MODEL MATEMATIKA *EOQ* (*Economic Order Quantity*) DENGAN DUA KALI PEMBAYARAN KREDIT

Riskha Mega Sari, Isnani Darti

Jurusan Matematika, F.MIPA, Universitas Brawijaya, Malang, Indonesia
Email: riskhamegasari@yahoo.com

Abstrak. Model matematika *EOQ* merupakan model yang banyak digunakan dalam menyelesaikan masalah persediaan barang. Model *EOQ* digunakan untuk mencari kuantitas pesanan optimal untuk meminimumkan total biaya persediaan. Dalam artikel ini dibahas mengenai model matematika *EOQ* dengan dua kali pembayaran kredit dengan memperhatikan terjadinya kerusakan barang. Terdapat empat kasus yang berbeda dalam artikel ini yaitu pertama ketika dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali setelah siklus waktu yang diberikan, kedua ketika dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali sebelum siklus waktu yang diberikan, ketiga ketika pembayaran pertama dan kedua dilakukan setelah siklus waktu yang diberikan, keempat ketika pembayaran pertama dilakukan sebelum siklus waktu yang diberikan dan pembayaran kedua dilakukan setelah siklus waktu yang diberikan. Berdasarkan simulasi numerik, dapat diketahui bahwa total biaya persediaan minimum adalah ketika dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali sebelum siklus waktu yang diberikan. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas pada masing-masing kasus, semakin besar tingkat kerusakan barang, semakin besar total biaya persediaan. Selain itu, semakin lama barang tersebut dibayar, maka nilai total biaya persediaan semakin kecil.

Kata Kunci: model EOQ, persediaan, pembayaran kredit, tingkat kerusakan barang.

1. PENDAHULUAN

Masalah persediaan barang merupakan salah satu masalah penting yang dihadapi oleh perusahaan (*supplier*). Alasan utamanya adalah karena *supplier* menganggap persediaan merupakan bagian penting yang tercantum dalam laporan keuangan (Subagyo, dkk., 1985). *EOQ* (*Economic Order Quantity*) merupakan model kuantitas pesanan ekonomis yang banyak digunakan untuk mencari kuantitas pesanan optimal untuk meminimumkan biaya total persediaan. Pada kenyataannya, *retailer* harus membayar barang yang dibeli segera setelah barang diterima, namun terdapat juga *supplier* yang menawarkan pembayaran kredit untuk menarik *retailer* yang dianggap sebagai cara untuk meningkatkan penjualan. Dalam pengelolaan persediaan, jenis produk tertentu dalam waktu tertentu dapat mengalami kerusakan. Kerusakan merupakan hal penting dalam persediaan karena dapat mengakibatkan kerugian, maka kebijakan pengelolaan persediaan perlu mempertimbangkan faktor kerusakan, dimana usia suatu produk relatif lebih pendek dibanding siklus persediaan.

Huang (2003), telah meneliti tentang model *EOQ* dengan dua kali pembayaran kredit. Dalam penelitiannya, tidak hanya *supplier* yang menawarkan pembayaran kredit kepada *retailer*, tetapi *retailer* juga menawarkan pembayaran kredit kepada *customer* dan kerusakan barang diabaikan dalam model ini. Pada artikel ini mengkaji tentang model *EOQ* dengan dua kali pembayaran kredit dengan memperhatikan apabila terjadi kerusakan barang dalam persediaan (Sharma, dkk., 2012), dengan menambahkan analisis sensitivitas.

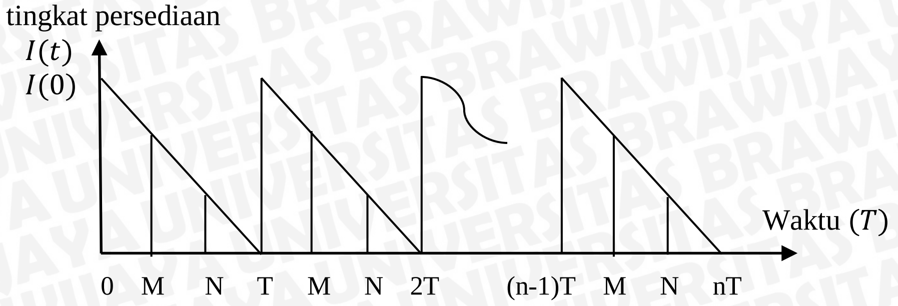
2. ASUMSI

Batasan-batasan masalah yang menjadi asumsi dasar artikel ini adalah sebagai berikut.

1. Permintaan (D) diketahui dengan pasti dan konstan selama periode persediaan.
2. Kekurangan persediaan tidak diijinkan.
3. Semua item yang dipesan diterima seketika.
4. Kerusakan barang (θ) dalam persediaan merupakan fungsi konstan.
5. Tidak ada perbaikan atau pergantian barang ketika terjadi kerusakan persediaan selama siklus waktu yang diberikan.
6. Pembayaran kredit dilakukan dua kali.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Misalkan waktu horison perencanaan (H) terbagi dalam n periode terhadap panjangnya waktu T, maka $T = \frac{H}{n}$ dan $I(t)$ dinyatakan sebagai tingkat persediaan yang ada di gudang terhadap waktu t. Model *EOQ* dengan dua kali pembayaran kredit diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Model *EOQ* siklus persediaan barang

Perubahan tingkat persediaan sama dengan berkurangnya tingkat permintaan (D) dan tingkat kerusakan barang (θ) dalam satuan waktu t. perubahan tingkat persediaan $I(t)$ dengan syarat batas $(0, T)$ dinyatakan sebagai

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D - \theta I(t), \qquad \text{dengan } 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n}.$$

Selanjutnya dengan kondisi batas $I(T) = 0$, solusi tingkat persediaan barang yang ada di gudang dapat dinyatakan sebagai

$$I(t) = \frac{D}{\theta}\left(e^{\theta(T-t)} - 1\right), \qquad \text{dengan } 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n}.$$

Berdasarkan Gambar 1, jumlah pesanan setiap siklus persediaan dinyatakan dengan $I(0)$, sehingga $I(0) = Q$, maka

$$Q = \frac{D}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right).$$

Oleh karena terdapat n periode pengisian selama horison perencanaan, maka biaya total pengisian (C_R) sama dengan biaya pemesanan tiap kali pesan, dan dapat dinyatakan sebagai

$$C_R = A.$$

Biaya kerusakan barang (C_D) dinyatakan dengan hasil dari perkalian harga per unit barang dengan jumlah pesanan dikurangi tingkat permintaan dalam siklus waktu pengisian.

$$\begin{aligned} C_D &= c(I(0) - DT) \\ &= \frac{cD}{\theta}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right). \end{aligned}$$

Nilai biaya penyimpanan (C_H) selama satu kali siklus pengisian adalah hasil integral dari tingkat persediaan dikalikan dengan biaya penyimpanan per unit persediaan per unit waktu.

$$\begin{aligned} C_H &= h\int_0^T I(t)dt \\ &= \frac{hD}{\theta^2}\left[e^{\theta T} - \theta T - 1\right]. \end{aligned}$$

3.1 Kasus I: $M \leq T = \frac{H}{n}$

Retailer membayar bunga dengan bunga I_c selama periode waktu (M, T), sehingga nilai dari bunga yang dibebankan pada kasus yang pertama adalah

$$\begin{aligned} I_{p_1} &= cI_c\int_M^T I(t)dt \\ &= \frac{DcI_c}{\theta}\left[e^{\theta(T-M)} - \theta(T-M) - 1\right]. \end{aligned}$$

Selanjutnya, nilai dari bunga yang diperoleh pada kasus yang pertama adalah

$$\begin{aligned} I_{e_1} &= cI_e\int_0^T Dt\, dt \\ &= \frac{cI_eDT^2}{2}. \end{aligned}$$

Total biaya persediaan untuk kasus pertama adalah

$$TC_1(n) = n\left[C_R + C_D + C_h + I_{p_1} - I_{e_1}\right]$$

$$= n\left[A + \frac{cD}{\theta}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) + \frac{hD}{\theta^2}z + \frac{DcI_c}{\theta}\left(e^{\theta(T-M)} - \theta(T-M) - 1\right) - \frac{cI_eDT^2}{2}\right]$$

3.2 Kasus II: $M > T = \frac{H}{n}$

Pada kasus kedua, dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali sebelum siklus waktu yang diberikan, maka *retailer* tidak perlu membayar bunga, sehingga

$$I_{p_2} = 0.$$

Bunga yang diperoleh selama periode waktu $(0, T)$ ditambah bunga yang diperoleh dari investasi tunai selama periode (T, M) setelah persediaan berakhir pada waktu T, sehingga

$$I_{e_2} = cI_e\left[\int_0^T Dt\,dt + (M-T)\int_0^T D\,dt\right]$$
$$= \frac{cI_eDT}{2}(2M-T).$$

Total biaya persediaan untuk kasus kedua adalah

$$TC_2(n) = n\left[C_R + C_D + C_h + I_{p_2} - I_{e_2}\right]$$
$$= n\left[A + \frac{cD}{\theta}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) + \frac{hD}{\theta^2}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) - \frac{cI_eDT}{2}(2M-T)\right]$$

3.3 Kasus III: $M < N \leq T = \frac{H}{n}$

Ketika pembayaran dari periode M ke N maka pelanggan dikenakan bunga I_c, dan ketika pembayaran dari periode N ke T maka pelanggan dikenakan bunga I_w, sehingga

$$I_{p_3} = cI_c\int_M^N I(t)dt + cI_w\int_N^T I(t)dt$$
$$= \frac{cD}{\theta^2}\left[I_c\left(e^{\theta(T-M)} - e^{\theta(T-N)} - \theta(N-M)\right) + I_w\left(e^{\theta(T-N)} - \theta(T-N) - 1\right)\right].$$

Selanjutnya, nilai dari bunga yang diterima adalah

$$I_{e_3} = cI_e\int_0^T Dt\,dt$$
$$= \frac{cI_eDT^2}{2}.$$

Total biaya persediaan untuk kasus ketiga adalah

$$TC_3(n) = n\left[C_R + C_D + C_h + I_{p_3} - I_{e_3}\right]$$
$$= n\left[A + \frac{cD}{\theta}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) + \frac{hD}{\theta^2}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right)\right.$$
$$\left. + \frac{cD}{\theta^2}\left(I_c\left(e^{\theta(T-M)} - e^{\theta(T-N)} - \theta(N-M)\right) + I_w\left(e^{\theta(T-N)} - \theta(T-N) - 1\right)\right) - \frac{cI_eDT^2}{2}\right]$$

3.4 Kasus IV: $N > T = \frac{H}{n} > M$

Bunga yang dibebankan pada bunga I_w selama periode waktu $(0, T)$ adalah sama dengan nol. Tetapi, pembayaran kedua dilakukan melebihi siklus waktu yang diberikan, maka pelanggan membayar bunga dengan bunga I_c selama periode waktu (M, N), sehingga

$$I_{p_4} = cI_c\int_M^N I(t)dt$$
$$I_{p_4} = \frac{cI_cD}{\theta^2}\left[e^{\theta(T-M)} - e^{\theta(T-N)} - \theta(N-M)\right].$$

Selanjutnya, nilai dari bunga yang diterima adalah

$$I_{e_4} = cI_e\left[\int_0^T Dt\,dt + (N-T)\int_0^T D\,dt\right]$$
$$= \frac{cI_eDT}{2}(2N-T).$$

Total biaya persediaan untuk kasus keempat adalah

$$TIC_4(n) = n\left[C_R + C_D + C_h + I_{p_4} - I_{e_4}\right]$$
$$= \left[A + \frac{cD}{\theta}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) + \frac{hD}{\theta^2}\left(e^{\theta T} - \theta T - 1\right) + \frac{cI_cD}{\theta^2}\left(e^{\theta(T-M)} - e^{\theta(T-N)} - \theta(N-M)\right) - \frac{cI_eDT}{2}(2N-T)\right]$$

3.5 Simulasi Numerik

Sebagai ilustrasi, dilakukan simulasi numerik dari total biaya persediaan pada masing-masing kasus. Data yang digunakan adalah D=960 unit/tahun, A=\$60/tahun, h=\$1,5/unit/tahun, c=\$3/unit, θ=0,15, I_c=\$0,18/tahun, I_e=\$0,16/tahun, I_w=\$0,21/tahun, H=5 tahun, M=0,083 tahun, dan N=0,14 tahun (Sumber: Sharma dkk., 2012). Hasil dari simulasi numerik dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Total biaya persediaan minimum

kasus	n	T	Q	TC
I	20	0,250	244,5568	2242,55453
II	22	0,227	221,6726	2463,41938
III	20	0,250	244,5568	2253,06667
IV	23	0,217	211,7475	2404,66023

Dapat diketahui bahwa total biaya persediaan minimum terjadi pada kasus pertama yaitu ketika dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali setelah siklus yang diberikan. Besarnya total biaya persediaan minimum dipengaruhi oleh lamanya pembayaran. Semakin lama barang tersebut dibayar, maka nilai total biaya persediaan semakin kecil.

3.6 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mendapatkan parameter yang paling tepat dalam meminimumkan total biaya persediaan. Variabel yang akan diubah nilainya adalah tingkat kerusakan barang (θ), pembayaran pertama (M), dan pembayaran kedua dalam satu siklus persediaan (N).

Tabel 2. Analisis sensitivitas untuk beberapa nilai $\theta, M,$ dan N.

θ	TC_1	TC_2	TC_3	TC_4
0,05	2042,7	2288,8	2055,1	2235,6
0,10	2143,2	2377,1	2155,7	2321,5
0,15	2242,5	2463,4	2253,1	2404,7
0,20	2336,4	2546,3	2345,1	2487,6
0,25	2426,3	2629,4	2433,5	2567,6
0,30	2514,2	2709,7	2520,1	2648,1
0,35	2599,1	2790,6	2605,0	2721,4
0,40	2683,4	2864,5	2688,2	2796,3
0,45	2765,6	2939,7	2770,5	2865,5
0,50	2848,4	3010,0	2849,2	2935,1

		TC_1	TC_2	TC_3	TC_4
	0,02	2374,178	2608,358	2382,978	2530,553
	0,04	2327,797	2562,361	2336,976	2485,328
M	0,06	2285,696	2516,348	2295,46	2445,001
	0,10	2214,283	2424,298	2224,795	2378,981
	0,12	2184,945	2378,274	2195,457	2353,259
	0,10	2242,555	2463,419	2261,885	2450,049
	0,12	2242,555	2463,419	2257,196	2429,774
N	0,16	2242,555	2463,419	2249,585	2374,721
	0,18	2242,555	2463,419	2246,803	2339,972
	0,20	2242,555	2463,419	2244,72	2298,651

Semakin besar tingkat kerusakan barang, maka nilai total biaya persediaan semakin besar. Selain itu, semakin lama barang tersebut dibayar, maka nilai total biaya persediaan semakin kecil. Hal ini disebabkan karena pembelian barang terjadi setelah adanya uang tunai.

4. KESIMPULAN

Dari keempat kasus pada model matematika *EOQ* dengan dua kali pembayaran kredit dengan mempertimbangkan tingkat kerusakan barang, didapatkan total biaya persediaan minimum yaitu ketika dua kali pembayaran dilakukan sekaligus satu kali setelah siklus yang diberikan. Berdasarkan analisis sensitivitas pada masing-masing kasus dapat dikatakan bahwa semakin besar tingkat kerusakan barang, maka nilai total biaya persediaan semakin besar. Selain itu, semakin lama barang tersebut dibayar, maka nilai total biaya persediaan semakin kecil.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada Ibu Isnani Darti, Bapak Imam Nurhadi Purwanto, dan Ibu Kwardiniya A., atas segala bimbingan, saran, dan kesabaran yang telah diberikan selama penulisan artikel ini. Penulis juga berterima kasih kepada Moch. Ayubkan (bapak), Atminingsih (Ibu), kakak, serta teman-teman semua atas segala doa, bantuan, dan motivasi yang diberikan selama ini.

DAFTAR PUSTAKA

Huang, Y.F., (2003), Optimal Retailer's Ordering Policies in the EOQ Model under Trade Credit Financing, *Journal of Operational Research Society*, 54(9), hal. 1011-1015.

Subagyo, P., Asri, M., dan Handoko, H., (1985), *Dasar-dasar Operations Research*, Edisi Kedua, PT. BPFE: Yogyakarta.

Sharma, A., Goel, R., dan Dua, N.K., (2012), Optimal Policy for EOQ Model with Two Level of Trade Credits in One Replenishment Cycle, *American Journal of Operation Research*, 2, hal. 51-58.