_j = (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4})$ merupakan kolom vector dengan jumlah *trapezoidal fuzzy*. Dengan mengasumsikan $\mathrm{P_i}(DA_i) + P_k(DA_k + DB_k) = f^T(X_{ij})$ maka persamaan (4.15) dapat ditulis menjadi Fungsi Tujuan

$$Minimasi\ f^T(X_{ij})$$

dengan kendala (4.16)

$$\tilde{A}_i x_{ij} \le a_{i4} - (a_{i4} - a_{i3})\,\lambda^*$$

$$\tilde{A}_i x_{ij} \ge a_{i1} - (a_{i2} - a_{i1})\,\lambda^*$$

$$A_i x_{ij} \le B_j$$

$$x_{ij} \ge 0$$

Penyelesaian dari persamaan (4.16) dapat ditentukan dengan menyelesaikan masalah dua program linear berikut.

1. Program linear dengan nilai keanggotaan 1 (nilai keputusan maksimum). Dari persamaan (4.16) diasumsikan λ ▯adalah nilai maksimum dari kendlaa *fuzzy* maka persamaan (4.16) menjadi

   $$Minimasi\ f^T(X_{ij})$$

   dengan kendala (4.17)

   $$\tilde{A}_i x_{ij} \leq a_{i4} - (a_{i4} - a_{i3})$$

   $$\tilde{A}_i x_{ij} \geq a_{i1} + (a_{i2} - a_{i1})$$

   $$A_i x_{ij} \leq B_j$$

   $$x_{ij} \geq 0$$

   Persamaan (4.17) merupakan bentuk *goal programming* untuk mencari solusi optimal f_1 .

2. Program linear dengan nilai keanggotaan 0 (nilai keputusan minimum). Dari persamaan (4.16) diasumsikan λ ▯adalah nilai minimum dari kenlala *fuzzy* maka persamaan (4.16) menjadi

   $$Minimasi\ f^T(X_{ij})$$

   dengan kendala (4.18)

   $$\tilde{A}_i x_{ij} \leq a_{i4}$$

   $$\tilde{A}_i x_{ij} \geq a_{i1}$$

   $$A_i x_{ij} \leq B_j$$

   $$x_{ij} \geq 0$$

   Persamaan (4.18) merupakan bentuk *goal programming* untuk mencari solusi optimal f_0 .

Fungsi keanggotaan *fuzzy* menunjukkan tingkat pengoptimalan tiap fungsi tujuan. Nilai dari $f^T(X_{ij})$ didefinisikan dengan fungsi keanggotaan linear. Berdasarkan persamaan (4.17) dan (4.18), maka fungsi keanggotaanya berupa,

$$\mu_f(x) = \begin{cases} 1 & , if\ f^T(x) < f_1 \\ \dfrac{(f^T(x_{ij}) - f_0)}{(f_1 - f_0)} & , if\ f_1 \leq f^T(x) \leq f_0 \\ 0 & , if\ f^T(x) > f_0 \end{cases} \tag{4.19}$$

Untuk $f_1 \neq f_0$

$$\mu_f(x) = 1\ jika\ f_1 = f_0$$

Nilai keanggotaan yang diperoleh, merubah permasalahan ini menjadi permasalahan program linear untuk memaksimumkan λ. Sehingga untuk setiap solusi layak X_{ij}, tingkat pencapaian dari fungsi objektif didapat dengan memaksimumkan tingkat pencapaian $\mu_f(x)$ yaitu dengan memaksimumkan variabel λ. Dengan menerapkan teknik program *fuzzy* didapatkan fungsi yang menggambarkan derajat optimalitas dari setiap fungsi objektif berikut :

$$Maksimasi\ \lambda$$

dengan kendala (4.20)

$$\lambda \leq \mu_f(x)$$

$$(a_{i4} - a_{i3})\lambda + \tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i4}$$

$$-(a_{i2} - a_{i1})\lambda + \tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1}$$

$$A_i X_{ij} \leq B_j$$

$$X_{ij} \geq 0$$

4.6 Penerapan Model Pendekatan *Goal Programming* Pada Masalah Transportasi *Fuzzy*

Penearpan pendekatan *goal programming* digunakan dalam sebuah permasalahan yang mempunyai tujuan meminimumkan total biaya distribusi yang merupakan prioritas utama dan membentuk biaya distribusi agar berada pada interval tertentu yang telah ditentukan oleh perusahaan. Hal ini tentu saja agar distribusi produk maksimal. Namun, jumlah permintaan dan persediaan belum diketahui secara pasti sedangkan biaya sudah ditetapkan.

PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang merupakan pabrik gula yang memiliki lima gudang yang kesemuanya terletak di dalam area PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang, sedangkan penyalurannya terdiri dari lima perusahaan, yaitu Citra Gemini, Fajar Mulia, Yuris Bina, Berlian M, dan Berlian Penta.

Untuk mengatasi permasalahan transportasi sehingga diperoleh solusi optimal bagi perusahaan, maka diperlukan suatu metode yang dapat mengoptimalkan tujuan tersebut. Dalam skripsi ini digunakan pendekatan *goal programming*.

Data yang diambil adalah data penjualan gula pada tahun 2006/2007. Data yang diperlukan dari PT. PG. Rajawali I Krebet Baru, Bululawang adalah sebagai berikut :

Tabel 4.1 Kapasitas Produksi Gula Di Beberapa Gudang

(Satuan Ton)

Gudang	Minimum	Standar 1	Standar 2	Maksimum
1	3.000	4.000	4.500	5.000
2	10.000	15.000	17.000	19.000
3	5.000	6.000	8.000	10.000
4	4.000	5000	5.500	6.500
5	4.000	5000	5.500	6.500

Sumber Data : Setiani (PT. PG. Krebet 2006)

Pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang mempunyai lima gudang yang kesemuanya terletak di pabrik gula tersebut. Gudang 1, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 4.000 sampai 4.500 ton, dengan penyimpanan minimum 3.000 ton dan maksimum bisa mencapai 5.000 ton. Gudang 2, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 15.000 sampai 17.000 ton, dengan penyimpanan minimum 10.000 ton dan maksimum bisa mencapai 19.000 ton. Gudang 3, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 6.000 sampai 8.000 ton, dengan penyimpanan minimum 5.000 ton dan maksimum bisa mencapai 10.000 ton. Gudang 4, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 5.000 sampai 5.500 ton, dengan penyimpanan minimum 4.000 ton dan maksimum bisa mencapai 6.500 ton. Gudang 5, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 5.000 sampai 5.500 ton, dengan penyimpanan minimum 4.000 ton dan maksimum bisa mencapai 6.500 ton.

Tabel 4.2 PT. Yang Menjadi Tujuan Pemasaran

NO	PT	Variabel
1	Citra Gemini	CG
2	Fajar Mulia	FM
3	Yuris Bina	YB
4	Berlian M.	BM
5	Berlian Penta	BP

Sumber Data : Setiani (PT. PG. Krebet 2006)

Tabel 4.3 Kapasitas Produksi Gula Yang Dibutuhkan Oleh Perusahaan

(Satuan Ton)

PT	Minimum	Standar 1	Standar 2	Maksimum
CG	5.000	6.000	6.000	7.000
FM	8.000	10.000	11.000	15.000
YB	5.000	6.000	7.000	8.000
BM	5.000	5.500	6.000	7.000
BP	7.000	8.000	8.500	10.000

Sumber Data : Setiani (PT. PG. Krebet 2006)

Pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang mempunyai lima tempat tujuan distribusi gula, yaitu CG, FM, YB, BM, BP. Kebutuhan gula di CG rata-rata sebanyak 6.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 7.000 ton. Kebutuhan gula di FM rata-rata sebanyak 10.000 sampai 11.000 ton, dengan minimum kebutuhan 8.000 ton dan maksimum kebutuhan 15.000 ton. Kebutuhan gula di YB rata-rata sebanyak 6.000 sampai 7.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 8.000 ton. Kebutuhan gula di BM rata-rata sebanyak 5.500 sampai 6.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 7.000 ton. Kebutuhan gula di BP rata-rata sebanyak 8.000 sampai 8.500 ton, dengan minimum kebutuhan 7.000 ton dan maksimum kebutuhan 10.000 ton.

Tabel 4.4 Biaya Distribusi Per Ton Dari Lokasi Sumber Ke Lokasi Tujuan

Sumber / Tujuan	Biaya Angkut Di Daerah Pemasaran (Rp/ton)				
	CG	FM	YB	BM	BP
1	8.000	4.800	1.600	2.400	8.000
2	8.000	32.000	4.000	8.000	40.000
3	8.000	32.000	4.000	6.400	16.000
4	8.000	6.400	2.400	3.200	8.000
5	8.000	6.400	2.400	4.000	8.000

Sumber Data : Setiani (PT. PG. Krebet 2006)

Anggaran yang tersedia adalah sebesar Rp. 600.000.000,00. Namun demikian, pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang masih bisa mengusahakan maksimum Rp. 160.000.000,00 lagi.

Dari data yang telah diperoleh dapat dianalisis bahwa PT. PG. Rajawali I Krebet Baru memiliki dua tujuan yang harus dicapai bersamaan, yaitu :

1. Prioritas pertama adalah meminimumkan total biaya distribusi
2. Prioritas kedua adalah menginginkan anggaran biaya berada pada rentang yang ditentukan perusahaan agar jumlah produk yang diangkut dari sumber i ke tujuan j bisa maksimum.

Variabel keputusan dari permasalahan tersebut adalah X_{ij}, $i =$ gudang 1, gudang 2, …, gudang 5, dan $j =$ CG, FM, YB, BM, BP dimana masing-masing variabel dinyatakan sebagai berikut :

$X_{ij} =$ jumlah gula yang diangkut dari sumber i ke tujuan j (dalam satuan ton)

Dari informasi tersebut, dapat dibentuk matrik transportasi seperti dalam Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Struktur Pendistribusian Gula PT. PG. Rajawali I Krebet Baru berdasarkan biaya distribusi per ton.

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 X_{12}	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 X_{15}	s_1
2	8.000 X_{21}	32.000 X_{22}	4.000 X_{23}	8.000 X_{24}	40.000 X_{25}	s_2
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 X_{33}	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	s_3
4	8.000 X_{41}	6.400 X_{42}	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 X_{45}	s_4
5	8.000 X_{51}	6.400 X_{52}	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 X_{55}	s_5
Permintaan	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	$\sum_{i=1}^{5} s_i$ $\sum_{j=1}^{5} d_j$

Untuk mencari solusi dalam permasalahan transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy*, ada beberapa langkah yang perlu dilakukan yaitu :

1. Membentuk masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy trapezoidal*.
2. Menentukan batas atas dan batas bawah masing-masing fungsi objektif dengan menghitung nilai minimum masing-masing fungsi objektif dengan menggunakan pendekatan *goal programming*.
3. Menentukan fungsi keanggotaan dengan menggunakan persamaan (4.18).
4. Mencari nilai λ maksimal dengan menggunakan persamaan (4.19).

Berdasarkan langkah-langkah tersebut, penyelesaian masalah pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagaimana berikut ini.

4.6.1 Merumuskan Tujuan

a. Prioritas pertama

Meminimumkan total biaya transportasi ($c(x)$) yaitu jumlahan dari biaya angkut per ton dikalikan dengan jumlah barang yang diangkut dari sumber i ke tujuan j. Sehingga rumusan tujuan untuk masalah yang dihadapi oleh PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang sebagai berikut.

$$Minimasi\, c(x) = Minimasi \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} C_{ij} X_{ij} =$$

$$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$$
$$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$$
$$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$$
$$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$$
$$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55}$$

Data biaya distribusi per ton yang dipakai untuk menentukan tujuan dapat dilihat pada Tabel 4.5.

b. Prioritas kedua

PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang menginginkan biaya anggaran berada pada interval yang ditentukan perusahaan agar jumlah gula yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal. Sehingga tujuan untuk masalah yang dihadapi oleh PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagai berikut.

$$600.000.000 \leq Y_1 \leq 760.000.000$$

4.6.2 Merumuskan Kendala

Kendala-kendala dalam pendistribusian gula PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagai berikut.

a. Jumlah persediaan gula

Jumlah gula yang disediakan bernilai *fuzzy*, menghasilakn fungsi kendala untuk jumlah persediaan di gudang 1, 2, 3, 4, dan 5 sebagai berikut.

$$\sum_{j=1}^{5} X_{ij} \cong (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}); \quad i = 1,2,3,4,5$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \cong [3.000, 4.000, 4.500, 5.000]$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \cong [10.000, 15.000, 17.000, 19.000]$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \cong [5.000, 6.000, 8.000, 10.000]$$
$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \cong [4.000, 5.000, 5.500, 6.500]$$
$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \cong [4.000, 5.000, 5.500, 6.500]$$

b. Jumlah permintaan gula

Seperti halnya jumlah persediaan gula, jumlah permintaan gula juga bernilai *fuzzy*, menghasilkan fungsi kendala untuk jumlah permintaan gula sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{5} X_{ij} \cong (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}); \; j = 1,2,3,4,5$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \cong [5.000, 6.000, 6.000, 7.000]$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \cong [8.000, 10.000, 11.000, 15.000]$$
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \cong [5.000, 6.000, 7.000, 8.000]$$
$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \cong [5.000, 5.500, 6.000, 7.000]$$
$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \cong [7.000, 8.000, 8.500, 10.000]$$

c. Kondisi tidak negatif untuk setiap variabel

Jumlah gula yang diangkut pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang dari sumber i ke tujuan j selalu menghasilkan jumlah produk gula positif atau sama dengan nol. Secara matematik kendala-kendala tersebut dituliskan sebagai berikut.

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35}, X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.

Dari hasil perumusan fungsi tujuan dan fungsi kendala diatas maka, kasus pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru dapat dibentuk menjadi kasus *goal programming*.

Berdasarkan urutan prioritas, rumusan kendala sasaran menjadi,

$$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} + 8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} + 8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} + 8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} + 8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} - DA_1 + DB_1 = Y_1$$

Dimana DA_1 dan DB_1 merupakan variable penyimpangan yang merepresentasikan total biaya distribusi yang melebihi dan kurang dari target.

Tujuan pertama dari permasalahan yang dihadapi PT. PG. Rajawali I Krebet Baru yaitu meminimumkan total biaya transportasi, dalam hali ini meminimumkan kelebihan biaya (deviasi) yang berada diatas sasaran (DA_1). Maka fungsi tujuannya berupa,

$$Minimasi\ DA_1$$

Tujuan kedua dari permasalahan yang dihadapi PT. PG. Rajawali I Krebet Baru yaitu menghindari penyimpangan biaya dari interval yang telah diteteapkan. Sehingga diperlukan kendala sasaran dengan mengharapkan biaya anggaran minimum. Rumusan kendala sasarannya berupa,

$$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$$

Sama halnya dengan DA_1 dan DB_1, DA_2 dan DB_2 merupakan variable penyimpangan yang merepresentasikan total biaya distribusi yang melebihi dan kurang dari target.

Dengan harapan tidak terjadi penyimpangan biaya dari interval. Dimana biaya minimum Rp 600.000.000,- sehingga diperlukan DB_2 untuk membatasi penyimpangan dibawah nilai tersebut. Dan, biaya maksimum Rp 760.000.000,- sehingga diperlukan DA_2 untuk membatasi penyimpangan diatas nilai tersebut. Maka fungsi tujuannya berupa,

$$Minimasi\ DA_2 + DB_2$$

Dari fungsi tujuan dan kendala sasaran yang didapat maka model pendekatan *goal programming* untuk kasus PT. PG. Rajawali I Krebet Baru adalah

$Minimasi\ f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$

dengan kendala

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \cong [3.000, 4.000, 4.500, 5.000]$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \cong [10.000, 15.000, 17.000, 19.000]$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \cong [5.000, 6.000, 8.000, 10.000]$$
$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \cong [4.000, 5.000, 5.500, 6.500]$$
$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \cong [4.000, 5.000, 5.500, 6.500]$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \cong [5.000, 6.000, 6.000, 7.000]$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \cong [8.000, 10.000, 11.000, 15.000]$$
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \cong [5.000, 6.000, 7.000, 8.000]$$
$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \cong [5.000, 5.500, 6.000, 7.000]$$
$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \cong [7.000, 8.000, 8.500, 10.000]$$

$$\begin{aligned}
&8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} + \\
&8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} + \\
&8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} + \\
&8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} + \\
&8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} - DA_1 \\
&\qquad + DB_1 - Y_1 = 0
\end{aligned}$$

$$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$$

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35}, X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.

$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Setelah terbentuk program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan jumlah permintaan dan persediaan bernilai *fuzzy trapezoidal*. Maka, dapat ditentukan batas atas dan batas bawah masing-masing fungsi objektif dengan menghitung nilai minimum masing-masing fungsi objektif dengan menggunakan pendekatan *goal programming*. Dari persamaan (4.16) maka kasus ini dapat diselesaikan menjadi dua program linear berikut.

1. Mencari solusi optimal f_1

$$Minimasi\ f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$$

dengan kendala

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 4.500$
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 4.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 17.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \geq 15.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 8.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \geq 6.000$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \leq 5.500$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \geq 5.000$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \leq 5.500$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \geq 5.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \leq 6.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \geq 6.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \leq 11.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \geq 10.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \leq 7.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \geq 6.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \leq 6.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \geq 5.500$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \leq 8.500$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \geq 8.000$
$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$
$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$
$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$
$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$
$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$
$DA_1 + DB1 - Y_1 = 0$
$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$
$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55}$ ≥ 0 dan integer.
$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Solusi untuk minimasi f_1 dengan *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan f_1=0 dan

X_{12}= 2.500, X_{15}=2.000, X_{21}= 2.500, X_{23}= 7.000, X_{24}=5.500, X_{35}=6.000, X_{42}= 5.500, X_{51}=3.500, X_{52}=2000

Ini merupakan hasil optimal, dimana variable deviasi pada fungsi tujuan bernilai nol. Hasil dapat dilihat pada lampiran 1 dan 2. Maka dapat dibentuk matriks transportasi pada table 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Penerapan Struktur PendistribusianPT. PG. Rajawali I kerbet Baru (minimasi f_1)

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 2500	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 2000	4500
2	8.000 2500	32.000 X_{22}	4.000 7000	8.000 5500	40.000 X_{25}	15000
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 X_{33}	6.400 X_{34}	16.000 6000	6000
4	8.000 X_{41}	6.400 5500	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 X_{45}	5500
5	8.000 3500	6.400 2000	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 X_{55}	5500
Permintaan	6000	10000	7000	5500	8000	36500

2. Mencari solusi optimal f_0

$Minimasi\ f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$

dengan kendala

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 5.000$
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 3.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 19.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \geq 10.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 10.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \geq 5.000$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \leq 6.500$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \geq 4.000$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \leq 6.500$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \geq 4.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \leq 7.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \geq 5.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \leq 15.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \geq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \leq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \geq 5.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \leq 7.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \geq 5.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \leq 10.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \geq 7.000$
$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$
$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$
$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$
$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$
$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$
$DA_1 + \mathrm{DB1} - Y_1 = 0$
$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$
$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55}\ \geq 0$ dan integer.
$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Solusi untuk minimasi f_0 dengan *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan $f_0 = 0$ dan

$$X_{15} = 5.000 \,, X_{21} = 5.000 \,, X_{24} = 5.000 \,, X_{33} = 5.000$$
$$X_{42} = 2.000 \,, X_{45} = 2.000 \,, X_{52} = 6.000$$

Hasil yang diperoleh merupakan hasil yang optimal karena variabel deviasi pada fungsi tujuan semuanya bernilai nol. Penjelasan mengenai hal ini dapat dilihat pada Lampiran 3 dan 4.
Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat dibentuk matrik transportasi seperti ditunjukkan pada Tabel 4.7 berikut.

Tabel 4.7 Penerapan Struktur Pendistribusian PT. PG. Rajawali I Krebet Baru (minimasi f_0).

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Penawaran
1	8.000 X_{11}	4.800 0	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 5.000	5.000
2	8.000 5.000	32.000 X_{22}	4.000 X_{23}	8.000 5.000	40.000 X_{25}	10.000
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 5.000	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	5.000
4	8.000 X_{41}	6.400 2.000	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 2.000	4.000
5	8.000 X_{51}	6.400 6.000	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 0	6.000
Permintaan	5.000	8.000	5.000	5.000	7.000	30.000

Dari persamaan (4.19) kita dapat menetukan fungsi keanggotaan sebagai langkah selanjutnya. Dikethui dari perhitungan sebelumnya bahwa $f_1 = f_0 = 0$ sehingga berdasarkan persamaan (4.19), $\mu_f(X_{ij}) = 1$

Selanjutnya kan dicari λ dengan menggunakan persamaan (4.20) dan menghasilkan program linear berupa

$Maksimasi\ \lambda$

Dengan kendala

$\lambda \leq 1$
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + 500\lambda \leq 5.000$
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} - 1.000\lambda \geq 3.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + 2.000\lambda \leq 19.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} - 5.000\lambda \geq 10.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + 2.000\lambda \leq 10.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} - 1.000\lambda \geq 5.000$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + 1.000\lambda \leq 6.500$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} - 1.000\lambda \geq 4.000$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + 1.000\lambda \leq 6.500$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} - 1.000\lambda \geq 4.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} + 1.000\lambda \leq 7.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} - 1.000\lambda \geq 5.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} + 4.000\lambda \leq 15.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} - 2.000\lambda \geq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} + 1.000\lambda \leq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} - 1.000\lambda \geq 5.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} + 1.000\lambda \leq 7.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} - 500\lambda \geq 5.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} + 1.500\lambda \leq 10.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} - 1.000\lambda \geq 7.000$
$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$
$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$
$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$
$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$
$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$
$DA_1 + \mathrm{DB1} - Y_1 = 0$
$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$
$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.
$DA_1,\ DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Solusi untuk maksimasi λ dengan *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan solusi optimal λ = 1, dan
X_{12} = 4.000, X_{22} = 4.000, X_{23} = 6.000, X_{24} = 5.500, X_{31} = 6.000
X_{42} = 2.000, X_{45} = 3.000, X_{55} = 5.000

Dengan total biaya distribusi sebesar Rp. 626.000.000,00. Penjelasan mengenai hal ini dapat dilihat pada Lampiran 5 dan 6.

Hasil ini merupakan hasil optimal dimana memenuhi ketentuan jumlah sel isi dalam matriks transportasi yaitu $(m + n - 1)$. Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat dibentuk matrik transportasi seperti ditunjukkan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8 Penerapan Struktur Pendistribusian PT. PG. Rajawali I Krebet Baru (maksimasi λ).

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 4.000	1.600 X_{13}	2.400 0	8.000 X_{15}	4.000
2	8.000 X_{21}	32.000 4.000	4.000 6.000	8.000 5.500	40.000 X_{15}	15.500
3	8.000 6.000	32.000 X_{32}	4.000 X_{33}	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	6.000
4	8.000 X_{41}	6.400 2.000	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 3.000	5.000
5	8.000 X_{51}	6.400 X_{52}	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 5.000	5.000
Permintaan	6.000	10.000	6.000	5.500	8.000	35.500

Dari matriks tersebut dapat dirincikan kebutuhan distribusi gula dari tiap gudang ke masing-masing perusahaan yang memesan. Sehingga jika kita jabarkan, matriks tersebut berupa

a. Kebutuhan PT Citra Gemini total adalah 6.000 ton, dimana harus disuplai dari gudang 4 sebanyak 6.000 ton

b. Kebutuhan PT Fajar Media total adalah 10.000 ton, dimana harus disuplai dari gudang 1 sebanyak 4.000 ton gudang 2 sebanyak 4.000 ton dan gudang 4 sebanyak 2.000 ton.
c. Kebutuhan PT. Yusri Bina total adalah 6.000 ton, dimana harus disuplai dari gudang 2 sebanyak 6.000 ton
d. Kebutuhan PT. Berlian M total adalah 5.500 ton, dimana harus disuplai hanya dari gudang 2 sebanyak 5.500 ton.
e. Kebutuhan PT. Berlian Penta total adalah 8.000 ton, dimana harus disupla dari gudang 4 dan 5 masing-masing sebanyak 3.000 dan 5.000 ton.

Sehinggga dapat disimpulkan bahwa jumlah gula yang harus didistribusikan sebaynak 35.500 ton tiap tahun dimana masing-imasing gudang mempunyai kewajiban mensuplay masing-masing. Gudang 1 total mensuplai 4.000 ton, gudang 2 total mensuplai 15.500 ton, gudang 3 total mensuplai 6.000 ton, gudang 4 dan 5 total masing-masing mensuplai 5.000 ton.

4.7 Perbandingan Dengan *Fuzzy* Segitiga

Hasil yang telah diperoleh dengan menggunakan pendekatan *goal programming* dengan fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* dibandingkan dengan pendekatan *goal programming* dengan fungsi keanggotaan *fuzzy* segitiga yang sebelumnya telah dibahas pada skripsi milik Setiani (2011) yang berjudul "Pendekatan *Goal Programming* Untuk Meminimasi Biaya Dalam Masalah Transportasi *Fuzzy"*. Dimana memiliki perbedaaan di hasil matriks transportasi pada minimasi f_1 dan maksimasi λ. Pada fungsi keanggotaan segitiga hasil solusi optimal f_1 berupa

$$X_{15} = 4.000 \, , X_{21} = 6.000 \, , X_{23} = 4.000 \, , X_{24} = 6.000$$
$$X_{33} = 3.000 \, , X_{35} = 4.000 \, , X_{42} = 5.000 \, , X_{52} = 5.000$$

dan f_1 = 0, dengan biaya total sebanyak Rp 631.600.000,- Sedangkan pada fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* hasil solusi optimal f_1 berupa,

X_{12}= 2.500, X_{15}=2.000, X_{21}= 2.500, X_{23}= 7.000, X_{24}=5.500, X_{35}=6.000, X_{42}= 5.500, X_{51}=3.500, X_{52}=2000

dengan f_1 = 0 dan biaya total sebanyak Rp 630.800.00,-.

Pada maksimasi λ yang merupakan optimal secara keseluruhan *goal programming* dengan fungsi keanggotaan *fuzzy segitiga* menghasilkan sebagai berikut

X_{15} = 4.000, X_{22} = 3.000, X_{23} = 3.000, X_{24} = 6.000, X_{25} = 4.000
X_{32} = 7.000, X_{41} = 1.000, X_{43} = 4.000, X_{51} = 5.000

Dengan total biaya distribusi sebesar Rp. 629.600.000,00.

Sedangkan maksimasi λ yang merupakan optimal secara keseluruhan *goal programming* dengan fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* menghasilkan sebagai berikut
X_{12} = 4.000, X_{22} = 4.000, X_{23} = 6.000, X_{24} = 5.500, X_{31} = 6.000
X_{42} = 2.000, X_{45} = 3.000, X_{55} = 5.000

Dengan total biaya distribusi sebesar Rp. 626.000.000,00.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Penggunaan pendekatan *goal programming* mampu menyelesaikan permasalahan transportasi dengan beberapa tujuan. Penggunaan fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* untuk mendefinisikan jumlah permintaan dan persediaan mampu memberikan gambaran lain dalam penyelesaian masalah linear, utamanya jika dibandingkan dengan menggunakan fungsi keanggotaan *fuzzy* segitiga. Sehingga mampu menghasilakn solusi optimal.

Penerapan model *goal programming* pada permasalahan PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang dengan menggunakan fungsi keanggotaan *fuzzy trapezoidal* menghasilkan $\lambda = 1$. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa biaya angkut yang dibutuhkan sebanyak Rp 626.000.000 dengan jumlah gula yang harus disuplai total sebanyak 35.500 ton.

5.2 Saran

Hasil penelitian ini mampu diterapkan pada kasus yang lain. Namun, pada penelitian selanjutnya hendaknya dipertimbangkan untuk menggunakan data diskrit dimana biaya total yang digunakan dibagi dalam beberapa bagian tidak hanya yang berupa interval.

DAFTAR PUSTAKA

Agustini, D.H. dan Yus Endra R. 2004. *Riset Operasional : Konsep–Konsep Dasar*. Rineka Cipta. Jakarta.

C.T. Chang. Binary Fuzzy Goal Programming. Chungyu Institute of Technology. Taiwan. *European Journal of Operational Research* 180. 29 – 37.

C.T. Chang. Revised multi-choice goal programming. National Changhua University of Education. Taiwan. *Applied Mathematical Modelling* 32. 2587 – 2595.

D. Dutta dan S. Murthy. 2010. *Multi Choice Goal Programming Approach for a Fuzzy Transportation Problem*. Department of Mathematics, National Institute of Technology Warangal. India.

H.A.Barough. A Multi-Objective Goal Programming Approach to a FuzzyTransportation Problem: The Case of a General Contractor,*The Journal of Mathematics and Computer Science* Vol.1 No.1. 9-19.

Islamiyah, Nurul. 2007. *Aplikasi Fuzzy Integer Transportation Dalam Optimasi Biaya Distribusi Gula*. Jurusan Matematika, Universitas Islam Negeri Malang. Malang.

Kusumadewi, S. dan Hari purnomo. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Graha Ilmu. Yokyakarta.

Nasendi, B.D. dan Effendi Anwar. 1985. *Program Linear dan Variasinya*. PT Gramedia. Jakarta.

Setiani. 2011. *Pendekatan Goal Programming Untuk Meminimasi Biaya Dalam Masalah Transportasi Fuzzy*. Jurusan Matematika, Universitas Brawijaya. Malang.

Siswanto. 2006. *Operations Research jilid 1*. Erlangga. Jakarta.

Suratno. *Pengaruh Perbedaan Tipe Fungsi Keanggotaan Pada Pengendali Loguika Fuzzy Terhadap Tanggapan Waktu Sistem Orde Dua Secara Umum,* Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Dipenogoro. Indonesia

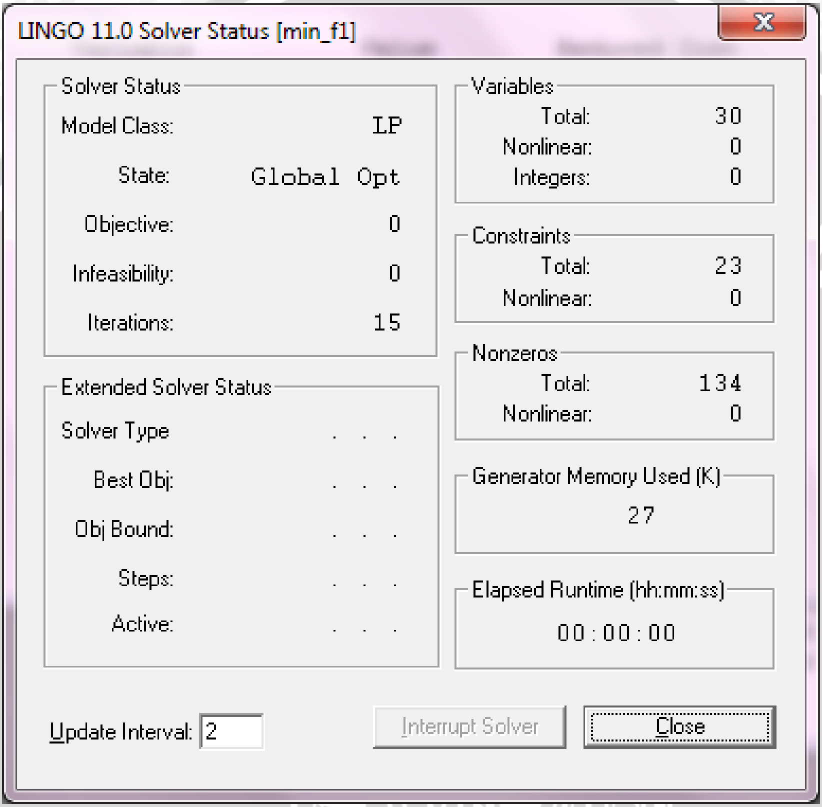
LAMPIRAN

Lampiran 1. Pencarian nilai f_1 dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo

LINDO Model - min_f1

```
MIN 2DA1+DA2+DB2
SUBJECT TO
8000X11+4800X12+1600X13+2400X14+8000X15+
8000X21+32000X22+4000X23+8000X24+40000X25+
8000X31+32000X32+4000X33+6400X34+16000X35+
8000X41+6400X42+2400X43+3200X44+8000X45+
8000X51+6400X52+2400X53+4000X54+8000X55-DA1+DB1-Y1=0
Y1-DA2+DB2=600000000
X11+X12+X13+X14+X15<=4500
X11+X12+X13+X14+X15>=4000
X21+X22+X23+X24+X25<=17000
X21+X22+X23+X24+X25>=15000
X31+X32+X33+X34+X35<=8000
X31+X32+X33+X34+X35>=6000
X41+X42+X43+X44+X45<=5500
X41+X42+X43+X44+X45>=5000
X51+X52+X53+X54+X55<=5500
X51+X52+X53+X54+X55>=5000
X11+X21+X31+X41+X51<=6000
X11+X21+X31+X41+X51>=6000
X12+X22+X32+X42+X52<=11000
X12+X22+X32+X42+X52>=10000
X13+X23+X33+X43+X53<=7000
X13+X23+X33+X43+X53>=6000
X14+X24+X34+X44+X54<=6000
X14+X24+X34+X44+X54>=5500
X15+X25+X35+X45+X55<=8500
X15+X25+X35+X45+X55>=8000
END
```

Lampiran 2. Hasil iterasi f_1



Lanjutan Lampiran 2

Solution Report - min_f1

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.000000
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                            15


                    Variable           Value        Reduced Cost
                         DA1        0.000000            2.000000
                         DA2        0.000000            1.000000
                         DB2        0.000000            1.000000
                         X11        0.000000            0.000000
                         X12        2500.000            0.000000
                         X13        0.000000            0.000000
                         X14        0.000000            0.000000
                         X15        2000.000            0.000000
                         X21        2500.000            0.000000
                         X22        0.000000            0.000000
                         X23        7000.000            0.000000
                         X24        5500.000            0.000000
                         X25        0.000000            0.000000
                         X31        0.000000            0.000000
                         X32        0.000000            0.000000
                         X33        0.000000            0.000000
                         X34        0.000000            0.000000
                         X35        6000.000            0.000000
                         X41        0.000000            0.000000
                         X42        5500.000            0.000000
                         X43        0.000000            0.000000
                         X44        0.000000            0.000000
                         X45        0.000000            0.000000
                         X51        3500.000            0.000000
                         X52        2000.000            0.000000
                         X53        0.000000            0.000000
                         X54        0.000000            0.000000
                         X55        0.000000            0.000000
                         DB1    0.3080000E+09           0.000000
                          Y1    0.6000000E+09           0.000000
```

Lanjutan Lampiran 2

Solution Report - min_f1

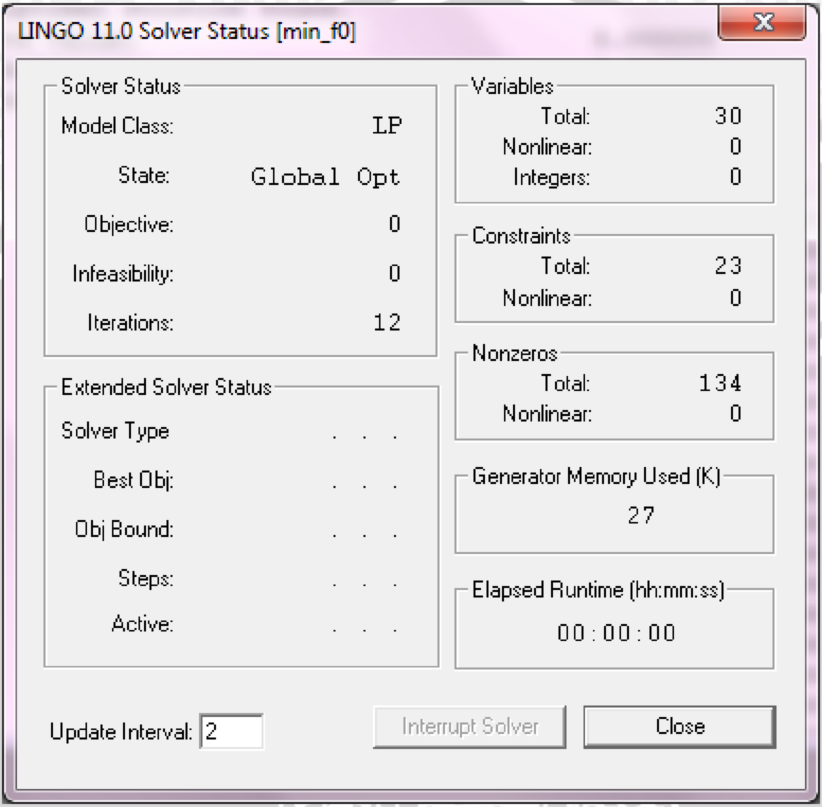
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	500.0000	0.000000
6	2000.000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	2000.000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	500.0000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	500.0000	0.000000
14	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	1000.000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	1000.000	0.000000
20	500.0000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	500.0000	0.000000
23	0.000000	0.000000

Lampiran 3. Pencarian nilai f_0 dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo

LINDO Model - min_f0

```
MIN 2DA1+DA2+DB2
SUBJECT TO
8000X11+4800X12+1600X13+2400X14+8000X15+
8000X21+32000X22+4000X23+8000X24+40000X25+
8000X31+32000X32+4000X33+6400X34+16000X35+
8000X41+6400X42+2400X43+3200X44+8000X45+
8000X51+6400X52+2400X53+4000X54+8000X55-DA1+DB1-Y1=0
Y1-DA2+DB2=600000000
X11+X12+X13+X14+X15<=5000
X11+X12+X13+X14+X15>=3000
X21+X22+X23+X24+X25<=19000
X21+X22+X23+X24+X25>=10000
X31+X32+X33+X34+X35<=10000
X31+X32+X33+X34+X35>=5000
X41+X42+X43+X44+X45<=6500
X41+X42+X43+X44+X45>=4000
X51+X52+X53+X54+X55<=6500
X51+X52+X53+X54+X55>=4000
X11+X21+X31+X41+X51<=7000
X11+X21+X31+X41+X51>=5000
X12+X22+X32+X42+X52<=15000
X12+X22+X32+X42+X52>=8000
X13+X23+X33+X43+X53<=8000
X13+X23+X33+X43+X53>=5000
X14+X24+X34+X44+X54<=7000
X14+X24+X34+X44+X54>=5000
X15+X25+X35+X45+X55<=10000
X15+X25+X35+X45+X55>=7000
END
```

Lampiran 4. Hasil iterasi untuk f_0



Lanjutan Lampiran 4

Solution Report - min_f0

Global optimal solution found.
Objective value: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 12

Variable	Value	Reduced Cost
DA1	0.000000	2.000000
DA2	0.000000	1.000000
DB2	0.000000	1.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	0.000000	0.000000
X13	0.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	5000.000	0.000000
X21	5000.000	0.000000
X22	0.000000	0.000000
X23	0.000000	0.000000
X24	5000.000	0.000000
X25	0.000000	0.000000
X31	0.000000	0.000000
X32	0.000000	0.000000
X33	5000.000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X42	2000.000	0.000000
X43	0.000000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	2000.000	0.000000
X51	0.000000	0.000000
X52	6000.000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	0.000000	0.000000
DB1	0.3928000E+09	0.000000
Y1	0.6000000E+09	0.000000

Lanjutan lampiran 4

Solution Report - min_f0

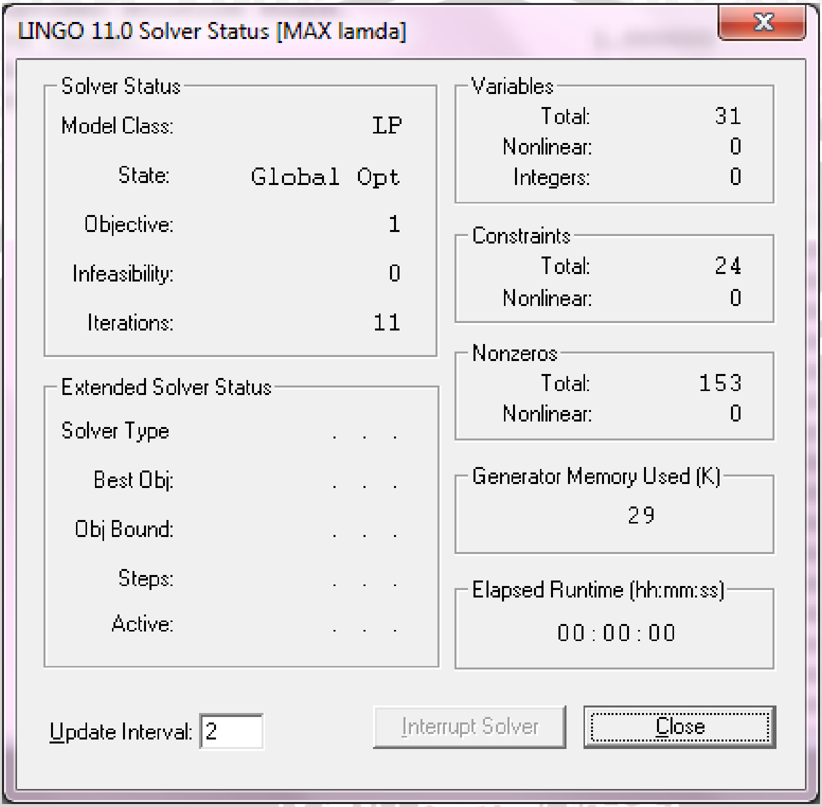
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	2000.000	0.000000
6	9000.000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	5000.000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	2500.000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	500.0000	0.000000
13	2000.000	0.000000
14	2000.000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	7000.000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	3000.000	0.000000
19	0.000000	0.000000
20	2000.000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	3000.000	0.000000
23	0.000000	0.000000

Lampiran 5. Pencarian nilai λ dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo

LINDO Model - MAX lamda

```
MAX LAMDA
SUBJECT TO
LAMDA<=1
X11+X12+X13+X14+X15+1000LAMDA<=5000
X11+X12+X13+X14+X15-1000LAMDA>=3000
X21+X22+X23+X24+X25+3000LAMDA<=19000
X21+X22+X23+X24+X25-6000LAMDA>=10000
X31+X32+X33+X34+X35+3000LAMDA<=10000
X31+X32+X33+X34+X35-2000LAMDA>=5000
X41+X42+X43+X44+X45+1500LAMDA<=6500
X41+X42+X43+X44+X45-1000LAMDA>=4000
X51+X52+X53+X54+X55+1500LAMDA<=6500
X51+X52+X53+X54+X55-1000LAMDA>=4000
X11+X21+X31+X41+X51+1000LAMDA<=7000
X11+X21+X31+X41+X51-1000LAMDA>=5000
X12+X22+X32+X42+X52+5000LAMDA<=15000
X12+X22+X32+X42+X52-2000LAMDA>=8000
X13+X23+X33+X43+X53+1000LAMDA<=8000
X13+X23+X33+X43+X53-2000LAMDA>=5000
X14+X24+X34+X44+X54+1000LAMDA<=7000
X14+X24+X34+X44+X54-1000LAMDA>=5000
X15+X25+X35+X45+X55+2000LAMDA<=10000
X15+X25+X35+X45+X55-1000LAMDA>=7000
8000X11+4800X12+1600X13+2400X14+8000X15+
8000X21+32000X22+4000X23+8000X24+40000X25+
8000X31+32000X32+4000X33+6400X34+16000X35+
8000X41+6400X42+2400X43+3200X44+8000X45+
8000X51+6400X52+2400X53+4000X54+8000X55-DA1+DB1-Y1=0
Y1-DA2+DB2=600000000
END
```

Lampiran 6. Hasil iterasi untuk λ



Lanjutan lampiran 6

Solution Report - MAX lamda

Objective value:	1.000000
Infeasibilities:	0.000000
Total solver iterations:	11

Variable	Value	Reduced Cost
LAMDA	1.000000	0.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	4000.000	0.000000
X13	0.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	0.000000	0.000000
X21	0.000000	0.000000
X22	4000.000	0.000000
X23	6000.000	0.000000
X24	5500.000	0.000000
X25	0.000000	0.000000
X31	6000.000	0.000000
X32	0.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X42	2000.000	0.000000
X43	0.000000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	3000.000	0.000000
X51	0.000000	0.000000
X52	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	5000.000	0.000000
DA1	0.000000	0.000000
DB1	0.2600000E+09	0.000000
Y1	0.6000000E+09	0.000000
DA2	0.000000	0.000000
DB2	0.000000	0.000000

Lanjutan Lampiran 6

Solution Report - MAX lamda

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1.000000	1.000000
2	0.000000	1.000000
3	500.0000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	1500.000	0.000000
6	500.0000	0.000000
7	2000.000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	500.0000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	500.0000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000
15	1000.000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	1000.000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	500.0000	0.000000
20	0.000000	0.000000
21	500.0000	0.000000
22	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000