MODEL EOQ (*ECONOMIC ORDER QUANTITY*) PADA PERMINTAAN LINEAR, KERUSAKAN PRODUK, DAN IJIN PENUNDAAN DALAM PEMBAYARAN

SKRIPSI

oleh:
MEGA WAHYU TRI MAHARANI
0810940009-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013

MODEL EOQ (*ECONOMIC ORDER QUANTITY*) PADA PERMINTAAN LINIER, KERUSAKAN PRODUK, DAN IJIN PENUNDAAN DALAM PEMBAYARAN

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh:

MEGA WAHYU TRI MAHARANI

0810940009-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2013

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

MODEL EOQ (*ECONOMIC ORDER QUANTITY*) PADA PERMINTAAN LINIER, KERUSAKAN PRODUK, DAN IJIN PENUNDAAN DALAM PEMBAYARAN

oleh:
MEGA WAHYU TRI MAHARANI
0810940009-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 22 Juli 2013
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang matematika

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Drs. Marsudi, MS	**Drs. Imam Nurhadi P, MT**
NIP. 196101171988021002	**NIP. 196203141989031001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**:**	**Mega Wahyu Tri Maharani**
NIM	**:**	**0810940009-94**
Jurusan	**:**	**Matematika**
Penulis Skripsi berjudul	**:**	**Model EOQ (*Economic Order Quantity*) pada Permintaan Linear, Kerusakan Produk, dan Ijin Penundaan dalam Pembayaran**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **skripsi yang saya buat benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub diisi dan tertulis di daftar pustaka skripsi ini.**
2. **apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 22 Juli 2013
Yang menyatakan,

(Mega Wahyu Tri Maharani)
NIM. 0810940009-94

MODEL EOQ (*ECONOMIC ORDER QUANTITY*) PADA PERMINTAAN LINEAR, KERUSAKAN PRODUK, DAN IJIN PENUNDAAN DALAM PEMBAYARAN

ABSTRAK

Pada skripsi ini akan dibahas model persediaan yang dikembangkan untuk barang-barang yang mengalami kerusakan dengan pengisian bersifat konstan, tingkat permintaan linear tanpa adanya kekurangan barang, serta dengan adanya ijin penundaan dalam pembayaran. Tingkat kerusakan barang dalam penyimpanan persediaan per satuan waktu diasumsikan bersifat konstan. Formula matematika diberikan untuk mencari biaya total persediaan yang minimum sehingga kuantitas pemesanan menjadi optimum. Simulasi numerik digunakan untuk memberi gambaran tentang model EOQ yang akan dibahas. Dilakukan analisis sensitivitas dari solusi optimal untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter terhadap biaya total persediaan. Tingkat sensitivitas dipengaruhi oleh perubahan semua variabel yang ada di dalam biaya total persediaan sebesar +50%, +20%, -20%, dan -50%. Variabel yang diuji adalah T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$. Pada kasus $T > M$ yaitu pada saat periode pemesanan barang lebih besar dari periode yang diijinkan melakukan penundaan dalam penyelesaian pembayaran dengan pemasok didapatkan hasil bahwa solusi sensitif terhadap perubahan parameter a, I_e, A, h_p, p, dan θ. Sedangkan pada kasus $T < M$ didapatkan hasil bahwa solusi sensitif terhadap perubahan parameter a, I_e, A, h_p, p, M, dan θ.

Kata Kunci : EOQ, permintaan linear, penundaan pembayaran

EOQ MODEL (ECONOMIC ORDER QUANTITY) LINEAR ON DEMAND, DETERIORATION ITEMS, AND PERMISSIBLE DELAY IN PAYMENT

ABSTRACT

In this paper will discuss the inventory models developed for the items that were damaged by the charging is constant, linear demand without any shortage of goods, as well as the delay in the payment of the license. The extent of damage of goods in inventory storage per unit time is assumed to be constant. Given mathematical formula to find the inventory total cost to a minimum so that the optimum order quantity. Numerical simulations are used to illustrate the EOQ model to be discussed. Performed a sensitivity analysis of the optimal solution to determine the effect of changes in the parameters of the inventory total cost. This level of sensitivity is influenced by changes in the all variables that exist in the inventory total cost by +50%, +20%, -20%, and -50%. Variables tested were T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, and $C_2(T_2^*)$. In the case of $T > M$ is at the time of the booking period items bigger than the period permitted to defer the settlement of payment with suppliers showed that the solution is sensitive to changes in parameter a, I_e, A, h_p, p, and θ. While in the case of $T < M$ showed that the solution is sensitive to changes in parameter a, I_e, A, h_p, p, M, dan θ.

Keywords: EOQ, linear demand, delay in payment

KATA PEGANTAR

Segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Marsudi, MS. selaku pembimbing I dan Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT. selaku pembimbing II, atas segala bimbingan, saran, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Dra. Endang Wahyu H., M.Si selaku dosen penguji pada ujian skripsi.
3. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku ketua Jurusan Matematika dan Dr. Sobri Abusini, MT selaku ketua Program Studi Matematika atas dorongan dan nasihat selama proses penyelesaian skripsi
4. Seluruh bapak dan ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan pengalaman kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Ayah, Mami, Mbak Rinda, Mas Zaki, dan Mbak Ratna atas segala doa, kasih sayang, dukungan, dan nasihat yang telah diberikan.
6. Mas Hanz atas segala kasih sayang, cinta, kesetiaan, kesabaran, semangat, dukungan, serta nasihat yang diberikan.
7. Sahabat-sahabatku Lia, Yulis, Isna, Gandez, Ajenk, Rizkyta, Resti, dan Soli atas persahabatan, suka, duka, semangat, doa, dukungan, bantuan, nasihat, dan kenangan yang indah.

8. Teman-teman Matematika 2008 seluruhnya terutama Ghe', Rizka Yaya, Friska, Medya, Eka, Muhid, Pras, Aan, dan Ghani atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
9. Kakak Tingkat Matematika 2007 terutama Mbak Panca dan Mas Chandra atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga Allah SWT memberikan anugerah dan karunia-Nya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa banyak kekurangan pada skripsi ini, sehingga penulis sangat mengharapkan saran dan kritik untuk perbaikan di masa mendatang, yang dapat disampaikan melalui penulis meghu16@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin Ya Robbal Alamien.

Malang, 22 Juli 2013

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

$R(t)$: Tingkat permintaan linear
a : Jumlah permintaan per tahun
b : Jumlah permintaan per tahun
$I(t)$: Tingkat persediaan barang
θ : Tingkat kerusakan barang
Q : Kuantitas pemesanan awal
T_D : Total permintaan
K_B : Jumlah kerusakan barang
H_c : Biaya penyimpanan persediaan
h : Biaya simpan
h_p : Biaya simpan per unit
p : Biaya produksi per unit
H_{cT} : Biaya penyimpanan barang per satuan waktu
B_B : Besar bunga yang harus dibayar
I_p : Tingkat bunga yang harus dibayar per tahun
B_{BT} : Besar bunga yang harus dibayar per satuan waktu
B_{PT} : Besar bunga yang diperoleh per satuan waktu
I_e : Tingkat bunga yang diperoleh per tahun
O_C : Biaya pemesanan barang per satuan waktu
BK_B : Biaya kerusakan barang
A : Biaya pesan per pesanan
B_{DF} : Bunga yang diperoleh selama waktu $0 < t < T$
B_{DL} : Bunga yang diperoleh selama waktu $M < t < T$
B_{DT} : Total bunga yang diperoleh selama satu siklus
t : Waktu pemesanan
T : Rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan
M : Periode penundaan pembayaran yang diijinkan
Q_0^* : Kuantitas pemesanan yang optimal
$C_1(T)$: Biaya total persediaan pada kasus $T > M$ per satuan waktu
$C_2(T)$: Biaya total persediaan pada kasus $T < M$ per satuan waktu
$C(M)$: Biaya total persediaan pada kasus $T = M$ per satuan waktu

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persediaan merupakan salah satu masalah fenomenal yang bersifat fundamental dalam suatu perusahaan. Dalam melaksanakan aktivitas produksinya, setiap perusahaan, baik itu perusahaan jasa, ataupun perusahaan perdagangan serta perusahaan manufaktur pasti mengadakan persediaan. Persediaan dapat diartikan sebagai *stock* barang yang akan dijual atau digunakan pada periode waktu tertentu. Tanpa persediaan, perusahaan akan dihadapkan pada resiko dua mata uang, yaitu kekurangan produk pada suatu waktu membuat permintaan pelanggan tidak terpenuhi, namun persediaan yang berlebih akan membuat biaya penyimpanan relatif besar.

Dalam merumuskan model persediaan, terdapat dua faktor permasalahan yang menarik perhatian para peneliti, yaitu kerusakan produk dan variasi dalam tingkat permintaan. Permintaan merupakan faktor utama dalam manajemen persediaan. Oleh karena itu, keputusan persediaan harus dibuat karena adanya permintaan di masa sekarang dan masa yang akan datang. Tingkat kerusakan produk dalam persediaan selama proses penyimpanan juga merupakan faktor utama dalam manajemen persediaan. Suatu barang produk dikatakan rusak ketika produk tersebut tidak dapat menjalankan fungsinya dengan baik lagi.

Pada perkembangan dunia bisnis sekarang ini, banyak terjadi perubahan pola pikir dalam menentukan kebijakan-kebijakan terkait sistem manajemen persediaan suatu perusahaan. Perubahan ini biasanya diharapkan mampu menjadi alternatif yang menguntungkan bagi pihak perusahaan. Pada model pemesanan klasik, seringkali diasumsikan bahwa pembayaran dari suatu permintaan dilakukan pada saat penerimaan barang. Namun, seringkali asumsi di atas tidak sesuai dengan praktiknya dalam kenyataan. Pada saat ini, mudah sekali menemukan pemasok yang memberikan kebijakan penundaan pembayaran kepada pembeli untuk menstimulus permintaan. Jika pembayaran permintaan dilakukan masih dalam periode penundaan, maka pembeli tidak harus membayar bunga. Tetapi jika pembayaran sudah melewati periode penundaan yang ada, maka s*upplier* atau produsen akan mengenakan sejumlah biaya (bunga) kepada pembeli.

Kebijakan ini sangat menguntungkan pembeli sebagai pihak yang boleh menunda pembayaran karena pembayaran dapat ditunda sampai akhir periode penundaan. Selama periode penundaan tersebut, pembeli dapat mengumpulkan pendapatan dari penjualan. Jadi, secara ekonomis pembeli dapat memilih untuk menunda pembayaran sampai hari terakhir periode penundaan.

Dari permasalahan tersebut, pada skripsi ini akan dibahas mengenai model matematika pengendalian persediaan EOQ *(Economic Order Quantity)* dengan permintaan linear dan juga tingkat kerusakan produk diasumsikan berdistribusi eksponensial serta diperbolehkannya penundaan dalam pembayaran. Model ini bertujuan untuk mendapatkan keuntungan maksimum dengan biaya total persediaan yang minimum, meskipun terdapat kerusakan barang dan adanya penundaan dalam pembayaran pada permintaan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang permasalahan, maka rumusan masalah dari skripsi ini, adalah:

1. bagaimana model EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, dan ijin penundaan dalam pembayaran?
2. bagaimana implementasi dari model EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, dan ijin penundaan dalam pembayaran?
3. bagaimana analisis sensitivitas dari model EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, dan ijin penundaan dalam pembayaran?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang menjadi asumsi di dalam skripsi ini, adalah:

1. tingkat permintaan untuk produk digambarkan oleh fungsi linear dan kontinu,
2. tingkat pengisian tak terbatas dan pengisian spontan,
3. tidak diperbolehkan adanya kekurangan barang.
4. *lead time* atau lamanya masa tunggu barang yang dipesan datang adalah nol,

5. distibusi waktu untuk kerusakan produk mengikuti distribusi eksponensial,
6. data diambil dari jurnal (Ghour Chandra, 2011),
7. data yang digunakan adalah data tentang jumlah permintaan per tahun, jumlah produksi, harga penjualan per unit, bunga yang diperoleh per tahun, beban bunga per tahun, biaya penyimpanan per unit, periode penundaan/keterlambatan dalam penyelesaian *account* yang diijinkan (dalam tahun), dan tingkat kerusakan produk.

1.4 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. menentukan model dari EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, dan ijin penundaan dalam pembayaran,
2. implementasi dari model EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, dan ijin penundaan dalam pembayaran,
3. analisis sensitivitas dari model EOQ pada permintaan linear, kerusakan produk, ijin penundaan dalam pembayaran.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

Hendra (2009), mendefinisikan persediaan sebagai barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada periode mendatang. Persediaan dapat berbentuk bahan baku yang disimpan untuk diproses, komponen yang diproses, barang dalam proses pada proses manufaktur, dan barang jadi yang disimpan untuk dijual. Persediaan memegang peranan penting agar perusahaan dapat berjalan dengan baik.

Muslich (1996), menyatakan persediaan adalah suatu istilah yang menunjukkan segala sesuatu atau sumber daya organisasi yang disimpan dalam rangka mengantisipasi untuk dapat memenuhi permintaan.

Sementara itu, Suyadi (2005) menyatakan arti persediaan berdasarkan jenis operasi perusahaan dapat diklasifikasikan menjadi 2 (dua), yaitu :

a. Pada perusahaan manufaktur yang memproses *input* menjadi *output*, persediaan adalah simpanan bahan baku dan barang setengah jadi *(work in proccess)* untuk diproses menjadi barang jadi *(finished goods)* yang mempunyai nilai tambah lebih besar secara ekonomis, untuk selanjutnya dijual kepada pihak ketiga (konsumen).
b. Pada perusahaan dagang, persediaan adalah simpanan sejumlah barang jadi yang siap unntuk dijual kepada pihak ke tiga (konsumen).

2.2 Jenis-Jenis Persediaan

Dalam sistem manufaktur, persediaan dapat ditemui dalam beberapa jenis. Setiap jenis mempunyai karakteristik sendiri, oleh karena itu juga diperlukan cara pengelolaan yang berbeda. Jenis persediaan dapat dibedakan sebagai berikut : (Muslich, 1996)

a) Persediaan Bahan Baku *(Raw Material Stock)*

Persediaan ini berwujud bahan yang akan digunakan sebagai bahan dasar produk, seperti kayu, besi, bahan-bahan galian, dan bahan-bahan lain yang akan digunakan atau diolah dalam proses produksi. Bahan mentah dapat diperoleh dari sumber-sumber alam, dibeli dari pemasok, ataupun dibuat sendiri oleh perusahaan untuk digunakan dalam proses produksi selanjutnya.

b) Persediaan Bahan Penolong atau Barang Perlengkapan *(Supplies Stock)*

Persediaan ini adalah barang-barang yang diperlukan dalam proses produksi, akan tetapi bukan merupakan produk jadi. Termasuk bahan penolong ini diantaranya adalah minyak pelumas, bahan bakar, dan lain-lain.

c) Persediaan Komponen Rakitan *(Component Stock)*

Persediaan ini terdiri dari komponen-komponen yang diperoleh dari perusahaan lain, dimana secara langsung dapat dirakit menjadi suatu produk.

d) Persediaan Barang Setengah Jadi atau Barang dalam Proses *(Work in Process / Progress Stock)*

Persediaan ini merupakan barang-barang yang keluar dari tiap-tiap bagian dalam proses produksi, yang masih perlu diproses lebih lanjut menjadi barang jadi.

e) Persediaan Barang Jadi *(Finished Goods)*

Persediaan ini berupa barang-barang yang telah selesai diproses dalam pabrik dan siap dijual atau dikirimkan kepada para pelanggan.

2.3 Model Persediaan

Problem persediaan dapat diklasifikasikan dalam beberapa cara tergantung pada asumsi yang dibuat dengan memperhatikan faktor-faktor yang menjadi kriteria keefektifan. Menutrut Siswanto (2007) berdasarkan dua karakteristik utama parameter-parameter masalah persediaan, yaitu tingkat permintaan dan periode kedatangan pesanan, model-model persediaan dibedakan menjadi 2 (dua), yaitu:

1) Model Deterministik

Kelompok model deterministik ditandai oleh karakteristik tingkat permintaan dan periode kedatangan pesanan yang bisa diketahui sebelumnya secara pasti.

2) Model Probabilistik

Kelompok model probabilistik ditandai oleh karakteristik tingkat permintaan dan periode kedatangan pesanan yang jika salah satu atau kedua parameter tersebut tidak dapat diketahui secara pasti sebelumnya sehingga harus didekati dengan distribusi probabilitas.

2.4 Permasalahan Persediaan

Dua masalah umum yang dihadapi suatu sistem di dalam mengelola persediaannya menurut Muslich (1996), adalah sebagai berikut :

1. Masalah kuantitatif, yaitu hal-hal yang berkaitan dengan penentuan kebijaksanaan persediaan, antara lain :
   - Berapa banyak jumlah barang yang akan dipesan/dibuat.
   - Kapan pemesanan/pembuatan barang harus dilakukan.
   - Berapa jumlah persediaan pengamannya.
   - Metode perencanaan persediaan mana yang paling tepat.
2. Masalah kualitatif, yaitu hal-hal yang berkaitan dengan system pengoperasian persediaan yang akan menjamin kelancaran pengelolaan sistem persediaan seperti :
   - Jenis barang apa yang dimiliki.
   - Dimana barang tersebut berada.
   - Berapa jumlah barang yang sedang dipesan.
   - Siapa saja yang menjadi pemasok (*supplier*) masing-masing item.

2.5 Fungsi-Fungsi Persediaan

Fungsi utama dari persediaan menurut Muslich (1996), adalah untuk melepaskan diri atau membebaskan diri (*uncouple*) dari beberapa tahapan operasional, agar perusahaan dapat memenuhi permintaan tanpa bergantung pada pihak-pihak lain, misalkan para pemasoknya.

Sedangkan menurut Hendra (2009), perencanaan dan pengendalian persediaan berguna untuk menjadikan proses produksi dan pemasarannya stabil. Persediaan bahan baku bertujuan untuk mengurangi ketidakpastian produksi akibat fluktuasi pasokan bahan baku. Persediaan penyangga dan komponen berguna untuk mengurangi ketidakpastian produksi akibat kerusakan mesin. Persediaan produk jadi berguna untuk memenuhi fluktuasi permintaan yang tidak dapat dengan segera dipenuhi oleh produksi mengingat untuk produksi dibutuhkan bahan baku.

2.6 Struktur Biaya dalam Sistem Persediaan

Fien (2005) mengatakan bahwa beberapa masalah keputusan dapat diselesaikan dengan menggunakan kriteria ekonomis, satu syarat mutlak terpenting adalah membuat struktur biaya. Struktur biaya ini memuat biaya persediaan, biaya persediaan adalah semua pengeluaran dan kerugian yang disebabkan oleh oleh adanya persediaan. Biaya persediaan ini di dalam perusahaan secara umum dibedakan menjadi dua kelompok utama, yaitu :

1) *Ordering* dan *Procurement Cost*

Ordering dan *Procurement Cost* merupakan total biaya *pemesanan* dan *pengadaan* barang sehingga siap untuk dipergunakan atau diproses lebih lanjut dengan kata lain, mencakup pula biaya-biaya pengangkutan, pengumpulan, pemilikan, penyusunan dan penempatan di gudang, sampai kepada biaya-biaya manajerial dan klerikal yang berhubungan dengan pemesanan sampai penempatan bahan/barang di gudang. Untuk dapat membedakan secara tegas antara kedua macam biaya tersebut (*Ordering* dan *Procurement Cost*) dapat dilihat dari sifat *fixed-variable* biaya-biaya yang dikeluarkan pada waktu bersamaan. Seringkali total kedua biaya tersebut bervariasi menurut jumlah barang yang dipesan, misalnya, apabila harga barang ditetapkan dengan *quantity discount*. Dalamhal ini total biaya pemesanan dapat dikelompokkan menjadi dua. Pertama, kelompok biaya pemesanan yang bersifat *fixed*, yang tidak bergantung kepada jumlah barang yang dipesan. Kedua, kelompok bidang pemesanan yang bersifat *variable*, yang bergantung pada jumlah barang yang dipesan. Bagian yang bersifat *fixed* disebut *ordering cost*, sedangkan yang bersifat *variable* disebut *procurement cost.*

2) Biaya Penyimpanan (*Carrying Cost / Holding Cost*)

Biaya penyimpanan adalah senua pengeluaran yang disebabkan oleh adanya kegiatan menyimpan barang dalam periode waktu tertentu, biaya ini diwujudkan dalam bentuk prosentase nilai rupiah per unit waktu. Biaya ini meliputi : biaya modal *(cost of capital)*, biaya gudang *(cost of storage)*, biaya keusangan/kadaluwarsa *(obselence cost)*, biaya kehilangan *(loss cost)* dan biaya kerusakan *(deterioration)*, biaya asuransi *(insurance cost)*, serta biaya administrasi dan pemindahan.

2.7 Model EOQ (*Economic Order Quantity)*

Pada tahun 1915 FW. Harris mengembangkan rumus yang cukup terkenal yaitu *Economic Order Quantity* (EOQ). Rumus ini banyak digunakan di perusahaan-perusahaan atas usaha yang dilakukan oleh seorang konsultan yang bernama Wilson. Oleh karena itu rumus ini sering disebut dengan EOQ *Wilson*, walaupun yang mengembangkan adalah FW. Harris. Walaupun EOQ merupakan teknik penentuan persediaan yang tertua, namun EOQ dengan variasinya masih banyak digunakan di perusahaan-perusahaan untuk permintaan *independent* dalam manajemen persediaan karena relatif mudah digunakan. (Fien, 2005)

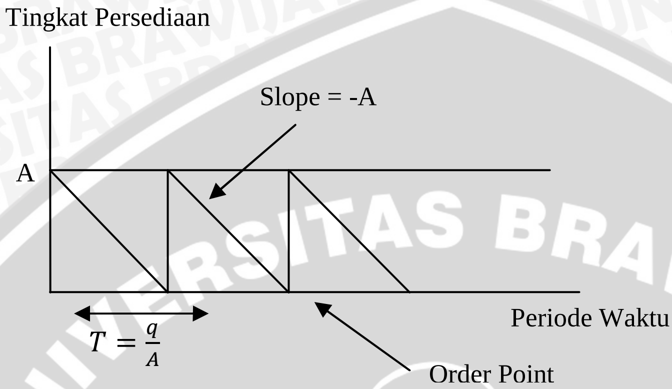
Economic order quantity (EOQ) merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengendalikan persediaan barang. EOQ juga merupakan metode tingkat persediaan yang meminimumkan biaya total penyimpanan persediaan dan biaya pemesanan. Freddy Rangkuti (2004) menyatakan bahwa metode EOQ merupakan metode yang digunakan untuk menentukan jumlah pembelian bahan mentah pada setiap kali pesan dengan biaya yang paling rendah.

Model persediaan *(inventory model)* yang paling sederhana mengandung ciri-ciri sebagai berikut :

- Barang/bahan mentah yang dipesan dan disimpan hanya satu macam,
- Kebutuhan/permintaannya per periode diketahui (tertentu),
- Barang/bahan mentah yang dipesan segera dapat tersedia, dan tidak ada *back order*

Tujuan dari model ini adalah menentukan jumlah pesanan optimal yang dapat meminimalkan biaya total persediaan. Pada model persediaan ini kondisi *shortage* tidak diperbolehkan, artinya persediaan dalam gudang harus selalu dapat memenuhi permintaan konsumen.

Model ini di ilustrasikan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Model persediaan yang sederhana

Pada model persediaan ini, biaya total persediaan merupakan jumlahan dari total biaya pemesanan, biaya pengadaan, dan biaya penyimpanan (Aminudin, 2005). Secara matematis biaya total persediaan dapat dituliskan sebagai berikut

Inventory Total Cost (*ITC*) = *Ordering Cost* (*OC*) + *Procurement Cost* (*PC*) + *Holding Cost* (*HC*)

$$TIC = k + cq + \frac{q}{2} C_h T \qquad (2.1)$$

di mana:

ITC	: *inventory total cost*/biaya total persediaan per satu siklus
k	: *ordering cost* per pemesanan
c	: harga barang per unit
A	: jumlah barang yang dibutuhkan dalam satu periode
q	: jumlah pemesanan
C_h	: *holding cost* per unit
T	: waktu pemesanan

Berdasarkan Gambar 2.1, siklus pemesanan $= \frac{q}{A}$, sehingga biaya total persediaan per satuan waktu dapat dituliskan sebagai fungsi dari *q*. Secara matematis dituliskan sebagai berikut:

Inventory total cost per satuan waktu

$$C(q) = \frac{ITC}{T} = k\frac{A}{q} + cA + \frac{q}{2}C_h \tag{2.2}$$

Jumlah pesanan optimum yang dapat meminimalkan biaya total persediaan secara umum dinotasikan q^*. Secara matematis q^* dapat dihitung dengan menurunkan persamaan (2.2) terhadap q dengan syarat turunan tersebut sama dengan nol,

$$\frac{dC(q)}{dq} = 0$$

$$\frac{d\left(\frac{kA}{q} + cA + \frac{qC_h}{2}\right)}{dq} = 0$$

$$-\frac{kA}{q^2} + \frac{C_h}{2} = 0$$

$$\frac{C_h}{2} = \frac{kA}{q^2}$$

$$q^2(C_h) = 2kA$$

$$q = \sqrt{\frac{2kA}{C_h}}$$

sehingga diperoleh jumlah pesanan optimum

$$q^* = \sqrt{\frac{2kA}{c_h}}$$

Jadi, q^* dapat dicapai ketika biaya pemesanan (*ordering cost*) sama dengan biaya penyimpanan (*holding cost*). Sehingga biaya total minimal adalah

$$C(\,q^*) = k\frac{A}{q^*} + cA + \frac{q^*}{2}c_h \tag{2.3}$$

untuk membuktikannya dapat dilakukan dengan cara mencari turunan kedua dari persamaan (3.1) dan ruas kiri harus lebih besar dari nol, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{d^2C(q)}{dq^2} > 0$$

$$\frac{d\left(-\frac{kA}{q^2}+\frac{c_h}{2}\right)}{dq} > 0$$

$$\frac{2kA}{q^3} > 0$$

Karena $T = \frac{q}{A}$, maka siklus pemesanan optimal yang dinotasikan T^* dapat dihitung dengan cara

$$T^* = \frac{q^*}{A} = \sqrt{\frac{2k}{c_h A}}$$

2.8 Kerusakan *(Deterioration)*

Kerusakan dari suatu item disebabkan oleh proses produksi yang mengalami penurunan kinerja, dimana proses produksi mengalami perpindahan status dari kondisi *in-control* ke *out-of-control*. Ketika proses produksi berada pada kondisi *out-of-control* diasumsikan menghasilkan sebagian produk yang rusak.

Distribusi kerusakan adalah informasi dasar mengenai umur pakai suatu barang dalam suatu proses manufaktur. Distribusi yang umum digunakan adalah distribusi Eksponensial, Weibull, Normal dan Lognormal , dimana distribusi kerusakan ini dapat memenuhi berbagai fase kerusakan. Dalam skripsi ini tingkat kerusakan memakai distribusi eksponensial, yang biasanya digunakan jika laju kerusakan tidak berubah dan konstan terhadap waktu.

Distribusi waktu untuk kerusakan barang ditunjukkan oleh fungsi di bawah ini,

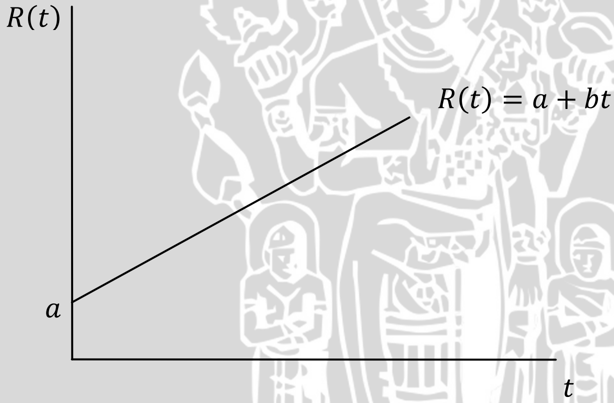
$$g(t) = \begin{cases} \theta e^{-\theta t} & ,\theta > 0 \text{ dan } t > 0 \\ 0 & ,t \text{ yang lain} \end{cases}$$

di mana θ disebut tingkat kerusakan.

2.9 Permintaan Linear

Permintaan adalah sejumlah barang yang dibeli atau diminta pada suatu harga dan waktu tertentu. Permintaan berkaitan dengan keinginan konsumen akan suatu barang dan jasa yang ingin dipenuhi. dan kecenderungan permintaan konsumen akan barang dan jasa tak terbatas.

Fungsi linear adalah suatu fungsi yang sangat sering digunakan oleh para ahli ekonomi dan bisnis dalam menganalisa dan memecahkan masalah-masalah ekonomi. Hal ini dikarenakan bahwa kebanyakan masalah ekonomi dan bisnis dapat disederhanakan atau diterjemahkan ke dalam model yang berbentuk linear, termasuk permintaan. Fungsi linear menunjukkan hubungan antara satu variabel dengan variabel lainnya. Setiap terjadi perubahan pada satu variabel akan mengakibatkan perubahan pada variabel lain dengan perbandingan yang konstan. Maka dihasilkan suatu kurva garis lurus, yaitu,



Gambar 2.2 Fungsi Linear

Bentuk persamaan linear yang paling sederhana adalah persamaan linear dengan dua variabel (peubah):

$$R(t) = a + bt$$

di mana:

$R(t)$ = variabel yang akan diramalkan, dalam hal ini adalah ramalan permintaan produk perusahaan

a, b = konstanta, yang akan menunjukkan besarnya jumlah permintaan per tahun
t = unit waktu/periode

2. 10 Analisis Sensitivitas dalam EOQ

Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan bagaimana pengaruh perubahan atau kesalahan data dalam parameter terhadap EOQ. Jika perubahan dalam parameter model EOQ cukup besar tetapi tidak berpengaruh terhadap EOQ, dapat dikatakan bahwa model EOQ tidak sensitif terhadap perubahan tersebut. Jika terjadi perubahan parameter sangat kecil dalam model EOQ, tetapi berpengaruh cukup besar terhadap EOQ, dapat dikatakan bahwa model EOQ sensitif terhadap perubahan tersebut. Model EOQ mengasumsikan bahwa total kebutuhan (A), biaya simpan (C_h), dan biaya pesan (OC) dapat ditentukan secara pasti. Kesalahan manajemen dalam menentukan ketiga parameter tersebut dapat saja terjadi, yang berarti dapat mempengaruhi EOQ dan biaya variabel.

Analisis sensitivitas dapat dimanfaatkan dalam berbagai cara. Pertama, semua parameter yang digunakan dalam keputusan persediaan diperkirakan, kemudian diinginkan untuk mengetahui bagaimana pengaruh kesalahan dalam estimasi terhadap keputusan dan biaya. Analisis sensitivitas dapat menyatakan apakah prosedur estimasi cukup memadai. Ke dua, parameter dalam model EOQ berubah karena waktu, analisis sensitivitas dapat membantu dalam memutuskan apakah perlu merevisi keputusan persediaan dengan memasukkan nilai yang baru. Ke tiga, kondisi yang menentukan batas kapasitas, efisiensi transportasi, atau pengepakan. Analisis sensitivitas dapat digunakan untuk menentukan pengaruh biaya tersebut dengan melakukan penyesuaian. (Zulian, 2005)

BAB III
HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model EOQ (*Economic Order Quantity*) pada Permintaan Linear, Kerusakan Produk, dan Ijin Penundaan dalam Pembayaran

Dalam merumuskan model persediaan, terdapat dua faktor permasalahan yang terjadi, yaitu kerusakan produk dan variasi dalam tingkat permintaan. Permintaan merupakan faktor utama dalam manajemen persediaan. Oleh karena itu, keputusan persediaan harus dibuat karena adanya permintaan di masa sekarang dan masa yang akan datang. Tingkat kerusakan produk dalam persediaan selama proses penyimpanan juga merupakan faktor utama dalam manajemen persediaan. Suatu barang produk dikatakan rusak ketika produk tersebut tidak dapat menjalankan fungsinya dengan baik lagi. Penundaan dalam pembayaran juga merupakan faktor yang perlu dipertimbangkan. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan model EOQ pada permintaan linear dan kerusakan produk berdistribusi eksponensial serta ijin penundaan dalam pembayaran. Model ini merupakan sebuah model persediaan yang mempertimbangkan kerusakan barang dengan tingkat variabel kerusakan, dimana kerusakan berarti pembusukan, kecacatan, atau kerugian sehingga barang tidak dapat digunakan untuk tujuan yang sebenarnya, dan juga meskipun terdapat penundaan dalam pembayaran, persediaan tetap optimal. Model ini merupakan pengembangan dari model EOQ klasik dimana pada model EOQ klasik diasumsikan bahwa permintaan konstan, tidak diperbolehkan adanya *shortage*, serta barang yang dipesan dan disimpan hanya satu macam.

3.1.1 Asumsi

Diasumsikan bahwa tingkat permintaan untuk barang digambarkan oleh fungsi linear dan kontinu dengan tingkat pengisian yang tidak terbatas dan pengisian dilakukan secara spontan. *Lead time* atau lamanya masa tunggu barang yang dipesan datang adalah nol serta tidak diperbolehkan adanya kekurangan barang. Distribusi waktu untuk kerusakan barang mengikuti distribusi eksponensial.

Selain itu diasumsikan pula tidak ada perbaikan atau penambahan apabila terdapat kerusakan barang pada siklus yang diberikan. Pada saat $T \geq M$, dimana T merupakan rentang waktu antar dua pesanan yang berurutan dan M adalah periode yang diijinkan penundaan atau keterlambatan dan penyelesaian *account* dengan pemasok, *account* tersebut diselesaikan pada saat $T = M$ dan pengecer mulai membayar untuk beban bunga terhadap barang-barang pada saat persediaan dengan tingkat I_p. Sedangkan pada saat $T \leq M$, *account* tersebut diselesaikan pada saat $T = M$ dan pengecer tidak perlu membayar beban bunga.

3.1.2 Konstruksi Model

Diberikan suatu persediaan yaitu $I(t)$ dalam kurun waktu atau periode (t) tertentu. Ketika awal periode $t = 0$ dan di akhir periode $t = T$, maka laju perubahan dari $I(t)$ adalah dikarenakan adanya permintaan dan kerusakan. Dalam hal ini telah dibatasi bahwa tingkat permintaan linear, yaitu:

$$R(t) = a + bt \qquad \text{dengan } a\,, b > 0$$

Laju perubahan persediaan akan berkurang seiring dengan jumlah dari permintaan dan kerusakan, yaitu $R(t) + \theta I(t)$. Jadi, laju perbahan persediaan tersebut adalah:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\big(R(t) + \theta I(t)\big) \tag{3.1}$$

dengan $0 \leq t \leq T$.

Pada waktu awal $t = 0$, persediaan masih dalam keadaan penuh sehingga diperoleh syarat awal $I(0) = Q$. Sementara ketika waktu sudah mulai berjalan dan di akhir periode $t = T$, tingkat persediaan barang akan habis. Misalnya persediaan bahan baku akan habis dikarenakan proses produksi ataupun persediaan bahan jadi akan habis dikarenakan permintaan konsumen, sehingga diperoleh syarat batas $I(T) = 0$.

Persamaan (3.1) dapat dinyatakan sebagai persamaan differensial linear orde satu, yaitu:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -R(t), \quad 0 \leq t \leq T \tag{3.2}$$

di mana, syarat awal, $I(0) = Q$

syarat batas, $I(T) = 0$

Dengan melihat persamaan (3.2) yang merupakan persamaan differensial linear orde satu, maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode faktor integral. Di mana persamaan differensial linear orde satu dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} + P(x).y = Q(x) \tag{3.3}$$

Maka dari persamaan (3.2), diperoleh

$$y = I(t)$$
$$x = t$$
$$P(x) = \theta$$
$$Q(x) = -R(t) = a + bt$$

Jika $\rho(x) = \rho(t)$ adalah faktor integralnya, maka

$$\begin{aligned}\rho(t) &= e^{\int P(t)dt}\\ &= e^{\int \theta dt}\\ &= e^{\theta t}\end{aligned}$$

Kalikan masing-masing ruas pada persamaan (3.2) dengan faktor integralnya, sehingga diperoleh:

$$e^{\theta t}.\frac{dI(t)}{dt} + (\theta).\left(e^{\theta t}\right).I(t) = \left(e^{\theta t}\right).\left(-(a+bt)\right) \tag{3.4}$$

Persamaan (3.4) dapat disederhanakan menjadi:

$$\frac{d}{dt}\left(e^{\theta t}.I(t)\right) = -(a+bt)e^{\theta t}$$

$$\left(e^{\theta t}\right)\left(I(t)\right) = \int -(a+bt)e^{\theta t}dt$$

$$\left(e^{\theta t}\right)\left(I(t)\right) = \int -(a+bt)e^{\theta t}dt \tag{3.5}$$

Untuk menyelesaikan persamaan (3.5) digunakan rumus pengintegralan, yaitu:

$$
\begin{aligned}
\int (a+bt)e^{\theta t}dt &= \int ae^{\theta t}dt + \int bte^{\theta t}dt \\
&= \frac{ae^{\theta t}}{\theta} + \left(\frac{bte^{\theta t}}{\theta} - \int \frac{e^{\theta t}}{\theta} bdt\right) \\
&= \frac{ae^{\theta t}}{\theta} + \frac{bte^{\theta t}}{\theta} - \frac{be^{\theta t}}{\theta^2}
\end{aligned}
$$

Hasil dari pengintegralan di atas disubstitusikan ke persamaan (3.5), menjadi:

$$
\begin{aligned}
I(t)e^{\theta t} &= -\int (a+bt)e^{\theta t}\,dt \\
I(t)e^{\theta t} &= \int ae^{\theta t}dt + \int bte^{\theta t}dt \\
I(t)e^{\theta t} &= -\left(\frac{ae^{\theta t}}{\theta} + \frac{bte^{\theta t}}{\theta} - \frac{be^{\theta t}}{\theta^2}\right) + C \\
I(t)e^{\theta t} &= -\frac{ae^{\theta t}}{\theta} - \frac{bte^{\theta t}}{\theta} + \frac{be^{\theta t}}{\theta^2} + C \\
I(t) &= -\frac{a}{\theta} - \frac{bt}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} + Ce^{-\theta t} \qquad (3.6)
\end{aligned}
$$

Syarat batas $I(T) = 0$ disubstitusikan ke dalam persamaan (3.6) sehingga diperoleh:

$$
\begin{aligned}
I(T) &= -\frac{a}{\theta} - \frac{bT}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} + Ce^{-\theta T} \\
0 &= -\frac{a}{\theta} - \frac{bT}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} + Ce^{-\theta T} \\
Ce^{-\theta T} &= \frac{a}{\theta} + \frac{bT}{\theta} - \frac{b}{\theta^2} \\
C &= \frac{ae^{\theta T}}{\theta} + \frac{bTe^{\theta T}}{\theta} - \frac{be^{\theta T}}{\theta^2}
\end{aligned}
$$

Setelah itu nilai C disubstitusikan ke persamaan (3.6), sehingga diperoleh nilai $I(t)$ yang baru, yaitu:

$$
\begin{aligned}
I(t) &= -\frac{a}{\theta} - \frac{bt}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} + \left(\frac{ae^{\theta T}}{\theta} + \frac{bTe^{\theta T}}{\theta} - \frac{be^{\theta T}}{\theta^2}\right)e^{-\theta t} \\
&= -\frac{a}{\theta} - \frac{bt}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} + \frac{ae^{\theta(T-t)}}{\theta} + \frac{bTe^{\theta(T-t)}}{\theta} - \frac{be^{\theta(T-t)}}{\theta^2}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta(T-t)}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}+bt\right)\right] \qquad (3.7)$$

Setelah didapatkan solusi, maka dapat ditentukan kuantititas pemesanan awal pada saat $t = 0$ dengan mensubstitusikan syarat awal $I(0) = Q$ ke dalam persamaan (3.7) sehingga menjadi:

$$Q = I(0) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta(T-0)}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}+b(0)\right)\right]$$

$$Q = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right] \qquad (3.8)$$

Misalkan total permintaan adalah (T_D), maka untuk menghitung total permintaan adalah integral dari fungsi permintaan linear dari awal periode $t = 0$ sampai akhir periode $t = T$, sehingga diperoleh:

$$T_D = \int_0^T R(t)dt$$

$$= \int_0^T (a+bt)dt$$

$$= at + \frac{bt^2}{\theta}\Big|_0^{\mathrm{T}}$$

$$= \left(aT + \frac{bT^2}{2}\right) - \left(a(0) - \frac{b(0^2)}{2}\right)$$

$$= aT + \frac{bT^2}{2}$$

Menentukan jumlah kerusakan barang dengan cara mengurangkan kuantitas pemesanan awal *(Q)* dengan total permintaan (T_D) selama satu siklus. Jadi jumlah kerusakan barang (K_B) adalah:

$$K_B = Q - \left(aT + \frac{bT^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right] - \left(aT + \frac{bT^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right] - \frac{T}{2}(2a+bT) \qquad (3.9)$$

Misalkan biaya penyimpanan persediaan adalah (H_c), maka untuk menentukan biaya penyimpanan persediaan adalah dengan cara mengalikan biaya simpan (h) dengan integral dari tingkat persediaan dari awal periode $t = 0$ sampai akhir periode $t = T$, sehingga diperoleh:

$$H_c = h \int_0^T I(t)dt$$

di mana $h = ph_p$, maka

$$H_c = h \int_0^T \frac{1}{\theta} \left[e^{\theta(T-t)} \left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right) - \left(a - \frac{b}{\theta} + bt \right) \right] dt$$

$$= h \int_0^T \left[\frac{ae^{\theta(T-t)}}{\theta} - \frac{be^{\theta(T-t)}}{\theta^2} + \frac{bTe^{\theta(T-t)}}{\theta} - \frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} - \frac{bT}{\theta} \right] dt$$

$$= h \left[-\frac{a}{\theta^2} + \frac{ae^{\theta T}}{\theta^2} + \frac{b}{\theta^3} - \frac{be^{\theta T}}{\theta^3} - \frac{bT}{\theta^2} + \frac{bTe^{\theta T}}{\theta^2} - \frac{aT}{\theta} + \frac{bT}{\theta^2} - \frac{bT}{2\theta} \right]$$

$$= h \left[\frac{ae^{\theta T}}{\theta^2} - \frac{be^{\theta T}}{\theta^3} + \frac{bTe^{\theta T}}{\theta^2} - \frac{a}{\theta^2} + \frac{b}{\theta^3} - \frac{bT}{\theta^2} - \frac{aT}{\theta} + \frac{bT}{\theta^2} - \frac{bT}{2\theta} \right]$$

$$= h \left[\frac{1}{\theta} \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right)}{\theta} \left(e^{\theta T} - 1 \right) - T \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2} \right) \right) \right]$$

$$= \frac{h}{\theta} \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right)}{\theta} \left(e^{\theta T} - 1 \right) - T \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2} \right) \right)$$

Oleh karena itu, biaya penyimpanan per satuan waktu yaitu (H_{cT}), dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$H_{cT} = \frac{h}{\theta T} \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right)}{\theta} \left(e^{\theta T} - 1 \right) - T \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2} \right) \right) \qquad (3.1)$$

Setelah mengetahui beberapa biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan, di dalam model EOQ (*Economic Order Quantity*) pada permintaan linear dan kerusakan produk dengan ijin penundaan dalam pembayaran terdapat tiga permasalahan yang dibahas, yaitu kasus I $(T > M)$, kasus II $(T < M)$, dan kasus III $(T = M)$. Pada saat $T \geq M$, dimana T merupakan rentang waktu antar dua pesanan yang berurutan dan M adalah periode yang diijinkan melakukan penundaan atau keterlambatan dan penyelesaian *account* dengan pemasok, *account* tersebut diselesaikan pada saat $T = M$ dan perusahaan mulai membayar untuk beban bunga terhadap barang-barang pada saat persediaan dengan tingkat I_p. Sedangkan pada saat $T \leq M$, *account* tersebut diselesaikan pada saat $T = M$ dan perusahaan tidak perlu membayar beban bunga.

1. KASUS I $(T > M)$

Pada kasus ini dimisalkan $T > M$, yaitu rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan lebih besar dari periode yang diijinkan melakukan penundaan/keterlambatan dalam penyelesaian pembayaran dengan pemasok.

Karena bunga dibayar selama waktu T sampai dengan M, maka untuk menentukan B_B yaitu bunga yang dibayar oleh perusahaan adalah dengan cara mengalikan biaya produksi dengan beban bunga yang harus dibayarkan dan juga dikalikan dengan integral dari tingkat persediaan dari awal periode penundaan pembayaran yang diijinkan yaitu $t = M$ sampai akhir periode pemesanan kedua dilakukan yaitu $t = T$, sehingga diperoleh:

$$B_B = pI_p \int_M^T I(t)dt$$

$$= pI_p \int_M^T \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta(T-t)}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta} + bt\right)\right]dt$$

$$= pI_p \int_M^T \left[\frac{ae^{\theta(T-t)}}{\theta} - \frac{be^{\theta(T-t)}}{\theta^2} + \frac{bTe^{\theta(T-t)}}{\theta} - \frac{a}{\theta} + \frac{b}{\theta^2} - \frac{bT}{\theta}\right]dt$$

$$= pI_p\left[-\frac{a}{\theta^2}+\frac{ae^{\theta(T-M)}}{\theta^2}+\frac{b}{\theta^3}-\frac{be^{\theta(T-M)}}{\theta^3}-\frac{bT}{\theta^2}+\frac{bTe^{\theta(T-M)}}{\theta^2}\right.$$
$$\left.-\frac{a}{\theta}(T-M)+\frac{b}{\theta^2}(T-M)-\frac{b}{2\theta}(T-M)(T+M)\right]$$

$$= pI_p\left[\frac{ae^{\theta(T-M)}}{\theta^2}-\frac{be^{\theta(T-M)}}{\theta^3}+\frac{bTe^{\theta(T-M)}}{\theta^2}-\frac{a}{\theta^2}+\frac{b}{\theta^3}-\frac{bT}{\theta^2}\right.$$
$$\left.-\frac{a}{\theta}(T-M)+\frac{b}{\theta^2}(T-M)-\frac{b}{2\theta}(T-M)(T+M)\right]$$

$$= pI_p\left[\frac{1}{\theta}\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)}{\theta}\left\{e^{\theta(T-M)}-1\right\}\right.\right.$$
$$\left.\left.-(T-M)\left\{a-\frac{b}{\theta}+\frac{b}{2}(T+M)\right\}\right)\right]$$

$$= \frac{pI_p}{\theta}\left[\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)}{\theta}\left\{e^{\theta(T-M)}-1\right\}\right.$$
$$\left.-(T-M)\left\{a-\frac{b}{\theta}+\frac{b}{2}(T+M)\right\}\right]$$

Oleh karena itu, bunga yang dibayar per satuan waktu yaitu B_{BT} adalah:

$$B_{BT} = \frac{pI_p}{\theta T}\left[\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)}{\theta}\left\{e^{\theta(T-M)}-1\right\}\right.$$
$$\left.-(T-M)\left\{a-\frac{b}{\theta}+\frac{b}{2}(T+M)\right\}\right] \qquad (3.11)$$

Sedangkan B_{PT} yaitu bunga yang diperoleh per satuan waktu adalah:

$$B_{PT} = \frac{pI_e}{T}\int_0^T tR(t)dt$$

$$= \frac{pI_e}{T} \int_0^T t(a + bt)dt$$

$$= \frac{pI_e}{T} \left(\frac{at^2}{2} + \frac{bt^3}{3} \bigg|_0^T \right)$$

$$= \frac{pI_e}{T} \left(T^2 \left(\frac{a}{2} + \frac{bT}{3} \right) \right)$$

$$= pI_e T \left(\frac{a}{2} + \frac{bT}{3} \right) \tag{3.12}$$

Pada kasus ini didapatkan biaya total persediaan sebagai berikut:

Inventory Total Cost $(C_1(T))$ per siklus = Biaya pemesanan (O_C) + Biaya kerusakan barang (BK_B) + Biaya penyimpanan persediaan per satuan waktu (H_{cT}) + Bunga yang dibayar selama periode yang diijinkan (B_{BT}) – Bunga yang diperoleh selama satu siklus (B_{PT})

$$\begin{aligned} C_1(T) = {} & \frac{A}{T} + \frac{p}{T} \left[\frac{1}{\theta} \left[e^{\theta T} \left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right) - \left(a - \frac{b}{\theta} \right) \right] - \frac{T}{2}(2a + bT) \right] \\ & + \frac{h}{\theta T} \left[\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right)}{\theta} \left(e^{\theta T} - 1 \right) - T \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2} \right) \right] \\ & + \frac{pI_p}{\theta T} \left[\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT \right)}{\theta} \left\{ e^{\theta (T-M)} - 1 \right\} \right. \\ & \left. - (T - M) \left\{ a - \frac{b}{\theta} + \frac{b}{2}(T + M) \right\} \right] - pI_e T \left(\frac{a}{2} + \frac{bT}{3} \right) \end{aligned} \tag{3.13}$$

Untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal maka diperlukan $C_1(T)$ yang optimal karena biaya yang optimum adalah biaya yang minimum. $C_1(T)$ akan menjadi optimal jika turunan pertama dari $C_1(T)$ disama dengankan nol.

$$\frac{dC_1(T)}{dT} = 0$$

Dengan menggunakan bantuan program *Maple 14*, didapatkan hasil turunan pertama $C_1(T)$ sebagai berikut:

$$-\frac{A}{T^2} + \frac{p\left(\frac{be^{\theta T} + \left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)\theta e^{\theta T}}{\theta} - a - bT\right)}{T}$$
$$- \frac{p\left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)e^{\theta T} - a + \frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{1}{2}T(2a + bT)\right)}{T^2}$$
$$- \frac{h\left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)\left(e^{\theta T} - 1\right)}{\theta} - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2}bT\right)\right)}{\theta T^2}$$
$$+ \frac{h\left(\frac{b\left(e^{\theta T} - 1\right)}{\theta} + \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2}bT\right)e^{\theta T} - a + \frac{b}{\theta} - bT\right)}{\theta T}$$
$$- \frac{1}{\theta T^2}\left[pI_p\left\{\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)\left(e^{\theta(T-M)} - 1\right)}{\theta}\right.\right.$$
$$\left.\left. - (T - M)\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2}b(T + M)\right)\right\}\right]$$
$$+ \frac{1}{\theta T}\left[pI_p\left\{\frac{b\left(e^{\theta(T-M)} - 1\right)}{\theta} + \left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right)e^{\theta(T-M)} - a + \frac{b}{\theta}\right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{1}{2}b(T + M) - \frac{1}{2}(T - M)b\right\}\right] - pI_e\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}bT^2\right)$$
$$- \frac{2}{3}pI_eT^2b = 0 \qquad (3.14)$$

Setelah disederhanakan maka menghasilkan persamaan non linier sebagai berikut:

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\theta^3T^2}\left(2pI_pbT\theta e^{\theta(T-M)} - 2pI_p\theta^2Tae^{\theta(T-M)} - 2pI_p\theta^2T^2be^{\theta(T-M)} + 2A\theta^3 + p\theta^3T^2b + hbT^2\theta^2 - 2pI_pa\theta + 2p\theta^2e^{\theta T}a - 2p\theta e^{\theta T}b + 2he^{\theta T}a\theta + 2pI_eT^4b\theta^3 + pI_pbT^2\theta^2 + 2pI_pMa\theta^2 - 2pI_pb\theta M + pI_pb\theta^2M^2 + pI_e\theta^3T^2a - 2p\theta^3Te^{\theta T}a - 2p\theta^3T^2e^{\theta T}b + 2p\theta^2e^{\theta T}bT + 2he^{\theta T}bT\theta - 2h\theta^2Te^{\theta T}a - 2h\theta^2T^2e^{\theta T}b + 2pI_pa\theta e^{\theta(T-M)} - 2p\theta^2a + 2p\theta b - 2ha\theta + 2pI_pb - 2he^{\theta T}b + 2hb - 2pI_pbe^{\theta(T-M)}\right) = 0$$

Setelah itu, dari persamaan (3.14) dicari nilai dari T yaitu rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan. Karena bentuk dari persamaan (3.14) sulit diselesaikan secara manual, maka akan digunakan program komputer untuk mencari nilai dari $C_1(T)$. Dalam skripsi ini akan digunakan program *Maple 14.* Dengan menyelesaikan atau mencari T pada persamaan (3.14) akan diketahui siklus optimal $T = T_1^*$.

Untuk membuktikan bahwa nilai $C_1(T)$ dan $T = T_1^*$ adalah optimum dapat dilakukan dengan cara mencari turunan kedua dari persamaan (3.13) dan ruas kiri harus lebih besar dari nol, yaitu:

$$\frac{d^2C_1(T)}{dT^2} > 0$$

Dengan menggunakan bantuan program *Maple 14*, didapatkan hasil turunan kedua $C_1(T)$ sebagai berikut:

$$\frac{2A}{T^3} + \frac{p\left(\frac{2b\theta e^{\theta T}+\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\theta^2 e^{\theta T}}{\theta}-b\right)}{T} - \frac{2p\left(\frac{be^{\theta T}+\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\theta e^{\theta T}}{\theta}-a-bT\right)}{T^2} +$$

$$\frac{2p\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)e^{\theta T}-a+\frac{b}{\theta}}{\theta}-\frac{1}{2}T(2a+bT)\right)}{T^3} - \frac{2h\left(\frac{b\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta}+\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)e^{\theta T}-a+\frac{b}{\theta}-bT\right)}{\theta T^2} +$$

$$\frac{2h\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta}-T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}bT\right)\right)}{\theta T^3} + \frac{h\left(2be^{\theta T}+\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\theta e^{\theta T}-b\right)}{\theta T} -$$

$$\frac{1}{\theta T^2}\left[2pI_p\left\{\frac{b\left(e^{\theta(T-M)}-1\right)3.12}{\theta} + \left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)e^{\theta(T-M)} - a + \frac{b}{\theta} - \right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{2}b(T+M) - \frac{1}{2}(T-M)b\right\}\right] + \frac{1}{\theta T^3}\left[2pI_p\left\{\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\left(e^{\theta(T-M)}-1\right)}{\theta} - \right.\right.$$

$$\left.\left.(T-M)\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}b(T+M)\right)\right\}\right] +$$

$$\frac{pI_p\left(2be^{\theta(T-M)}+\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\theta e^{\theta(T-M)}-b\right)}{\theta T} - 2pI_e bT > 0 \qquad (3.15)$$

Setelah disederhanakan menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\theta^3 T^3}\big(&2A\theta^3 - 2pI_p a\theta + 2p\theta^2 e^{\theta T}a - 2p\theta b e^{\theta T} + 2he^{\theta T}a\theta \\ &- 2pI_p be^{\theta(T-M)} - 2pI_e bT^4\theta^3 + 2pI_p Ma\theta^2 \\ &- 2pI_p b\theta M + pI_p b\theta^2 M^2 - p\theta^3 T^2 be^{\theta T} \\ &+ p\theta^4 T^2 e^{\theta T}a + p\theta^4 T^2 e^{\theta T}b - 2p\theta^3 Te^{\theta T}a \\ &+ 2p\theta^2 e^{\theta T}bT - 2h\theta^2 Te^{\theta T}a - h\theta^2 T^2 e^{\theta T}b \\ &+ 2he^{\theta T}bT\theta + h\theta^3 T^2 e^{\theta T}a + h\theta^3 T^3 e^{\theta T}b \\ &+ 2pI_p e^{\theta(T-M)}a\theta - 2p\theta^2 a + 2p\theta b - 2ha\theta \\ &+ 2pI_p b - 2hbe^{\theta T} + 2hb - 2pI_p\theta^2 Te^{\theta(T-M)}a \\ &- pI_p\theta^2 T^2 e^{\theta(T-M)}b + 2pI_p e^{\theta(T-M)}bT\theta \\ &+ pI_p\theta^3 T^2 e^{\theta(T-M)}a + pI_p\theta^3 T^3 e^{\theta(T-M)}b\big) > 0\end{aligned}$$

Kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) pada kasus ini diberikan oleh persamaan berikut:

$$Q_0^*(T_1^*) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T_1^*}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT_1^*\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

Inventory Total Cost optimal $\left(C_1(T_1^*)\right)$ dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan (3.10) untuk $= T_1^*$.

2. KASUS II ($T < M$)

Pada kasus ini dimisalkan $T < M$, yaitu rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan lebih kecil dari periode yang diijinkan melakukan penundaan/keterlambatan dalam penyelesaian pembayaran dengan pemasok. Pelanggan mendapatkan bunga atas pendapatan penjualan sampai dengan jagka waktu ijin penundaan dan tidak ada bunga yang dibayarkan selama periode itu untuk barang yang disimpan di gudang.

Karena pemesanan dua barang yang berurutan dilakukan sebelum jangka waktu ijin penundaan pembayaran, maka untuk menentukan bunga yang diperoleh yaitu (B_{DF}) adalah dengan cara mengalikan biaya produksi dengan besar bunga yang diperoleh dan juga dikalikan dengan dengan integral dari fungsi permintaan linear dari awal periode yaitu $t = 0$ sampai akhir periode yaitu $t = T$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} B_{DF} &= pI_e \int_0^T (a + bt)t\,dt \\ &= pI_e \int_0^T (at + bt^2)dt \\ &= pI_e \left(\frac{at^2}{2} + \frac{bt^3}{3}\bigg|_0^T\right) \\ &= pI_e \left(\frac{aT^2}{2} + \frac{bT^3}{3}\right) \end{aligned}$$

Sedangkan bunga yang diperoleh selama waktu M sampai dengan T sampai dengan jangka waktu penundaan yang diijinkan yaitu (B_{DL}) adalah:

$$
\begin{aligned}
B_{DL} &= pI_e(M-T)\int_0^T R(t)dt \\
&= pI_e(M-T)\int_0^T (a+bt)dt \\
&= pI_e(M-T)\left(at + \frac{bt^2}{2}\Big|_0^T\right) \\
&= pI_e(M-T)\left(aT + \frac{bT^2}{2}\right) \\
&= pI_e\left(a + \frac{bT}{2}\right)(M-T)T
\end{aligned}
$$

Oleh karena itu, total bunga yang diperoleh selama satu siklus yaitu (B_{DT}) adalah:

$$
\begin{aligned}
B_{DT} &= pI_e\left(\frac{a}{2}T^2 + \frac{b}{3}T^3\right) + pI_e\left(a + \frac{bT}{2}\right)(M-T)T \\
&= pI_eT\left(\frac{a}{2}T - aT + aM + \frac{b}{3}T^2 - \frac{b}{2}T^2 + \frac{b}{2}TM\right) \\
&= pI_eT\left(-\frac{aT}{2} + \frac{b}{2}TM - \frac{1}{6}bT^2 + aM\right) \\
&= pI_eT\left((bM-a)\frac{T}{2} - \frac{1}{6}bT^2 + aM\right) \qquad (3.16)
\end{aligned}
$$

Pada kasus ini didapatkan biaya total persediaan sebagai berikut:

Total Variable Cost ($C_2(T)$) per siklus = Biaya pemesanan (O_C) + Biaya kerusakan barang (BK_B) + Biaya penyimpanan persediaan (H_{cT}) – Bunga yang diperoleh selama siklus (B_{DT})

$$
\begin{aligned}
C_2(T) = \frac{A}{T} + \frac{p}{T}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\} - \frac{T}{2}(2a + bT)\right] \\
+ \frac{h}{\theta T}\left[\frac{a - \frac{b}{\theta} + bT}{\theta}\left(e^{\theta T} - 1\right) - T\left\{a - \frac{b}{\theta} + \frac{bT}{2}\right\}\right] \\
- pI_e\left[(bM-a)\frac{T}{2} - \frac{1}{6}bT^2 + aM\right] \qquad (3.17)
\end{aligned}
$$

Untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal maka diperlukan $C_2(T)$ yang optimal karena biaya yang optimum adalah biaya yang minimum. $C_2(T)$ akan menjadi optimal jika turunan pertama dari $C_2(T)$ disama dengankan nol.

$$\frac{dC_2(T)}{dT} = 0$$

Dengan menggunakan bantuan program *Maple 14*, didapatkan hasil turunan pertama $C_2(T)$ sebagai berikut:

$$-\frac{A}{T^2} + \frac{p\left(\frac{\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)+e^{\theta T}b}{\theta} - a - bT\right)}{T}$$
$$- \frac{p\left(\frac{e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-a+\frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{1}{2}T(2a+bT)\right)}{T^2}$$
$$- \frac{h\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} - T\left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2}bT\right)\right)}{\theta T^2}$$
$$+ \frac{h\left(\frac{b\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} + e^{\theta T}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT\right) - a + \frac{b}{\theta} - bT\right)}{\theta T}$$
$$- pI_e\left(\frac{1}{2}bM - \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}bT\right) = 0 \qquad (3.18)$$

Setelah disederhanakan maka menghasilkan persamaan non linier di T sebagai berikut:

$$-\frac{1}{6}\frac{1}{\theta^3T^2}\left(3pI_e\theta^3T^2bM + 6A\theta^3 + 3p\theta^3T^2b + 6p\theta^2e^{\theta T}a\right.$$
$$- 6p\theta e^{\theta T}b + 6he^{\theta T}a\theta + 3hT^2\theta^2b + 6\,hb$$
$$- 6p\theta^2a + 6p\theta b - 6he^{\theta T}b - 6ha\theta - 6p\theta^3Te^{\theta T}a$$
$$- 6p\theta^3T^2e^{\theta T}b + 6p\theta^2e^{\theta T}bT + 6he^{\theta T}bT\theta$$
$$- 6h\theta^2Te^{\theta T}a - 6h\theta^2T^2e^{\theta T}b - 3pI_e\theta^3T^2a$$
$$\left.- 2pI_e\theta^3T^3b\right) = 0$$

Setelah itu, dari persamaan (3.18) dicari nilai dari T yaitu rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan. Karena bentuk dari persamaan (3.18) sulit diselesaikan secara manual, maka akan digunakan program komputer untuk mencari nilai dari $C_2(T)$. Dalam skripsi ini akan digunakan program *Maple 14*. Dengan menyelesaikan atau mencari T pada persamaan (3.18) akan diketahui siklus optimal $T = T_2^*$.

Untuk membuktikan bahwa nilai $C_2(T)$ dan $T = T_2^*$ adalah optimum dapat dilakukan dengan cara mencari turunan kedua dari persamaan (3.17) dan ruas kiri harus lebih besar dari nol, yaitu:

$$\frac{d^2C_2(T)}{dT^2} > 0$$

Dengan menggunakan bantuan program *Maple 14*, didapatkan hasil turunan kedua dari $C_2(T)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\frac{2A}{T^3} + \frac{p\left(\frac{\theta^2 e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)+2\theta e^{\theta T} b}{\theta} - b\right)}{T} \\
&- \frac{2p\left(\frac{\theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)+e^{\theta T} b}{\theta} - a - bT\right)}{T^2} \\
&+ \frac{2p\left(\frac{e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)-a+\frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{1}{2}T(2a+bT)\right)}{T^3} \\
&- \frac{2h\left(\frac{b\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} + e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right) - a + \frac{b}{\theta} - bT\right)}{\theta T^2} \\
&+ \frac{2h\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right)\left(e^{\theta T}-1\right)}{\theta} - T\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{1}{2}bT\right)\right)}{\theta T^3} \\
&+ \frac{h\left(2e^{\theta T} b + \theta e^{\theta T}\left(a-\frac{b}{\theta}+bT\right) - b\right)}{\theta T} + \frac{1}{3} p I_e b > 0
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Setelah disederhanakan menjadi:

$$\frac{1}{3}\frac{1}{\theta^3 T^2}\big(6A\theta^3 + 6p\theta^2 e^{\theta T}a - 6p\theta e^{\theta T}b + 6he^{\theta T}a\theta - 6p\theta^2 a + 6p\theta b - 6ha\theta + pI_e b\theta^3 T^3 + 3p\theta^4 T^2 e^{\theta T}a - 3p\theta^3 T^2 e^{\theta T}b + 3p\theta^4 T^3 e^{\theta T}b - 6p\theta^3 Te^{\theta T}a + 6p\theta^2 e^{\theta T}bT - 6h\theta^2 Te^{\theta T}a - 3h\theta^2 T^2 e^{\theta T}b + 6he^{\theta T}bT\theta + 3hT^2 e^{\theta T}a + 3h\theta^3 T^3 e^{\theta T}b + 6hb\big) > 0$$

Kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) pada kasus ini diberikan oleh persamaan berikut:

$$Q_0^*(T_2^*) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T_2^*}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT_2^*\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

Inventory Total Cost optimal $\left(C_2(T_2^*)\right)$ dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan (3.17) untuk $= T_2^*$.

3. KASUS III ($\boldsymbol{T = M}$)

Pada kasus ini dimisalkan $T = M$, yaitu rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan sama dengan periode yang diijinkan melakukan penundaan/keterlambatan dalam penyelesaian pembayaran dengan pemasok.

Untuk $= M$, baik biaya fungsi $C_1(T)$ dan $C_2(T)$ diasumsikan identik dan dinotasikan dengan $C(M)$, diperoleh dengan mengganti $T = M$ baik dalam persamaan (3.13) atau dalam persamaan (3.17). Sehingga persamaan yang didapat adalah:

$$C(M) = \frac{A}{M} + \frac{p}{M}\left[\frac{1}{\theta}\left\{e^{\theta M}\left(a - \frac{b}{\theta} + bM\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right\}\right] + \frac{h}{\theta M}\left[\frac{a - \frac{b}{\theta} + bM}{\theta}\left(e^{\theta M} - 1\right) - M\left\{a - \frac{b}{\theta} + \frac{bM}{2}\right\}\right] - \frac{1}{6}pI_e M(3a + 2bM) \tag{3.20}$$

Kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) pada kasus ini diberikan oleh persamaan berikut:

$$Q_0^*(M) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta M}\left(a - \frac{b}{\theta} + bM\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

3.1.3 Prosedur untuk Menentukan Biaya Total Persediaan yang Optimal

Berikut ini merupakan langkah-langkah untuk menentukan biaya total persediaan yang optimal, yaitu:

1. Menentukan T_1^* dengan menyelesaikan persamaan (3.14), dan jika $T_1^* \geq M$, maka harus menyelesaikan $C_1(T_1^*)$ dari persamaan (3.13),
2. Menentukan T_2^* dengan menyelesaikan persamaan (3.18), dan jika $T_2^* < M$, maka harus menyelesaikan $C_2(T_2^*)$ dari persamaan (3.17),
3. Jika $T_1^* < M$ dan $T_2^* \geq M$, maka harus menyelesaikan $C(M)$ dari persamaan (3.20),
4. Membandingkan $C_1(T_1^*)$, $C_2(T_2^*)$, dan $C(M)$ kemudian diambil nilai yang minimum.

3.2 Simulasi Numerik Model EOQ (*Economic Order Quantity*) pada Permintaan Linear, Kerusakan Produk, dan Ijin Penundaan dalam Pembayaran

3.2.1 KASUS I ($T > M$)

Sebuah perusahaan manufaktur mempunyai data-data persediaan per tahun sebagai berikut (Ghour Chandra, 2011):

Tabel 3.1 Data Persediaan

a (unit)	b (unit)	I_p	I_e	A (\$)	h_p (\$)	p (\$)	M	θ
1000	150	0,15	0,13	200	0,12	20	0,25	0,05

Dari data di atas akan ditentukan panjang siklus pemesanan optimal, biaya total persediaan minimum, dan kuantitas pemesanan optimal.

Misalkan dalam sebuah perusahaan hanya menyediakan satu item produk, maka langkah pertama adalah menentukan nilai T_1^* dengan menyelesaikan turunan pertama dari $C_1(T)$ sama dengan nol untuk mendapatkan $C_1(T)$ yang optimal.

Tabel 3.1 disubstitusikan ke dalam persamaan (3.14) dan diselesaikan dengan menggunakan program *Maple 14* untuk mendapatkan nilai T_1^*. Hasil perhitungan untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_1^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_1(T_1^*)\right)$ dapat dilihat pada Lampiran 1. Nilai T_1^* yang didapatkan antara lain:

$$T_1^* = -1{,}340901009$$
$$T_1^* = -0{,}4572459166$$
$$T_1^* = 0.3787026915$$

Karena nilai T_1^* harus positif, maka diambil nilai T_1^* yang positif, yaitu:

$$T_1^* = 0.3787026915 \approx 138\, hari$$

Setelah nilai T_1^* diperoleh, disubstitusikan ke dalam persamaan (3.13) untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal yaitu sebesar:

$$C_1(T_1^*) = 770{,}3589251$$

Langkah ke dua adalah menentukan nilai T_2^* dengan menyelesaikan turunan pertama dari $C_2(T)$ sama dengan nol untuk mendapatkan $C_2(T)$ yang optimal.

Tabel 3.1 disubstitusikan ke dalam persamaan (3.18) dan diselesaikan dengan menggunakan program *Maple 14* untuk mendapatkan nilai T_2^*. Hasil perhitungan untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_2^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_2(T_2^*)\right)$ dapat dilihat pada Lampiran 2. Nilai T_2^* yang didapatkan antara lain:

$$T_2^* = -0{,}2667124855$$
$$T_2^* = 0{,}2545750182$$

$$T_2^* = -6.317915837$$

Karena nilai T_2^* harus positif, maka diambil nilai T_2^* yang positif, yaitu:

$$T_2^* = 0.2545750182 \approx 93\ hari$$

Setelah nilai T_2^* diperoleh, disubstitusikan ke dalam persamaan (3.17) untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal yaitu sebesar:

$$C_2(T_2^*) = 904{,}065867$$

Setelah menyelesaikan langkah pertama dan kedua, dapat dilihat bahwa $T_2^* > M$ merupakan kontradiksi dari kasus 2 yaitu $T < M$ sedangkan $T_1^* > M$ sesuai dengan kasus 1 yaitu $T > M$. Jadi perusahaan akan membutuhkan waktu untuk satu siklus pemesanan sebesar 0,3787026915 per tahun atau 0,3787026915 x 365 hari = 138 hari. Biaya total persediaan minimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan selama satu tahun adalah sebesar $ 770,3589251.

Untuk membuktikan bahwa nilai $C_1(T)$ dan $T = T_1^*$ adalah optimum dapat dilakukan dengan cara mencari turunan kedua dari persamaan (3.13) dan ruas kiri harus lebih besar dari nol. Setelah data persediaan dan juga siklus pemesanan disubstitusikan ke dalam persamaan (3.15) akan menghasilkan nilai yang lebih besar dari nol. Pembuktian dapat dilihat pada Lampiran 3.

Kuantitas pemesanan optimal dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut:

$$Q_0^*(T_1^*) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T_1^*}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT_1^*\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{0{,}05}\left[2{,}71828^{(0{,}05)(0{,}3787026915)}\left\{1000 - \frac{150}{0{,}05} + 150(0{,}3787026915)\right\} - \left(1000 - \frac{150}{0{,}05}\right)\right]$$

$$= 393{,}2037600$$

Jadi kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) selama satu tahun sebesar 393,2037600 unit ≈ 393 unit.

3.2.2 KASUS II $(\boldsymbol{T} < M)$

Sebuah perusahaan manufaktur mempunyai data-data persediaan per tahun sebagai berikut (Ghour Chandra, 2011):

Tabel 3.2 Data Persediaan

a (unit)	b (unit)	I_p	I_e	A ($)	h_p ($)	p ($)	M	θ
1000	150	0,15	0,13	200	0,12	40	0,25	0,20

Dari data di atas akan ditentukan panjang siklus pemesanan optimal, biaya total persediaan minimum, dan kuantitas pemesanan optimal.

Misalkan dalam sebuah perusahaan hanya menyediakan satu item produk, maka langkah pertama adalah menentukan nilai T_1^* dengan menyelesaikan turunan pertama dari $C_1(T)$ sama dengan nol untuk mendapatkan $C_1(T)$ yang optimal.

Tabel 3.2 disubstitusikan ke dalam persamaan (3.14) dan diselesaikan dengan menggunakan program *Maple 14* untuk mendapatkan nilai T_1^*. Hasil perhitungan untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_1^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_1(T_1^*)\right)$ dapat dilihat pada Lampiran 4. Nilai T_1^* yang didapatkan antara lain:

$$T_1^* = -0{,}2602866189$$
$$T_1^* = 0{,}2312483913$$
$$T_1^* = -1{,}633945173$$

Karena nilai T_1^* harus positif, maka diambil nilai T_1^* yang positif, yaitu:

$$T_1^* = 0{,}2312483913 \approx 84\ hari$$

Setelah nilai T_1^* diperoleh, disubstitusikan ke dalam persamaan (3.13) untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal yaitu sebesar:

$$C_1(T_1^*) = 1803{,}013559$$

Langkah ke dua adalah menentukan nilai T_2^* dengan menyelesaikan turunan pertama dari $C_2(T)$ sama dengan nol untuk mendapatkan $C_2(T)$ yang optimal.

Tabel 3.2 disubstitusikan ke dalam persamaan (3.18) dan diselesaikan dengan menggunakan program *Maple 14* untuk mendapatkan nilai T_2^*. Hasil perhitungan untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_2^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_2(T_2^*)\right)$ dapat dilihat pada Lampiran 5. Nilai T_2^* yang didapatkan antara lain:

$$T_2^* = 0{,}1469730908$$
$$T_2^* = -5{,}764199753$$
$$T_2^* = -0{,}1530236170$$

Karena nilai T_2^* harus positif, maka diambil nilai T_2^* yang positif, yaitu:

$$T_2^* = 0{,}1469730908 \approx 54\ hari$$

Setelah nilai T_2^* diperoleh, disubstitusikan ke dalam persamaan (3.17) untuk mendapatkan biaya total persediaan yang optimal yaitu sebesar:

$$C_2(T_2^*) = 1395{,}292035$$

Setelah menyelesaikan langkah pertama dan kedua, dapat dilihat bahwa $T_1^* < M$ merupakan kontradiksi dari kasus 1 yaitu $T > M$, sedangkan $T_2^* < M$ sesuai dengan kasus 2 yaitu $T < M$. Jadi perusahaan akan membutuhkan waktu untuk satu siklus pemesanan sebesar 0,1469730908 per tahun atau 0,1469730908 x 365 hari = 54 hari. Biaya total persediaan minimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan selama satu tahun adalah sebesar $ 1395,292035.

Untuk membuktikan bahwa nilai $C_2(T)$ dan $T = T_2^*$ adalah optimum dapat dilakukan dengan cara mencari turunan kedua dari persamaan (3.17) dan ruas kiri harus lebih besar dari nol. Setelah data persediaan dan juga siklus pemesanan disubstitusikan ke dalam persamaan (3.19) akan menghasilkan nilai yang lebih besar dari nol. Pembuktian dapat dilihat pada Lampiran 6.

Kuantitas pemesanan optimal dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut:

$$Q_0^*(T_2^*) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta T_2^*}\left(a - \frac{b}{\theta} + bT_2^*\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{0{,}20}\left[2{,}71828^{(0{,}20)(0{,}1469730908)}\left\{1000 - \frac{150}{0{,}20}\right.\right.$$

$$\left.\left. + 150(0{,}1469730908)\right\} - \left(1000 - \frac{150}{0{,}20}\right)\right]$$

$$= 150{,}8067030$$

Jadi kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) selama satu tahun sebesar 150,8067030 unit ≈ 151 unit.

3.2.3 KASUS III ($\boldsymbol{T = M}$)

Sebuah perusahaan manufaktur mempunyai data-data persediaan per tahun sebagai berikut (Ghour Chandra, 2011):

Tabel 3.3 Data Persediaan

a (unit)	b (unit)	I_p	I_e	A (\$)	h_p (\$)	p (\$)	M	θ
1300	100	0,5	0,01	97	0,12	40	0,09	0,3

Dari data di atas akan ditentukan panjang siklus pemesanan optimal, biaya total persediaan minimum, dan kuantitas pemesanan optimal.

Pada kasus ini, baik biaya fungsi $C_1(T)$ dan $C_2(T)$ diasumsikan identik dan dinotasikan dengan $C(M)$. Nilai $T_1^* = T_1^* = M = 0{,}09$ sesuai dengan kasus 3 yaitu $T < M$.

Biaya total persediaan minimum dapat ditentukan dengan mensubstitusikan tabel 3.3 ke dalam persamaan (3.20) yaitu sebesar:

$$C(M) = 2050{,}558014$$

Hasil perhitungan dengan menggunakan proram *Maple 14* untuk mencari biaya total persediaan minimum $\left(C(M)\right)$ dapat dilihat pada Lampiran 7.

Jadi biaya total persediaan minimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan selama satu tahun adalah sebesar $ 2050,558014.

Kuantitas pemesanan optimal dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut:

$$Q_0^*(M) = \frac{1}{\theta}\left[e^{\theta M}\left(a - \frac{b}{\theta} + bM\right) - \left(a - \frac{b}{\theta}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{0{,}3}\left[2{,}71828^{(0,3)x(0,09)}x\left\{1300 - \frac{100}{0{,}3} + 100(0{,}09)\right\} - \left(1300 - \frac{100}{0{,}3}\right)\right]$$

$$= 119{,}0061777$$

Jadi kuantitas pemesanan optimal (Q_0^*) selama satu tahun sebesar 119,0061777 unit ≈ 119 unit.

3.3 Analisis Sensitivitas Model EOQ (*Economic Order Quantity*) pada Permintaan Linear, Kerusakan Produk, dan Ijin Penundaan dalam Pembayaran

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mendapatkan parameter yang paling tepat dalam usaha meminimumkan biaya total persediaan. Perhitungan analisis sensitivitas akan digunakan untuk membandingkan hasil perhitungan model dengan hasil pada analisis sensitivitas. Analisis sensitivitas dilakukan pada kasus 1 dan kasus 2 karena nilai T_1^* dan T_2^* berbeda sedangkan pada kasus 3 tidak dilakukan analisis sensitivitas karena nilai T_1^* sama dengan nilai T_2^*. Parameter yang akan diubah nilainya adalah $a,\ b,\ I_p, I_e, A, h_p, p, M,$ dan θ sebesar +50%, +20%, -20%, dan -50%. Variabel yang diuji adalah $T_1^*,\ T_2^*,\ C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$. Digunakan program *Maple 14* untuk mempermudah perhitungan.

3.3.1 Analisis Sensitivitas pada Kasus 1 ($T > M$)

3.3.1.1 Perubahan Jumlah Permintaan Per Tahun (a)

Nilai $T_1^*,\ T_2^*,\ C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter a dengan nilai dari parameter $b,\ I_p, I_e, A, h_p, p, M,$ dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.4 di berikut:

Tabel 3.4 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan jumlah permintaan per tahun (a)

Perubahan a (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,338 (123 hari)	867,22	0,209 (76 hari)	924,41	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	519
+20	0,359 (131 hari)	812,05	0,233 (85 hari)	920,46	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	445
0	0,379 (138 hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,405 (148 hari)	722,86	0,283 (103 hari)	872,84	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	340
-50	0,469 (171 hari)	633,96	0,350 (128 hari)	785,03	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	254

Dari Tabel 3.4 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan jumlah permintaan per tahun (a). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan jumlah permintaan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai a yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan dan kuantitas pemesanan semakin besar. Ketika perubahan nilai a semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan dan kuantitas pemesanan semakin kecil.

3.3.1.2 Perubahan Jumlah Permintaan Per Tahun (b)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter b dengan nilai dari parameter a, I_p, I_e, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.5 berikut:

Tabel 3.5 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan jumlah permintaan per tahun (b)

Perubahan b (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,373 (136 hari)	780,69	0,253 (92 hari)	905,48	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
+20	0,376 (137 hari)	774,53	0,254 (93 hari)	904,64	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,381 (139 hari)	766,13	0,255 (93 hari)	903,48	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-50	0,384 (140 hari)	759,69	0,256 (93 hari)	902,60	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	394

Dari Tabel 3.5 dapat disimpulkan bahwa solusi tidak sensitif terhadap perubahan jumlah permintaan per tahun (b). Dikatakan tidak sensitif karena dengan adanya perubahan jumlah permintaan, hanya syarat pada kasus 1 saja yang terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$. Perubahan nilai b yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan yang semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar, serta kuantitas pemesanan yang tetap. Ketika perubahan nilai b semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil, serta kuantitas pemesanan tetap pada perubahan -20% dan lebih besar pada saat perubahan -50%.

3.3.1.3 Perubahan Tingkat Bunga yang Harus Dibayar per Tahun (I_p)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter I_p, dengan nilai dari parameter a, b, I_e, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.6 berikut:

Tabel 3.6 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat bunga yang harus dibayar per tahun (I_p)

Perubahan I_p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,348 (127 hari)	797,86	0,254 (93 hari)	904,06	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	361
+20	0,365 (133 hari)	782,89	0,254 (93 hari)	904,06	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	378
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,397 (145 hari)	754,93	0,254 (93 hari)	904,06	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	413
-50	0,438 (160 hari)	723,48	0,254 (93 hari)	904,06	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	457

Dari Tabel 3.6 dapat disimpulkan bahwa solusi tidak sensitif terhadap perubahan tingkat bunga yang harus dibayar per tahun (I_p). Dikatakan tidak sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat bunga yang harus dibayar, hanya syarat pada kasus 1 saja yang terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$. Perubahan nilai I_p yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai I_p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.1.4 Perubahan Tingkat Bunga yang Diperoleh per Tahun ($\boldsymbol{I_e}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter I_e, dengan nilai dari parameter a, b, I_p, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.7 berikut:

Tabel 3.7 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat bunga yang diperoleh per tahun (I_e)

Perubahan I_e (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,459 (167 hari)	495,99	0,232 (85 hari)	732,88	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	480
+20	0,405 (148 hari)	666,99	0,245 (89 hari)	837,34	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	422
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,357 (130 hari)	867,18	0,266 (97 hari)	968,13	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	367
-50	0,330 (120 hari)	1002,52	0,285 (104 hari)	1058,39	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	341

Dari Tabel 3.7 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan tingkat bunga yang diperoleh per tahun (I_e). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat bunga yang diperoleh, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai I_e yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil. Ketika perubahan nilai I_e semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar.

3.3.1.5 Perubahan Biaya Pemesanan (A)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter M dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.8 berikut:

Tabel 3.8 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya pemesanan (A)

Perubahan A (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,436 (159 hari)	1015,91	0,310 (113 hari)	1258,04	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	455
+20	0,402 (147 hari)	872,75	0,278 (101 hari)	1054,19	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	419
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,353 (129 hari)	661,04	0,228 (83 hari)	738,36	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	366
-50	0,310 (113 hari)	480,17	0,181 (66 hari)	445,31	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	320

Dari Tabel 3.8 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan biaya pemesanan (A). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya pemesanan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai A yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin besar. Ketika perubahan nilai A semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin kecil.

3.3.1.6 Perubahan Biaya Penyimpanan Persediaan (h_p)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter h_p, dengan nilai dari parameter a, b, I_e, A, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.9 berikut:

Tabel 3.9 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya penyimpanan persediaan (h_p)

Perubahan h_p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,332 (121 hari)	991,36	0,232 (85 hari)	1053,96	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	343
+20	0,358 (131 hari)	862,46	0,245 (89 hari)	965,73	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	370
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,404 (147 hari)	672,18	0,265 (97 hari)	839,78	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	421
-50	0,455 (166 hari)	510,27	0,285 (104 hari)	737,62	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	476

Dari Tabel 3.9 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan biaya penyimpanan persediaan (h_p). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya penyimpanan persediaan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai h_p yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai h_p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.1.7 Perubahan Biaya Produksi (p)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter p dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.10 berikut:

Tabel 3.10 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya produksi (p)

Perubahan p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,335 (122 hari)	875,28	0,209 (76 hari)	924,45	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	346
+20	0,357 (130 hari)	815,77	0,233 (85 hari)	920,74	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	370
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,408 (149 hari)	717,94	0,284 (104 hari)	871,80	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	425
-50	0,485 (177 hari)	616,51	0,357 (130 hari)	778,88	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	509

Dari Tabel 3.10 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan biaya produksi (p). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya produksi, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai p yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.1.8 Perubahan Periode Penundaan Pembayaran yang Diijinkan (M)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter M dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.11 berikut:

Tabel 3.11 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan periode penundaan pembayaran yang diijinkan (M)

Perubahan M (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,449 (164 hari)	673,16	0,256 (93 hari)	572,84	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	467
+20	0,405 (148 hari)	723,24	0,255 (93 hari)	771,57	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	422
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,356 (130 hari)	831,25	0,254 (93 hari)	1036,54	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	369
-50	0,329 (120 hari)	954,44	0,253 (92 hari)	1235,25	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	340

Dari Tabel 3.11 dapat disimpulkan bahwa solusi tidak sensitif terhadap perubahan periode penundaan pembayaran yang diijinkan (M). Dikatakan tidak sensitif karena dengan adanya perubahan biaya produksi, hanya syarat pada kasus 1 saja yang terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$. Perubahan nilai M yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil. Ketika perubahan nilai M semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar.

3.3.1.9 Perubahan Tingkat Kerusakan Produk $(\boldsymbol{\theta})$

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter θ dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan M tetap dapat dilihat pada Tabel 3.12 berikut:

Tabel 3.12 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat kerusakan produk (θ)

Perubahan θ (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,356 (130 hari)	868,31	0,244 (89 hari)	969,25	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_1(T_1^*)$	370
+20	0,369 (135 hari)	810,24	0,250 (91 hari)	930,45	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	384
0	0,379 (138hari)	770,36	0,255 (93 hari)	904,07	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	393
-20	0,389 (142 hari)	729,45	0,259 (94 hari)	877,24	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	404
-50	0,407 (149 hari)	666,17	0,266 (97 hari)	863,13	$T_1^* > M$	$C_1(T_1^*)$	421

Dari Tabel 3.12 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan tingkat kerusakan produk (θ). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat kerusakan produk, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai θ yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai θ semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sdangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.2 Analisis Sensitivitas pada Kasus 1I ($\boldsymbol{T} < M$)

3.3.2.1 Perubahan Jumlah Permintaan Per Tahun ($\boldsymbol{a}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter a dengan nilai dari parameter b, I_p, I_e, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.13 berikut:

Tabel 3.13 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan jumlah permintaan (a)

Perubahan a (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,212 (77 hari)	2238,84	0,121 (44 hari)	1345,36	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	184
+20	0,222 (81 hari)	1981,00	0,135 (49 hari)	1389,85	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	165
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,244 (89 hari)	1617,40	0,164 (60 hari)	1374,49	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	135
-50	0,276 (100 hari)	1313,81	0,204 (74 hari)	1269,93	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	107

Dari Tabel 3.13 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan jumlah permintaan per tahun (a). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan jumlah permintaan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai a yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan biaya total persediaan semakin kecil, sedangkan kuantitas pemesanan semakin besar. Ketika perubahan nilai a semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan biaya total persediaan semakin besar, sedangkan kuantitas pemesanan semakin kecil.

3.3.2.2 Perubahan Jumlah Permintaan Per Tahun ($\boldsymbol{b}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter b dengan nilai dari parameter a, I_p, I_e, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.14 berikut:

Tabel 3.14 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan jumlah permintaan bergantung waktu (b)

Perubahan b (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,229 (84 hari)	1818,80	0,146 (53 hari)	1396,50	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
+20	0,230 (84 hari)	1809,36	0,147 (54 hari)	1395,78	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,232 (85 hari)	1796,63	0,147 (54 hari)	1394,80	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-50	0,233 (85 hari)	1786,99	0,147 (54 hari)	1394,05	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151

Dari Tabel 3.14 dapat disimpulkan bahwa solusi tidak sensitif terhadap perubahan jumlah permintaan per tahun (b). Dikatakan tidak sensitif karena dengan adanya perubahan jumlah permintaan bergantung waktu, hanya syarat pada kasus 1 saja yang terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$. Perubahan nilai b yang semakin besar mengakibatka panjang siklus pemesanan tetap pada perubahan +20% dan semakin kecil pada perubahan +50%, sedangkan biaya total persediaan semakin besar serta kuantitas pemesanan tetap. Ketika perubahan nilai b semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan tetap, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.2.3 Perubahan Tingkat Bunga yang Harus Dibayar per Tahun (I_p)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter I_p, dengan nilai dari parameter a, b, I_e, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.15 berikut:

Tabel 3.15 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat bunga yang harus dibayar per tahun (I_p)

Perubahan I_p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,234 (85 hari)	1804,94	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
+20	0,233 (85 hari)	1803,88	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,230 (84 hari)	1801,98	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-50	0,226 (82 hari)	1799,98	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151

Dari Tabel 3.15 dapat disimpulkan bahwa solusi tidak sensitif terhadap perubahan tingkat bunga yang harus dibayar per tahun (I_p). Dikatakan tidak sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat bunga yang harus dibayar, hanya syarat pada kasus 1 saja yang terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$. Perubahan nilai I_p yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan yang tetap. Ketika perubahan nilai I_p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan yang tetap.

3.3.2.4 Perubahan Tingkat Bunga yang Diperoleh per Tahun ($\boldsymbol{I_e}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter I_e, dengan nilai dari parameter a, b, I_p, A, h_p, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.16 berikut:

Tabel 3.16 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat bunga yang diperoleh per tahun (I_e)

Perubahan I_e (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,254 (93 hari)	1486,16	0,138 (50 hari)	924,70	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	141
+20	0,240 (88 hari)	1679,91	0,143 (52 hari)	1208,43	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	147
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,224 (82 hari)	1921,84	0,151 (55 hari)	1580,14	$T_1^* > M$	$C_2(T_2^*)$	155
-50	0,213 (78 hari)	2092,95	0,158 (58 hari)	1853,25	$T_1^* > M$	$C_2(T_2^*)$	162

Dari Tabel 3.16 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan tingkat bunga yang diperoleh per tahun (I_e). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat bunga yang diperoleh, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai I_e yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin kecil. Ketika perubahan nilai I_e semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin besar.

3.3.2.5 Perubahan Biaya Pemesanan (A)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter M dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.17 berikut:

Tabel 3.17 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya pemesanan (A)

Perubahan A (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,258 (94 hari)	2211,69	0,179 (65 hari)	2008,27	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	185
+20	0,242 (88 hari)	1971,92	0,161 (59 hari)	1655,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	165
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,219 (80 hari)	1625,53	0,132 (48 hari)	1108,26	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	135
-50	0,200 (73 hari)	1339,72	0,104 (38 hari)	600,40	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	106

Dari Tabel 3.17 dapat disimpulkan bahwa solusi optimal sensitif terhadap perubahan biaya pemesanan (A). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya pemesanan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai A yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin besar. Ketika perubahan nilai A semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin kecil.

3.3.2.6 Perubahan Biaya Penyimpanan Persediaan (h_p)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter h_p, dengan nilai dari parameter a, b, I_e, A, p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.18 berikut:

Tabel 3.18 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya penyimpanan persediaan (h_p)

Perubahan h_p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,214 (78 hari)	2079,58	0,138 (50 hari)	1570,24	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	141
+20	0,224 (82 hari)	1916,37	0,143 (52 hari)	1466,62	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	147
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,240 (88 hari)	1685,55	0,151 (55 hari)	1321,98	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	155
-50	0,254 (93 hari)	1500,57	0,158 (58 hari)	1207,92	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	162

Dari Tabel 3.18 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan biaya penyimpanan persediaan (h_p). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya penyimpanan persediaan, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai h_p yang semakin besar menghasilkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai h_p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

3.3.2.7 Perubahan Biaya Produksi ($\boldsymbol{p}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter p dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, M, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.19 berikut:

Tabel 3.19 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan biaya produksi (p)

Perubahan p (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,211 (77 hari)	2252,55	0,120 (44 hari)	1345,12	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	123
+20	0,221 (81 hari)	1986,92	0,134 (49 hari)	1390,03	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	138
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,245 (89 hari)	1610,36	0,164 (60 hari)	1373,52	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	169
-50	0,282 (103 hari)	1290,98	0,206 (75 hari)	1263,53	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	214

Dari Tabel 3.19 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan biaya produksi (p). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya produksi, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai p yang semakin besar menghasilkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin kecil. Ketika perubahan nilai p semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan, biaya total persediaan, dan kuantitas pemesanan semakin besar.

3.3.2.8 Perubahan Periode Penundaan Pembayaran yang Diijinkan (M)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter M dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan θ tetap dapat dilihat pada Tabel 3.20 berikut:

Tabel 3.20 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan periode penundaan pembayaran yang diijinkan (M)

Perubahan M (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,292 (107 hari)	1954,51	0,147 (54 hari)	572,84	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
+20	0,254 (93 hari)	1844,22	0,147 (54 hari)	771,57	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,210 (77 hari)	1797,12	0,147 (54 hari)	1036,54	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-50	0,185 (67 hari)	1879,43	0,147 (54 hari)	1235,25	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	150

Dari Tabel 3.20 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan periode penundaan pembayaran yang diijinkan (M). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan biaya produksi, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai M yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan yang tetap, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil. Ketika perubahan nilai M semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan tetap, sedangkan biaya total persediaan semakin besar, serta kuantitas pemesanan tetap pada perubahan -20% dan semakin kecil pada perubahan -50%.

3.3.2.9 Perubahan Tingkat Kerusakan Produk ($\boldsymbol{\theta}$)

Nilai T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ pada perubahan jumlah permintaan parameter θ dengan nilai dari parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, dan M tetap dapat dilihat pada Tabel 3.22 berikut:

Tabel 3.22 Tingkat sensitivitas dari T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$ dengan perubahan tingkat kerusakan produk (θ)

Perubahan θ (%)	T_1^*	$C_1(T_1^*)$	T_2^*	$C_2(T_2^*)$	Kesimpulan	Solusi	Q_0^*
+50	0,203 (74 hari)	2264,55	0,133 (48 hari)	1686,16	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	136
+20	0,218 (80 hari)	1994,68	0,141 (51 hari)	1515,11	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	145
0	0,231 (84 hari)	1803,01	0,147 (54 hari)	1395,29	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	151
-20	0,246 (90 hari)	1599,98	0,154 (56 hari)	1270,10	$T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	158
-50	0,276 (101 hari)	1268,77	0,167 (61 hari)	1070,40	$T_1^* > M$, $T_2^* < M$	$C_2(T_2^*)$	171

Dari Tabel 3.22 dapat disimpulkan bahwa solusi sensitif terhadap perubahan tingkat kerusakan produk (θ). Dikatakan sensitif karena dengan adanya perubahan tingkat kerusakan produk, syarat pada kasus 1 dan kasus 2 terpenuhi, yaitu $T_1^* > M$ dan $T_2^* < M$. Perubahan nilai θ yang semakin besar mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin kecil, sedangkan biaya total persediaan semakin besar. Ketika perubahan nilai θ semakin kecil mengakibatkan panjang siklus pemesanan dan kuantitas pemesanan semakin besar, sedangkan biaya total persediaan semakin kecil.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Berdasarkan konstruksi model pada perubahan kuantitas yang dipengaruhi oleh tingkat permintaan yang linear, kerusakan produk, dan penundaan dalam pembayaran diperoleh solusi optimal untuk menentukan biaya total persediaan pada contoh masing-masing kasus yang telah diberikan. Terdapat tiga permasalahan pada model EOQ ini,yaitu kasus I $(T > M)$, kasus II $(T < M)$, dan kasus III $(T = M)$, dimana T adalah rentang waktu antara dua pesanan yang berurutan dan M merupakan periode yang diijinkan melakukan penundaan atau keterlambatan dan penyelesaian *account* dengan pemasok.
2. Pada kasus $T > M$ didapatkan kuantitas pemesanan optimal sebesar 393 unit dengan biaya total persediaan sebesar \$770,36. Pada kasus $T < M$ didapatkan kuantitas pemesanan optimal sebesar 151 unit dengan biaya total persediaan sebesar \$1395,29. Pada kasus $T = M$ didapatkan kuantitas pemesanan optimal sebesar 119 unit dengan biaya total persediaan sebesar \$2050,56.
3. Tingkat sensitivias dipengaruhi oleh perubahan parameter a, b, I_p, I_e, A, h_p, p, M, dan θ sebesar +50%, +20%, -20%, dan -50%. Variabel yang diuji adalah T_1^*, T_2^*, $C_1(T_1^*)$, dan $C_2(T_2^*)$. Digunakan program *Maple 14* untuk mempermudah perhitungan. Didapatkan hasil bahwa pada kasus $T > M$ yaitu pada saat periode pemesanan barang lebih besar dari periode yang diijinkan melakukan penundaan dalam penyelesaian pembayaran dengan pemasok didapatkan hasil bahwa solusi sensitif terhadap perubahan parameter a, I_e, A, h_p, p, dan θ. Sedangkan pada kasus $T < M$ didapatkan hasil bahwa solusi sensitif terhadap perubahan parameter a, I_e, A, h_p, p, M, dan θ.

4.2 Saran

Tingkat permintaan linear dapat diganti dengan tingkat permintaan konstan dan juga distribusi kerusakan menggunakan distribusi selain distribusi eksponensial.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Erlangga. Jakarta.

Anshori, Muslich. 1996. *Manajemen Produksi dan Operasi (Konsep dan Kerangka Dasar)*. Citra Media. Surabaya.

Kusuma, Hendra. 2009. *Manajemen Produksi : Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. ANDI. Yogyakarta.

Mahata, Ghour Chandra. 2011. EOQ Model for Items with Exponential Distribution Deterioration and Linear Trend Demand under Permissible Delay in Payments. *International Journal of Soft Computing, 6 (3), hal 46-53*. India.

Prawirosentono, Suyadi. 2005. *Riset Operasi dan Ekonofisika (Operations Research and Econophysics)*. Bumi Aksara. Jakarta.

Rangkuti, Freddy. 2004. *Manajemen Persediaan*. Edisi Kedua. Rajawali Pers. Jakarta.

Siswanto. 2007. *Operations Research* Jilid II. Erlangga. Jakarta.

Yamit, Zulian. 2005. *Manajemen Persediaan*. Ekonisia. Yogyakarta.

Zulfikarijah, Fien. 2005. *Manajemen Persediaan*. UMM Press. Malang.

LAMPIRAN

Lampiran 1.

Program *Maple 14* untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_1^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_1(T_1^*)\right)$ pada kasus 1 yaitu $T > M$.

> Program mencari T, menghitung $C_1(T)$

> $restart;$

> a := 1000; b := 150; Ip := 0.15; Ie := 0.13; A := 200; hp := 0.12; P := 20; M := 0.25; theta := 0.05; e := 2.71828;

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 2.40$$

>

$$C1 := \frac{A}{T} + \frac{P}{T}\cdot\left(\frac{1}{\theta}\cdot\left(e^{\theta\cdot T}\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+b\cdot T\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right)-\frac{T}{2}\cdot(2\cdot a+b\cdot T)\right)+\frac{h}{\theta\cdot T}\cdot\left(\frac{\left(a-\frac{b}{\theta}+b\cdot T\right)}{\theta}\cdot\left(e^{\theta\cdot T}-1\right)-T\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{b\cdot T}{2}\right)\right)+\frac{P\cdot Ip}{\theta\cdot T}\cdot\left(\frac{1}{\theta}\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+b\cdot T\right)\cdot\left(e^{\theta\cdot(T-M)}-1\right)-(T-M)\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{b}{2}\cdot(T+M)\right)\right)-P\cdot Ie\cdot T\cdot\left(\frac{a}{2}+\frac{b\cdot T^2}{3}\right);$$

$$C1 := \frac{200}{T} + \frac{1}{T}\left(20\left(20.00000000\,2.71828^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) + 40000.00000 - \frac{1}{2}\,T\,(2000 + 150\,T)\right)\right) + \frac{1}{T}\left(48.00000000\left(20.00000000\,(-2000.000000 + 150\,T)\left(2.71828^{0.05\,T} - 1\right) - T\,(-2000.000000 + 75\,T)\right)\right) + \frac{1}{T}\left(60.00000000\left(20.00000000\,(-2000.000000 + 150\,T)\left(2.71828^{0.05\,T - 0.0125} - 1\right) - (T - 0.25)\,(-1981.250000 + 75\,T)\right)\right) - 2.60\,T\left(500 + 50\,T^2\right)$$

> $dC1 := diff(C1, T);$

$$
\begin{aligned}
dC1 := &-\frac{200}{T^2} + \frac{1}{T}\Big(20\,\big(0.9999993272\,2.71828^{0.05\,T}\,(-2000.000000 \\
&+ 150\,T) + 3000.000000\,2.71828^{0.05\,T} - 1000 - 150\,T\big)\Big) \\
&- \frac{1}{T^2}\Bigg(20\,\Bigg(20.00000000\,2.71828^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) \\
&+ 40000.00000 - \frac{1}{2}\,T\,(2000 + 150\,T)\Bigg)\Bigg) \\
&- \frac{1}{T^2}\Big(48.00000000\,\big(20.00000000\,(-2000.000000 \\
&+ 150\,T)\,\big(2.71828^{0.05\,T} - 1\big) - T\,(-2000.000000 + 75\,T)\big)\Big) \\
&+ \frac{1}{T}\Big(48.00000000\,\big(3000.000000\,2.71828^{0.05\,T} - 1000.000000 \\
&+ 0.9999993272\,2.71828^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) \\
&- 150\,T\big)\Big) - \frac{1}{T^2}\Big(60.00000000\,\big(20.00000000\,(\\
&-2000.000000 + 150\,T)\,\big(2.71828^{0.05\,T - 0.0125} - 1\big) - (T \\
&- 0.25)\,(-1981.250000 + 75\,T)\big)\Big) \\
&+ \frac{1}{T}\Big(60.00000000\,\big(3000.000000\,2.71828^{0.05\,T - 0.0125} \\
&- 1000.000000 + 0.9999993272\,(-2000.000000 \\
&+ 150\,T)\,2.71828^{0.05\,T - 0.0125} - 150\,T\big)\Big) - 1300.00 - 390.00\,T^2
\end{aligned}
$$

> $Z := simplify(dC1);$

$$Z := \frac{1}{T^2}\left(0.000004000000000\left(-1.272620312\,10^{12} - 3.399997712\,10^{10}\,e^{0.04999996636\,T}\,T + 2.549998285\,10^{9}\,e^{0.04999996636\,T}\,T^2 - 2.725000000\,10^{9}\,T^2 + 6.800000000\,10^{11}\,e^{0.04999996636\,T} + 6.000000000\,10^{11}\,e^{0.04999996636\,T - 0.01249999159} - 2.999997982\,10^{10}\,T\,e^{0.04999996636\,T - 0.01249999159} + 2.249998486\,10^{9}\,T^2\,e^{0.04999996636\,T - 0.01249999159} - 9.7500000\,10^{7}\,T^4\right)\right)$$

> $solve(Z, T);$

Warning, solutions may have been lost

$$-1.340901009,\ -0.4572459166,\ 0.3787026915$$

> $T := 0.3787026915;$

$$T := 0.3787026915$$

> $C1;$

$$770.3589251$$

Lampiran 2.

Program *Maple 14* untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_2^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_2(T_2^*)\right)$ pada kasus 1 yaitu $T > M$.

> Program mencari T, menghitung $C_2(T)$

> *restart*;

> $a := 1000; b := 150; Ip := 0.15; Ie := 0.13; A := 200; hp := 0.12; P := 20; M := 0.25; \text{theta} := 0.05; e := 2.71828;$

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 2.40$$

>

$$C2 := \frac{A}{T} + \frac{P}{T} \cdot \left(\frac{1}{\theta} \cdot \left(e^{\theta \cdot T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) - \left(a - \frac{b}{\theta} \right) \right) - \frac{T}{2} \cdot (2 \cdot a + b \cdot T) \right) + \frac{h}{\theta \cdot T} \cdot \left(\frac{a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T}{\theta} \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right) - T \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{b \cdot T}{2} \right) \right) - P \cdot Ie \cdot \left((b \cdot M - a) \cdot \frac{T}{2} - \frac{1}{6} \cdot b \cdot T^2 + a \cdot M \right);$$

$$C2 := \frac{200}{T} + \frac{1}{T}\left(20\left(20.00000000\, e^{0.05\, T}\,(-2000.000000 + 150\, T) + 40000.00000 - \frac{1}{2}\, T\,(2000 + 150\, T)\right)\right) + \frac{1}{T}\left(48.00000000\left(20.00000000\,(-2000.000000 + 150\, T)\,\left(e^{0.05\, T} - 1\right) - T\,(-2000.000000 + 75\, T)\right)\right) + 1251.250000\, T + 65.00\, T^2 - 650.0000$$

> $dC2 := diff(C2, T);$

$$dC2 := -\frac{200}{T^2} + \frac{1}{T}\Big(20\,\big(1.000000000\,e^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) + 3000.000000\,e^{0.05\,T} - 1000 - 150\,T\big)\Big) - \frac{1}{T^2}\left(20\left(20.00000000\,e^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) + 40000.00000 - \frac{1}{2}\,T\,(2000 + 150\,T)\right)\right) - \frac{1}{T^2}\Big(48.00000000\,\big(20.00000000\,(-2000.000000 + 150\,T)\,\big(e^{0.05\,T} - 1\big) - T\,(-2000.000000 + 75\,T)\big)\Big) + \frac{1}{T}\Big(48.00000000\,\big(3000.000000\,e^{0.05\,T} - 1000.000000 + 1.000000000\,e^{0.05\,T}\,(-2000.000000 + 150\,T) - 150\,T\big)\Big) + 1251.250000 + 130.00\,T$$

> $Z := simplify(dC2);$

$$Z := \frac{1}{T^2}\Big(1.250000000\,\big(-2.176160\,10^6 - 1.08800\,10^5\,e^{0.05000000000\,T}\,T + 8160.\,e^{0.05000000000\,T}\,T^2 - 3079.\,T^2 + 2.176000\,10^6\,e^{0.05000000000\,T} + 104.\,T^3\big)\Big)$$

> $solve(Z, T);$

Warning, solutions may have been lost

$$-0.2667124855, 0.2545750182, -6.317915837$$

> $T := 0.2545750182;$

$$T := 0.2545750182$$

> $C2;$

$$904.065867$$

Lampiran 3.
Bukti turunan kedua dari $C_1(T)$ terhadap T lebih besar dari nol pada kasus 1 yaitu $T > M$, untuk membuktikan bahwa biaya total persediaan minimum.

> *restart*;
>
a := 1000; b := 150; Ip := 0.15; Ie := 0.13; A := 200; hp := 0.12; P := 20; M := 0.25; theta := 0.20; e := 2.71828; T := 0.3787026915;

$$a := 1000$$

$$b := 150$$

$$Ip := 0.15$$

$$Ie := 0.13$$

$$A := 200$$

$$hp := 0.12$$

$$P := 20$$

$$M := 0.25$$

$$\theta := 0.20$$

$$e := 2.71828$$

$$T := 0.3787026915$$

> $h := hp \cdot P;$

$$h := 2.40$$

>

$$
\begin{aligned}
d2C1 :=\ & \frac{2 \cdot A}{T^3} + \frac{P \cdot \left(\frac{2 \cdot b \cdot \theta \cdot e^{\theta \cdot T} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \theta^2 \cdot e^{\theta \cdot T}}{\theta} - b \right)}{T} \\
& - \frac{2 \cdot P \cdot \left(\frac{b \cdot e^{\theta \cdot T} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \theta \cdot e^{\theta \cdot T}}{\theta} - a - b \cdot T \right)}{T^2} \\
& + \frac{1}{T^3} \left(2 \cdot P \cdot \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot e^{\theta \cdot T} - a + \frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{1}{2} \cdot T \cdot (2 \cdot a \right.\right. \\
& \left.\left. + b \cdot T) \right) \right) \\
& - \frac{2 \cdot h \cdot \left(\frac{b \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right)}{\theta} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot e^{\theta \cdot T} - a + \frac{b}{\theta} - b \cdot T \right)}{\theta \cdot T^2} \\
& + \frac{2 \cdot h \cdot \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right)}{\theta} - T \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2} b \cdot T \right) \right)}{\theta \cdot T^3} \\
& + \frac{h \cdot \left(2 \cdot b \cdot e^{\theta \cdot T} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \theta \cdot e^{\theta \cdot T} - b \right)}{\theta \cdot T} - \frac{1}{\theta\, T^2} \left(2 \right. \\
& \cdot P \cdot Ip \cdot \left(\frac{b \cdot \left(e^{\theta \cdot (T - M)} - 1 \right)}{\theta} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot e^{\theta \cdot (T - M)} - a \right. \\
& \left.\left. + \frac{b}{\theta} - \frac{1}{2} \cdot b \cdot (T + M) - \frac{1}{2} \cdot (T - M) \cdot b \right) \right) + \frac{1}{\theta \cdot T^3} \left(2 \cdot P \cdot Ip \right. \\
& \cdot \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \left(e^{\theta \cdot (T - M)} - 1 \right)}{\theta} - (T - M) \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2} \cdot b \right.\right. \\
& \left.\left.\left. \cdot (T + M) \right) \right) \right) \\
& + \frac{P \cdot Ip \cdot \left(2 \cdot b \cdot e^{\theta \cdot (T - M)} + \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \theta \cdot e^{\theta \cdot (T - M)} - b \right)}{\theta \cdot T} \\
& - 2 \cdot P \cdot Ie \cdot b \cdot T;
\end{aligned}
$$

$d2C1 := 12168.08074$

> $terbukti\ bahwa\ \frac{d^2C_1(T)}{dT^2} > 0$

Lampiran 4.
Program *Maple 14* untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_1^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_1(T_1^*)\right)$ pada kasus 2 yaitu $T < M$.

> Program mencari T, menghitung $C_1(T)$

> *restart*;

> a := 1000; b := 150; Ip := 0.15; Ie := 0.13; A := 200; hp := 0.12; P := 40; M := 0.25; theta := 0.20; e := 2.71828;

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 4.80$$

>

$$C1 := \frac{A}{T} + \frac{P}{T} \cdot \left(\frac{1}{\theta} \cdot \left(e^{\theta \cdot T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) - \left(a - \frac{b}{\theta} \right) \right) - \frac{T}{2} \cdot (2 \cdot a + b \cdot T) \right) + \frac{h}{\theta \cdot T} \cdot \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right)}{\theta} \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right) - T \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{b \cdot T}{2} \right) \right) + \frac{P \cdot Ip}{\theta \cdot T} \cdot \left(\frac{1}{\theta} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \left(e^{\theta \cdot (T - M)} - 1 \right) - (T - M) \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{b}{2} \cdot (T + M) \right) \right) - P \cdot Ie \cdot T \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{b \cdot T^2}{3} \right);$$

$$C1 := \frac{200}{T} + \frac{1}{T} \Big(40 \Big(5.000000000\, 2.71828^{0.20\, T} (250.0000000 + 150\, T) - 1250.000000 - \frac{1}{2} T (2000 + 150\, T) \Big) \Big) + \frac{1}{T} \Big(24.00000000 \big(5.000000000 (250.0000000 + 150\, T) \left(2.71828^{0.20\, T} - 1 \right) - T (250.0000000 + 75\, T) \big) \Big) + \frac{1}{T} \Big(30.00000000 \big(5.000000000 (250.0000000 + 150\, T) \left(2.71828^{0.20\, T - 0.0500} - 1 \right) - (T - 0.25) (268.7500000 + 75\, T) \big) \Big) - 5.20\, T \left(500 + 50\, T^2 \right)$$

> $dC1 := diff(C1, T);$

$$
\begin{aligned}
dC1 := & -\frac{200}{T^2} + \frac{1}{T}\left(40\left(0.9999993275\, 2.71828^{0.20\,T}\,(250.0000000\right.\right. \\
& \left.\left. + 150\,T) + 750.0000000\, 2.71828^{0.20\,T} - 1000 - 150\,T\right)\right) \\
& - \frac{1}{T^2}\left(40\left(5.000000000\, 2.71828^{0.20\,T}\,(250.0000000 + 150\,T)\right.\right. \\
& \left.\left. - 1250.000000 - \frac{1}{2}\,T\,(2000 + 150\,T)\right)\right) \\
& - \frac{1}{T^2}\left(24.00000000\left(5.000000000\,(250.0000000\right.\right. \\
& \left.\left. + 150\,T)\left(2.71828^{0.20\,T} - 1\right) - T\,(250.0000000 + 75\,T)\right)\right) \\
& + \frac{1}{T}\left(24.00000000\left(750.0000000\, 2.71828^{0.20\,T} - 1000.000000\right.\right. \\
& \left.\left. + 0.9999993275\, 2.71828^{0.20\,T}\,(250.0000000 + 150\,T) - 150\,T\right)\right) \\
& - \frac{1}{T^2}\left(30.00000000\left(5.000000000\,(250.0000000\right.\right. \\
& + 150\,T)\left(2.71828^{0.20\,T - 0.0500} - 1\right) - (T \\
& \left.\left. - 0.25)\,(268.7500000 + 75\,T)\right)\right) \\
& + \frac{1}{T}\left(30.00000000\left(750.0000000\, 2.71828^{0.20\,T - 0.0500}\right.\right. \\
& - 1000.000000 + 0.9999993275\,(250.0000000 \\
& \left.\left. + 150\,T)\, 2.71828^{0.20\,T - 0.0500} - 150\,T\right)\right) - 2600.00 - 780.00\,T^2
\end{aligned}
$$

> $Z := simplify(dC1);$

$$Z := \frac{1}{T^2}\Big(0.000001000000000\big(1.152843750\,10^{11} + 1.599998924\,10^{10}\,e^{0.1999998655\,T}\,T + 9.599993544\,10^{9}\,e^{0.1999998655\,T}\,T^2 - 9.650000000\,10^{9}\,T^2 - 8.000000000\,10^{10}\,e^{0.1999998655\,T} - 3.750000000\,10^{10}\,e^{0.1999998655\,T - 0.04999996636} + 7.499994960\,10^{9}\,T\,e^{0.1999998655\,T - 0.04999996636} + 4.499996973\,10^{9}\,T^2\,e^{0.1999998655\,T - 0.04999996636} - 7.80000000\,10^{8}\,T^4\big)\Big)$$

> $solve(Z, T);$

Warning, solutions may have been lost

$$-0.2602866189, 0.2312483913, -1.633945173$$

> $T := 0.2312483913;$

$$T := 0.2312483913$$

> $C1;$

$$1803.013559$$

Lampiran 5.

Program *Maple 14* untuk mencari panjang siklus pemesanan optimal (T_2^*) dan biaya total persediaan minimum $\left(C_2(T_2^*)\right)$ pada kasus 2 yaitu $T < M$.

> Program mencari T, menghitung $C_2(T)$

> *restart*;

>

$a := 1000;\ b := 150;\ Ip := 0.15;\ Ie := 0.13;\ A := 200;\ hp := 0.12;\ P := 40;\ M := 0.25;\ \text{theta} := 0.20;\ e := 2.71828;$

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 4.80$$

>

$$C2 := \frac{A}{T} + \frac{P}{T}\cdot\left(\frac{1}{\theta}\cdot\left(e^{\theta\cdot T}\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+b\cdot T\right)-\left(a-\frac{b}{\theta}\right)\right)-\frac{T}{2}\cdot(2\cdot a+b\cdot T)\right)+\frac{h}{\theta\cdot T}\cdot\left(\frac{a-\frac{b}{\theta}+b\cdot T}{\theta}\cdot\left(e^{\theta\cdot T}-1\right)-T\cdot\left(a-\frac{b}{\theta}+\frac{b\cdot T}{2}\right)\right)-P\cdot Ie\cdot\left((b\cdot M-a)\cdot\frac{T}{2}-\frac{1}{6}\cdot b\cdot T^2+a\cdot M\right);$$

$$C2 := \frac{200}{T}+\frac{1}{T}\left(40\left(5.000000000\,e^{0.20\,T}\,(250.0000000+150\,T)-1250.000000-\frac{1}{2}\,T\,(2000+150\,T)\right)\right)+\frac{1}{T}\left(24.00000000\left(5.000000000\,(250.0000000+150\,T)\left(e^{0.20\,T}-1\right)-T\,(250.0000000+75\,T)\right)\right)+2502.500000\,T+130.00\,T^2-1300.0000$$

> $dC2 := diff(C2, T);$

$$dC2 := -\frac{200}{T^2} + \frac{1}{T}\Big(40\,\big(1.000000000\,e^{0.20\,T}\,(250.0000000 + 150\,T) + 750.0000000\,e^{0.20\,T} - 1000 - 150\,T\big)\Big) - \frac{1}{T^2}\left(40\left(5.000000000\,e^{0.20\,T}\,(250.0000000 + 150\,T) - 1250.000000 - \frac{1}{2}\,T\,(2000 + 150\,T)\right)\right) - \frac{1}{T^2}\Big(24.00000000\,\big(5.000000000\,(250.0000000 + 150\,T)\,\big(e^{0.20\,T} - 1\big) - T\,(250.0000000 + 75\,T)\big)\Big) + \frac{1}{T}\Big(24.00000000\,\big(750.0000000\,e^{0.20\,T} - 1000.000000 + 1.000000000\,e^{0.20\,T}\,(250.0000000 + 150\,T) - 150\,T\big)\Big) + 2502.500000 + 260.00\,T$$

> $Z := simplify(dC2);$

$$Z := \frac{1}{T^2}\Big(2.500000000\,\big(31920. + 6400.\,e^{0.2000000000\,T}\,T + 3840.\,e^{0.2000000000\,T}\,T^2 - 919.\,T^2 - 32000.\,e^{0.2000000000\,T} + 104.\,T^3\big)\Big)$$

> $solve(Z, T);$

Warning, solutions may have been lost

$$0.1469730908, -5.764199753, -0.1530236170$$

> $T := 0.1469730908;$

$$T := 0.1469730908$$

> $C2;$

$$1395.292035$$

Lampiran 6.

Bukti turunan kedua dari $C_2(T)$ terhadap T lebih besar dari nol pada kasus 2 yaitu $T < M$, untuk membuktikan bahwa biaya total persediaan minimum.

> *restart*;

>

$a := 1000; b := 150; Ip := 0.15; Ie := 0.13; A := 200; hp := 0.12; P := 40; M := 0.25;$ theta $:= 0.20; e := 2.71828; T := 0.1469730908;$

$$a := 1000$$

$$b := 150$$

$$Ip := 0.15$$

$$Ie := 0.13$$

$$A := 200$$

$$hp := 0.12$$

$$P := 40$$

$$M := 0.25$$

$$\theta := 0.20$$

$$e := 2.71828$$

$$T := 0.1469730908$$

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 4.80$$

>

$$d2C2 := \frac{2 \cdot A}{T^3} + \frac{P \cdot \left(\frac{\theta^2 \cdot e^{\theta T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) + 2 \cdot \theta \cdot e^{\theta \cdot T} \cdot b}{\theta} - b \right)}{T}$$

$$- \frac{2 \cdot P \cdot \left(\frac{\theta \cdot e^{\theta \cdot T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) + e^{\theta \cdot T} \cdot b}{\theta} - a - b \cdot T \right)}{T^2}$$

$$+ \frac{1}{T^3} \left(2 \cdot P \cdot \left(\frac{e^{\theta \cdot T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) - a + \frac{b}{\theta}}{\theta} - \frac{1}{2} \cdot T \cdot (2 \cdot a \right.\right.$$

$$\left.\left. + b \cdot T) \right) \right)$$

$$- \frac{1}{\theta \cdot T^2} \left(2 \cdot h \cdot \left(\frac{b \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right)}{\theta} + e^{\theta \cdot T} \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) - a \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{b}{\theta} - b \cdot T \right) \right)$$

$$+ \frac{2 \cdot h \cdot \left(\frac{\left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) \cdot \left(e^{\theta \cdot T} - 1 \right)}{\theta} - T \cdot \left(a - \frac{b}{\theta} + \frac{1}{2} b \cdot T \right) \right)}{\theta\, T^3}$$

$$+ \frac{h \cdot \left(2 \cdot e^{\theta \cdot T} \cdot b + \theta \cdot e^{\theta \cdot T} \left(a - \frac{b}{\theta} + b \cdot T \right) - b \right)}{\theta \cdot T} + \frac{1}{3} \cdot P \cdot Ie \cdot b;$$

$$d2C2 := 1.284483754\ 10^5$$

> *terbukti bahwa* $\frac{d^2 C_2(T)}{dT^2} > 0$

Lampiran 7.

Program *Maple 14* untuk mencari biaya total persediaan minimum pada kasus 3 yaitu $T = M$.

> *restart*;

> a := 1300; b := 100; Ip := 0.5; Ie := 0.01; A := 97; hp := 0.12; P := 40; M := 0.09; theta := 0.30; e := 2.71828;

> $h := P \cdot hp;$

$$h := 4.80$$

>

$$C3 := \frac{A}{M} + \frac{P}{M} \cdot \left(\frac{1}{\text{theta}} \cdot \left(\mathrm{e}^{\text{theta} \cdot M} \cdot \left(a - \frac{b}{\text{theta}} + b \cdot M \right) - \left(a - \frac{b}{\text{theta}} \right) \right) - \frac{M}{2} \cdot (2 \cdot a + b \cdot M) \right) + \frac{h}{\text{theta} \cdot M} \cdot \left(\frac{a - \frac{b}{\text{theta}} + b \cdot M}{\text{theta}} \cdot \left(\mathrm{e}^{\text{theta} \cdot M} - 1 \right) - M \cdot \left(a - \frac{b}{\text{theta}} + \frac{b \cdot M}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} \cdot P \cdot Ie \cdot M \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot b \cdot M);$$

$$C3 := 2050.558014$$

> $EOQ := \frac{1}{\text{theta}} \cdot \left(\mathrm{e}^{\text{theta} \cdot M} \cdot \left(a - \frac{b}{\text{theta}} + b \cdot M \right) - \left(a - \frac{b}{\text{theta}} \right) \right);$

$$EOQ := 119.0061777$$