PERBANDINGAN METODE NEWTON RAPHSON DAN METODE QUDRATIC HILL CLIMBING DALAM MENAKSIR PARAMETER*POISSON REGRESSION*

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Dalam Bidang Statistika

Oleh **:**
IKA NOVITA DELIMA PUTRI
0710953022-95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PERBANDINGAN METODE NEWTON RAPHSON DAN METODE QUDRATIC HILL CLIMBING DALAM MENAKSIR PARAMETER *POISSON REGRESSION*

oleh:

IKA NOVITA DELIMA PUTRI
NIM. 0710953022-95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal7 Februari 2012
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
dalam bidang Statistika

Pembimbing I	**Pembimbing II**
Eni Sumarminingsih, S.Si, MM.	**Prof.Dr.Ir.Waego Hadi Nugroho**
NIP. 197705152002122009	**NIP. 195212071979031003**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, MSc
NIP. 19670907 199203 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	**:Ika Novita Delima Putri**
NIM	**:0710953022-95**
Jurusan	**:Matematika**
Program studi	**:Statistika**
Penulis Skripsi berjudul	**:Perbandingan Metode Newton Raphson Dan Metode Quadratik Hill Climbing Dalam Menaksir Parameter *Poisson Reression* .**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. **Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Karya-karya yang tercantum dalam Daftar Pustaka Skripsi ini semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi**
2. **Apabila di kemudian hari diketahui bahwa isi Skripsi saya merupakan hasil plagiat, saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.**

Malang,2012
Yang menyatakan,

(Ika Novita Delima Putri)
NIM. 0710953022-95

PERBANDINGAN METODE NEWTON RAPHSON DAN METODE QUDRATIC HILL CLIMBING DALAM MENAKSIR PARAMETER *POISSON REGRESSION*

ABSTRAK

Analisis Regresi adalah suatu teknik statistika yang digunakan untuk memeriksa dan memodelkan hubungan antara variabel terikat dengan satu atau lebih variabel bebas. Salah satu model regresi yang sering digunakan dalam bidang kedokteran,telekomunikasi dan ilmu-ilmu social adalah regresi poisson. Regresi poisson adalah regresi nonlinier yang berdistribusi *poisson*, dan digunakan untuk menganalisis variabel respon diskrit dan integer. Pendugaan parameter pada regresi poisson menggunakan metode iterasi. Metode Iterasi yang digunakan pada penelitian ini adalah metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing*. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui metode penduga mana yang lebih baik dalam menaksir parameter regresi poisson dengan menggunakan metode 3 macam ukuran sampel yang semakin besar yaitu (15,45,125) terhadap iterasi yang terbentuk. Dan ternyata hasil MSE pada metode *Quadratic Hill Climbing* lebih kecil dari metode *Newton Raphson*begitu juga untuk jumlah iterasi yang dihasilkan oleh metode *Quadratic Hill Climbing*,metode ini lebih cepat konvergen daripada metode *Newton Raphson* dengan menghasilkan jumlah iterasi yang lebih sedikit pada saat ukuran sampelnya diperbesar.

Kata kunci : Metode Newton Raphson, Metode Quadratic Hill Climbing, *Poisson Regression*.

COMPARISON NEWTON RAPHSON METHOD AND QUADRATIC HILL CLIMBING METHOD IN ESTIMATING POISSON REGRESSION PARAMETER

ABSTRACT

Regressionanalysisisastatisticaltechniqueusedtoexamineandmodel therelationshipbetweenthe dependent variablewithoneormore independent variables.One of theregressionmodelsare often usedin medicine, telecommunications andsocial sciences is poissonregression. Poissonregressionusedtoanalyze theresponse ofdiscreteandintegervariables. The iteration method is needed to estimate the parameter in poisson regression. Iterationmethodused inthis studyis the method ofNewtonRaphsonand the method ofQuadraticHillClimbing.Two method, Newton Raphson and Quadratic Hill Climbing are compared in this study using 3 kinds number of sample there are (15,45,125). The result from this research shows that Quadratic Hill Climbing metod is better than Newton Raphson method in estimating poisson regression parameter. The MSE value of Quadratic Hill Climbing is less than the MSE value of Newton Raphson. Quadratic Hill Climbing convergence faster than Newton Raphson. Moreover in the Quadratic Hill Climbing decreases the number of iteration by increasing the sample size.

Key words: NewtonRaphsonMethod,Quadratic Hill ClimbingMethod , PoissonRegression.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT atas berkah, rahmat dan hidayah-Nya sehingga dapat menyelesaikan penelitian yang berjudul "Perbandingan Metode Newton Raphson Dan Metode Quadratik Hill Climbing Dalam Menaksir Parameter *Poisson Reression*"

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis telah banyak dibantu oleh beberapa pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Ibu Eni Sumarminingsih,SSi.,MM selaku dosen pembimbing I dan Bapak Prof.Dr.Ir.Waego Hadi Nugroho selaku dosen pembimbing II atas motivasi dan bimbingan yang telah diberikan
2. Ibu Dr. Rahma Fitriani,SSi., MSc selaku Dosen penguji atas saran dan masukan yang telah diberikan.
3. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, MSc. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya Malang.
4. Ayah,Ibu dan saudara-saudaraku tercinta atas doa dan dukungan baik moril maupun materiil.
5. K.H.Drs.Marzuki Mustamar S.Ag yang telah banyak mengajarkan tentang arti berbagi sebagai rasasyukur atas nikmat Allah SWT.
6. Sahabatku tersayang Vyo, Bimo, Damai, Winda, Nidya, Fauzi, Fahmi, Susan Saudara-saudara Pondok Pesantren Sabillurosyad dan teman-teman Statistika dan atas semangat, informasi dan persahabatan yang terbina.
7. Seluruh staf pengajaran Matematika atas bantuan dan kerjasamanya.
8. Semua pihak yang telah membantu hingga selesainya skripsi ini.

Penulis menyadari keterbatasan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu saran ataupun kritik yang membangun akan sangat berguna bagi penulis untuk mengembangkan kemampuan menulis ilmiah. Skripsi ini semoga dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Malang,Februari 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan ilmu yang mempelajari tentang bagaimana cara mengolah suatu data agar dapat diinterpretasikan dan diambil keputusannya. Dalam bidang ilmu eksak dan noneksak, Ilmu Statistika merupakan ilmu yang banyak dibutuhkan sebagai salah satu ilmu penunjang dari ilmu-ilmu tersebut, dan analisis yang sering digunakan dalam ilmu statistika salah satunya adalah Analisis Regresi yang bisa diterapkan dalam segala bidang untuk memeriksa dan memodelkan hubungan antara beberapa variabel (Efendi, 2006).

(Gujarati,2003) mendefinisikan bahwa analisis regresi merupakan kajian terhadap hubungan satu variabel yang disebut sebagai variabel yang diterangkan (Y) dengan satu atau lebih variabel yang menerangkan (X) dan merupakan salah satu uji statistik yang memiliki dua jenis model yaitu linier dan nonlinier.

Suatu model dikatakan nonlinier jika turunan pertama model terhadap parameter yang diduga masih mengandung satu atau lebih parameter itu sendiri (masih tetap linier) (Mongomery and Peck, 1992). Pendugaan model nonlinier didasarkan pada meminimumkan *Sum Squared Function* atau memaksimumkan *likelihood function*. Pada regresi nonlinear terdapat beberapa model yaitu: Model Parabola, Model Logistik, dan Model Eksponensial (Draper and Smith, 1996). Regresi nonlinier didasarkan pada penentuan nilai-nilai parameter yang memaksimumkan likelihoodnya namun penyelesaiannya haruslah berjalan dengan cara iterasi dan bergantung pada nilai-nilai dugaan awal.

Regresi *Poisson* yang responnya termasuk model Eksponensial adalah regresi nonlinier yang berdistribusi *poisson*, dan digunakan untuk menganalisis variabel respon diskrit dan integer. (Baharuddin ,2005) menyatakan bahwa metode regresi Poisson biasanya diterapkan pada penelitian kesehatan masyarakat,biologi, dan teknik dimana variabel responnya (Y) berupa cacahan objek yang merupakan fungsi dari sejumlah karakteristik tertentu (X).

Penduga parameter pada Regresi Poisson dapat diduga menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE**),** namun pada saat fungsi likelihood yg diturunkan masih nonlinier maka dilakukan iterasi dengan metode numerik untuk memaksimumkan fungsi likelihoodnya. Metode numerik akan sangat membantu setiap penyelesaian permasalahan apabila secara matematis dapat dibentuk suatu pola hubungan antarvariabel/parameter. Hal ini akan menjadi lebih baik jika pola hubungan yang terbentuk dapat dijabarkan dalam bentuk fungsi. Ada sejumlah metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier (Gujarati, 2003). Di sini penulis menggunakan dua metode yaitu metode *Newton Raphson* yang dapat menggunakan deret *Taylor* untuk menghampiri model regresi nonlinier menjadi bentuk linier dan metode *Quadratic Hill Climbing* yang dipakai untuk menyelesaikan permasalahan dalam penaksiran parameter model nonlinier.

Secara komputasi, disamping ketepatan nilai akhir dari suatu metode juga akan mempertimbangkan kecepatan iterasi dalam perolehan hasil akhir. Kombinasi antara ketepatan dan kecepatan iterasi dalam metode numerik merupakan hal yang paling penting dalam penyelesaian permasalahan secara komputasi (Chapra, Canale and Raymond, 1994).

1.2 Rumusan Masalah

Dari uraian pada latar belakang maka dapat dirumuskan suatu permasalahan pada penelitian yaitu manakah diantara metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* yang lebih baik dalam menduga parameter *Regresi Poisson* dengan mengacu pada nilai MSE yang terkecil?

.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian adalah:

1. Pendugaan parameter regresi nonlinear model Regresi *Poisson* dengan menggunakan Metode iterasi *Newton Raphson* dan Metode *Quadratic Hill Climbing*.
2. Sampel data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data bangkitan dengan tiga level ukuran contoh yaitu (n=15,45,125) dengan nilai awal menggunakan metode subtitusi untuk β_0 dan β_1 bernilai sama.

1.4 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah membandingkan penduga parameter pada regresi nonlinier dengan menggunakan Regresi *Poisson* untuk mengetahui metode mana yang lebih efisien dalam menduga parameter regresi nonlinier dengan metode iterasi antara Metode *Newton Raphson* dan Metode *Quadratic Hill.*

1.5 ManfaatPenelitian

Manfaat penelitian adalah:

1. Memberikan pengetahuan tentang metode yang terbaik untuk penaksiran pada regresi *Poisson* dengan metode iterasi.
2. Menambah ilmu pengetahuan tentang Metode *Newton Raphson* dan Metode *Quadratic Hill Climbing*.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Nonlinier

Regresi Nonlinier adalah regresi yang memuat parameter nonlinier, yaitu turunan parsial suatu model terhadap parameter yang diduga masih mengandung satu atau lebih parameter seperti terlihat pada model berikut:

$$Y_i = e^{\beta_0+\beta_1 x_{1i}}$$

$$\frac{\partial\,(e^{\beta_0+\beta_1 x_1})}{\partial \beta_0} = e^{\beta_0+\beta_1 x_{ij}}$$

$$\frac{\partial\,(e^{\beta_0+\beta_1 x_1})}{\partial \beta_1} = x_{ij} e^{\beta_0+\beta_1 x_{ij}}$$

Turunan parsial model $Y_i = e^{\beta_0+\beta_1 x_{1i}}$terhadapparameter β_0 maupun β_1 masih mengandung parameter β_0 dan β_1 .

Ada sejumlah metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan non-linear. Dua diantaranya yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Newton-Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing.*

2.1.1 Model linier intrinsik dan model nonlinier intrinsik

Modelregresi non-lineardapatdiklasifikasikanmenjadi duakelompok berdasarkanapakah mereka dapatatau tidakdapat dilinierkanberkenaan denganparameter yang akandiduga.

A. Model Linier Intrinsik

Model linier intrinsik adalah model yang dapat ditransformasi terhadap peubahnya kedalam bentuk linier baku.

Misal:

$Y = e^{(\theta_1+\theta_2 t^2+e)}$

Kemudian ditransformasi melalui pelogaritmaan dengan basis *e* menjadi bentuk yang bersifat linier dalam parameter-parameternya

$$\ln Y = \theta_1 + \theta_2 t^2 + e$$

B. Model Nonlinier Intrinsik

Model nonlinier intrinsik adalah model yang tidak dapat diubah menjadi bentuk baku atau ke bentuk linier.

Misal:

$$Y = \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2}\left[e^{-\theta_2 t} - e^{-\theta_1 t}\right] + e$$

Karim (2006)

Penyelesaian dalam kasus regresi nonlinier yang didasarkan pada penentuan nilai-nilai parameter yang memaksimumkan *likelihood* haruslah berjalan dengan cara interasi dan bergantung pada nilai-nilai dugaan awal.

2.2 Gambaran Umum Regresi *Poisson*

Regresi Poisson .yang berbentuk Eksponensial adalah regresi nonlinier yang responnya berdistribusi*Poisson*,distribusi poisson memberikan suatu model yang realistis merupakan banyaknya sukses selama selang waktu tertentu. Regresi *poisson* digunakan untuk menganalisis variabel respon diskrit dan integer.

Regresi *Poisson* merupakan regresi dengan respon berupa data hitung (Hedeker dan Gibbons, 2006). Fungsi peluang distribusi *Poisson* adalah:

$$f(y_i;\mu_i) = \frac{\exp(-\mu)(\mu^{y_i})}{y_i!} \qquad (2.1)$$

$$f(y_i;\mu_i) = \exp(-\mu_i)\left(\frac{1}{y_i!}\right)\exp(\log(\mu_i^{y_i})) \qquad (2.2)$$

di mana y_i adalah respon pengamatan ke-i yang berjenis diskrit dan merupakan peubah acak *poisson* atau banyak kejadian yang muncul dan μ_i adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi dalam selang waktu tertentu dan *e*= 2,71828.

Persamaan di atas disebut juga sebagai fungsi peluang Poisson. Rata-ratadanragamdaridistribusiPoissonadalah sama yaitu (Kutner *et al*, 2004):

$$E\{Y\} = \mu \tag{2.3}$$

dan

$$\sigma^2\{Y\} = \mu \tag{2.4}$$

Persamaan (2.2) dapat pula ditulis dalam bentuk:

$$f(y_i;\mu_i) = \exp(-\mu_i)\left(\frac{1}{y_i!}\right)\exp[y_i \log(\mu_i)] \tag{2.5}$$

Lihat Y pada fungsi peluang distribusi *poisson* (2.1) dimana rata-rata dan ragam sama yaitu E(Y) = Var(Y) = μ..Jika Y_i merupakan nilai peubah respon pengamatan ke-i, dimanaY_i berjenis diskrit dan merupakan peubah acak Poisson, sedangkan X_{ij} adalah nilai peubah penjelas ke-*j* (*j* = 1, 2, ..., p) dari pengamatan ke-*i* (*i* = 1, 2, ..., n) dimana X_{ij} bisa berjenis diskrit.Fungsi yang menghubungkan respon rata-rata μ_i dengan $X_{i.}$ dinotasikan dengan $\mu(\boldsymbol{X_{ij}}, \boldsymbol{\beta})$, dan dalam GLM disebut dengan fungsi penghubung (*link function*). Berdasarkan fungsi penghubung ini, maka respon rata-rata μ_i dinyatakan dengan :

$$\mu_i = \mu(\boldsymbol{X_{ij}}, \boldsymbol{\beta})$$

Menurut McCullagh dan Nelder (1989) dalam Agresti (2002), fungsi penghubung yang biasa digunakan dalam regresi Poisson adalah $\mu(\boldsymbol{X_{ij}}, \boldsymbol{\beta}) = exp(\boldsymbol{X_{ij}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta})$ dimana $\boldsymbol{X_{ij}}$ merupakan matriks peubah penjelas berukuran *n* x (*p*+1),$\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter regresi berdimensi (*p*+1) x 1, dan $\boldsymbol{X_{ij}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}$ merupakan fungsi linier. Dengan demikian, penduga bagi μ_i, yaitu $\hat{\mu}_i$, adalah :

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_i &= \hat{\mu}(\boldsymbol{X_{ij}}, \boldsymbol{\beta}) \\ &= exp(\boldsymbol{X_{ij}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{\beta}) \\ &= exp[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_p x_{ip}]\end{aligned} \tag{2.6}$$

Berdasarkan persamaan akhir pada (2.6), yaitu $\hat{\mu}_i = exp[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_p x_{ip}]$, maka model umum Regresi Poisson pada persamaan $y_i = \mu_i + \varepsilon_i$dinyatakan sebagai :

$$y_i = exp[\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip}] + \varepsilon_i \quad (2.7)$$

yang dapat diduga dengan :

$$\hat{y}_i = exp[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_p x_{ip}]$$

Penduga parameter koefisien Regresi Poisson dapat diduga dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui iterasi dengan metode Newton Raphson dan metode *Quadratic Hill Climbing* untuk memaksimumkan fungsi Likelihoodnya.

2.3 Penduga parameter

Penduga parameter adalah sampel yang digunakan untuk menduga parameter dan angka yang merupakan hasilnya disebut penaksiran secara statistik. Suatu pendugaan ada bermacam-macam diantaranya metode momen, metode kuadrat terkecil, dan kemungkinan maksimum. Pendugaan itu sendiri akan menghasilkan macam-macam penaksir, maka harus dipilih mana yang terbaik dengan memenuhi beberapa syarat tergantung pada besar ukuran sampelnya. Kriteria pendugaan yang baik meliputi (Danapranita & S. Rony, 2005) :

1. Ketidakbiasan
   $\hat{\theta}$ merupakan penduga tak bias dari θ jika E($\hat{\theta}$) = θ. Sebuah penduga dikatakan tak bias jika rata-rata dari seluruh kemungkinan sampel akan sama dengan nilai parameter dari populasi yang diduga.

2. Efisiensi
   $\hat{\theta}$ merupakan penduga yang efisien bagi θ apabila nilai $\hat{\theta}$ memiliki varians atau standar deviasi yang lebih kecil dibandingkan dengan penduga lainnya.

3. Konsistensi

   $\hat{\theta}$ merupakan penduga konsisten bagi θ apabila nilai $\hat{\theta}$ cenderung mendekati nilai parameter θ untuk n (besarnya sampel) yang semakin besar mendekati tak hingga (n -> ∞). Jadi ukuran sampel yang besar cenderung memberikan peduga titik yang lebih baik dibandingkan ukuran sampel kecil.

4. Penduga yang cukup

   $\hat{\theta}$ merupakan penduga yang cukup bagi θ apabila $\hat{\theta}$ mencakup seluruh informasi tentang θ yang terkandung dalam sampel.(Mendenhall, 1981)

2.3.1 Pendugaan Parameterdengan Metode *Maximum Likelihood*

Metode pendugaan parameter yang digunakan dalam regresi Poisson adalah *maximum likelihood*. Penduga parameter yang dihasilkan bersifat konsisten dan efisien. Fungsi *likelihood*9adalah fungsi kepekatan gabungan dari peubah acak. Penduga *maximum likelihood* adalah penduga parameter yang dapat memaksimumkan fungsi *likelihood* (Agresti, 2002).

Fungsi *likelihood* untuk pengamatan-pengamatan yang saling bebas berdasarkan persamaan (2.1) adalah:

$$L(\beta_j) = \prod_{i=1}^{N} \frac{\exp(-\mu_i)(\mu_i^{\;y_i})}{y_i!} \qquad (2.8)$$

(Hedeker dan Gibbons, 2006).

Kemudian, ruas kiri dan ruas kanan dilogaritmakan sehingga menghasilkan persamaan (2.8):

$$\ln L = \ln \prod_{i=1}^{N} \frac{\exp(-\mu_i)(\mu_i^{\;y_i})}{y_i!}$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} \ln\left(\frac{\exp(-\mu_i)(\mu_i^{\;y_i})}{y_i!}\right)$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} \frac{\ln(\exp(-\mu_i)(\mu_i^{y_i}))}{\ln(y_i!)}$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} \ln(\exp(-\mu_i)) + \ln(\mu_i^{y_i}) - \ln(y_i!)$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} [-\mu_i + y_i \ln(\mu_i) - \ln(y_i!)] \qquad (2.9)$$

Agar diperoleh nilai β duga yang memaksimumkan fungsi likelihood, turunan pertama fungsi likelihood ln L terhadap β_j harus disamadenganKan nol dengan $\ln(\mu_i) = \sum_j \beta_j x_{ij}$ maka persamaan (2.9) menjadi:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} (-\exp(\sum_j \beta_j x_{ij}) + y_i \ln(\exp(\sum_j \beta_j x_{ij})) - \ln(y_i!))$$

$$\ln L = \sum_{i=1}^{N} (-\exp(\sum_j \beta_j x_{ij}) + y_i \sum_j \beta_j x_{ij} - \ln(y_i!))$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_j} = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_o} = \sum_{i=1}^{N} (-\exp(\sum_j \beta_j x_{ij}) + y_i) = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{N} (-x_{ij} \exp(\sum_j \beta_j x_{ij}) + y_i x_{ij}) = 0 \qquad (2.10)$$

dengan:
i = 1, 2, …, N
j = 0 dan 1

Untuk menyelesaikan persamaan (2.10) yang bersifat non-linier dan menghasilkan penduga parameter β_j yang konvergen, digunakan prosedur iterasi yaitu algoritma *Newton Raphson* atau *QuadraticHill Climbing*.

2.4 Hampiran Taylor Terhadap Fungsi

Deret Taylor memberikan nilai hampiran bagi suatu titik, berdasarkan nilai fungsi dan derivatifnya pada titik yang lain. Suku pertama dari Deret Taylor adalah $f(x_{i+1}) \approx f(x_i)$ dan disebut aproximasi orde nol. Hubungan ini hendak menunjukkan bahwa nilai fungsi f pada titik yang baru, $f(x_{i+1})$ adalah sama dengan nilai fungsi pada titik yang lama $f(x_i)$. Bila fungsi mengalami perubahan suku, sehingga dikembangkan aproksimasi orde dua yaitu:

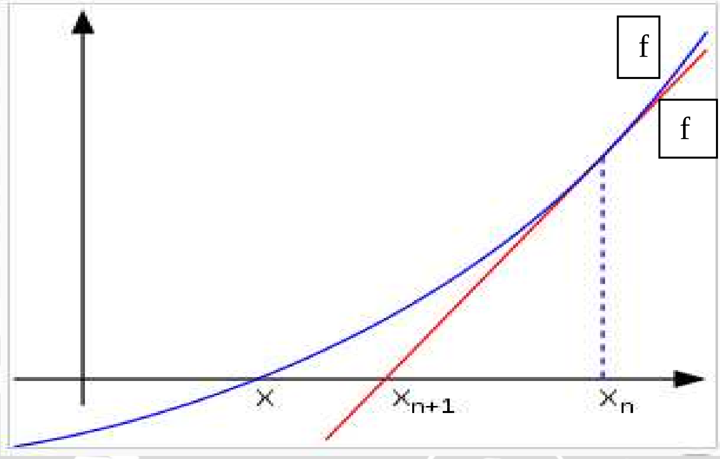
$$f(x_{i+1}) \approx f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_1) + \frac{f"(x_i)}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + R_n$$

dengan $R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n-1)} h^{n+1}$ adalah suku sisaan, dan indeks n menyatakan aproksimasi orde ke n dan ξ adalah suatu nilai x dalam selang interval x_i hingga x_{i+1}, dan h adalah $x_{i+1} - x_1$.

2.5 Metode *Newton Raphson*

Metode *Newton* atau yang biasa dikenal dengan metode *Newton Raphson* dapat digunakan untuk mencari akar dari suatu fungsi. Fungsi f(x) yang dimulai dengan menentukan nilai awal iterasi terlebih dahulu, misalkan x = a. Pada setiap iterasi, metode Newton ini akan mencari suatu nilai katakanlah b yang berada pada sumbu-x. Nilai b ini diperoleh dengan menarik garis singgung fungsi f(x) di titik x = a ke sumbu-x. Metode *Newton Raphson* adalah metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan slope atau gradien pada titik tersebut.Titik pendekatan ke n+1 dituliskan dengan:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad (2.11)$$



Gambar 2.1 Grafik fungsi *f*diperlihatkan dengan warna biru dan garis singgung warna merah. Kita melihat bahwa x_{n+1} adalah perkiraan yang lebih baik dari x_n untuk *x* akar fungsi *f*.

Dari pesamaan (2.11), terdapat penyebutf'(xi). Sehingga agar setiap iterasi tidak terjadi kesalahan (error), maka selama iterasi nilaif'(xi)tidak boleh nol.

Contoh kasus:

Selesaikan persamaan $x - e^{-x} = 0$ dengan titik pendekatan awal $x_0 = 0$

$f(x) = x - e^{-x} \rightarrow f'(x) = 1 + e^{-x}$

$f(x_0) = 0 - e^{-0} = -1$

$f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{x_0 - x_1} = 1 + e^{-0} = 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f^1(x_0)} = 0 - \frac{-1}{2} = 0{,}5$$

$f(x_1) = -0{,}106631$ dan $f^1(x_1) = 1{,}60653$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f^1(x_1)} = 0{,}5 - \frac{-0{,}106531}{1{,}60653} = 0{,}566311$$

$f(x_2) = -0{,}00130451$ dan $f^1(x_2) = 1{,}56762$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f^1(x_2)} = 0{,}566311 - \frac{-0{,}00130451}{1{,}56762} = 0{,}567143$$

$f(x_3) = -1{,}96.10^{-7}$. Suatu bilangan yang sangat kecil.
Sehingga akar persamaan x = 0,567143.

$x - e^{-x} = 0 \rightarrow x_0 = 0, e = 0.00001$

Iterasi	**x**	**f(x)**	**f'(x)**
0	0	-1	2
1	0.5	-0.106531	1.60653
2	0.566311	-0.00130451	1.56762
3	0.567143	-1.9648e-007	1.56714
Akar terletak di x = 0.567143			

Iterasi menjadi:

$X_{n+1} = x_n - \frac{\quad}{\quad}$

(Anonimous[1],2011)

metode ini memberikan konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode lainnya.

Untuk

Metode *Newton Raphson* ini dapat dijabarkan dengan persamaan sebagai berikut :

(2.12)

Keterangan:

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j$ = Vektor nilai dugaan parameter iterasi ke-j

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1}$ = Vektor nilai dugaan parameter iterasi ke-j+1

$\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})\partial(\boldsymbol{\theta})'}\right]$ = Matriks hasil turunan parsial kedua dari fungsi *likelihood*

$\left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})}\right]$ = hasil turunan parsial pertama dari fungsi *likelihood*

Pada umumnya proses iterasi Newton Raphson dilakukan dengan langkah sebagai berikut:

1. $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ dianggap sebagai pendugaan awal untuk $\boldsymbol{\theta}$.
2. Didapat $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_j - \boldsymbol{b}_j$.
3. Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1}$ digunakan sebagai nilai untuk menghampiri model linier.
4. Kembali lagi ke langkah pertama dan menghitung nilai *b* untuk setiap iterasi, nilai *b* yang baru ditambahkan pada pendugaan yang didapat dari iterasi sebelumnya.
5. Iterasi dilakukan terus sampai konvergen.

2.5.1 Kelebihan dan kekurangan

a. Kelebihan : Bila taksiran awal kebetulan memang mendekati akar yang sesungguhnya maka waktu yang dibutuhkan untuk menghitung akar lebih cepat.
b. Kekurangan : Bila taksiran awal yang tidak tepat, hasilnya akan divergen (semakin menjauhi nilai awal).

2.6 Metode *Quadratic Hill Climbing*

Metode *Quadratic Hill Climbing*adalah salah satu metode dari sekian banyak metode kecerdasan buatan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi. Karena algoritmanya yang cukup sederhana, metode *Quadratic Hill Climbing*telah banyak diterapkandalam berbagai aplikasi dan menjadi pilihan pertama yang popular di antara algoritma yang optimal. Di samping itu, metode *Quadratic Hill Climbing*juga mengefisienkan penggunaaan memori yang besar (Goldfeld,Quandt and Trotter,1966). Metode *Quadratic Hill Climbing* mengaplikasi metode iterasi seperti halnya pada metode *Newton Raphson*yaitu memaksimumkan fungsi *likelihood*, bedanya hanya terletak pada penambahan perkalian skalar λyang nilainya menurut (Draper and Smith, 1996) berada di sekitar (-2 sampai 2) dapat dipilih sesuai kebutuhan semakin besar nilainya semakin baik dan matriks identitas I_k. Persamaannya sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1} = \boldsymbol{\theta}_j - \left(\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})\partial(\boldsymbol{\theta})'}\right] + \boldsymbol{\lambda}_n \boldsymbol{I}_k\right)^{-1} \left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})}\right] \quad (2.13)$$

Keterangan:

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j$	= Vektor nilai dugaan parameter iterasi ke-j
$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j+1}$	= Vektor nilai dugaan parameter iterasi ke-j+1
$\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})\partial(\boldsymbol{\theta})'}\right]$	= Matriks hasil turunan parsial kedua dari fungsi *likelihood*
$\boldsymbol{\lambda}_n$	= Pengali scalar
$\boldsymbol{I}_k$	= Matriks Identitas
$\left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})}\right]$	=Matriks hasil turunan parsial pertama dari fungsi *likelihood*

Persamaan (2.12) dan (2.13) harus diiterasi atau diulang sampai diperoleh penduga parameterθ_j yang konvergen atau$\left|\hat{\theta}_j^{(t+1)} - \hat{\theta}_j^{t}\right| \leq \delta$ dengan $\delta = 10^{-5}$ adalah bilangan nyata positif yang nilainya amat kecil (Sanjoyo, 2006).

2.7 Memperoleh Nilai dugaan Awal

Dalam setiap prosedur iterasi harus dipilih nilai-nilai awal θ_{10}, θ_{20},.. θ_{po} bagi parameter θ_1, θ_2,.. θ_p oleh karena itu semua informasi awal yang tersedia hendaknya dimanfaatkan untuk memperoleh nilai-nilai awal yang setepat mungkin. Nilai awal yang baik sering dapat membuat proses iterasi lebih cepat konvergen dibanding nilai awal yang kurang baik. Nilai awal yang kurang baik kemungkinan juga mengakibatkan proses iterasi konvergen ke titik stasioner yang mungkin tidak diinginkan. Titik yang tidak diinginkan ini akan menghasilkan nilai-nilai parameter yang jika ditinjau dari bidang ilmu yang bersangkutan menimbulkan interpretasi yang keliru

Untuk menentukan nilai dugaan awaluntuk model yang berbeda mempunyai metode yang berbeda pula. Salah satu metode untuk menentukan nilai dugaan awal yaitu menentukan kombinasi sebagai parameter yang mungkin untuk mencari jumlah kuadrat galat terkecil (Draper dan Smith 1992).

Dugaan awal θ_0 bagi parameter θ merupakan dugaan kasar yang mungkin merupakan nilai-nilai dugaan awal berdasarkan informasi yang tersedia. Nilai nilai awal itu diharapkan akan diperbaiki dalam proses terasi dengan menggunakan cara :

A. Analitik

Dengan cara analitik Y_u diselidiki untuk nilai X_u mendekati nol atau tak hingga untuk mencari nilai duga awal parameter yang mengggambarkan keadaan Y_u saat X_u mendekati nol atau tak hingga.Selanjutnya disubstitusikan X_u sebanyak parameter-parameter yang lain dalam model ke dalam Y_u sehingga terbentuk sistem persamaan yang kemudian di selesaikan.

B. Substitusi

Jika terdapat p buah parameter,disubstitusikan p amatan (Y_u,X_u) ke dalam model yang di postulatkan,selanjutnya p buah persamaan tersebut diselesaikan untuk mendapatkan nilai parameter-parameter model.Nilai-nilai X_u yang terpisah jauh sering memberikan hasil yang lebih baik.

2.8 MSE (Mean Square Error)

MSE merupakan cara untuk mengukur kesalahan peramalan keseluruhan. MSE merupakan rata-rata selisih kuadrat antara nilai yang diramalkan dan yang diamati. Semakin kecil nilai MSE maka semakin baik kecocokan suatu persamaan dengan data karena nilai penduga dari Y semakin mendekati nilai sebenarnya. Mean Square Error (MSE) didefinisikan:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \widehat{y})2}{n}$$

Di mana :

i= 1,2,…,n

n=banyaknya pengamatan
(Agresti,2002)

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data bangkitan dengan tiga level ukuran sampel n = 15, n = 45, n =125 untuk mengetahui jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk sampel kecil dan sampel besar. Pada studi simulasi ini, pembangkitan distribusi galat dan ukuran sampel tersebut dilakukan replikasi sebanyak 2000 kali.

Pembandingan sifat penduga metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* dilakukan dengan menggunakan nilai MSE dari dugaan parameter yang dihasilkan dan menyelidiki kekonsistenan penduga terhadap beberapa ukuran samppel. Semakin kecil nilai MSE menunjukkan bahwa suatu metode semakin baik.

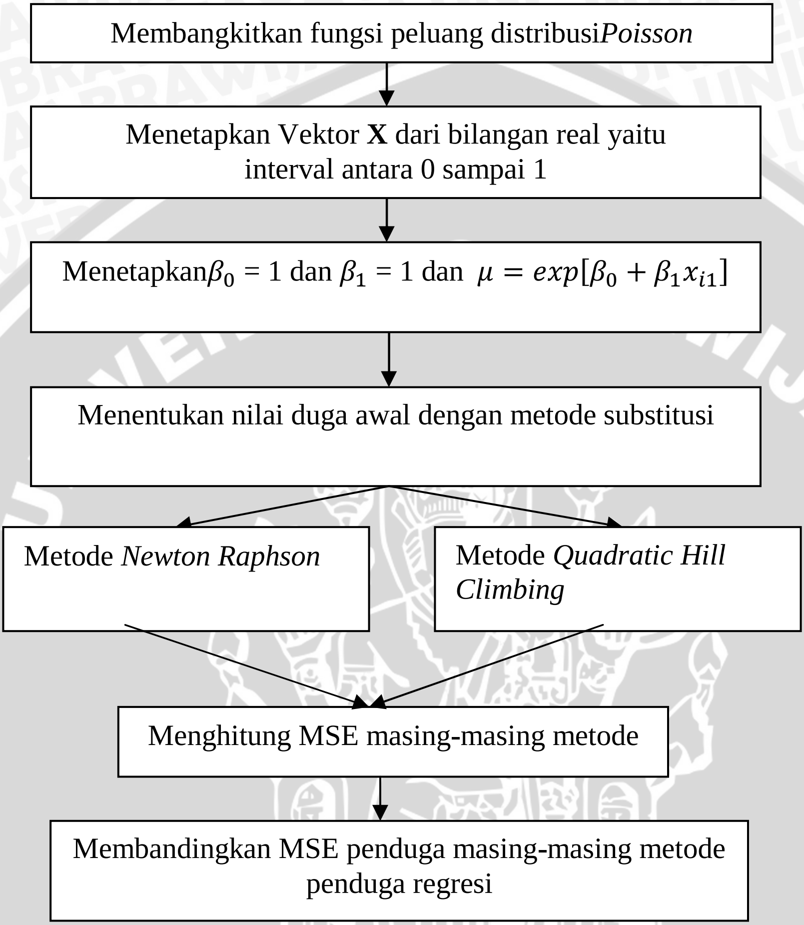
3.2 Metode Analisis dan Simulasi

Dalam simulasi ini dibangkitkan tiga level ukuran sampel berukuran n= 15, n = 45, dan n= 125 dengan replikasi masing-masing sebanyak 2000 kali. Langkah-langkah simulasi yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menentukan vektor **X** dari bilangan real interval antara 0 sampai 1.Menetapkan β_0 = 1 dan β_1 = 1 serta$\mu = exp[\beta_0 + \beta_1 x_{i1}]$
2. Membangkitkanvektor **Y** daridistribusi Poisson dengan menggunakan $\mu = exp[\beta_0 + \beta_1 x_{i1}]$.
3. Menentukan nilai duga awal dengan metode substitusi.
4. Menduga parameter dengan menggunakan metode *Newton Raphson,* dan metode *Quadratic Hill Climbing* yang masing masing terdapat pada model (2.12) dan (2.13). Selanjutnya Menyimpan nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dari masing-masing metode.
5. Menghitung nilai MSE.
6. Mengulangi langkah 1 sampai 3 sebanyak 2000 kali.

Perangkat lunak yang digunakan untuk membantu perhitungan pada analisis ini adalah *MATLAB 7.*

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 3.1 Langkah-Langkah Penelitian

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil MSE dan Jumlah Iterasi

Penelitianini menyelidiki mengenai pendugaan parameter regresi nonlinier.Regresi nonlinier didasarkan pada penentuan nilai-nilai parameter yang memaksimumkan likelihoodnya. Untuk itu penyelesaiannya haruslah berjalan dengan cara iterasi dan bergatung pada nilai-nilai dugaan awal. Nilai awal itu merupakan taksiran belaka atau mungkin pula merupakan nilai-nilai dugaan awal berdasar informasi yang tersedia.Nilai-nilai awal itu diharapkan akan diperbaiki dalam proses iterasi.

Pada masalah nonlinier cara yang sering dilakukan dan ternyata berhasil adalah menuliskan persamaannya dan mengembangkan teknik iteratif untuk memecahkannya dengan memilih metode iterasi yang salah satunya adalah metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* yang dapat diselesaikan dengan program komputer.

Dengan menerapkan metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing*pada data bangkitandengan parameter awal untuk bangkitan $\beta_0 = 1$ dan $\beta_1 = 1$, dengan menggunakan tiga level ukuran sample (n = 15, n = 45, n =125) yang bertujuan untuk mengetahui jumlah iterasi yang dibutuhkan pada sampel kecil dan sampel besar. Dan masing-masing ukuran sampel tersebut dilakukan replikasi sebanyak 2000 kali. Maka diperoleh hasil nilai MSE dan jumlah iterasi dari metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* yaitu sebagai berikut ini

Tabel 4.1 Jumlah Iterasi dan Nilai MSE pada Metode *Newton Raphson* (nilai awal β_0 dan $\beta_1 = 2$)

Ukuran sampel	Nilai β_0	Nilai β_1	Rata-rata jumlah iterasi	Rata-rata MSE
15	1.006389	1.003875	14.213000	0.0000024293
45	1.004762	1.002786	15.572375	0.0000019154
125	1.002064	0.001790	16.448000	0.0000009215

Pada Tabel 4.1 yang merupakan hasil pendugaan dengan menggunakan metode *Newton Raphson*.Dari tabel tersebut terlihat hasilnya bahwa semakin besar ukuran sampel maka semakin besar pula jumlah iterasinya dan sebaliknya semakin besar ukuran sampel yang digunakan maka semakin kecil nilai kesalahan penduganya. Maka dapat disimpulkan bahwa semakin banyak ukuran sampel yang digunakan jumlah iterasi yang dihasilkan untuk mencapai kekonvergenan semakin banyak.

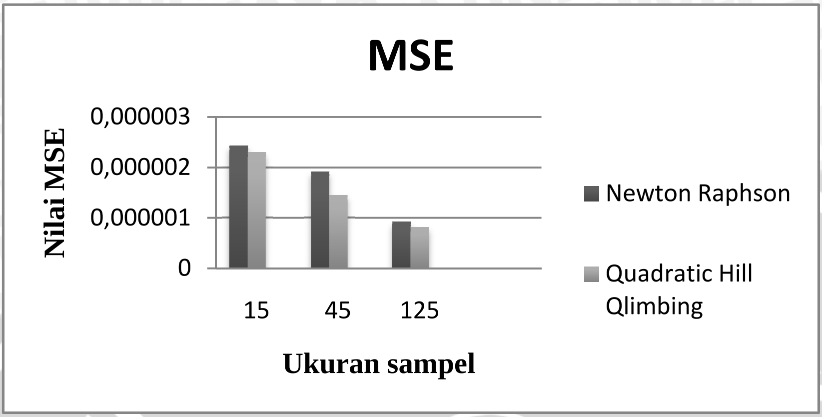
Tabel 4.2 Jumlah Iterasi dan Nilai MSE pada Metode*Quadratic Hill Climbing* (nilai awal β_0 dan β_1 = 2)

Ukuran sampel	Nilai β_0	Nilai β_1	Rata-rata jumlah iterasi	Rata-rata MSE
15	1.287225	1.020291	16.038000	0.0000022998
45	1.246978	1.020626	15.001000	0.0000014519
125	1.235889	1.020253	14.375000	0.0000008121

Pada Tabel 4.2 yang merupakan hasil pendugaan dengan menggunakan metode *Quadratic Hill Climbing* terlihat hasilnya bahwa semakin besar ukuran sampel maka jumlah iterasi yang dihasilkan semakin kecil begitu juga dengan hasil nilai MSEnya yaitu semakin kecil jika semakin besar sampel yang digunakan. Berkebalikan dengan metode Newton Raphson maka dengan menggunakan metode *Quadratic Hill Climbing*semakin banyak ukuran sampel yang digunakan iterasi yang dilakukan untuk mencapai kekonvergenan semakin sedikit.

4.2 Perbandingan *Mean Square Error* (MSE)

Dari hasil perhitungan pada tabel 4.1 dan tabel 4.2 dapat dilihat perbedaannya dengan melihat nilai MSE yang dihasilkan dan dapat disajikan dalam bentuk grafik.Semakin kecil nilai MSE maka semakin baik kecocokan suatu persamaan dengan ukuran sampel karena nilai penduga dari Y semakin mendekati nilai sebenarnya.Berikut grafik yang dihasilkan:



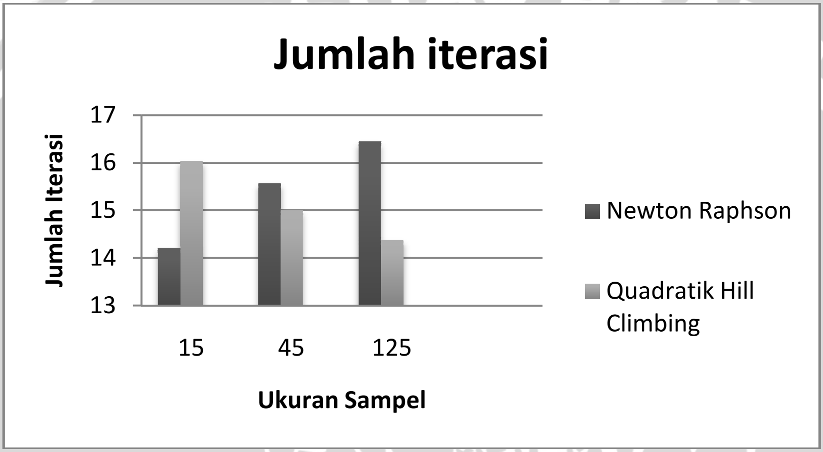
Gambar 4.1 MSE Penduga pada Berbagai Ukuran Sampel

Dari hasil grafik Gambat 4.1 dapat disimpulkan bahwa metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* hampir sama baiknya karena memiliki nilai MSE yang relatif cukup kecil. Namun pada data terlihat bahwa metode *Quadratic Hill Climbing* memiliki MSE yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *Newton Raphson*.

Dengan hasil perhitungan untuk ukuran sampel 15 pada metode *Newton Raphson* sebesar 0.0000024293,pada sampel sebesar 45 terjadi penurunan hasil menjadi 0.0000019154,dan untuk sampel paling besar yaitu 125 nilai MSEmenjadi semakin mengecil sebesar 0.0000009215. Sedangkan pada metode *Quadratic Hill Climbing* hasil MSE yang dihasilkan juga mengalami penurunan namun tidak terlalu curam hal ini dikarenakan terdapat perkalian skalar yang dinotasikan dengan yang nilainya menurut (Draper and Smith, 1996) berada di sekitar (-2 sampai 2) dapat dipilih sesuai kebutuhan namun penulis memilih menggunakan 2 karena semakin besar nilai semakin baik dan matrix identitas *I* yang nilainya dapat ditentukan. Iterasi pada metode ini akan berhenti pada saat nilai iterasi tersebut sudah konvergen. Sehingga dapat dikatakan bahwa metode *Quadratic Hill Climbing* merupakan metode yang lebih baik dibandingkan dengan metode *Newton Raphson*.

4.3 Hubungan antara Ukuran sampel dan Jumlah Iterasi

Metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* merupakan model nonlinier yang digunakan untuk menentukan titik optimum dengan cara melakukan iterasi sampai mencapai kekonvergenan. Jumlah iterasi untuk mencapai kekonvergenan pada metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* dengan nilai duga awal β_0 dan β_1 = 2 disajikan pada grafik berikut



Gambar 4.2 Jumlah Iterasi Metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratic Hill Climbing* pada Berbagai Ukuran Sampel

Gambar 4.2 merupakan grafik yang menggambarkan tentang jumlah iterasi pada masing masing metode yang digunakan. Terlihat bahwa metode *Newton Raphson* mengalami kenaikan, yang berarti semakin banyak sampel yang digunakan maka semakin banyak juga jumlah iterasinya. Sebaliknya pada metode *Quadratic Hill Climbing* yang terlihat mengalami penurunan berarti semakin banyak ukuran sampel yang digunakan maka semakin sedikit jumlah iterasinya. Sehingga dapat disimpulkan bahwa metode *Quadratic Hill Climbing* lebih cepat mencapai kekonvergenan dibanding metode *Newton Raphson*.

4.4 Perbandingan Jumlah Iterasi dengan Metode Substitusi Sebagai Penentuan Nilai Awal

Untuk menentukan nilai dugaan awal untuk model yang berbeda mempunyai metode yang berbeda pula. Salah satu metode untuk menentukan nilai dugaan awal adalah menggunakan grid yaitu menentukan kombinasi sebagai parameter yang mungkin untuk mencari jumlah kuadrat galat terkecil (Draper dan Smith (1992)).

Dugaan awal θ_0 bagi parameter θ merupakan dugaan kasar yang mungkin merupakan nilai-nilai dugaan awal berdasarkan informasi yang tersedia. Nilai nilai awal itu diharapkan akan diperbaiki dalam proses iterasi dengan menggunakan metode substitusi karena dalam model regresi *poisson* terdapat 2 parameter yang harus diduga, maka dibutuhkan 2 buah amatan (X_1 Y_1 dan X_2 Y_2) untuk mendapat nilai dugaan awal. Dari 2 buah amatan tersebut, didapatkan 2 buah persamaan yaitu

$y_1 = e^{\beta_0+\beta_1 x_1}$ ……….(1)

$y_2 = e^{\beta_0+\beta_2 x_2}$ ……….(2)

Dari persamaan (1)
$y_1 = e^{\beta_0+\beta_1 x_1}$

$\ln y_1 = \ln (e^{\beta_0+\beta_1 x_1})$

$\ln y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1$

$\beta_0 \quad = \ln y_1 - \beta_1 x_1$ …………..(3)

Persamaan (3) adalah persamaan untuk nilai β_0, dan untuk nilai β_1 sebagai berikut :

Untuk persamaan (1)

$y_1 = e^{\beta_0+\beta_1 x_1}$

$y_1 = e^{\beta_0} . e^{\beta_1 x_1}$

$e^{\beta_0} = \dfrac{y_1}{e^{\beta_1 x_1}}$

Dan untuk persamaan (2)

$$e^{\beta_0} = \frac{y_2}{e^{\beta_1 x_2}}$$

Hasil dari persamaan (1) dan persamaan (2) disamadengankan menjadi:

$$\frac{y_1}{e^{\beta_1 x_1}} = \frac{y_2}{e^{\beta_1 x_2}}$$

$$\frac{1}{e^{\beta_1 x_1}} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{1}{e^{\beta_1 x_2}}$$

$$e^{\beta_1 x_1} = \frac{y_1}{y_2} \cdot e^{\beta_1 x_2}$$

$$\text{Ln } e^{\beta_1 x_1} = \ln \left(\frac{y_1}{y_2} \cdot e^{\beta_1 x_2}\right)$$

$$\beta_1 x_1 = \ln \frac{y_1}{y_2} + \beta_1 x_2$$

$$\beta_1 x_1 - \beta_1 x_2 = \ln \frac{y_1}{y_2}$$

$$\beta_1 (x_1 - x_2) = \ln \frac{y_1}{y_2}$$

$$\beta_1 = \ln \frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{1}{(x_1 - x_2)} \text{ ....(4)}$$

$$\beta_0 = \ln y_1 - \beta_1 x_1$$

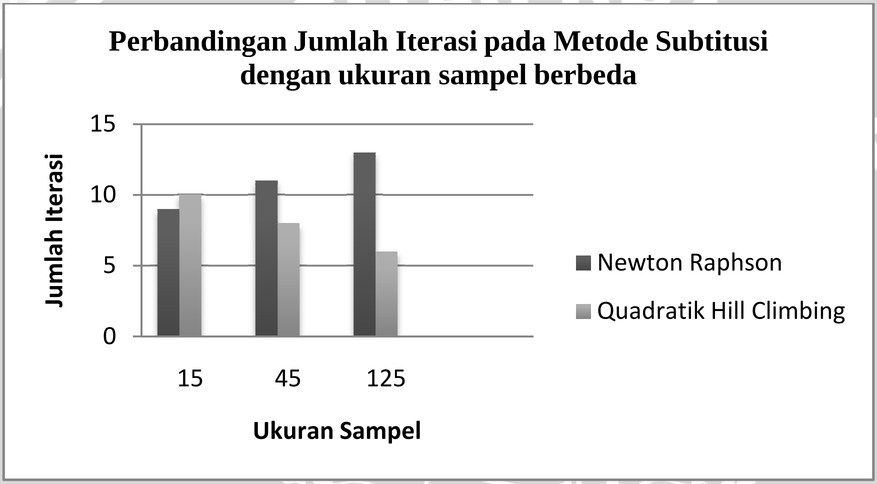
$$= \ln y_1 - \ln \frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{1}{(x_1 - x_2)} \cdot x_1$$

$$= \ln y_1 \left(1 - \frac{X_1}{y_2 (x_1 - x_2)}\right) \text{................ (3)}$$

Persamaan (3) dan (4) dijadikan persamaan untuk menentukan nilai awal $\beta_0$dan β_1, sehingga didapat hasil sebagai berikut

Tabel 4.3 Jumlah Iterasi dan Nilai MSE dengan Nilai Awal Menggunakan Metode Subtitusi

Metode	Ukuran sampel	Jumlah Iterasi	Nilai MSE
NewtonRaphson	15	9	0.00009458
	45	11	0.00008530
	125	13	0.00005169
Quadratik Hill Climbing	15	12	0.00007592
	45	8	0.00005931
	125	6	0.00002092



Gambar 4.3 Grafik Jumlah Iterasi dengan Nilai Awal Metode Substitusi

Pada Gambar 4.3 dengan menggunakan metode subtitusi untuk menentukan nilai awalan dapat kita lihat hasil iterasi yang didapat oleh metode *Newton Raphson* yaitu semakin banyak ukuran sampel yang digunakan maka semakin banyak pula jumlah iterasi yang dibutuhkan. Berbanding terbalik dengan metode *Quadratic Hill Climbing* yaitu dengan menggunakan nilai awal yang memakai metode subtitusi yaitu hasilnya semakin banyak ukuran sampel maka jumlah iterasi yang digunakan semakin kecil iterasi.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diperoleh didapat bahwa metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratik Hill Climbing* dapat menyelesaikan penaksiran parameter dalam kasus nonlinier dan keduanya dapat menghasilkan jumlah kuadrat galat ke nilai yang paling minimum. Namun dari hasil yang diperoleh metode *Quadratik Hill Climbing* lebih cepat konvergen dan mempunyai hasil yang lebih minimum atau MSE yang lebih kecil dari *Newton Raphson* karena metode tersebut telah dikembangkan untuk mengatasi kekurangan yang terdapat pada metode *Newton Raphson*.Untuk pengaruh menggunakan metode subtitusi dalam menentukan nilai awal hasilnya menunjukkan bahwa jumlah iterasi yang digunakan oleh metode Newton Raphson lebih banyak dibandingkan metode *Quadratic Hill Climbing*, yang berarti lebih cepat konvergen pada metode *Quadratic Hill Climbing*. Maka dapat ditarik kesimpulan bahwa metode *Quadratik Hill Climbing* lebih baik dibandingkan dengan metode *Newton Raphson* dalam menduga parameter regresi *Poisson* dengan menggunakan metode subtitusi dalam menentukan nilai awal dan ukuran sampel yang banyak.

5.2Saran

Dalam tulisan ini penulis hanya membahas tentang penaksir parameter regresi nonlinier model eksponensial dengan operasi turunan kedua yaitu metode *Newton Raphson* dan metode *Quadratik Hill Climbing*. Bagi para pembaca yang berminat mengembangkan penelitian ini dapat menggunakan regresi *poisson* namun dengan membandingkan metode yang berbeda atau dapat menggunakan fungsi regresi nonlinier yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Anonimous[1]. 2011. *Metode Newton Raphson*.http://en.wikipedia.org/wiki/Newtonmethod&ei=Z14uT6_RNoTprAf_0uXyDA&sa=X&oi=translate&ct=result&resnum=1&ved=0CC0Q7gEwAA&prev=/search%3Fq%3Dnewton%Braphson%Bmethod%26hl%Did%26client%3Dfirefox-a%26rls%3D.Tanggal akses: 15 Maret 2011.

Agresti, A, 2002.*Categorical Data Analysis Second Edition*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Baharuddin (2005). *Ukuran R^2 dalam Model Regresi Poisson*. Integral.10,(3),114-121.

Danapranita, dan S, Rony. 2005. *Pengantar Statistika*. Graha Ilmu, Yogyakarta.

Draper, N.R. and H. Smith. 1992. *AnalisisRegresi Terapan Edisikedua*.TerjemahanBambangSumantri. Gramedia. Jakarta.

Efendi, A. 2006. *Pengantar Analisis Regresi*. Universitas Brawijaya,Malang.

Karim, M.E. 2006. *Nonlinear Models*. University of Dhaka. http://angelfire.com/ab5/get5/nlin.Tanggal akses:4 april 2011.

Kutner, M. H, C. J. Nachtsheim, dan J. Neter. 2004. *Applied Linear Regression Models. 4th Edition*. Mc. Graw-Hill Companies, Inc. New York.

Goldfeld,S.M, R.E.Quandt & H.F.Trotter, 1966. *Maximization by Quadratic Hill Qlimbing*. New York:Princeton University.

Gujarati,D. 2003. *Basic Econometrics*, fourth edition, McGraw-Hill,New York.

Hedeker, D and R.D. Gibbons,2006.*Longitudinal Data Analysis*, NewJersey: John Wiley & Sons, Inc.

Idriani. V.2011. *Perbandingan Metode Marquardt Compromise dan Gauss Newton dalam Penaksiran Regresi Logistik.* Malang

Lehmann, E.L, and C. George 1998.*Theory of Point Estimation* (2nd ed.), New York: Springer.

Mendenhall, W., R. L. Scheaffer and D. D. Wackerly. 1981. *Mathematical Statistics with Application Fourth Edition*. Wasworth. California.

Myers, R.H.1990. *Classical and Modern Regression with Aplication*, Second Edition. Boston: PWSKENTPublishing Company

Montgomery, D.C, and E.A Peck. 1992. *Introduction to Linear Regression Analysis (2nd Edition),*John Wiley & Sons, Inc, New York.

Nainggolan, S.D. 2010. *Perbandingan Metode Marquardt Compromise dan Gauss Newton dalam Penaksiran Regresi Nonlinier*. Medan

Sanjoyo.2006.*NonLinierEstimation.http://mhs.blog.ui.ac.id/sanj55/2008/10/14/estimation-non-linier-model-with-genetic-algoritma.* Tanggal akses : 30 April 2011

Steel, and J.H. Torrie. 1980. *Principles andProcedures of Statistics (2nd edition)*, McGraw Hill BookCompany.

Steven ,C.Chapradan R. P.Canale, 1994. *MetodeNumerik,* Terjemahan Oleh I NyomanSusila.M.Sc, Jilid I, EdisiKedua, PenerbitErlangga, Jakarta.

Lampiran 1. Listing Program untuk Metode Newton Raphson Menggunakan Software MATLAB 7

```
clear all;
clc;
format long;

n=input('data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = ');
nilai_teta_nol=input('nilai dugaan awal (teta nol) = ');
nilai_teta_satu=input('nilai dugaan awal (teta satu) = ');
kali=input('metode akan diulang sebanyak = ');

beta_nol=1;
beta_satu=1;
epsilon=10^-5;

jumlah_iterasi=0;
pi=[];
bb0=0;
bb1=0;

for iii=1:kali,

    MSEE=0;
    % membangkitkan data
    for i=1:n,
        yy(i)=randint(1,1,[1,10]);
        x(i)=rand;
        myu(i)=fs(x(i),beta_nol,beta_satu);
        ytop(i)=exp(-myu(i))*myu(i)^yy(i)/factorial(yy(i));
    end

    fprintf('\n ');
    fprintf('pembangkitan ke- ');
    fprintf('%f\n',iii);
    fprintf('\n ');
```

Lampiran 1.Lanjutan

```
fprintf('y            x                        f(y)\n');
fprintf('----------------------------------------------------------------------
------------------\n');
fprintf('%2.2f          %8.8f      %8.8f          %8.8f\n',[yy;x;ytop]);
fprintf('\n ');

bo=nilai_teta_nol;
  b1=nilai_teta_satu;

  % turunan parsial likelihood
  for ii=1:2,
     D211=0;
     D212=0;
     D222=0;
     for i=1:n;
        D211=D211+(dLoo(x(i),bo,b1));
        D212=D212+(dLo1(x(i),bo,b1));
        D222=D222+(dL11(x(i),bo,b1));
     end

     H(1,1)=D211;
     H(1,2)=D212;
     H(2,1)=D212;
     H(2,2)=D222;
     D10=0;
     D11=0;
     for i=1:n,
        D10=D10+(dLo(x(i),ytop(i),bo,b1));
        D11=D11+(dL1(x(i),ytop(i),bo,b1));
     end

     D(1,1)=D10;
     D(2,1)=D11;
```

Lampiran 1.Lanjutan

```
  SSE=0;
      for i=1:n;
          f(i)=fs(x(i),bo,b1);
          y0(i)=ytop(i)-f(i);
          SSE=SSE+y0(i)^2;

end
      SSEE(ii)=SSE;

c=inv(H);
      b=c*D;
      bo=bo-b(1);
      b1=b1-b(2);

 end
  SSS=SSEE(2);
  err=abs(SSEE(1)-SSEE(2));
  nnnn=2;
  while err>epsilon,
      nnnn=nnnn+1;
      D211=0;
      D212=0;
      D222=0;
      for i=1:n;
          D211=D211+(dLoo(x(i),bo,b1));
          D212=D212+(dLo1(x(i),bo,b1));
          D222=D222+(dL11(x(i),bo,b1));
      end

 H(1,1)=D211;
      H(1,2)=D212;
      H(2,1)=D212;
      H(2,2)=D222;

      D10=0;
      D11=0;
      for i=1:n,
```

Lampiran 1.Lanjutan

```
  D10=D10+(dLo(x(i),ytop(i),bo,b1));
          D11=D11+(dL1(x(i),ytop(i),bo,b1));
      end

D(1,1)=D10;
      D(2,1)=D11;

 SSE=0;
      for i=1:n;
          f(i)=fs(x(i),bo,b1);
          y0(i)=ytop(i)-f(i);
          SSE=SSE+y0(i)^2;
      end
      SSEE(ii)=SSE;

      err=abs(SSE-SSS);
      SSS=SSE;

      c=inv(H);
      b=c*D;
      bo=bo-b(1);
      b1=b1-b(2);
   end

   b_noll(iii)=bo;
   bb0=bb0+b_noll(iii);
   b_satu(iii)=b1;
   bb1=bb1+b_satu(iii);

   iterasi(iii)=nnnn;
   MSE(iii)=SSS/(n-2);
   MSEE=MSE(iii)+MSEE;
ukuran_iterasi=iterasi(iii)+ukuran_iterasi;
   pi=[pi iii];
end
```

Lampiran 1.Lanjutan

```
rata_rata_b_nol=bb0/kali;
rata_rata_b_satu=bb1/kali;
rata_rata_iterasi=ukuran_iterasi/kali;
rata_rata_MSE=MSEE/kali;
fprintf('\n ');
fprintf('rata-rata beta nol = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_b_nol);

fprintf('rata-rata beta satu = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_b_satu);
fprintf('rata-rata iterasi = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_iterasi);
fprintf('rata-rata MSE = ');
fprintf('%10.10f\n',rata_rata_MSE);
fprintf('\n ');
fprintf('pembangkitan ke-    beta nol       beta satu       iterasi         MSE\n');
fprintf('--------------------------------------------------------------------------------
\n');
fprintf('%6.0d             %8.8f     %8.8f    %10.0d
%8.8f\n',[pi;b_noll;b_satu;iterasi;MSE]);
```

lampiran 2. Listing Program Untuk Metode Quadratik Hill Climbing Menggunakan Software MATLAB 7

```
clear all;
clc;
format long;

n=input('data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = ');
nilai_teta_nol=input('nilai dugaan awal (teta nol) = ');
nilai_teta_satu=input('nilai dugaan awal (teta satu) = ');
kali=input('metode akan diulang sebanyak = ');

beta_nol=1;
beta_satu=1;
epsilon=10^-5;

jumlah_iterasi=0;
pi=[];
bb0=0;
bb1=0;

for iii=1:kali,

    MSEE=0;
    % membangkitkan data
    for i=1:n,
        yy(i)=randint(1,1,[1,10]);
        x(i)=rand;
        myu(i)=fs(x(i),beta_nol,beta_satu);
        ytop(i)=exp(-myu(i))*myu(i)^yy(i)/factorial(yy(i));
    end

    fprintf('\n ');
    fprintf('pembangkitan ke- ');
    fprintf('%f\n',iii);
    fprintf('\n ');
```

Lampiran 2.Lanjutan

```
   fprintf('y            x                          f(y)\n');
   fprintf('----------------------------------------------------------------------------------------------\n');
   fprintf('%2.2f          %8.8f      %8.8f          %8.8f\n',[yy;x;ytop]);
   fprintf('\n ');

 bo=nilai_teta_nol;
  b1=nilai_teta_satu;

  % turunan parsial likelihood
  for ii=1:2,
     if ii==1,
        lamda=1;
     else
        lamda=1*2;
     end

     D211=0;
     D212=0;
     D222=0;
     for i=1:n;
        D211=D211+(dLoo(x(i),bo,b1));
        D212=D212+(dLo1(x(i),bo,b1));
        D222=D222+(dL11(x(i),bo,b1));
     end

     H(1,1)=D211;
     H(1,2)=D212;
     H(2,1)=D212;
     H(2,2)=D222;

     D10=0;
     D11=0;
     for i=1:n,
        D10=D10+(dLo(x(i),ytop(i),bo,b1));
```

Lampiran 2.Lanjutan

```
  D11=D11+(dL1(x(i),ytop(i),bo,b1));
    end

    D(1,1)=D10;
    D(2,1)=D11;
    SSE=0;
    for i=1:n;
        f(i)=fs(x(i),bo,b1);

y0(i)=ytop(i)-f(i);
        SSE=SSE+y0(i)^2;
    end
    SSEE(ii)=SSE;

    HI=H+lamda*eye(2,2);
    c=inv(HI);
    b=c*D;
    bo=bo-b(1);
    b1=b1-b(2);
  end

  if SSEE(1)<=SSEE(2)
    lamda=lamda/2;
  else
    lamda=lamda;
  end

  SSS=SSEE(2);
  err=abs(SSEE(1)-SSEE(2));
  nnnn=2;
  while err>epsilon,
    nnnn=nnnn+1;
    D211=0;
    D212=0;
    D222=0;
    for i=1:n;
        D211=D211+(dLoo(x(i),bo,b1));
```

Lampiran 2.Lanjutan

```
    D212=D212+(dLo1(x(i),bo,b1));
        D222=D222+(dL11(x(i),bo,b1));
     end

H(1,1)=D211;
     H(1,2)=D212;
     H(2,1)=D212;
     H(2,2)=D222;

  D10=0;
     D11=0;
     for i=1:n,
        D10=D10+(dLo(x(i),ytop(i),bo,b1));
        D11=D11+(dL1(x(i),ytop(i),bo,b1));
     end

     D(1,1)=D10;
     D(2,1)=D11;

     SSE=0;
     for i=1:n;
        f(i)=fs(x(i),bo,b1);
        y0(i)=ytop(i)-f(i);
        SSE=SSE+y0(i)^2;
     end
     SSEE(ii)=SSE;

     HI=H+lamda*eye(2,2);
     c=inv(H);
     b=c*D;
     bo=bo-b(1);
     b1=b1-b(2);

     if SSS<=SSE
        lamda=lamda/2;
     else
        lamda=lamda;
```

Lampiran 2.Lanjutan

```
 end

     err=abs(SSE-SSS);
     SSS=SSE;
  end

  llamda(iii)=lamda;
  b_noll(iii)=bo;
  bb0=bb0+b_noll(iii);


 b_satu(iii)=b1;
  bb1=bb1+b_satu(iii);

  iterasi(iii)=nnnn;
  MSE(iii)=SSS/(n-2);
  MSEE=MSE(iii)+MSEE;
ukuran_iterasi=iterasi(iii)+ukuran_iterasi;
  pi=[pi iii];
end

rata_rata_b_nol=bb0/kali;
rata_rata_b_satu=bb1/kali;
rata_rata_iterasi=ukuran_iterasi/kali;
rata_rata_MSE=MSEE/kali;

fprintf('\n ');
fprintf('rata-rata beta nol = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_b_nol);
fprintf('rata-rata beta satu = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_b_satu);
fprintf('rata-rata iterasi = ');
fprintf('%f\n',rata_rata_iterasi);
fprintf('rata-rata MSE = ');
fprintf('%10.10f\n',rata_rata_MSE);
fprintf('\n ');
```

Lampiran 2.Lanjutan

```
fprintf('pembangkitan ke-    beta nol      beta satu      iterasi        MSE
lamda\n');
fprintf('--------------------------------------------------------------------------------
--------\n');
fprintf('%6.0d            %8.8f     %8.8f    %10.0d      %8.8f
%8.8f\n',[pi;b_noll;b_satu;iterasi;MSE;llamda]);
```

Lampiran 3. Listing Program Newton Raphson dengan Nilai Awal Menggunakan Metode Substitusi

```
clear all;
clc;
format long;

n=input('data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = ');
kali=input('metode akan diulang sebanyak = ');

beta_nol=1;
beta_satu=1;
epsilon=10^-5;

ukuran_iterasi=0;
pi=[];
bb0=0;
bb1=0;

for iii=1:kali,

    MSEE=0;
    % membangkitkan data
    for i=1:n,
        eror(i)=exp(-myu(i))*myu(i)^yy(i)/factorial(yy(i));
        nn=rand;
        pp=randint(1,1,[1,10]);
        x(i)=nn*pp;
        ytop(i)=fs(x(i),beta_nol,beta_satu)+eror(i);
    end

b0=log(ytop(1))-b1*x(1);
b1=1/(x(1)-x(2))*log(ytop(1)/ytop(2));
```

Perbedaan pada listing program lampiran 3 dan lampiran 1 adalah terletak pada penentuan nilai awal.Perbedaannya pada lampiran 3 pada bagian inisiasi nilai awal dengan menggunakan rumus dari metode subtitusi sedangkan pada lampiran 1 berupa inputan.

Lampiran 4. Listing Program Quadratik Hill Qlimbing dengan Nilai Awal Menggunakan Metode Substitusi

```
clear all;
clc;
format long;

n=input('data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = ');
kali=input('metode akan diulang sebanyak = ');

beta_nol=1;
beta_satu=1;
epsilon=10^-5;

ukuran_iterasi=0;
pi=[];
bb0=0;
bb1=0;

for iii=1:kali,

    MSEE=0;
    % membangkitkan data
    for i=1:n,
   eror(i)=exp(-myu(i))*myu(i)^yy(i)/factorial(yy(i));
        nn=rand;
        pp=randint(1,1,[1,10]);
        x(i)=nn*pp;
        ytop(i)=fs(x(i),beta_nol,beta_satu)+eror(i);
    end

b0=log(ytop(1))-b1*x(1);
b1=1/(x(1)-x(2))*log(ytop(1)/ytop(2));
```

Untuk lampiran ke 4 ini sama dengan lampiran 3 bahwa perbedaannya dengan lampiran 2 adalah inisiasi nilai awal dengan menggunakan rumus dari metode substitusi .

Lampiran 5. Hasil Output Metode Newton Raphson

1. **Ukuran sampel 15 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2**

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n)=15
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000


 rata-rata beta nol = 1.006398
 rata-rata beta satu = 1.003875
 rata-rata iterasi = 14.213000
 rata-rata MSE =  0.0000024293
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	2.00	0.17874165	0.20475410
1999	8.00	0.44106740	0.03683646
2000	6.00	0.16307570	0.06077622

2. **Ukuran sampel 45 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2**

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 45
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000

 rata-rata beta nol = 1.004762
 rata-rata beta satu = 1.002786
 rata-rata iterasi = 15.572375
 rata-rata MSE = 0.0000019154
```

Lampiran 5. Lanjutan

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	7.00	0.36663361	0.05608701
1999	3.00	0.38215326	0.19617081
2000	8.00	0.82072227	0.10913796

3. Ukuran sampel 125 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak(n)= 125
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000


rata-rata beta nol = 1.002075
rata-rata beta satu = 1.001790
rata-rata iterasi = 16.448000
rata-rata MSE = 0.0000009215
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	2.00	0.80458149	0.04236589
1999	6.00	0.06393300	0.04534757
2000	8.00	0.87156705	0.11877333

Lampiran 5. Lanjutan

4. Ukuran sampel 15 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 15
metode akan diulang sebanyak = 2000


rata-rata beta nol = 1.006074
rata-rata beta satu = 1.000480
rata-rata iterasi = 9.004000
rata-rata MSE = 0.00009458
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	5.00	0.36663361	0.05608701
1999	9.00	0.58215326	0.19617081
2000	1.00	0.62072227	0.10913796

5.Ukuran sampel 45 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 45
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.003747
rata-rata beta satu = 1.000637
rata-rata iterasi = 10.784000
rata-rata MSE =0.00008530
```

Lampiran 5. Lanjutan

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	2.00	0.88153701	0.03038949
1999	2.00	0.47719406	0.12010419
2000	4.00	0.99696304	0.07754851

6.Ukuran sampel 125 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 125
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.004658
rata-rata beta satu = 1.000482
rata-rata iterasi = 13.674000
rata-rata MSE = 0.00005169
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	1.00	0.64508629	0.02911882
1999	5.00	0.30312769	0.14189835
2000	6.00	0.15550286	0.05949554

Lampiran 6. Hasil output Metode Quadratik Hill Climbing

1. Ukuran sampel 15 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2

```
Data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 15
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.287225
rata-rata beta satu = 1.020291
rata-rata iterasi = 16.038000
rata-rata MSE = 0.0000022998
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	6.00	0.50446698	0.14548877
1999	5.00	0.90645743	0.09637862
2000	5.00	0.87294333	0.16782553

2. Ukuran sampel 45 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 45
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.346978
rata-rata beta satu = 1.020626
rata-rata iterasi = 15.001000
rata-rata MSE = 0.0000014519
```

Lampiran 6.Lanjutan

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	1.00	0.07816649	0.15549854
1999	9.00	0.49629420	0.02236426
2000	2.00	0.97756745	0.01900300

3. Ukuran sampel 125 dan nilai awal β_0 =2 β_1 = 2

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 125
nilai dugaan awal (teta nol) = 2
nilai dugaan awal (teta satu) = 2
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.235889
rata-rata beta satu = 1.020253
rata-rata iterasi = 14.375000
rata-rata MSE = 0.0000008121
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	1.00	0.06766030	0.15867359
1999	5.00	0.71804453	0.17018183
2000	2.00	0.09385064	0.22510352

Lampiran 6.Lanjutan

4. Ukuran sampel 15 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
   data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 15
   metode akan diulang sebanyak = 2000

   rata-rata beta nol = 1.003520
   rata-rata beta satu = 1.000281
rata-rata iterasi = 11.983000
rata-rata MSE = 0.00007592
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	5.00	0.39256310	0.15726391
1999	1.00	0.33456971	0.08511164
2000	8.00	0.14817056	0.01034079

5.Ukuran sampel 45 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) = 45
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.003870
rata-r
ata beta satu = 1.000246
rata-rata iterasi = 8.121000
rata-rata MSE = 0.00005931
```

Lampiran 6.Lanjutan

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	5.00	0.39166045	0.15712533
1999	6.00	0.42370893	0.11197375
2000	5.00	0.33477372	0.14767235

6.Ukuran sampel 125 dan nilai awal menggunakan metode subtitusi

```
data yang akan dibangkitkan sebanyak (n) =
125
metode akan diulang sebanyak = 2000

rata-rata beta nol = 1.004008
rata-rata beta satu = 1.000203
rata-rata iterasi = 6.009000
rata-rata MSE = 0.00002092
```

Bangkitan ke-	y_i	X	F(y)
1998	4.00	0.18294526	0.18082129
1999	2.00	0.95211321	0.02165590
2000	9.00	0.96746384	0.10569830