

**PELABELAN SUPER EDGE-GRACEFUL $Q(a)P(b)$ PADA
GRAF CYCLE DENGAN SATU CHORD DAN GRAF
DUMBBELL**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Oleh:

ANIS HIDAYATI M.S

0710943010-94



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PELABELAN *SUPER EDGE-GRACEFUL* $Q(a)P(b)$ PADA
GRAF CYCLE DENGAN SATU CHORD DAN GRAF
DUMBBELL**

Oleh :

ANIS HIDAYATI M.S

0710943010-94

**Setelah dipertahankan didepan Majelis Penguji
pada Tanggal 18 Januari 2012
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang matematika**

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. Marsudi, M.S.

NIP. 196101171988021002

Drs. M. Muslikh, M.Si.

NIP. 195910311989121001

**Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

Dr. Abdul Rouf A., M.Sc.

NIP. 196709071992031001

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : ANIS HIDAYATI M.S
NIM : 0710943010-94
Jurusan : Matematika
Penulis Skripsi berjudul : Pelabelan *Super Edge-Graceful*
 $Q(a)P(b)$ Pada Graf *Cycle* dengan
Satu *Chord* dan Graf *Dumbbell*

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 18 Januari 2012
Yang menyatakan,

ANIS HIDAYATI M.S
NIM. 0710943010-94

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



PELABELAN *SUPER EDGE-GRACEFUL* $Q(a)P(b)$ PADA GRAF *CYCLE* DENGAN SATU *CHORD* DAN GRAF *DUMBBELL*

ABSTRAK

Unsur utama dalam graf adalah garis dan titik. Pemberian nilai pada garis, titik, atau garis dan titik dalam graf disebut pelabelan graf. Salah satu pengembangan dari pelabelan adalah pelabelan *super edge-graceful* pada graf, yaitu pelabelan graf dengan bilangan bulat sebanyak jumlah titik dan garisnya, sedemikian sehingga label dari titiknya merupakan penjumlahan dari garis-garis yang *incident* dengan titik tersebut.

Skripsi ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana menentukan pelabelan *super edge-graceful* $Q(a)P(b)$ pada dua jenis graf yaitu graf *cycle* dengan satu *chord* dan graf *Dumbbell*, yang merupakan pengembangan dari pelabelan *super edge-graceful* sebelumnya, dimana nilai $a=1$ dan $b=1$.

Hasil dari skripsi ini menunjukkan bahwa graf *cycle* dengan satu *chord* untuk jumlah titik ganjil merupakan *edge graceful*, tetapi $p=5$ dan $r=3$ dimana $a=1, b \leq 3$ dan $a=2, b \leq 1$ merupakan *super edge-graceful* $Q(a)P(b)$. Selain itu, graf *cycle* dengan satu *chord* untuk p genap dimana $n \geq 3$ dan $n = 4k$ merupakan *super edge-graceful* $Q(a)P(b)$. Begitu juga dengan graf *Dumbbell* $D(n,n)$ merupakan *super edge-graceful* $Q(1)P(1)$, sedangkan $D(n,n)$ untuk $3 \leq n \leq 6$ merupakan *super edge-graceful* $Q(a)P(b)$, selain graf $D(3,3)$ untuk $a \geq 4$.

Kata Kunci : Pelabelan graf, *Super edge-graceful*, *Super edge-graceful* $Q(a)P(b)$, graf *cycle*, graf *Dumbbell*.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



$Q(a)P(b)$ -SUPER EDGE-GRACEFUL LABELINGS OF CYCLE GRAPH WITH A CHORD AND DUMBBELL GRAPH

ABSTRACT

The main element of graph are the edge and vertex. Giving value to the edge, vertex, or edge and vertex of graph are called labeling graph. One of development from labeling is *super edge-graceful* labeling of a graph, is a labeling graph with an integer total number of vertex and edge, such that the labels of vertex is the sum of edges *incident* with that vertex.

This minor thesis aims to find out how to determine the $Q(a)P(b)$ -*super edge-graceful* labeling on two types of graphs are *cycles* graph with a *chord* and *Dumbbell* graph, which is the development of previous *super edge-graceful* labeling, where the value of $a = 1$ dan $b = 1$.

The results of this minor thesis show that the *cycle* graph with a *chord* for the number of odd vertex is *edge graceful*, but $p=5$ and $r=3$ where $a = 2$, $b \leq 1$ is $Q(a)P(b)$ -*super edge-graceful*. Whereas the *cycle* graph with a *chord* for even p where $n \geq 3$ and $n = 4k$ is $Q(a)P(b)$ -*super edge graceful*. As well as the *Dumbbell* graph $D(n,n)$ is $Q(1)P(1)$ -*super edge-graceful*, whereas $D(n,n)$ for $3 \leq n \leq 6$ is $Q(a)P(b)$ -*super edge-graceful*, except $D(3,3)$ graph for $a \geq 4$.

Keyword : Graph labeling, *super edge-graceful*, $Q(a)P(b)$ -*super edge-graceful*, *cycle* graph, *Dumbbell* graph.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



KATA PENGANTAR

Alhamdulillah *robbil 'alamin*, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunianya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Selama penyusunan skripsi ini, penulis menyadari tidak terlepas dari bantuan, bimbingan dan dorongan serta doa restu dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan yang baik ini, tidak lupa penulis mengucapkan rasa hormat dan terima kasih yang tulus sedalam-dalamnya kepada :

1. Drs. Marsudi, M.S. selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan dan bimbingan dengan sabar kepada penulis selama kuliah dan Penyusunan skripsi ini.
2. Drs. M. Muslikh, M.Si. selaku pembimbing II atas segala bimbingan, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
3. Kwardiniya A., S.Si., M.Si., Dra. Endang Wahyu Handamari, M.Si., dan Drs. Imam Nurhadi P., M.T., selaku dosen penguji atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
4. Aba, Ummi, Mas Kholil, Mas Iyank dan adikku Najmi, atas segala doa, kasih sayang, nasehat, dan dukungan selama ini.
5. Segenap bapak dan ibu dosen Jurusan Matematika yang telah mendidik dan mengamalkan ilmunya kepada penulis.
6. Teman-teman matematika dan teman-teman kos. Terima kasih atas bantuan yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Menyadari adanya keterbatasan pengetahuan, referensi dan pengalaman dan demi penyempurnaan skripsi ini, penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, Januari 2012

Penulis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR SIMBOL	xix
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	2
 BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Konsep Dasar Graf	3
2.2 Keterhubungan (<i>connectivity</i>)	5
2.3 Jenis-jenis Graf	7
2.4 Operasi Pada Graf	14
2.5 Fungsi	15
2.6 Operasi Modulo	15
2.7 Pelabelan Pada Graf	15
2.8 Pelabelan <i>Graceful</i> , <i>Edge-Graceful</i> , <i>Super Edge-Graceful</i> dan <i>Super Edge-Graceful</i> $Q(a)P(b)$	17
 BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	
3.1 Pelabelan <i>edge-graceful</i> pada graf <i>cycle</i> dengan satu <i>chord</i>	21
3.2 Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ pada graf <i>cycle</i> dengan satu <i>chord</i>	30
3.3 Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ pada graf <i>Dumbbell</i>	41

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

4.1	Kesimpulan.....	71
4.2	Saran	71

DAFTAR PUSTAKA.....	73
----------------------------	-----------

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1	Graf G dengan 4 titik dan 5 garis.....	3
Gambar 2.2	u adjacent v , e_1 incident u dan v	4
Gambar 2.3	Graf ganda.....	4
Gambar 2.4	G isomorfik G'	5
Gambar 2.5	Graf dengan <i>walk</i>	5
Gambar 2.6	<i>Walk</i> , <i>path</i> , bukan <i>path</i> dan bukan <i>walk</i>	6
Gambar 2.7	<i>Circuit</i>	6
Gambar 2.8	Graf nol.....	7
Gambar 2.9	Graf sederhana dan graf ganda.....	7
Gambar 2.10	Graf terhubung dan graf tidak terhubung	8
Gambar 2.11	Graf lengkap dan bukan graf lengkap	9
Gambar 2.12	Graf lintasan P_3 dan P_4	9
Gambar 2.13	Graf dengan derajat r	10
Gambar 2.14	Graf <i>bipartite</i> dan $K_{3,3}$	10
Gambar 2.15	n -cycle	11
Gambar 2.16	Graf $(p, p+1)$	11
Gambar 2.17	Graf $C_5(4)$	12
Gambar 2.18	Graf <i>Dumbbell</i>	12
Gambar 2.19	Graf <i>planar</i> dan graf bidang.....	13
Gambar 2.20	Graf tak berhingga	13
Gambar 2.21	Union G_1 dan G_2	14
Gambar 2.22	Joint G_1 dan G_2	14
Gambar 2.23	Graf berbobot	16
Gambar 2.24	Pelabelan titik.....	16
Gambar 2.25	Pelabelan garis.....	16
Gambar 2.26	Pelabelan graceful pada graf K_2 , K_3 , dan K_4	17
Gambar 2.27	Pelabelan <i>edge-graceful</i> pada graf K_4	18
Gambar 2.28	Pelabelan <i>Super edge-graceful</i>	19
Gambar 2.29	Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$	20
Gambar 3.1	Graf $C_7(5)$	23
Gambar 3.2	Pelabelan <i>edge-graceful</i> untuk $C_7(5)$	24
Gambar 3.3	Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ untuk $C_5(3)$ dengan $a, b = 1$	26
Gambar 3.4	Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ untuk $C_5(3)$ dengan $a = 1$ dan $b = 2$	27

Gambar 3.5	Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ untuk $C_5(3)$ dengan $a = 1$ dan $b = 3$	28
Gambar 3.6	Pelabelan <i>super edge-graceful</i> $Q(a)P(b)$ untuk $C_5(3)$ dengan $a = 2$ dan $b = 1$	29
Gambar 3.7	Graf $C_4(3)$	31
Gambar 3.8	Pelabelan pada Graf $C_4(3)$ untuk $a = 2$ dan $b = 1$	33
Gambar 3.9	Pelabelan $Q(1)P(3)$ -SEG pada Graf $C_{10}(6)$	34
Gambar 3.10	Graf $C_8(5)$	39
Gambar 3.11	Pelabelan $Q(1)P(1)$ -SEG untuk Graf $C_8(5)$	40
Gambar 3.12	Pelabelan $Q(1)P(1)$ -SEG pada $D(3,3)$	42
Gambar 3.13	Pelabelan $Q(1)P(2)$ -SEG pada $D(3,3)$	42
Gambar 3.14	Pelabelan $Q(1)P(3)$ -SEG pada $D(3,3)$	43
Gambar 3.15	Pelabelan $Q(2)P(1)$ -SEG pada $D(3,3)$	44
Gambar 3.16	Pelabelan $Q(3)P(1)$ -SEG pada $D(3,3)$	44
Gambar 3.17	Pelabelan $Q(4)P(9)$ -SEG pada $D(3,3)$	45
Gambar 3.18	Pelabelan $Q(a)P(2a+1)$ -SEG pada $D(3,3)$	45
Gambar 3.19	Graf $D(4,4)$	48
Gambar 3.20	Pelabelan pada $D(4,4)$ untuk $a = 1$ dan $b = 1,2,3$	49
Gambar 3.21	Pelabelan pada $D(4,4)$ untuk $a = 2,3,4$ dan $b = 1$	50
Gambar 3.22	Pelabelan pada $D(5,5)$ untuk $a = 1$ dan $b = 1,2,3,4$	53
Gambar 3.23	Pelabelan pada $D(5,5)$ untuk $a = 2$ dan $b = 1,2,3,4,5,6$	54
Gambar 3.24	Pelabelan pada $D(5,5)$ untuk $a = 3,4,5$ dan $b = 1$	54
Gambar 3.25	Pelabelan pada $D(6,6)$ untuk $a = 1$ dan $b = 1,2,3,4$	60
Gambar 3.26	Pelabelan pada $D(6,6)$ untuk $a = 2$ dan $b = 1,2,3,4,5,6$	61
Gambar 3.27	Graf $D(9,9)$	68
Gambar 3.28	Pelabelan pada graf $D(9,9)$	69

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 3.1	Pelabelan <i>edge-graceful</i> jika p ganjil	22
Tabel 3.2	Pelabelan <i>edge-graceful</i> pada graf $C_7(5)$	24
Tabel 3.3	Pelabelan pada $C_5(3)$	30
Tabel 3.4	Pelabelan pada graf $C_4(3)$ untuk $a, b \geq 1$	31
Tabel 3.5	Pelabelan pada graf $C_4(3)$ untuk $a = 2$ dan $b = 1$	33
Tabel 3.6	Pelabelan pada graf $C_{10}(6)$ untuk $a=1$ dan $b=3$	35
Tabel 3.7	Pelabelan pada graf $C_8(5)$ untuk $a,b=1$	40
Tabel 3.8	Pelabelan pada graf $D(3,3)$	46
Tabel 3.9	Pelabelan pada graf $D(4,4)$	50
Tabel 3.10	Pelabelan pada graf $D(5,5)$	55
Tabel 3.11	Pelabelan pada graf $D(6,6)$	62
Tabel 3.12	Pelabelan pada graf $D(9,9)$	70



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR SIMBOL

$G(p,q)$	: Graf G dengan p titik dan q garis
p	: Banyaknya titik pada suatu graf
q	: Banyaknya garis pada suatu graf
P	: Himpunan nilai titik
Q	: Himpunan label garis
$V(G)$	: Himpunan titik dari graf G
$E(G)$	: Himpunan garis dari graf G
$ E(G) $	: Banyak garis suatu graf
$ V(G) $	: Banyak titik suatu graf
$Deg(v)$	: Derajat titik
n	: Banyak titik
$G \cong G'$	: G dan G' isomorfik
$f(u, v)$	: Fungsi pelabelan garis
$f^*(v)$	: Fungsi pelabelan titik
P_n	: Graf <i>path</i> dengan n titik
K_r	: Graf lengkap dengan r titik
$K_{m,n}$	: Graf <i>bipartite</i> dengan m titik dan n titik
C_n	: Graf <i>cycle</i> dengan n titik
$+$	: <i>Joint</i> antara dua graf
$\cup$	: Gabungan antara dua graf
$C_p(r)$	: Graf <i>cycle</i> dengan satu <i>chord</i>
$D(m,n)$	: Graf <i>Dumbbell</i> dengan $m+n$ titik dan $(m+n)+1$ garis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

