OPTIMASI BIAYA PADA MODEL DETERMINISTIK EPQ (*ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY*) DENGAN *BACKORDER* PARSIAL

SKRIPSI

Oleh :

RIZKYTA CHANDRA PRATIWI
0810943017-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012

OPTIMASI BIAYA PADA MODEL DETERMINISTIK EPQ *(ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY)* DENGAN *BACKORDER* PARSIAL

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh:
RIZKYTA CHANDRA PRATIWI
0810943017-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

OPTIMASI BIAYA PADA MODEL DETERMINISTIK EPQ
(ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY)
DENGAN *BACKORDER* PARSIAL

Oleh:
RIZKYTA CHANDRA PRATIWI
0810943017-94

Setelah dipertimbangan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 27 Desember 2012
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

DOSEN PEMBIMBING I	DOSEN PEMBIMBING II
Drs. Marsudi, MS	**Drs. Imam Nurhadi P, MT**
NIP. 196101171988021002	**NIP. 196203141989031001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Rizkyta Chandra Pratiwi
Nim	: 0810943017
Jurusan	: Matematika
Penulis skripsi berjudul	: Optimasi Biaya Pada Model Deterministik EPQ (*Economic Production Quantity*) Dengan *Backorder* Parsial

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri, dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Nama-nama yang tercantum dalam skripsi ini, semata-mata digunakan sebagai acuan atau referensi.
2. Apabila kemudian hari diketahui bahwa isi skripsi yang saya tulis merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 27 Desember 2012
Yang menyatakan,

(RIZKYTA CHANDRA PRATIWI)
NIM.0810943017-94

OPTIMASI BIAYA PADA MODEL DETERMINISTIK EPQ (*ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY*) DENGAN *BACKORDER* PARSIAL

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas dua model matematika, yaitu model EPQ dasar dan model EPQ *backorder* parsial. Kedua model tersebut dikembangkan untuk sistem persediaan suatu perusahaan yang tidak dapat memenuhi permintaan konsumen. Adanya persediaan yang tidak mencukupi kebutuhan, mengakibatkan perusahaan mengalami kekurangan persediaan. Dalam kondisi tersebut, konsumen berhak memilih untuk menunggu atau tidak menunggu pesanannya dipenuhi oleh perusahaan. Ketika konsumen tidak bersedia menunggu, memungkinkan perusahaan mengalami kerugian karena biaya penjualan yang hilang dan tidak ada kekurangan persediaan. Ketika konsumen bersedia menunggu pesanan, perusahaan memenuhinya dengan cara *backorder*. Model EPQ dasar digunakan ketika konsumen tidak bersedia menunggu pesanan yang tidak dapat dipenuhi. Model EPQ *backorder* parsial digunakan ketika konsumen bersedia menunggu pesanan. Model EPQ *backorder* parsial memberikan total biaya persediaan optimal dibandingkan dengan model EPQ dasar.

Kata Kunci : Model persediaan EPQ dasar, EPQ *backorder* parsial, penjualan yang hilang, kekurangan persediaan

COST OPTIMATION OF EPQ (ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY) DETERMINISTIC MODEL WITH PARTIAL BACKORDER

ABSTRACT

In this final project two kinds of mathematic models are studied, there are basic EPQ model and partial backorder EPQ model. Both of them are developed for inventory system of company that can't fulfill consumer's demand. There is not sufficient inventory, resulting in companies stockout. In this condition, consumers have the right still waiting their orders are filled by company or not. When the consumers are not willing to wait it may cause financial loss towards the company because of lost sales and have no stockout. When consumers are willing to wait their order, the company will fulfill it by backorder. Basic EPQ model is used when the consumer are unwilling to wait for unfulfilled order. Partial backorder EPQ model is applied when the consumer are willing to wait for order. Partial backorder EPQ model gives optimum inventory cost total compared with basic EPQ model.

Keyword : Basic EPQ inventory model, partial backorder EPQ model, lost sales, stockout

KATA PEGANTAR

Segala puji dan syukur kehadirat ALLAH SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Marsudi, MS selaku pembimbing I dan Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT selaku pembimbing II, atas segala bimbingan, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Kwardiniya A., S.Si., M.Si selaku dosen penguji pada ujian skripsi.
3. Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku ketua Jurusan Matematika dan Dr. Sobri Abusini, MT selaku ketua Program Studi Matematika atas dorongan dan nasihat selama proses penyelesaian skripsi.
4. Seluruh bapak/ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Mama, Papa, Mas Dimas, Mas Radit, Adek Dita tersayang, Pakdhe Hari, Om Redi dan Bu Yani atas segala doa, kasih sayang, dukungan, dan nasihat yang telah diberikan.
6. Teman-teman Matematika 2008 terutama Mega, Ajeng, Sholi, Resti, Gandes, dan Muhid atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
7. Kakak Tingkat Matematika 2007 terutama Mbak Elma dan Mas Candra atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
8. Teman-teman SMA Muhammadiyah 1 Pekalongan Jawa Tengah terutama Siti, Evika, Ari, Nina, Ima, dan Windha atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu

Semoga Allah SWT memberikan anugerah dan karunia-Nya kepada semua pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa banyak kekurangan pada skripsi ini, sehingga penulis sangat mengharapkan saran dan kritik untuk perbaikan di masa mendatang, yang dapat disampaikan melalui rizkyta9016@gmail.com. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin Ya Robbal Alamin.

Malang, 27 Desember 2012

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring berkembangnya zaman dan kemajuan teknologi yang sangat pesat, kondisi persaingan yang ada di dunia usaha semakin ketat dan meningkat. Hal ini disebabkan adanya pihak konsumen yang menuntut lebih dalam pemesanan produk tertentu yang ada di perusahaan tersebut, tidak hanya terbatas dalam kualitas maupun harga, tetapi juga tentang pelayanan yang diberikan oleh pihak perusahaan kepada konsumen.

Menurut Kusuma (2001) persediaan didefinisikan sebagai barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada periode mendatang. Persediaan dapat berbentuk bahan baku yang disimpan untuk diproses, komponen yang diproses, barang dalam proses pada proses manufaktur, dan barang jadi yang disimpan untuk dijual.

Setiap perusahaan pasti memiliki cara yang berbeda untuk mengisi persediaan. Apabila pola kedatangan barang pesanan atau penambahan persediaan dari perusahaan dilakukan secara langsung, maka model ini disebut dengan model EOQ (*Economic Order Quantity*), sedangkan penambahan persediaan yang dilakukan secara bertahap maka model ini disebut dengan model EPQ (*Economic Production Quantity*) (Siswanto, 2007). Pengisian persediaan dengan cara tersebut mengakibatkan mesin produksi yang dimiliki oleh perusahaan terbatas sesuai dengan jumlah yang ada. Pada model EOQ biaya yang dibutuhkan adalah biaya pemesanan bahan baku atau biasa disebut dengan *order cost*, sedangkan pada model EPQ biaya yang dibutuhkan adalah biaya persiapan atau *set up cost* yang berkaitan dengan penyesuaian mesin terhadap bahan baku.

Perusahaan manufaktur selalu memerlukan persediaan karena para pengusaha dihadapkan pada sebuah resiko bahwa perusahaannya suatu waktu tidak dapat memenuhi permintaan dari konsumen. Hal ini disebabkan karena tidak selamanya barang tersedia setiap saat. Dengan kondisi seperti ini pengusaha akan kehilangan kesempatan untuk memperoleh keuntungan dari konsumen.

Perusahaan yang tidak mampu memenuhi permintaan dari konsumen karena tidak tersedianya persediaan, maka perusahaan akan menawarkan kepada konsumen untuk menunggu atau tidak menunggu pesanan tersebut terpenuhi. Jika konsumen mengatakan tidak bersedia menunggu pesanan, maka perusahaan akan mengalami kerugian karena biaya penjualan yang hilang (*lost sales*) dan tidak terjadi kekurangan persediaan (*stockout*). Konsumen yang bersedia menunggu maka perusahaan memungkinkan untuk *stockout* dan memenuhinya dengan cara *backorder*. Model EOQ *backorder* parsial bertujuan untuk menentukan biaya optimal dari jumlah pemesanan ekonomis (Pentico dan Matthew, 2009).

Berbeda dari skripsi Maghfiroh (2007) yang membahas metode EPQ *backorder* dengan tujuan menghindari kerugian dalam produksi, dalam skripsi ini dipelajari mengenai model EPQ *backorder* parsial yang bertujuan untuk menentukan biaya optimal dari jumlah produksi optimal dan jumlah *stockout* maksimum ketika permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi oleh perusahaan (Pentico, Matthew, dan Carl, 2009).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang permasalahan, maka rumusan masalah dari skripsi ini adalah:

1. bagaimana rumusan model deterministik EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial?
2. bagaimana pengaruh tingkat *stockout* (β) dan perbandingan hasil perhitungan secara analitik untuk biaya optimal kedua model?
3. bagaimana membuat program untuk perhitungan model deterministik EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial menggunakan bahasa pemrograman Delphi?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang menjadi asumsi dasar dalam skripsi ini, antara lain:

1. satu jenis produk,
2. pembelian dengan jumlah berapapun harga tetap sama,
3. tingkat *stockout* (β) konstan, $0< \beta \leq 1$,

4. data diambil dari jurnal,
5. data yang digunakan adalah data tentang jumlah permintaan per tahun, jumlah produksi per tahun, biaya penyimpanan, biaya *set up*, biaya *backorder*, dan biaya *lost sales,*
6. konsumen berhak memilih untuk menunggu atau tidak menunggu permintaan tersebut sampai pesanan dapat dipenuhi oleh perusahaan.

1.4 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Merumuskan model deterministik EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial.
2. Mengetahui pengaruh tingkat *stockout* (β) dan membandingkan hasil biaya optimal untuk kedua model secara analitik.
3. Membuat program perhitungan pada model deterministik EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial dengan menggunakan bahasa pemrograman Delphi.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

Persediaan dapat diartikan sebagai penyimpanan barang-barang yang akan digunakan pada periode yang akan datang. Sementara itu, pengendalian persediaan adalah suatu usaha dalam menentukan tingkat komposisi bahan yang optimal dalam menunjang kelancaran dan efektivitas serta efisiensi dalam kegiatan perusahaan (Ristono, 2009).

Menurut (Rangkuti, 2004), pengendalian persediaan merupakan serangkaian kebijakan pengendalian untuk menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga, kapan pesanan untuk menambah persediaan harus dilakukan, dan berapa besar pesanan harus diadakan. Sistem ini menentukan dan menjamin tersedianya persediaan yang tepat dalam kuantitas dan waktu yang tepat.

2.2 Tujuan Persediaan

Suatu pengendalian persediaan yang dijalankan oleh perusahaan pasti mempunyai tujuan-tujuan tertentu. Tujuan pengendalian persediaan adalah (Ristono, 2009)

1. memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat,
2. menjaga kelancaran proses produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kekurangan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi,
3. mempertahankan dan meningkatkan penjualan serta laba perusahaan,
4. menjaga supaya pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi lebih besar, dan,
5. menjaga supaya tidak terjadi penyimpanan secara besar-besaran, karena hal tersebut mengakibatkan ongkos pesan menjadi lebih besar.

2.3 Jenis Persediaan

Setiap jenis persediaan memiliki karakteristik dan cara pengolahan yang berbeda. Berdasarkan jenis barang dalam persediaan, persediaan terdiri dari beberapa jenis, yaitu (Rangkuti, 2004)

1. persediaan bahan mentah (*raw material*) yaitu persediaan barang-barang yang digunakan dalam proses produksi,
2. persediaan komponen-komponen rakitan (*purchased parts/components*) yaitu persediaan barang-barang yang tersedia dari komponen-komponen yang diperoleh dari perusahaan baik secara langsung dapat dirakit menjadi suatu hasil produksi,
3. persediaan bahan pembantu atau penolong (*supplies*) yaitu persediaan barang-barang yang diperlukan dalam proses produksi, tetapi bukan merupakan bagian dari barang jadi,
4. persediaan barang dalam proses (*work in process*) yaitu persediaan barang-barang yang terdapat di tiap-tiap bagian dalam proses produksi atau yang telah diolah menjadi suatu bentuk, tetapi perlu diproses lebih lanjut menjadi barang jadi, dan,
5. persediaan barang jadi (*finished goods*) yaitu persediaan barang-barang yang telah selesai diproses dan siap dijual kepada konsumen.

2.4 Biaya Persediaan

Menurut (Ristono, 2009), biaya persediaan terbagi menjadi empat macam, yaitu:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)

Biaya pembelian adalah harga per unit apabila *item* di beli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila di produksi dalam perusahaan atau dapat dikatakan bahwa biaya pembelian adalah semua biaya yang digunakan untuk membeli suku cadang.

2. Biaya pemesanan atau biaya persiapan (*order cost/set up cost*)

Ordering cost adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan pemesanan barang ke *supplier*. Biaya pemesanan adalah biaya yang berasal dari pembelian pesanan (*set up cost*) untuk suatu hasil produksi yang diproduksi di dalam perusahaan atau dapat dikatakan bahwa biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan pada saat mendatangkan barang.

3. Biaya simpan (*carrying cost/holding cost/storage cost*)

Biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan. Biaya simpan dapat pula diartikan sebagai semua biaya yang timbul akibat penyimpanan barang. Sementara itu, *storage cost* adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan penyimpanan barang di gudang.

4. Biaya kekurangan persediaan *(stockout cost)*

Biaya kekurangan persediaan adalah biaya yang ditimbulkan sebagai akibat terjadinya persediaan yang lebih kecil dari jumlah yang diperlukan atau biaya yang timbul apabila persediaan di gudang tidak dapat mencukupi permintaan.

2.5 Model Persediaan

Model persediaan merupakan suatu model matematika yang berhubungan dengan biaya total sistem pengendalian persediaan dengan fungsi parameter-parameter yang dapat dikendalikan yang bertujuan untuk meminimalkan biaya total sistem pengendalian persediaan. Model-model tersebut diperlukan untuk memecahkan persoalan yang timbul dalam pengendalian persediaan (Waters, 1992).

Model-model persediaan dapat digolongkan menjadi dua yaitu:

1. Model deterministik

Model deterministik merupakan suatu model dimana semua parameter-parameter yang ada dianggap telah diketahui dengan pasti. Dalam model deterministik tersebut diasumsikan bahwa permintaan (*demand*) dan periode datangnya pesanan (*lead time*) dapat diketahui secara pasti.

2. Model probabilistik

Pada model probabilistik lingkungan yang membentuk parameter-parameter tidak dapat dianggap deterministik sepenuhnya atau tidak dapat ditentukan secara pasti, melainkan lebih bersifat probabilistik. *Lead time* atau periode datangnya pesanan seringkali tidak dapat dipastikan.

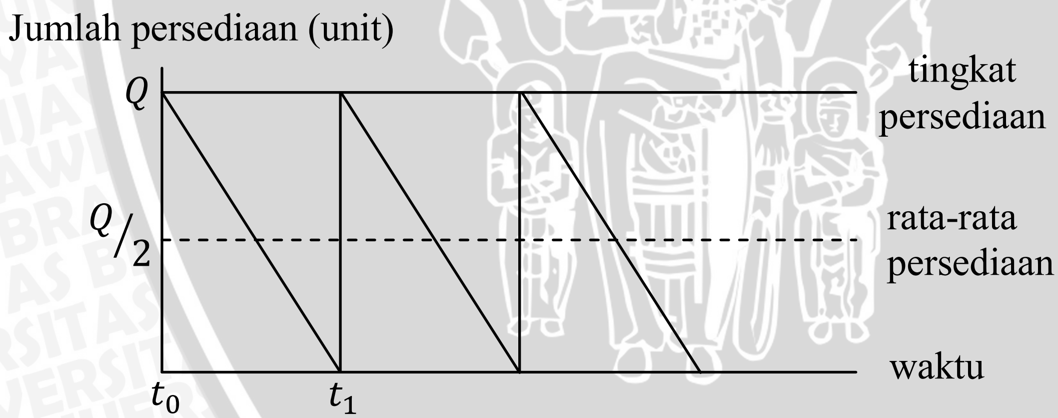
2.6 Model EOQ *(Economic Order Quantity)*

Menurut (Siswanto, 2007) EOQ adalah model persediaan yang pertama kali dikembangkan pada tahun 1915 secara terpisah oleh Ford Harris dan R.H Wilson. Model ini merupakan model deterministik yang memperhitungkan dua macam biaya persediaan paling dasar, yaitu biaya pesan (*order cost*) dan biaya penyimpanan. Jadi, total biaya persediaan adalah

Total Biaya Persediaan = Biaya Pesan + Biaya penyimpanan

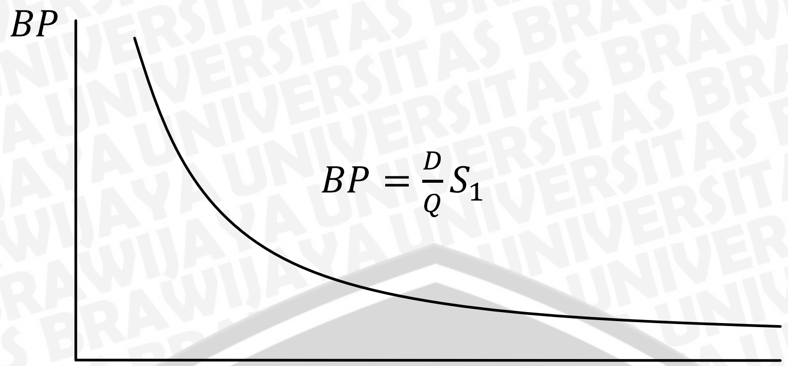
Model EOQ mengasumsikan bahwa penambahan persediaan sebesar Q datang secara langsung pada saat persediaan periode sebelumnya habis.

Gambar 2.1, menjelaskan bahwa penambahan persediaan datang secara langsung sebesar Q pada interval t_0, t_1, dan seterusnya. Karena permintaan dianggap konstan, persediaan berkurang dalam jumlah waktu yang sama dari waktu ke waktu. Pada waktu tingkat persediaan mencapai nol, pesanan untuk jumlah yang baru tepat diterima, sehingga tingkat persediaan naik kembali sebesar Q.



Gambar 2.1 Tingkat Penambahan Persediaan Model EOQ

Biaya pesan (BP) adalah biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan karena memesan suatu barang. Semakin sering pemesanan suatu barang dilakukan, maka akan semakin besar biaya pesan tersebut.



Gambar 2.2 Fungsi Biaya Pesan

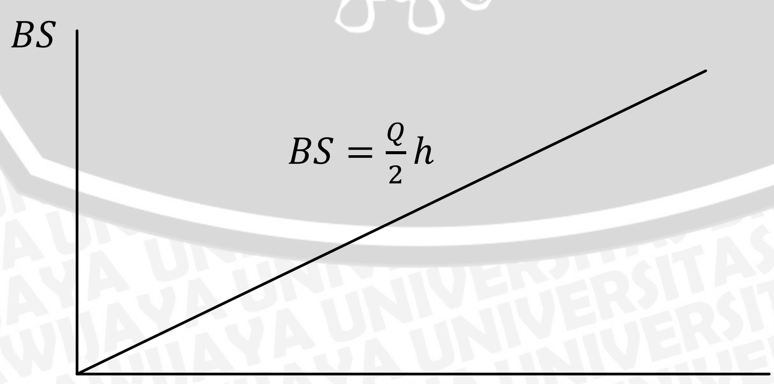
Gambar 2.2 menjelaskan bahwa biaya pesan akan semakin rendah jika unit yang dipesan semakin banyak, sebaliknya biaya akan semakin tinggi ketika unit yang dipesan semakin sedikit.
Dengan

$BP =$ biaya pesan,
D = jumlah permintaan dalam suatu periode,
Q = kuantitas pemesanan,
S_1 = biaya yang harus dikeluarkan setiap kali pesanan dibuat,

maka biaya pesan dapat ditulis sebagai

$$BP = \frac{D}{Q} S_1 \, . \tag{2.1}$$

Biaya simpan harus dikeluarkan oleh suatu perusahaan yang berkaitan dengan penyimpanan suatu persediaan. Semakin banyak dan semakin lama persediaan disimpan maka semakin besar biaya persediaan tersebut. Karena siklus persediaan adalah datang, digunakan, dan habis maka volume persediaan didasarkan pada persediaan rata-rata yaitu persediaan awal ditambah persediaan akhir dan kemudian hasilnya dibagi dua.



Gambar 2.3 Biaya Simpan

Gambar 2.3 menjelaskan bahwa biaya simpan akan semakin tinggi jika unit yang disimpan semakin banyak, sebaliknya jika unit yang disimpan sedikit maka biaya simpan semakin rendah. Biaya simpan merupakan fungsi yang linear karena setiap titik di sumbu x terpasangkan tepat dengan sumbu y, sehingga grafik akan membentuk garis lurus.

Dengan

BS = biaya simpan,

h = biaya penyimpanan setiap unit persediaan,

maka biaya simpan dapat ditulis

$$BS = \frac{Q}{2}h \; . \tag{2.2}$$

Karena persediaan datang secara langsung sebesar Q, maka persediaan awal adalah Q dan persediaan akhir adalah nol ketika persediaan habis dipakai sehingga persediaan rata-rata adalah $Q/2$. Total biaya persediaan dapat dirumuskan menjadi

$$\begin{aligned} BTP &= BP + BS \; , \\ &= \frac{D}{Q}S_1 + \frac{Q}{2}h \; . \end{aligned} \tag{2.3}$$

Total biaya persediaan akan naik jika semakin banyak unit (Q) yang dipesan. Ketika biaya pesan sama dengan biaya simpan, maka kondisi minimum total biaya persediaan akan tercapai. Secara matematis, persamaan tersebut dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} BP &= BS \; , \\ \frac{D}{Q}S_1 &= \frac{Q}{2}h \; , \\ Q^2 &= \frac{2DS_1}{h} \; , \\ Q &= \sqrt{\frac{2DS_1}{h}} \; . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) menunjukkan bahwa unit Q pada saat biaya pesan tepat sama dengan biaya simpan dan total biaya persediaan bernilai minimum, maka kondisi disebut sebagai EOQ (*Economic Order Quantity*) atau tingkat pesanan yang ekonomis (Q).

Untuk membuktikan bahwa persamaan (2.4) menghasilkan BTP minimum, dapat diperoleh dengan mencari turunan pertama BTP terhadap Q sama dengan nol, yaitu

$$\frac{d(BTP)}{dQ} = 0 \,,$$

$$\Leftrightarrow -\frac{D}{Q^2}S_1 + \frac{h}{2} = 0,$$

$$\Leftrightarrow \frac{h}{2} = \frac{D}{Q^2}S_1,$$

$$\Leftrightarrow Q^2 = \frac{2DS_1}{h},$$

$$\Leftrightarrow Q = \pm\sqrt{\frac{2DS_1}{h}},$$

Nilai Q yang digunakan bernilai positif karena jumlah pemesanan yang dilakukan selalu bernilai positif, sehingga diperoleh

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS_1}{h}}. \tag{2.5}$$

Untuk menunjukkan total biaya persediaan bernilai minimum apabila turunan kedua dari persamaan (2.3) lebih besar dari nol,

$$\frac{d^2(BTP)}{dQ^2} > 0 \,,$$

$$\frac{d^2(BTP)}{dQ^2} = \frac{2DS_1}{Q^3} \,,$$

$$= \frac{(h)^{3/2}}{\sqrt{2DS_1 h}} > 0 \,, \tag{2.6}$$

karena biaya penyimpanan, biaya pemesanan, dan jumlah permintaan bernilai positif maka $\frac{d^2(BTP)}{dQ^2} > 0$. Terbukti bahwa nilai Q^* yang diperoleh optimal, sehingga dapat meminimumkan total biaya persediaan $\big(BTP(Q^*)\big)$.

Total biaya persediaan minimum pada model EOQ (*Economic Order Quantity*) dasar, yaitu dengan mensubstitusikan nilai Q^* pada persamaan (2.5) ke dalam persamaan (2.3) di atas, diperoleh:

$$BTP = DS_1 \frac{(h)^{1/2}}{(2DS_1)^{1/2}} + \frac{h\frac{(2DS_1)^{1/2}}{(h)^{1/2}}}{2},$$

$$= \frac{(h)^{1/2}(DS_1)^{1/2}}{\sqrt{2}} + \frac{(2DS_1)^{1/2}(h)^{1/2}}{2},$$

$$= \frac{2(h)^{1/2}(DS_1)^{1/2} + \sqrt{2}(2DS_1)^{1/2}(h)^{1/2}}{2\sqrt{2}},$$

$$= \frac{4(h)^{1/2}(DS_1)^{1/2}}{2\sqrt{2}},$$

$$BTP = \sqrt{2DS_1h}\,. \tag{2.7}$$

Persamaan (2.7) merupakan total biaya persediaan (BTP) minimum jika Q pada persamaan (2.5) bernilai optimal.

2.7 *Backorder*

Backorder merupakan kebijakan penanganan kekurangan persediaan di mana pelanggan bersedia menunggu sampai pemasok dapat memenuhi permintaannya. Selama menunggu, pelanggan diberi kompensasi yang besarnya bergantung pada jumlah kekurangan barang dan lamanya menunggu (Sukmana dan Lokman, 2005).

Menurut Yamit (1999), *backorder* adalah sebuah permintaan dari pelanggan yang tidak dapat dipenuhi dari persediaan yang ada dan pelanggan menyetujui untuk menunggu pengiriman pesanan berikutnya. Hal ini mengakibatkan perusahaan tidak akan kehilangan penjualan. Dalam beberapa bisnis, *backorder* mungkin jarang terjadi atau bahkan tidak pernah terjadi, karena dapat menghilangkan penjualan apabila pelanggan tidak bersedia menunggu pengiriman berikutnya.

2.8 *Backorder* Parsial

Backorder parsial adalah suatu kondisi atau sebuah kebijakan penanganan kekurangan persediaan yang diberikan oleh perusahaan untuk memenuhi permintaan dari konsumen. Konsumen berhak memilih untuk menunggu atau tidak menunggu pesanan tersebut terpenuhi. Konsumen yang bersedia menunggu maka perusahaan mengalami kekurangan persediaan (*stockout*) dan memenuhinya dengan cara *backorder*, sedangkan konsumen yang tidak bersedia menunggu maka perusahaan akan mengalami penjualan hilang (*lost sales*). Hal ini dipengaruhi oleh kondisi β yaitu tingkat *stockout* yang menyebabkan perusahaan akan *backorder* atau tidak (Pentico dan Matthew, 2009).

Menurut Herjanto (1999), penjualan hilang adalah konsumen membeli barang substitusi atau merek lain karena sangat membutuhkan tetapi pada kesempatan pembelian berikutnya konsumen kembali membeli produk atau merek semula. Konsumen masih tergolong loyal terhadap produk atau merek yang bersangkutan.

2.9 Konveks

Uji kekonvekkan dari suatu fungsi dengan variabel tunggal yaitu memperhatikan beberapa fungsi dengan variabel tunggal $f(x)$ yang memiliki turunan kedua untuk semua nilai x yang mungkin. Maka $f(x)$ adalah:

1. Konveks jika dan hanya jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \geq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
2. *Strictly convex* jika dan hanya jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} > 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
3. Konkaf jika dan hanya jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \leq 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.
4. *Strictly concave* jika dan hanya jika $\frac{d^2f(x)}{dx^2} < 0$ untuk semua nilai x yang mungkin.

Sementara itu, uji kekonvekkan dari suatu fungsi dengan dua variabel adalah sebagai berikut:

Tabel (2.1). Uji konveksitas untuk fungsi dua variabel

Uji		*Convex*	*Strictly convex*	*Concave*	*Strictly concave*
Uji ke-1	$\left(\frac{\partial^2 f(x_1,x_2)}{\partial {x_1}^2}\frac{\partial^2 f(x_1,x_2)}{\partial {x_2}^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 f(x_1,x_2)}{\partial x_1 \partial x_2}\right)$	≥ 0	> 0	≥ 0	> 0
Uji ke-2	$\frac{\partial^2 f(x_1,x_2)}{\partial {x_1}^2}$	≥ 0	> 0	≤ 0	< 0
Uji ke-3	$\frac{\partial^2 f(x_1,x_2)}{\partial {x_2}^2}$	≥ 0	> 0	≤ 0	< 0
Nilai dari (x_1, x_2)		Semua nilai yang mungkin			

(Hillier dan Lieberman, 1995).

2.10 Borland Delphi 7

Pehitungan manual model deterministik EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial yang membutuhkan ketelitian membuat kesulitan orang-orang di luar bidang matematika untuk melakukan dan menganalisa, oleh karena itu digunakan *software* Borland Delphi 7 dalam perhitungan. Borland Delphi 7 adalah paket bahasa pemrograman yang bekerja dalam sistem operasi windows. Delphi 7 merupakan bahasa pemrograman yang mempunyai cakupan kemampuan yang luas dan sangat canggih. Berbagai jenis aplikasi dapat dibuat dengan Delphi 7, termasuk aplikasi untuk mengolah teks, grafik, angka, database, dan aplikasi web.

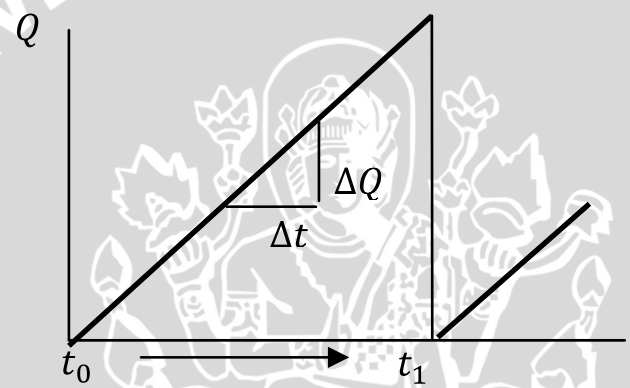
Secara umum, kemampuan Delphi 7 adalah menyediakan komponen-komponen dan bahasa pemrograman yang handal, sehingga memungkinkan programer dapat membuat program aplikasi sesuai dengan keinginan, dengan tampilan dan kemampuan yang canggih. Untuk mempermudah programer dalam membuat aplikasi, Delphi 7 menyediakan fasilitas pemrograman yang sangat lengkap.

Delphi 7 menggunakan struktur bahasa pemrograman *Object Pascal* yang sudah sangat di kenal di kalangan programer professional. Gabungan dari *object* dan bahasa pemrograman berorientasi *object* atau *OOP (Object Oriented Programing)* (Alam, 2003).

BAB III
PEMBAHASAN

3.1 Model EPQ (*Economic Production Quantity)* Dasar

Pada Model dasar EOQ diasumsikan bahwa penambahan persediaan sebesar Q datang secara langsung tanpa bertahap pada saat persediaan periode sebelumnya habis. Dalam beberapa kasus, penambahan persediaan pada umumnya tidak serentak tetapi secara bertahap. Secara sederhana kondisi seperti ini mungkin terjadi pada sebuah sistem dimana inputnya dihasilkan sendiri atau berasal dari produksi subsistemnya. Bisa juga terjadi jika pemasok mengirim barangnya secara bertahap.



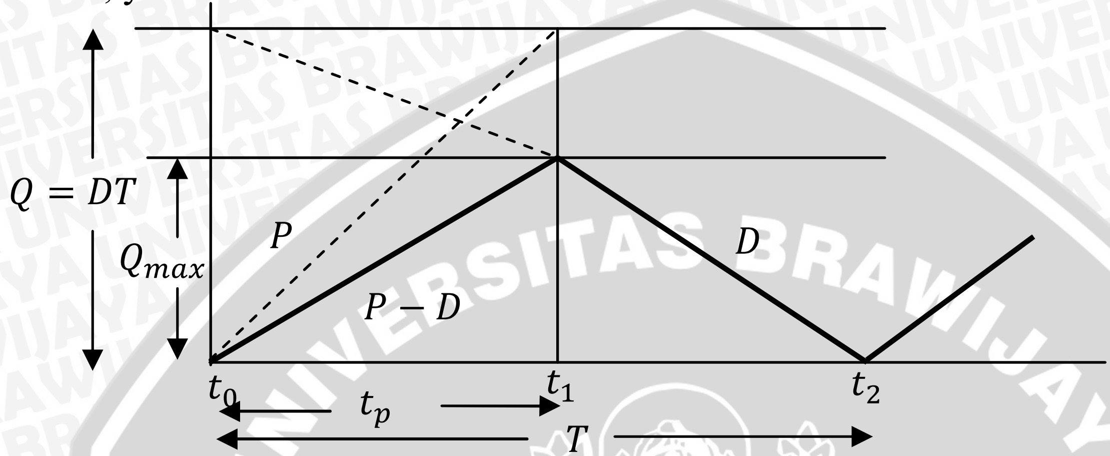
Gambar 3.1 Tingkat Penambahan Persediaan Pada Model EPQ

Pada Gambar 3.1 dijelaskan bahwa model EPQ dengan penambahan persediaan sebesar Q datang secara bertahap selama periode waktu t_0 sampai t_1 dengan tingkat pertambahan sebesar $\Delta Q/\Delta t$.

Model EPQ dasar dijelaskan pada Gambar 3.2 yaitu untuk memenuhi kebutuhan setiap siklus pemesanan ulang dengan tingkat permintaan sebesar D dan dimulai dari t_0 maka kebutuhan tersebut harus terpenuhi dari t_0 sampai t_2. Penambahan persediaan akan terjadi sampai t_1 sebesar Q_{max}. Penambahan persediaan tidak akan terjadi lagi antara t_1 sampai t_2. Persediaan sebesar Q_{max} akan habis digunakan pada t_2 di mana proses pertambahan persediaan periode berikutnya yaitu t_2 sampai t_3 terjadi lagi. Persediaan maksimum dalam model EPQ berbeda dengan model EOQ, karena pertambahan persediaan yang bertahap. Untuk memenuhi persediaan sebesar Q

maka persediaan akan diproduksi pada waktu t_0 sampai t_1 dengan tingkat produksi sebesar P. Dalam hal ini tingkat produksi sebesar P harus memenuhi tingkat permintaan sebesar D maka $P > D$ dan tingkat pertambahan persediaan sebesar $P - D$.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan gambar untuk model EPQ dasar, yaitu



Gambar 3.2 Model EPQ Dasar

Dari Gambar 3.2, dapat diketahui bahwa pertambahan persediaan terjadi selama waktu t_p yaitu

$$Q_{max} = t_p(P - D) \,. \tag{3.1}$$

Selanjutnya persediaan maksimum yaitu Q_{max}, akan habis dipakai. Sehingga diperoleh persediaan rata-rata yaitu

$$\frac{Q_{max}}{2} = \frac{t_p(P-D)}{2} \,. \tag{3.2}$$

Untuk memenuhi persediaan sebesar Q diperlukan waktu selama t_p dengan tingkat pertambahan persediaan sebesar P, maka diperoleh:

$$Q = t_p P \text{ atau } t_p = \frac{Q}{P} \,, \tag{3.3}$$

Apabila persamaan (3.3) disubstitusikan ke persamaan (3.2), maka diperoleh persediaan rata-rata yang baru yaitu

$$Q_{rata-rata} = \frac{\frac{Q}{P}(P-D)}{2},$$

sehingga diperoleh

$$Q_{rata-rata} = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right). \tag{3.4}$$

Bila biaya penyimpanan per unit per periode adalah C_h maka dapat dirumuskan menjadi

$$BS = \frac{Q}{2} C_h \left(1 - \frac{D}{P}\right), \tag{3.5}$$

jadi, biaya pesan ditetapkan sebagai

$$BP = \frac{D}{Q} C_0 , \tag{3.6}$$

dengan

P	= jumlah produksi setiap periode,
D	= jumlah permintaan setiap periode,
Q	= kuantitas produksi,
t_p	= waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi persediaan sebesar Q,
Q_{max}	= persediaan maksimum,
$Q_{rata-rata}$	= persediaan rata-rata,
BS	= biaya simpan,
C_0	= biaya *set up,*
C_h	= biaya penyimpanan,

sehingga diperoleh, total biaya persediaan adalah

$$\gamma = \text{biaya pesan + biaya simpan.}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.5) dan (3.6) ke dalam persamaan γ diatas, diperoleh

$$\gamma = \frac{D}{Q} C_0 + \frac{Q}{2} C_h \left(1 - \frac{D}{P}\right), \tag{3.7}$$

Untuk mengetahui total biaya persediaan (γ) minimum pada persamaan (3.7), dapat diperoleh dengan mencari turunan pertama γ terhadap Q sama dengan nol, yaitu

$$\frac{d(\gamma)}{dQ} = 0\,,$$

$$\Leftrightarrow -\frac{C_0 D}{Q^2} + \frac{C_h}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) = 0\,,$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_h}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) = \frac{C_0 D}{Q^2}\,,$$

$$\Leftrightarrow Q^2 = \frac{2C_0 D}{C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}\,,$$

$$\Leftrightarrow Q = \pm\sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}\,,$$

Nilai Q yang digunakan bernilai positif karena jumlah produksi yang dilakukan selalu bernilai positif, sehingga diperoleh

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}. \tag{3.8}$$

Total biaya persediaan bernilai minimum apabila turunan kedua dari persamaan (3.7) lebih besar dari nol,

$$\frac{d^2(\gamma)}{dQ^2} > 0,$$

$$\frac{d^2(\gamma)}{dQ^2} = \frac{2C_0 D}{Q^3}\,,$$

$$= \frac{\left[C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)\right]^{3/2}}{\sqrt{2C_o D}} > 0\,, \tag{3.9}$$

karena biaya penyimpanan, biaya *setup*, jumlah permintaan, dan jumlah produksi bernilai positif maka $d^2(\gamma)/dQ^2 > 0$. Terbukti bahwa nilai Q^* yang diperoleh optimal, sehingga dapat meminimumkan total biaya persediaan.

Jika Q^* pada persamaan (3.8) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.7) maka didapatkan total biaya persediaan minimum yaitu

$$\gamma = \frac{C_0 D}{Q} + \frac{QC_h}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right),$$

$$= C_0 D \frac{\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{1/2}}{(2C_0 D)^{1/2}} + \frac{\frac{(2C_0 D)^{1/2}}{\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{1/2}}\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)}{2},$$

$$= \frac{(C_0 D)^{1/2}\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{1/2}}{\sqrt{2}} + \frac{(2C_0 D)^{1/2}\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{2}}{2},$$

$$= \frac{2(C_0 D)^{1/2}\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{1/2} + \sqrt{2}(2C_0 D)^{1/2}\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{2}}{2\sqrt{2}},$$

$$= \frac{4\left(C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)\right)^{1/2}(C_0 D)^{1/2}}{2\sqrt{2}},$$

$$\gamma^* = \sqrt{2C_0 D C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}. \quad (3.10)$$

Rumusan dalam bentuk T didapatkan melalui substitusi dari

$$T = \frac{Q}{D} \Leftrightarrow \frac{1}{T} = \frac{D}{Q} \text{ atau } Q = DT \Leftrightarrow D = \frac{Q}{T},$$

sehingga total biaya persediaan dengan fungsi T, dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\varphi = \frac{1}{T} C_0 + \frac{TD}{2} C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right). \quad (3.11)$$

dengan

$\varphi =$ total biaya persediaan dengan fungsi T,

$T =$ panjang siklus pemesanan.

Dari persamaan (3.8) diperoleh kuantitas produksi yang optimal (Q^*). Hasil periode panjang siklus pemesanan optimal (T^*), didapatkan jika syarat $d\gamma/dQ = 0$ dan $d^2(\gamma)/dQ^2 > 0$ terpenuhi, sehingga diperoleh

$$Q = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)}},$$

$$\frac{Q}{D} = \sqrt{\frac{2C_0D}{D^2C_h\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \,,$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \,. \qquad (3.12)$$

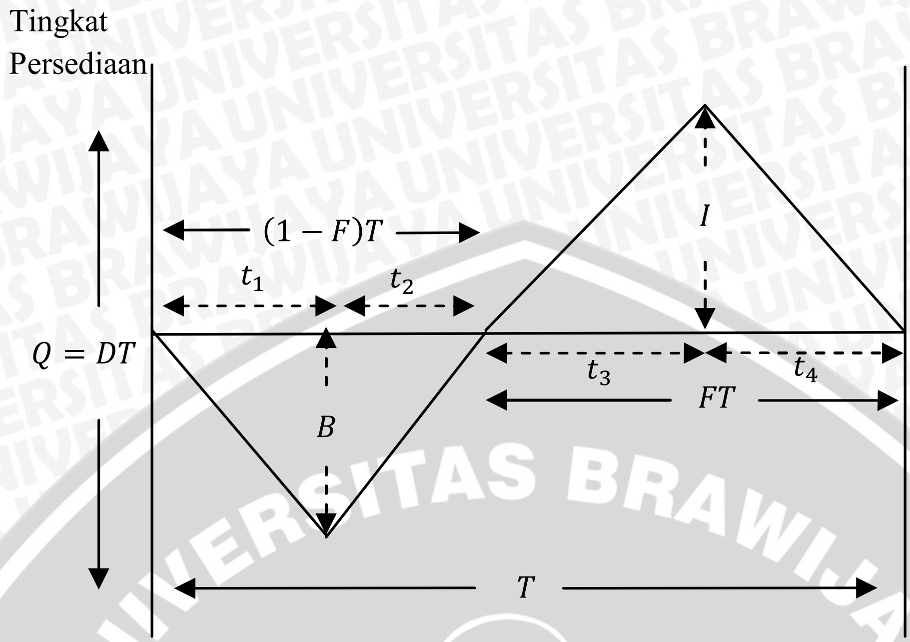
3.2 Model EPQ (*Economic Production Quantity)* dengan *Backorder* Parsial

3.2.1 Interval Waktu, Persediaan Maksimum, dan Tingkat *backorder*

Gambar 3.3 menjelaskan bahwa pada interval pertama dengan periode t_1 tingkat persediaan awal bernilai nol, karena dalam waktu tersebut tidak terjadi produksi akibatnya permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi, sehingga grafik menurun mencapai tingkat maksimum *backorder* (B). Permintaan konsumen yang tidak terpenuhi dapat dipenuhi dengan cara melakukan *backorder*. *Backorder* akan mencapai maksimum pada tingkat βD, jadi dapat dirumuskan menjadi $B = \beta D t_1$.

Produksi dimulai pada periode t_2. Pada tahap ini *backorder* tidak sepenuhnya terjadi karena permintaan dari konsumen terpenuhi pada periode t_1. Persediaan bertambah dan *backorder* turun dengan tingkat rata-rata sebesar $P - \beta D$.

Periode t_3 dimulai ketika *backorder* benar-benar tidak terjadi karena jumlah pemesanan terpenuhi sebesar Q. Grafik terus naik ketika produksi mulai berjalan hingga mencapai tingkat maksimum yaitu I. Selama interval ini persediaan meningkat sebesar $P - D$, jadi dapat dirumuskan $I = (P - D)t_3$. Produksi berhenti pada periode t_4 sehingga grafik menurun dengan tingkat persediaan berkurang sebesar D.



Gambar 3.3 Model EPQ dengan *Backorder* Parsial

Berdasarkan Gambar 3.3 dijelaskan bahwa waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi permintaan konsumen adalah $t_3 + t_4 = FT$, sedangkan $t_1 + t_2 = (1-F)T$ karena pada periode t_1 persediaan awal bernilai nol dan periode t_2 diasumsikan bahwa waktu untuk menghilangkan *backorder* sebesar $\beta D t_1 / P$. Jadi dapat dirumuskan waktu yang dibutuhkan untuk masing-masing interval adalah

$$
\begin{aligned}
t_1 &= (1-F)T\left(1-\frac{\beta D}{P}\right), \\
t_2 &= (1-F)T\left(\frac{\beta D}{P}\right), \\
t_3 &= \frac{FTD}{P}, \\
t_4 &= FT\left(1-\frac{D}{P}\right),
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

dengan

- β = nilai parameter *stockout* yang menyebabkan *backorder,*
- F = tingkat pengisian persediaan yang diisi dari perusahaan,
- Q = kuantitas produksi,
- S = tingkat *stockout* maksimum,
- B = tingkat *backorder* maksimum,

I = tingkat persediaan maksimum,

t_1 = periode waktu ketika terjadi produksi dan permintaan konsumen yang tidak dapat dipenuhi akan *backorder,*

t_2 = periode waktu *backorder* tidak sepenuhnya terjadi,

t_3 = periode waktu mulainya produksi,

t_4 = periode waktu saat produksi berhenti.

Persediaan maksimum dapat dirumuskan menjadi

$$I = (P - D)t_3$$

$$= (P - D)\frac{FTD}{P}$$

$$I = FTD\left(1 - \frac{D}{P}\right). \tag{3.14}$$

Pada Gambar 3.3 menjelaskan bahwa tingkat *stockout* maksimum terjadi pada periode t_1, karena tingkat *backorder* sama dengan tingkat *stockout* maka diperoleh dengan cara mengalikan jumlah permintaan dengan periode t_1, jadi tingkat *stockout* maksimum dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= Dt_1\,, \\ S &= D(1 - F)T\left(1 - \frac{\beta D}{P}\right). \end{aligned} \tag{3.15}$$

Pada periode t_1, tingkat persediaan awal bernilai nol karena dalam waktu tersebut tidak terjadi produksi akibatnya perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan konsumen, maka tingkat *backorder* maksimum dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$B = \beta D t_1 = \beta S\,. \tag{3.16}$$

Kuantitas produksi dapat diperoleh dari jumlahan *item* pada periode kedua untuk memenuhi *stockout* dan permintaan yang dipenuhi dari produksi. Jadi kuantitas produksi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Q = Q(t_1 + t_2)\beta + Q(t_3 + t_4)\,,$$

$$= DT(1 - F)\beta + DTF\,,$$

$$= DT[\beta(1 - F) + F]\,. \tag{3.17}$$

3.2.2 Keuntungan dan Fungsi Biaya dalam *T* dan *F*

Keuntungan penjualan rata-rata maksimal per periode (tahun) merupakan total pendapatan dikurangi total biaya persediaan. Pendapatan yang dimaksud adalah total penjualan dikurangi total biaya produksi. Total biaya persediaan merupakan penjumlahan dari biaya *set up*, biaya penyimpanan, biaya *backorder*, dan biaya *lost sales*. Jadi, keuntungan dapat dirumuskan menjadi:

$$\Pi(T,F) = (s - C_p)D[F + \beta(1-F)] - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + C_g D(1-\beta)(1-F)\right],$$

$$= (s - C_p)D[F + \beta(1-F)] - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + \left(C_1 - (s - C_p)\right)D(1-\beta)(1-F)\right],$$

$$= (s - C_p)D[F + \beta(1-F)] - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + (C_1 - s + C_p)D(1-\beta)(1-F)\right],$$

$$= (s - C_p)D[F + \beta(1-F)] - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + (C_1 - s + C_p)\,D(1 - F - \beta + \beta F)\right],$$

$$= (s - C_p)D[F + \beta - \beta F + 1 - F - \beta + \beta F] - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + C_1 D(1-\beta)(1-F)\right],$$

$$= (s - C_p)D - \left[\frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + C_1 D(1-\beta)(1-F)\right],$$

$$= (s - C_p)D - \mu(T,F)\,, \tag{3.18}$$

di mana

$$\mu(T,F) = \frac{C_0}{T} + C_h\bar{I} + C_b\bar{B} + C_1 D(1-\beta)(1-F)\,. \tag{3.19}$$

dengan

μ = total biaya persediaan model EPQ *backorder* parsial,
s = harga jual per unit,
C_0 = biaya *set up* per periode,
C_p = biaya produksi per periode,
C_h = biaya penyimpanan per periode,

C_b = biaya *backorder* per periode,
C_g = biaya *goodwill loss* per periode,
C_1 = biaya *lost sales* per periode,
$\bar{I}$ = tingkat persediaan rata-rata,
$\bar{B}$ = tingkat *backorder* rata-rata.

Dari Gambar 3.3, persediaan rata-rata diperoleh dari persediaan maksimum dibagi dua selanjutnya hasil pembagian tersebut dikali F. Di mana $I = FTD(1 - D/P)$, diperoleh:

$$\bar{I} = \frac{I}{2}\ x\ F\ ,$$

$$= \frac{FTD\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2}\ x\ F\ ,$$

$$= \frac{DTF^2}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right). \tag{3.20}$$

Tingkat *backorder* rata-rata diperoleh dari *backorder* maksimum dibagi dua selanjutnya hasil pembagian tersebut dikali $(1 - F)$. Di mana $B = \beta D(1 - F)T(1 - \beta D/P)$ diperoleh:

$$\bar{B} = \frac{B}{2}\ x\ (1 - F)\ ,$$

$$= \frac{\beta D(1-F)T\left(1 - \frac{\beta D}{P}\right)}{2}\ x\ (1 - F)\ ,$$

$$= \frac{\beta DT(1-F)^2}{2}\left(1 - \frac{\beta D}{P}\right). \tag{3.21}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.20) dan (3.21) ke dalam persamaan (3.19) dan memisalkan ${C_h}' = C_h\left(1 - \frac{D}{P}\right)$ dan $C_b' = C_b\left(1 - \frac{\beta D}{P}\right)$, maka diperoleh

$$\mu(T, F) = \frac{C_0}{T} + \frac{C_h' DTF^2}{2} + \frac{C_b' \beta DT(1-F)^2}{2} + C_1 D(1 - \beta)(1 - F) \tag{3.22}$$

3.2.3 Menentukan Nilai Optimal untuk *T* dan *F*

Nilai $\mu(T,F)$ pada persamaan (3.22) bernilai optimal jika turunan pertama μ terhadap T sama dengan nol, yaitu

$$\frac{\partial\mu}{\partial T}=0\ ,$$

$$\Leftrightarrow -\frac{C_0}{T^2}+\frac{C_h'DF^2}{2}+\frac{C_b'\beta D(1-F)^2}{2}=0\ , \tag{3.23}$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_h'DF^2}{2}+\frac{C_b'\beta D(1-F)^2}{2}=\frac{C_0}{T^2}\ ,$$

$$\Leftrightarrow T^2(C_h'DF^2+C_b'\beta D(1-F)^2)=2C_0\ ,$$

$$\Leftrightarrow T^2=\frac{2C_0}{(C_h'DF^2+C_b'\beta D(1-F)^2)}\ ,$$

$$\Leftrightarrow T^2=\frac{2C_0}{D(C_h'F^2+C_b'\beta(1-F)^2)}\ ,$$

$$T=\sqrt{\frac{2C_0}{D(C_h'F^2+C_b'\beta(1-F)^2)}}\ . \tag{3.24}$$

Misalkan nilai F dalam persamaan (3.24) adalah satu karena F merupakan tingkat pengisian persediaan yang diisi secara penuh, maka nilai T pada persamaan (3.24) sama dengan nilai T yang optimal pada persamaan (3.12) untuk model EPQ dasar, artinya bahwa tidak ada *stockout* dan tidak ada *backorder.*

Biaya rata-rata minimum $\mu(T,F)$ dengan menetapkan bahwa turunan pertama μ terhadap F sama dengan nol, yaitu

$$\frac{\partial\mu}{\partial F}=0\ ,$$

$$\Leftrightarrow C_h'DTF-\beta C_b'DT(1-F)-C_1D(1-\beta)=0\ , \tag{3.25}$$

$$\Leftrightarrow C_h'DTF-\beta C_b'DT+\beta C_b'DTF-C_1D+C_1D\beta=0\ ,$$

$$\Leftrightarrow C_h'DTF+\beta C_b'DTF=C_1D-C_1D\beta+\beta C_b'DT\ ,$$

$$\Leftrightarrow F(C_h'DT+\beta C_b'DT)=C_1D-C_1D\beta+\beta C_b'DT\ ,$$

$$\Leftrightarrow F=\frac{D[(C_1(1-\beta))+\beta C_b'T]}{D(C_h'T+\beta C_b'T)}\ ,$$

$$F = \frac{C_1(1-\beta)+\beta C_b' T}{T(C_h'+\beta C_b')} \, . \tag{3.26}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.26) pada persamaan (3.24), maka diperoleh solusi optimal untuk T^* (Lampiran 1), yaitu

$$T^* = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'}} \, . \tag{3.27}$$

Untuk memperoleh nilai optimal untuk $F(T^*)$, maka akan digunakan nilai dari T^* pada persamaan (3.27) dan mensubstitusikan pada persamaan (3.26), sehingga diperoleh

$$F(T^*) = \frac{C_1(1-\beta)+\beta C_b{}' T^*}{T^*(C_h{}'+\beta C_b{}')} \, . \tag{3.28}$$

Jika persamaan (3.27) dan (3.28) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.22), maka diperoleh biaya optimal untuk model EPQ *backorder* parsial (Lampiran 2), yaitu sebesar

$$\mu^* = \mu(T^*, F^*) = C_h{}' D T^* F^* . \tag{3.29}$$

Diketahui bahwa T^* pada model EPQ *backorder* parsial paling tidak sama besar dengan T^* pada model EPQ dasar yaitu $\left(\sqrt{2C_0/DC_h{}'}\right)$, maka *backorder* optimal dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'} \geq \frac{2C_0}{DC_h{}'} \, ,$$

$$\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{2C_0}{DC_h{}'} \geq \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'} \, ,$$

$$\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'} - 1\right] \geq \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'} \, ,$$

$$\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'}{\beta C_b{}'}\right] \geq \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'} \, ,$$

$$\frac{2C_0 C_h{}'}{D} \geq [(1-\beta)C_1]^2 \, ,$$

$$\frac{2C_0{C_h}'}{D{C_1}^2} \geq (1-\beta)^2 \ ,$$

$$(1-\beta) \leq \sqrt{\frac{2C_0{C_h}'}{D{C_1}^2}} \ ,$$

$$\beta \geq 1 - \sqrt{\frac{2C_0{C_h}'}{D{C_1}^2}} \ .$$

Persamaan untuk T^* dan F^* mengakibatkan solusi akan optimal jika memenuhi kondisi

$$\beta \geq \beta^* = 1 - \sqrt{\frac{2C_0{C_h}'}{D{C_1}^2}} \ . \tag{3.30}$$

Untuk memenuhi kondisi dari β, diperoleh

$$\sqrt{\frac{2C_0}{D{C_h}'}} \geq \frac{(1-\beta)C_1}{{C_h}'} \ . \tag{3.31}$$

Dengan mengganti variabel ${C_h}'$untuk C_h dan ${C_b}'$untuk C_b maka persamaan T^* dan F^* model EPQ *backorder* parsial pada persamaan (3.27) dan (3.28) merupakan solusi optimal, sedangkan kondisi yang digunakan untuk menentukan nilai minimum β untuk *backorder* yang optimal diberikan pada persamaan (3.30) dan (3.31) (Lampiran 3).

3.2.4 Prosedur Untuk Menentukan Nilai Optimal $\boldsymbol{T}, \boldsymbol{F}, \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{S}$, dan $\boldsymbol{B}$

Langkah-langkah untuk menentukan nilai optimal dari T, F, Q, I, S, dan B, yaitu

1. Menentukan nilai β^*, nilai kritis untuk β dari persamaan (3.30),
2. a) jika $\beta \leq \beta^*$, menentukan nilai T^* pada persamaan (3.12) dan biaya optimal model EPQ dasar pada persamaan (3.10), kuantitas produksi optimal (Q^*), persediaan maksimum (Q_{max}), dan nilai persentase permintaan (F^*),

   b) jika $\beta > \beta^*$, menentukan nilai T^* pada persamaan (3.27), biaya EPQ *backorder* parsial pada persamaan (3.29), kuantitas produksi optimal (Q^*), persediaan maksimum (I^*) dan nilai persentase permintaan (F^*).

3. Menentukan nilai *stockout* maksimum (S^*) dan *backorder* maksimum (B^*).

3.3 Perhitungan Analatik Model Deterministik EPQ *(Economic Production Quantity)* dengan *Backorder* Parsial

Solusi untuk model deterministik EPQ didapatkan melalui pendekatan *backorder* parsial. Solusi ini merupakan pendekatan untuk mendapatkan kuantitas produksi optimal, panjang siklus pemesanan optimal, persediaan maksimum, persentase permintaan yang diisi dari persediaan, *backorder* maksimal, *stockout* maksimal, dan total biaya persediaan minimum. Biaya yang dibutuhkan dalam perhitungan model EPQ dengan *backorder* parsial adalah jumlah permintaan setiap tahun, jumlah produksi setiap tahun, biaya *set up*, biaya penyimpanan, biaya *backorder*, harga jual per unit, biaya produksi, biaya *goodwill loss* dan biaya *lost sales* yang dapat dirumuskan $\left((s - C_p) + C_g\right)$. Untuk mendapatkan gambaran mengenai solusi dari model deterministik EPQ *backorder* parsial akan diilustrasikan secara analitik.

3.3.1 Pengertian Data yang diperlukan Untuk Perhitungan Pada Model Deterministik Dengan *Backorder* Parsial

a. Biaya *Set Up* (C_0)

Biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan sebelum mesin tersebut dipakai untuk memproduksi barang. Biaya tersebut meliputi biaya oli untuk mesin, listrik, dan sebagainya.

b. Biaya Produksi (C_p)

Biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan, jika *item* atau barang tersebut diproduksi sendiri dalam perusahaan. Biaya tersebut meliputi biaya bahan baku, listrik, upah tenaga kerja langsung, dan sebagainya.

c. Biaya Penyimpanan (C_h)

Biaya yang dikeluarkan perusahaan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan.

d. Biaya *Backorder* (C_b)

Biaya *backorder* terjadi ketika konsumen masih bersedia untuk menunggu pesanannya dipenuhi. Biaya ini merupakan biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk membeli produk bermerek lain dari pesaing bisnisnya.

e. Biaya *Goodwill Loss* Tiap Unit pada Saat Permintaan Tidak Dapat Dipenuhi (C_g)

Biaya yang timbul karena adanya permintaan yang tidak terpenuhi sehubungan dengan kekurangan persediaan (*stockout*) atau biaya yang timbul akibat kekurangan bahan dan pemesanan masih menunggu waktu.

f. Biaya *Lost Sales* (C_1)

Biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan karena perusahaan tidak mempunyai cadangan persediaan yang harus dikirimkan ke pelanggan, akibatnya perusahaan membeli barang tersebut dari pesaing. Biaya ini merupakan jumlahan dari harga jual per unit (s) dikurangi biaya produksi (C_p) ditambah dengan biaya *goodwill loss* tiap unit pada saat permintaan tidak dapat dipenuhi (C_g).

3.3.2 Perhitungan Untuk Model EPQ Dasar

Sebuah perusahaan manufaktur mempunyai data-data persediaan per tahun seperti pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data Persediaan per tahun

Jumlah Permintaan (unit)	Jumlah Produksi (unit)	Biaya *Set Up* ($)	Biaya Penyimpanan ($)	Biaya *Backorder* ($)	Biaya *Lost Sales* ($)
2200	18400	550	4	6.4	8

Dari data tersebut, akan ditentukan kuantitas produksi optimal, persediaan maksimum, persentase permintaan yang diisi dari persediaan, panjang siklus pemesanan optimal, total biaya persediaan minimum, *stockout* maksimum, dan *backorder* maksimum.

Misalkan dalam sebuah perusahaan hanya menyediakan satu jenis produk, maka langkah-langkah perhitungannya adalah

1. Menentukan kuantitas produksi optimal dengan cara mensubstitusikan parameter-parameter pada tabel 3.1 ke persamaan (3.8) sebagai berikut.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\ x\ C_0\ x\ D}{C_h\ x\left(1-\frac{D}{P}\right)}},$$

$$= \sqrt{\frac{2\ x\ 550x\ 2200}{4\ x\left(1-\frac{2200}{18400}\right)}},$$

$$= \sqrt{\frac{2420000}{3.52173913}},$$

$$= \sqrt{687160.4938},$$

$$= 828.95 \text{ unit} \approx 829 \text{ unit},$$

Jadi kuantitas produksi optimal (Q^*) selama 1 tahun sebesar 829 unit.

2. Menentukan waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi persediaan sebesar Q pada persamaan (3.3) yaitu

$$t_p = \frac{Q^*}{P},$$

$$t_p = \frac{829}{18400} = 0.0451 \text{ tahun},$$

karena jumlah produksi yang terjadi di dalam perusahaan adalah selama satu tahun, maka waktu yang dibutuhkan untuk memenuhi persediaan sebesar Q adalah 0,0451 x 365 hari = 16.46 hari atau 16 hari.

Untuk mencapai kuantitas produksi yang maksimum atau penambahan persediaan optimal yang terjadi selama waktu t_p, pada persamaan (3.1) diperoleh

$$Q_{max} = t_p(P - D),$$

$$= 0{,}0451\, x\, (18400 - 2200),$$

$$= 0{,}0451\, x\, 16200,$$

$$= 730.62 \approx 731 \text{ unit},$$

jadi kuantitas produksi optimal adalah sebesar 829 unit. Waktu produksi atau penambahan persediaan ini akan terjadi secara bertahap selama 16 hari dengan tingkat produksi atau penambahan sebesar 50 per hari. Persediaan maksimum akan terjadi pada hari ke-16 sebesar 731 unit.

3. Menentukan total biaya persediaan minimum. Total biaya persediaan minimum merupakan jumlahan dari biaya pesan dan biaya simpan, dengan menggunakan persamaan (3.10) diperoleh

$$\gamma^* = \sqrt{2\, x\, C_0\, x\, D\, x\, C_h\, x\, \left(1 - \frac{D}{P}\right)},$$

$$= \sqrt{2\, x\, 550\, x\, 2200\, x\, 4\, x\, \left(1 - \frac{2200}{18400}\right)},$$

$$= \sqrt{8522608.696},$$

$$= 2919.35 \backsimeq \$\ 2.919,$$

jadi total biaya persediaan minimum yang harus dikeluarkan oleh perusahaan selama satu tahun dengan menggunakan model EPQ dasar adalah sebesar \$ 2.919.

4. Menentukan siklus pemesanan optimal, pada persamaan (3.12) yaitu

$$T^* = \sqrt{\frac{2\ x\ C_0}{D\ x\ C_h\ x\left(1-\frac{D}{P}\right)}},$$

$$= \sqrt{\frac{2\ x\ 550}{2200\ x\ 4\ x\left(1-\frac{2200}{18400}\right)}},$$

$$= \sqrt{\frac{1100}{7747.826087}},$$

$$= \sqrt{0.1419753086},$$

$$= 0.3768 \text{ tahun.}$$

Jadi perusahaan akan membutuhkan waktu untuk satu siklus pemesanan sebesar 0,3768 per tahun atau 0,3768 x 365 hari=138 hari. Model EPQ Dasar memungkinkan tidak terjadi kekurangan persediaan, sehingga perusahaan tidak memberikan kebijakan untuk melakukan *backorder* karena *stockout* tidak akan terjadi.

3.3.3 Perhitungan Untuk Model EPQ *Backorder* Parsial

Misalkan bahwa nilai β yang digunakan adalah $\beta = 0,90$ (tingkat *stockout* yang menyebabkan *backorder*). Langkah-langkahnya adalah

1. Menentukan biaya simpan dan biaya *backorder*, diperoleh:

$$C_h' = C_h\ x\ \left(1-\frac{D}{P}\right),$$

$$= 4\ x\ \left(1-\frac{2200}{18400}\right),$$

$$= 4\ x\ 0.8804,$$

$$= 3.5216.$$

$$C_b' = C_b\ x\ \left(1-\frac{\beta D}{P}\right),$$

$$= 6.4\ x\left(1-\frac{0.90\ x\ 2200}{18400}\right),$$

$$= 6.4\ x\ 0.8924,$$

$$= 5.71136.$$

2. Menentukan siklus pemesanan optimal (T^*) pada persamaan (3.27), yaitu

$$T^* = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'}},$$

$$= \sqrt{\frac{2\ x\ 550}{2200x\ 3.5216}\ x \left[\frac{3.5216+(0.90)\ x\ 5.71136}{0.90\ x\ 5.71136}\right] - \frac{[(1-0.90)\ x\ 8]^2}{0.90\ x\ 3.5216\ x\ 5.71136}},$$

$$= \sqrt{\frac{1100}{7747.52}\ x \left[\frac{8.661824}{5.140224}\right] - \frac{0.64}{18.10181284}},$$

$$= \sqrt{0.14198\ x\ 1.68511 - 0.0354}\ ,$$

$$= \sqrt{0.23925 - 0{,}0354}\ ,$$

$$= \sqrt{0.20385}\ ,$$

$$= 0.4515 \text{tahun}\ ,$$

jadi perusahaan akan membutuhkan waktu untuk satu siklus pemesanan adalah 0,4515 per tahun atau 0,4515 x 365 hari = 164.79 = 165 hari.

3. Menentukan tingkat pengisian atau persentase permintaan yang akan diisi dari persediaan (F^*) pada persamaan (3.28), yaitu

$$F^* = \frac{C_1(1-\beta)+\beta C_b{}' T^*}{T^*(C_h{}'+\beta C_b{}')},$$

$$= \frac{8\ x\ (1-0.90) + (0.90\ x\ 5.71136\ x\ 0.4515)}{0.4515\ x\ (3.5216 + (0.90\ x\ 5.71136))},$$

$$= \frac{0.8+2.3208}{0.4515\ x\ 8.661824},$$

$$= \frac{3.1208}{3.9108},$$

$$= 0.7980,$$

jadi, tingkat pengisian atau persentase permintaan yang akan diisi dari persediaan adalah sebesar 0,7980 atau 79.80%.

4. Menentukan waktu t_1, t_2, t_3, t_4 pada persamaan (3.13) sebagai berikut.
   a. Periode waktu ketika tidak terjadi produksi dan permintaan konsumen yang tidak dapat dipenuhi akan *backorder* (t_1)

$$t_1 = (1 - F^*)\ x\ T^*\ x\ \left(1 - \frac{\beta x D}{P}\right),$$
$$= (1 - 0.7980)\ x\ 0.4515\ x\ \left(1 - \frac{0.90\ x\ 2200}{18400}\right),$$
$$= 0.202\ x\ 0.4515\ x\ 0.8924\ ,$$
$$= 0.0814 \text{ tahun.}$$

   b. Periode waktu ketika *backorder* tidak sepenuhnya terjadi (t_2)

$$t_2 = (1 - F^*)\ x\ T^*\ x\ \left(\frac{\beta\ x\ D}{P}\right),$$
$$= (1 - 0.7980)\ x\ 0.4515\ x\ \left(\frac{0.90\ x\ 2200}{18400}\right),$$
$$= 0.202\ x\ 0{,}4515\ x\ 0.1076\ ,$$
$$= 9.813\ x\ 10^{-3} \text{ tahun.}$$

   c. Periode waktu mulainya produksi (t_3)

$$t_3 = \frac{F^*\ x\ D\ x\ T^*}{P},$$
$$= \frac{0.7980\ x\ 2200\ x\ 0.4515}{18400},$$
$$= \frac{792.6534}{18400},$$
$$= 0.0431 \text{ tahun.}$$

   d. Periode waktu saat produksi berhenti (t_4)

$$t_4 = F^*\ x\ T^*\ x\ \left(1 - \frac{D}{P}\right),$$
$$= 0.7980\ x\ 0.4515\ x\ \left(1 - \frac{2200}{18400}\right),$$
$$= 0.3172 \text{ tahun.}$$

Seperti tampak pada perhitungan untuk setiap periode waktu, diperoleh hasil sebagai berikut: t_1 menjelaskan bahwa persediaan awal bernilai nol karena tidak ada produksi akibatnya perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan dari konsumen dan memenuhinya dengan cara *backorder*, waktu ini terjadi selama 0,0814 x 365 hari = 30 hari, t_2 menjelaskan bahwa *backorder* tidak sepenuhnya terjadi karena pada t_1 *backorder* terjadi untuk memenuhi permintaan konsumen akibat adanya kekurangan persediaan, waktu yang dibutuhkan adalah $9.8133x10^{-3}$ x 365 hari = 4 hari, t_3 menjelaskan bahwa perusahaan akan mulai memproduksi sendiri selama 0.0431 x 365 hari = 16 hari, dan ketika produksi berlangsung secara menerus persediaan akan meningkat mencapai maksimum, pada saat t_4 produksi mulai berhenti selama 0.3172 x 365 hari = 116 hari. Jadi, dapat disimpulkan bahwa selama periode tersebut akan terjadi satu siklus pemesanan optimal yaitu selama 166 hari.

5. Menentukan total biaya persediaan minimum , dapat dihitung menggunakan persamaan (3.29) yaitu

$$\mu^* = C_h{}'DT^*F^*,$$

$$= 3.5216\ x\ 2200\ x\ 0.4515\ x\ 0.7980,$$

$$= 2791.408 \backsimeq \$\ 2791,$$

jadi, total biaya persediaan minimum yang dikeluarkan perusahaan menggunakan model EPQ *backorder* parsial sebesar $ 2.791.

6. Menentukan persediaan maksimum, pada persamaan (3.14) dan persediaan rata-rata pada persamaan (3.20) yaitu
   a. Persediaan maksimum (I^*)

$$I^* = F^* x\ T^*\ x\ D\ x\ \left(1 - \frac{D}{P}\right),$$

$$= 0.7980\ x\ 0.4515\ x\ 2200\ x\ \left(1 - \frac{2200}{18400}\right),$$

$$= 697.88 \backsimeq 698 \text{ unit},$$

   b. Persediaan rata-rata ($\bar{I}$)

$$\bar{I} = \frac{D\ x\ T^*\ x\ (F^*)^2}{2}\ x\ \left(1 - \frac{D}{P}\right),$$

$$= \frac{2200\ x\ 0.4515\ x\ (0.7980)^2}{2} x \left(1 - \frac{2200}{18400}\right),$$

$$= \frac{632.5374}{2}\ x\ 0.8804,$$

$$= 316.2687 \text{ x } 0{,}880{,}4$$

$$= 278.44 \backsimeq 278 \text{ unit},$$

jadi persediaan akan mencapai maksimum pada periode t_3 sebesar 698 unit dengan persediaan rata-rata sebesar 278 unit.

7. Menentukan *stockout* maksimum pada persamaan (3.15) yaitu

$$S^* = D \; x \; t_1 \,,$$

$$= D \; x \; (1 - F^*) \; x \; T^* \; x \; \left(1 - \frac{\beta x D}{P}\right),$$

$$= 2200 \; x \; (1 - 0.7980) \; x \; 0.4515 \; x \; \left(1 - \frac{0.90 \; x \; 2200}{18400}\right),$$

$$= 2200 \; x \; 0.202 \; x \; 0.4515 \; x \; 0.8924,$$

$$= 179.057 \backsimeq 179 \text{ unit },$$

jadi, *stockout* maksimum sebesar 179 unit selama satu tahun.

8. Menentukan *backorder* maksimum pada persamaan (3.16) dan *backorder* rata-rata pada persamaan (3.21) yaitu
   a. *Backorder* maksimum (B^*)

$$B^* = \beta x S^*,$$

$$= 0.90 x 179,$$

$$= 161 \text{ unit.}$$

   b. *Backorder* rata-rata ($\bar{B}$)

$$\bar{B} = \frac{\beta \; x \; D \; x \; T^* \; x \; (1 - F^*)^2}{2} \; x \left(1 - \frac{\beta \; x \; D}{P}\right),$$

$$= \frac{0.90 \; x \; \; 2200 \; x \; 0.4515 \; x \; (1 - 0.7980)^2}{2} \; x \left(1 - \frac{0.90 \; x \; 2200}{18400}\right),$$

$$= \frac{36.47755}{2} \; x \; 0.89239,$$

$$= 18.238775 \; x \; 0.89239,$$

$$= 16.276 \; \backsimeq 16 \text{ unit},$$

jadi *backorder* akan mencapai maksimum pada periode t_1 sebesar 161 unit dengan *backorder* rata-rata adalah sebesar 16 unit.

9. Menentukan kuantitas produksi optimal pada persamaan (3.17) yaitu

$$Q^* = DxT^*x[\beta x(1 - F^*) + F^*] \, ,$$
$$= 2200x0.4515x[0.90x(1 - 0.7980) + 0.7980] \, ,$$
$$= 993.3x[0.1818 + 0.7980] \, ,$$
$$= 993.3x0.9798 \, ,$$
$$= 973.24 \text{ unit},$$

jadi kuantitas produksi optimal (Q^*) adalah sebesar 973 unit.

Dari pembahasan Subbab 3.3.2 dan 3.3.3, berdasarkan perhitungan secara manual untuk masing-masing model, maka dapat disimpulkan bahwa perbedaan untuk model EPQ Dasar dan EPQ *Backorder* Parsial dapat dilihat pada Tabel 3.2, yaitu

Tabel 3.2 perbandingan hasil antara model EPQ Dasar dengan EPQ *Backorder* Parsial

Elemen-Elemen	**Model EPQ Dasar (kekurangan persediaan tidak diperhitungkan)**	**Model EPQ *Backorder* Parsial (kekurangan persediaan diperhitungkan)**
Kuantitas produksi optimal $(\boldsymbol{Q}^*)$	829 unit	973 unit
Panjang siklus pemesanan $(\boldsymbol{T}^*)$	0,3768 tahun	0,4515 tahun
Tingkat pengisian persediaan yang dipenuhi perusahaan $(\boldsymbol{F}^*)$	1	0,7980
Persediaan maksimum $(\boldsymbol{I}^*)$	731 unit	698 unit
***Backorder* Maksimum** $(\boldsymbol{B}^*)$	0	161 unit
***Stockout* Maksimum** $(\boldsymbol{S}^*)$	0	179 unit
Total biaya persediaan optimal $(\boldsymbol{\mu}^*)$	$ 2.919	$ 2.791

Tabel 3.2 menjelaskan bahwa ketika perusahaan tidak mempunyai persediaan, maka perusahaan akan menawarkan dua pilihan kepada konsumen yaitu untuk memilih menunggu atau tidak menunggu pemesanan tersebut terpenuhi. Jika sebagian dari konsumen tidak bersedia menunggu pemesanan tersebut terpenuhi maka perusahaan tidak terjadi *stockout* dan tidak ada *backorder*. Nilai *stockout* maksimum dan *backorder* maksimum adalah nol. Tingkat pengisian persediaan sebesar satu artinya perusahaan secara penuh mengisi persediaan sebesar 100%. Jika sebagian dari konsumen bersedia menunggu maka perusahaan tidak mampu mengisi persediaan secara penuh yaitu tingkat pengisian persediaan sebesar 0,7980 atau 79.80%, dengan *stockout* maksimum sebesar 179 unit dan *backorder* maksimum sebesar 161 unit. Kuantitas produksi optimal dalam satu tahun dengan adanya kekurangan persediaan (*stockout*) sebesar 973 unit lebih besar dibandingkan tanpa kekurangan persediaan sebesar 829 unit. Siklus pemesanan per tahun pada model EPQ *backorder* parsial lebih lama 0,4515 tahun dengan adanya *stockout* dibandingkan tanpa *stockout* selama 0.3768 tahun. Adanya *stockout* mengakibatkan total biaya persediaan lebih kecil daripada tanpa *stockout* karena untuk meminimalkan kerugian yang diakibatkan perusahaan tidak mampu memenuhi permintaan konsumen. Perusahaan lebih memilih untuk terjadi *stockout* daripada mempunyai persediaan yang cukup tetapi menghasilkan total biaya persediaan yang tinggi.

3.3.4 Perbedaan Model EPQ Dasar, EPQ *Backorder*, dan EPQ *Backorder* Parsial

Dari perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa perbedaan antara model EPQ dasar, EPQ *backorder*, dan EPQ *backorder* parsial terletak pada biaya, konsumen, kekurangan persediaan (*stockout*), dan tingkat pengisian persediaan. Perbedaan tersebut terlihat dalam Tabel 3.3, yaitu

Tabel 3.3 Perbedaan model EPQ dasar, EPQ *backorder*, EPQ *backorder* parsial

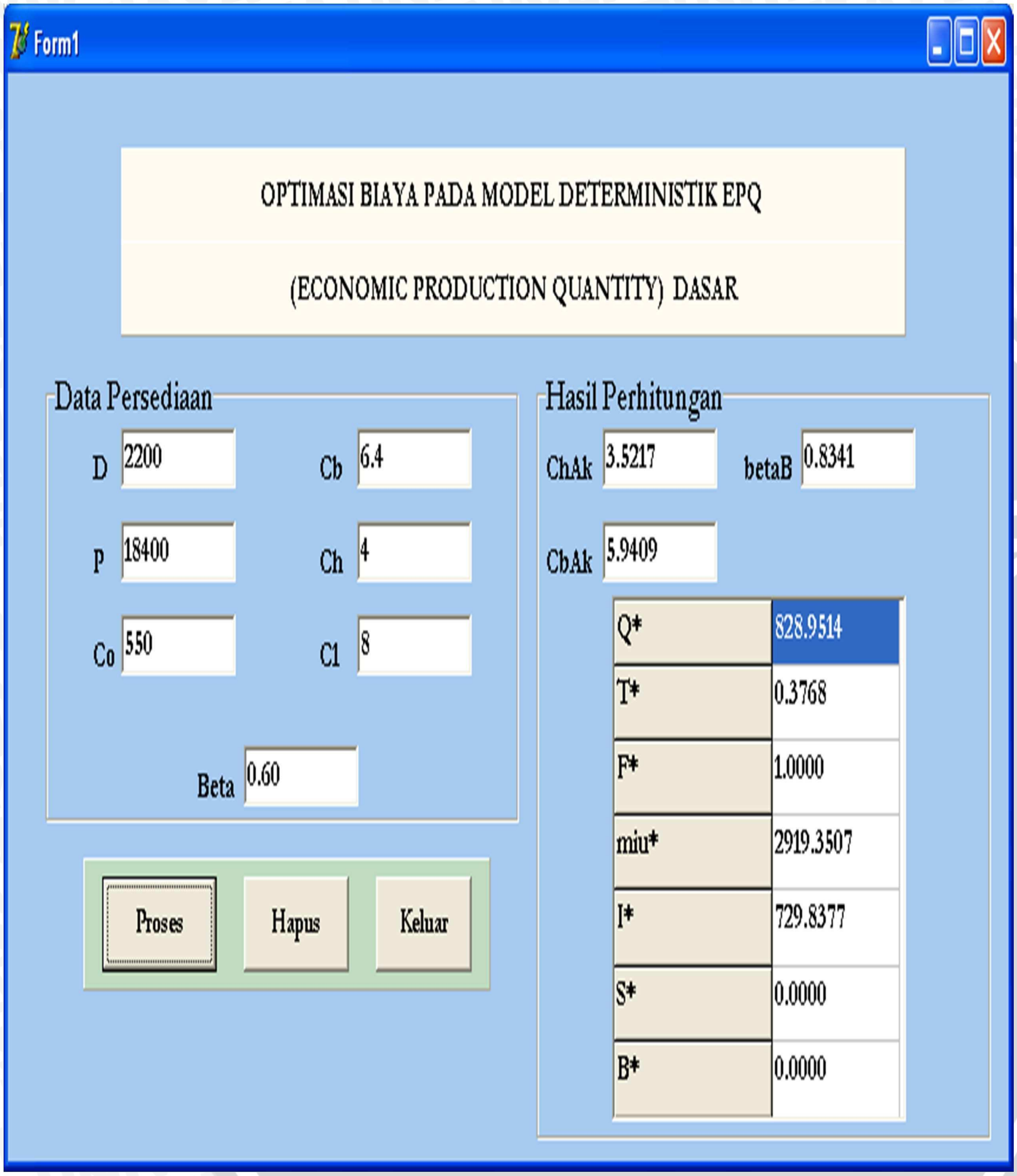
Elemen-elemen	**Model EPQ Dasar**	**Model EPQ *Backorder***	**Model EPQ *Backorder* Parsial**
Biaya	biaya *set up* + biaya simpan	biaya *set up* + biaya simpan + biaya produksi	biaya *set up* + biaya simpan + biaya *backorder* + biaya *lost sales* + biaya produksi
Konsumen	tidak bersedia menunggu	semua bersedia menunggu	beberapa bersedia menunggu
Kekurangan persediaan (*stockout*)	*lost sales* dan tidak terjadi *stockout*	*stockout*	*Stockout*
Tingkat pengisian persediaan	diisi secara penuh dari perusahaan	dipenuhi dengan cara *backorder* yaitu memproduksi sendiri	dipenuhi dengan cara *backorder* yaitu membeli produk dari perusahaan lain

3.4 Implementasi Program Model EPQ Dasar dan EPQ *Backorder* Parsial dengan Menggunakan Sofware Delphi 7

Perhitungan manual model deterministik EPQ dasar dan EPQ dengan *Backorder* Parsial yang panjang dan membutuhkan ketelitian, membuat kesulitan orang-orang di luar bidang matematika untuk melakukannya dan menganalisa. Dengan kondisi seperti itu, penulis membuat perhitungan model deterministik EPQ dengan *Backorder* Parsial menggunakan bahasa pemrograman Delphi 7. Hal ini bertujuan agar perusahaan atau orang-orang yang di luar bidang matematika mampu mengaplikasikan perhitungan secara mudah dan akurat.

Langkah-langkah untuk melakukan perhitungan pada *Sofware* Delphi 7. Pengguna hanya perlu memasukkan (menginputkan) data dari perusahaan yaitu jumlah permintaan (D), jumlah produksi (P), biaya *setup* (C_0), biaya penyimpanan (C_h), biaya *backorder* (C_b), biaya *lost sales* (C_1) dan sembarang β (tingkat *stockout* yang menyebabkan *backorder*) kemudian meng-klik button proses sehingga akan diperoleh jumlah kuantitas produksi optimal (Q^*), presentase permintaan yang diisi dari persediaan optimal (T^*), jumlah persediaan maksimum, jumlah *backorder* maksimum (B^*), jumlah *stockout* maksimum (S^*), dan total biaya persediaan optimal (μ^*).

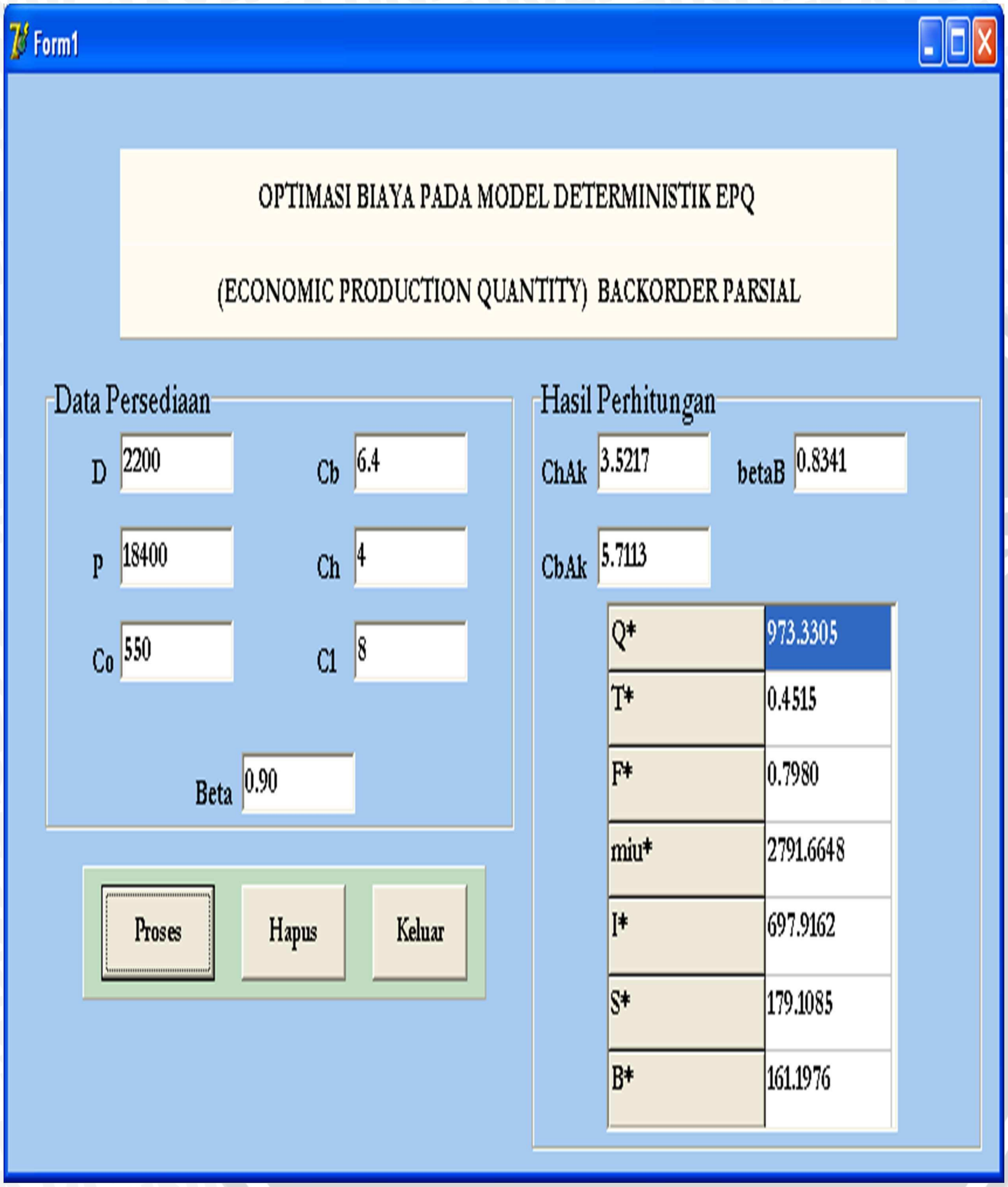
3.4.1 Program Model EPQ (*Economic Production Quantity*) Dasar



Gambar 3.4 *Design Interface* Perhitungan Model EPQ Dasar dengan nilai menggunakan *software* Delphi 7

Pada Gambar 3.4 dijelaskan bahwa kuantitas produksi optimal dalam satu tahun menggunakan model EPQ dasar adalah sebesar 829 unit, siklus pemesanan dalam satu periode membutuhkan waktu selama 0.3768 tahun dengan persediaan maksimum sebesar 730 unit. Tingkat pengisian atau persentase permintaan yang dapat dipenuhi sebesar satu, artinya bahwa perusahaan akan mengisi persediaan secara penuh sebesar 100%. Jadi, ketika perusahaan tidak mempunyai persediaan sebagian dari konsumen tidak bersedia menunggu pemesanan tersebut terpenuhi. Kondisi tersebut mengakibatkan perusahaan mengalami kerugian yaitu adanya biaya *lost sales*. Sebagian dari konsumen yang tidak bersedia menunggu, maka perusahaan tidak akan terjadi *stockout* dan tidak terjadi *backorder*. Oleh karena itu, *stockout* maksimum dan *backorder* maksimum bernilai nol. Total biaya persediaan yang dikeluarkan oleh perusahaan sebesar $ 2.919.

3.4.2 Program Model EPQ (*Economic Production Quantity*) *Backorder* Parsial



Gambar 3.5 *Design Interface* Perhitungan Model EPQ *Backorder* Parsial dengan nilai menggunakan *software* Delphi 7

Pada Gambar 3.5 dijelaskan bahwa kuantitas produksi optimal dalam satu tahun menggunakan model EPQ *backorder* parsial sebesar 973 unit, siklus pemesanan dalam satu periode membutuhkan waktu sekitar 0.4515 tahun. Tingkat pengisian atau persentase permintaan yang dipenuhi oleh perusahaan sebesar 0.7980, artinya bahwa perusahaan tidak mampu mengisi persediaan secara penuh melainkan hanya sekitar 79,80%. *Stockout* akan terjadi ketika perusahaan tidak mempunyai cadangan persediaan di dalam gudang akibatnya perusahaan akan melakukan *backorder* yang tujuannya untuk memenuhi sebagian permintaan konsumen yang tidak terpenuhi dengan cara perusahaan membeli produk dari perusahaan lain. Perusahaan akan mengalami *stockout* maksimum sebesar 179 unit dan *backorder* maksimum sebesar 161 unit. Total biaya persediaan minimum yang dikeluarkan perusahaan sebesar $ 2.791.

3.4.3 Pengaruh Nilai β (Tingkat *Stockout*) Terhadap Total Biaya Persediaan Model EPQ Dasar dan EPQ *Backorder* Parsial

Besar nilai β berpengaruh terhadap total biaya persediaan pada model EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial, seperti terlihat dalam tabel 3.4 yaitu

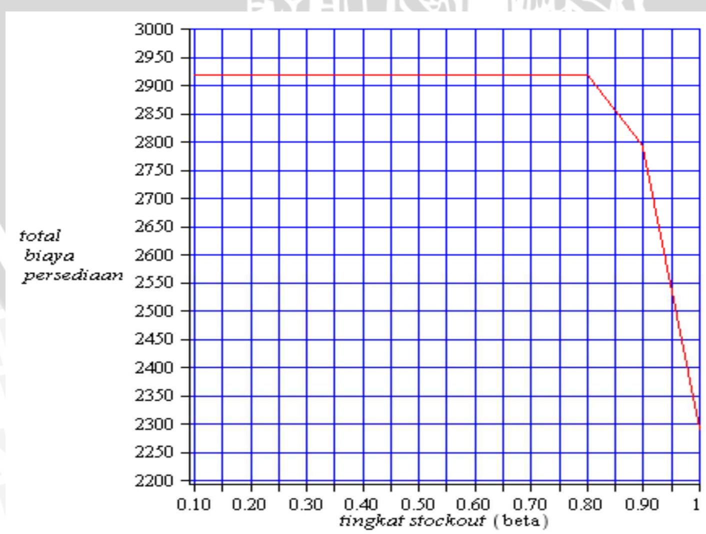
Tabel 3.4 Pengaruh nilai β terhadap total biaya persediaan pada model EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial

Tingkat *Stockout* yang Menyebabkan Perusahaan akan *Backorder* ($\boldsymbol{\beta}$)	**Total Biaya Persediaan**
0,1	$ 2.919
0,2	$ 2.919
0,3	$ 2.919
0,4	$ 2.919
0,5	$ 2.919
0,6	$ 2.919
0,7	$ 2.919
0,8	$ 2.919
0,9	$ 2.791
1	$ 2.290

Tabel 3.4 menjelaskan bahwa β merupakan tingkat *stockout* yang menyebabkan sebuah perusahaan akan *backorder* atau tidak, nilainya terletak antara $0 < \beta \leq 1$. Ketika perusahaan tidak mempunyai persediaan, maka sebagian dari konsumen bersedia untuk menunggu pesanan tersebut terpenuhi. Kondisi ini mengakibatkan perusahaan akan melakukan *backorder* untuk memenuhi permintaan konsumen.

Backorder dipenuhi dengan cara perusahaan akan membeli produk merek lain dari pesaing bisnisnya. Dengan menggunakan pada model EPQ dasar menunjukkan bahwa hasil total biaya persediaan adalah sama karena ketika perusahaan tidak mempunyai persediaan, konsumen tidak bersedia menunggu pesanan tersebut terpenuhi sehingga perusahaan mengalami kerugian adanya biaya *lost* sales dan tidak terjadi *stockout*. Pada total biaya persediaan yang dikeluarkan perusahaan adalah sebesar $ 2.791. Pada total biaya persediaan yang dikeluarkan oleh perusahaan aalah sebesar $ 2.290. Dengan menggunakan dan pada model EPQ *backorder* parsial menunjukkan bahwa perusahaan terjadi kekurangan persedian (*stockout*) sehingga konsumen bersedia untuk menunggu sampai pesanan tersebut terpenuhi akibatnya total biaya persediaan yang dikeluarkan perusahaan lebih kecil. Perusahaan melakukan *backorder* karena dapat meminimalkan kerugian akibat permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi, selain itu konsumen terlayani dengan baik karena pelayanan yang cepat dari pihak perusahaan. Semakin besar nilai dari maka total biaya persediaan akan semakin kecil karena perusahaan lebih memilih untuk kekurangan persediaan daripada mempunyai persediaan yang cukup untuk memenuhi permintaan konsumen.

Pengaruh tingkat *stockout* yang menyebabkan perusahaan akan *backorder* terhadap total biaya persediaan, terlihat dalam Gambar 3.6, yaitu



Gambar 3.6 Pengaruh Terhadap Total Biaya Persediaan Model EPQ Dasar dan EPQ *Backorder* Parsial

BAB IV
KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Model deterministik EPQ *Backorder* Parsial merupakan metode untuk memecahkan masalah yang terjadi pada perusahaan akibat konsumen tidak sabar menunggu pesanan dipenuhi oleh perusahaan. Model ini merupakan gabungan dua model persediaan yaitu model EPQ dasar dan EPQ *backorder* parsial, sehingga dapat disimpulkan sebagai berikut:

1) Kuantitas produksi optimal model EPQ dasar bergantung pada biaya *set up*, biaya penyimpanan, jumlah permintaan, dan jumlah produksi. Kuantitas produksi optimal model EPQ *backorder* parsial bergantung pada jumlah permintaan, panjang siklus pesanan, tingkat *stockout*, dan tingkat pengisian persediaan.
2) Dari perhitungan dapat diketahui bahwa dengan adanya β maka berpengaruh pada total biaya persediaan. β merupakan tingkat *stockout* yang mempengaruhi perusahaan akan *backorder* atau tidak. Total biaya persediaan pada model EPQ *backorder* parsial lebih optimal dibandingkan model EPQ dasar, karena pada model EPQ *backorder* parsial dapat meminimalkan kerugian akibat permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi, selain itu konsumen terlayani dengan baik karena pelayanan yang cepat dari pihak perusahaan.
3) Model deterministik EPQ *backorder* parsial dapat dibuat program menggunakan *software* Borland Delphi 7 untuk mempermudah perhitungan. Hasil perhitungan menggunakan program Borland Delphi menunjukkan kesimpulan yang sama dengan perhitungan manual.

4.2 Saran

Pada skripsi ini dibahas model EPQ *backorder* parsial dengan tingkat *stockout* yang menyebabkan perusahaan akan *backorder* atau tidak. Penulisan selanjutnya diharapkan pembaca (mahasiswa) untuk model EPQ *backorder* parsial diterapkan pada studi kasus sehingga mendapatkan gambaran umumnya dan dapat menambahkan tingkat *backorder* pada saat sebelum terjadinya produksi dan setelah terjadi produksi.

DAFTAR PUSTAKA

Alam, M.A.J. 2003. *Mengolah Database Dengan Borland Dhelpi 7.* PT.Elex Media Komputindo. Jakarta.

Herjanto, E. 1999. *Manajemen Produksi dan Operasi, Edisi Kedua*. PT. Gramedia Widiasarana Indonesia. Jakarta

Hiller, F.S dan G.J. Lieberman. 1995. *Introduction To Operations research* 6^{th} *Editions.* Mc Graw-Hill International Editions. Singapore

Kusuma, H. 2001. *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Andi. Yogyakarta.

Maghfiroh, R.E. 2007. *Model Matematika EPQ (Economic Production Quantity) Dengan Backorder*. Skripsi FMIPA UB. Malang.

Pentico, D.W dan Matthew J.D. 2009. *The Deterministic EOQ with Partial Backordering: A New Approach.* European Journal of Operational Research 194:102-113.

Pentico DW., Matthew J.D, Carl T. 2009. *The Deterministic EPQ with Partial Backordering: A New Approach.* The International Journal Of Management Science Omega 37:624-636

Rangkuti, F. 2004. *Manajemen Persediaan (Aplikasi di Bidang Bisnis)*. PT. Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Ristono, A. 2009. *Manajemen Persediaan*. Graha Ilmu. Yogyakarta.

Siswanto.2007. *Operation Research, Jilid dua*. Erlangga. Jakarta.

Sukmana, A. dan I. Lokman. 2005. Model *Matematika Sistem Persediaan Dengan Pengadaan Darurat.* Integral. Vol 10: No 1.

Yamit, Z. 1999. *Manajemen Persediaan, Edisi Pertama.* EKONISIA Fakultas Ekonomi UII Yogyakarta.

Waters, C. 1992. *Inventory Control and Management*. John Wiley & Sons, Chichester. New York.

LAMPIRAN

Lampiran 1.
Solusi Untuk Persamaan Panjang Siklus Pemesanan Optimal ($\boldsymbol{T}^*$)

$$\mu(T,F) = \frac{C_0}{T} + \frac{C_h{'}DTF^2}{2} + \frac{C_b{'}\beta DT(1-F)^2}{2} + C_1 D(1-\beta)(1-F) \quad (1.1)$$

$$T = \sqrt{\frac{2C_0}{D\left[C_h' F^2 + \beta C_b{'}(1-F)^2\right]}} \quad (1.2)$$

$$F = \frac{C_1(1-\beta)+\beta C_b{'}T}{T\left(C_h' + \beta C_b{'}\right)} \quad (1.3)$$

Persamaan (1.3), dapat ditulis menjadi:

$$F = \frac{(1-\beta)C_1}{(C_h' + \beta C_b{'})T} + \frac{\beta C_b{'}}{(C_h' + \beta C_b{'})},$$

$$F^2 = \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\left(C_h' + \beta C_b{'}\right)^2 T^2} + \frac{2\beta C_b C_1(1-\beta)}{\left(C_h' + \beta C_b{'}\right)^2 T} + \frac{\beta^2 C_b{'}^2}{\left(C_h' + \beta C_b{'}\right)^2},$$

$$= \frac{1}{\left(C_h' + \beta C_b{'}\right)^2}\left[\frac{\left((1-\beta)C_1\right)^2}{T^2} + \frac{2\beta C_b{}' C_1(1-\beta)}{T} + \beta^2 (C_b{}')^2\right],$$

$$= \frac{1}{T^2\left(C_h{}' + \beta C_b{}'\right)^2}\left[\left((1-\beta)C_1\right)^2 + 2\beta C_b{}' C_1(1-\beta)T + \beta^2 (C_b{}')^2 T^2\right]. \quad \text{(a)}$$

Persamaan $\beta C_b{}'(1-2F)$ dapat ditulis menjadi:

$$= \beta C_b{}'\left(1 - \frac{2(1-\beta)C_1}{(C_h{}' + \beta C_b{}')T} - \frac{2\beta C_b{}'}{(C_h{}' + \beta C_b{}')}\right),$$

$$= \frac{\beta C_b{}'}{T(C_h{}' + \beta C_b{}')}\left(T(C_h{}' + \beta C_b{}') - 2(1-\beta)C_1 - 2\beta C_b{}'T\right),$$

$$= \frac{\beta C_b{}'}{T^2(C_h{}' + \beta C_b{}')}\left[T^2(C_h{}' - \beta C_b{}') - 2(1-\beta)C_1 T\right]. \quad \text{(b)}$$

Persamaan (a) dan (b) disubtitusi ke persamaan (1.2), diperoleh:

$$T = \sqrt{\frac{2C_0}{D\left[C_h{}'F^2+\beta C_b{}'(1-F)^2\right]}}$$

$$T^2 = \frac{2C_0}{D\left[C_h{}'F^2+\beta C_b{}'(1-F)^2\right]}$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{C_h{}'F^2+\beta C_b{}'(1-F)^2}\right]$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{C_h{}'F^2+\beta C_b{}'(1-2F+F^2)}\right]$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{F^2\left(C_h{}'+\beta C_b{}'\right)+\beta C_b{}'(1-2F)}\right]$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{\frac{1}{T^2\left(C_h'+\beta C_{b'}\right)^2}\left[\left((1-\beta)C_1\right)^2+2\beta C_b'\,C_1(1-\beta)T+\beta^2 C_{b'}{}^2T^2\right]\left(C_h'+\beta C_{b'}\right)}+\right.$$

$$\left.\frac{1}{\frac{\beta C_{b'}}{T^2\left(C_h'+\beta C_{b'}\right)}\left[\left(C_h'-\beta C_{b'}\right)T^2-2(1-\beta)TC_1\right]}\right]$$

$T^2 =$

$$\frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{\frac{1}{T^2\left(C_h{}'+\beta C_b{}'\right)}\left[\left((1-\beta)C_1\right)^2+2\beta C_b{}'C_1(1-\beta)T+\beta^2\left(C_b{}'\right)^2T^2+\left(C_h{}'-\beta C_b{}'\right)T^2\beta C_b{}'-2(1-\beta)TC_1C_{b'}\beta\right]}\right]$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{\frac{1}{T^2\left(C_h{}'+\beta C_b{}'\right)}\left[\begin{matrix}\left((1-\beta)C_1\right)^2+2\beta C_b'C_1T-2\beta^2C_b'C_1T+\beta^2(C_{b'})^2T^2+C_h'T^2\beta C_b' \\ -\beta^2(C_{b'})^2T^2-2\beta C_b'C_1T+2\beta^2C_{b'}C_1T\end{matrix}\right]}\right]$$

$$= \frac{2C_0}{D}\left[\frac{1}{\frac{1}{T^2\left(C_h{}' + \beta C_b{}'\right)}\left[\left((1-\beta)C_1\right)^2 + C_h{}'\beta C_b{}' T^2\right]}\right]$$

$$T^2 = \frac{2C_0}{D} T^2 (C_h{}' + \beta C_b{}') \left[\frac{1}{\left((1-\beta)C_1\right)^2 + C_h{}'\beta C_b{}' T^2}\right],$$

$$1 = \frac{2C_0}{D} (C_h{}' + \beta C_b{}') \frac{1}{\left((1-\beta)C_1\right)^2 + C_h{}'\beta C_b{}' T^2},$$

$$\left((1-\beta)C_1\right)^2 + C_h{}'\beta C_b{}' T^2 = \frac{2C_0}{D}(C_h{}' + \beta C_b{}'),$$

$$C_h{}'\beta C_b{}' T^2 = \frac{2C_0}{D}(C_h{}' + \beta C_b{}') - \left((1-\beta)C_1\right)^2,$$

$$T^2 = \frac{2C_0}{D}\left[\frac{C_h{}' + \beta C_b{}'}{C_h{}'\beta C_b{}'}\right] - \frac{\left((1-\beta)C_1\right)^2}{C_h{}'\beta C_b{}'},$$

$$T = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}' + \beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{\left((1-\beta)C_1\right)^2}{C_h{}'\beta C_b{}'}}.$$

Terbukti bahwa panjang siklus pemesanan optimal (T^*) pada persamaan (3.27) adalah

$$T^* = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h{}' + \beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{\left((1-\beta)C_1\right)^2}{C_h{}'\beta C_b{}'}} \quad . \tag{1.4}$$

Lampiran 2.
Total Biaya Persediaan Optimal untuk Model EPQ *Backorder* Parsial

$$F(T^*) = \frac{(1-\beta)C_1+\beta C_b{}' T^*}{T^*(C_h'+\beta C_b{}')} \tag{2.1}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}\left[\frac{C_h'+\beta C_b{}'}{\beta C_b{}'}\right] - \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{\beta C_h{}' C_b{}'}} \tag{2.2}$$

$$= \sqrt{\frac{2C_0(C_h'+\beta C_b{}')}{DC_h{}'\beta C_b{}'} - \frac{[(1-\beta)C_1]^2}{C_h{}'\beta C_b{}'}},$$

$$= \sqrt{\frac{2C_0(C_h'+\beta C_b{}')}{DC_h{}'\beta C_b{}'} - \frac{D[(1-\beta)C_1]^2}{DC_h{}'\beta C_b{}'}},$$

$$= \sqrt{\frac{2C_0(C_h'+\beta C_b{}')\beta C_h{}' c_b{}' - D\beta C_h{}' c_b{}'(1-\beta)^2 C_1{}^2}{DC_h{}'^2\beta^2 C_b{}'^2}},$$

$$= \sqrt{\frac{[2C_0(C_h'+\beta C_b{}')-D(1-\beta)^2C_1{}^2]C_h{}'\beta C_b{}'}{DC_h{}'\beta C_b{}'(C_h{}'\beta C_b{}')}}.$$

Persamaan $2C_0(C_h'+\beta C_b{}') - D(1-\beta)^2 C_1{}^2$, bisa ditulis menjadi :

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{\frac{2C_0(C_h'+\beta C_b{}')-D(1-\beta)^2C_1{}^2}{DC_h{}'\beta C_b{}'}}\right)^2 DC_h{}'\beta C_b{}',$$

$$\Leftrightarrow (T^*)^2\, DC_h{}'\beta C_b{}'.$$

Substitusi persamaan T^* pada persamaan (2.2) dan $F^*(T)$ pada persamaan (2.1) ke dalam persamaan (1.1) pada lampiran 1, diperoleh:

$$\Gamma(T,F) = \frac{C_0}{T} + \frac{C_h{}'DTF^2}{2} + \frac{\beta C_b{}'DT(1-F)^2}{2} + C_1D(1-\beta)(1-F)$$

$$= \frac{C_0}{T} + \frac{1}{2}\frac{C_h{}'DT[(1-\beta)C_1+\beta C_b{}'T]^2}{T^2(C_h'+\beta C_b{}')^2} + \frac{1}{2}\beta C_b{}'DT\left[1-\frac{(1-\beta)C_1+\beta C_b{}'T}{T(C_h'+\beta C_b{}')}\right]^2$$

$$+C_1D(1-\beta)\left[1-\frac{(1-\beta)C_1+\beta C_b{}'T}{T(C_h'+\beta C_b{}')}\right]$$

$$= \frac{C_0}{T} + \frac{1}{2}C_h'DT\left[\frac{(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T}{T(C_h{'}+\beta C_b{'})}\right]^2 + \frac{1}{2}\beta C_b'DT$$

$$\left[\frac{T(C_h'+\beta C_b{'})-[(1-\beta)C_1+\beta C_b T]}{T(c_h'+\beta C_b{'})}\right]^2 + C_1D(1-\beta)\left[\frac{T(C_h'+\beta C_b{'})-[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]}{T(C_h'+\beta C_b{'})}\right]$$

$$= \frac{1}{T^2(C_h'+\beta C_b{'})^2}\Big[C_0T(C_h'+\beta C_b{'})^2 + \frac{1}{2}C_h'DT[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]^2 + \frac{1}{2}\beta C_b'DT\Big[T^2(C_h'+\beta C_b{'})^2 - 2T(C_h'+\beta C_b{'})[(1-\beta)C_1 + \beta C_b T] + \left((1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T\right)^2\Big] + C_1D(1-\beta)T(C_h' + \beta C_b{'})\big[T(C_h'+\beta C_b{'}) - [(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]\big]\Big]$$

$$= \frac{1}{2T^2(C_h'+\beta C_b{'})^2}[2C_0T(C_h'+\beta C_b{'})^2 + C_h'DT[(1-\beta)C_1 + \beta C_b{'}T]^2 + \beta C_b'DT^3(C_h'+\beta C_b{'})^2 - 2T^2\beta C_b'D(C_h' + \beta C_b{'})[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T] + \beta C_b'DT[(1-\beta)C_1+\beta c_b{'}T]^2 + 2C_1D(1-\beta)T^2(C_h'+\beta C_b{'})^2 - 2C_1D(1-\beta)T(C_h' + \beta C_b{'})[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]]$$

$$= \frac{T}{2T^2(C_h'+\beta C_b{'})^2}[2C_0(C_h'+\beta C_b{'})^2 + 2C_1D(1-\beta)T(C_h'+\beta C_b{'})^2 + \beta C_b'DT^2(C_h'+\beta C_b{'})^2 - 2T\beta C_b'D(C_h'+\beta C_b{'})[(1-\beta)C_1 + \beta C_b{'}T] - 2C_1D(1-\beta)(C_h'+\beta C_b{'})[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T] + D[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]^2(C_h'+\beta C_b{'})]$$

$$= \frac{1}{2T(C_h'+\beta C_b{'})^2}[2C_0(C_h'+\beta C_b{'})^2 + 2C_1D(1-\beta)T(C_h'+\beta C_b{'})^2 + \beta C_b'DT^2(C_h'+\beta C_b{'})^2 - 2T\beta C_b'D(C_h'+\beta C_b{'})[(1-\beta)C_1 + \beta C_b{'}T] - 2C_1D(1-\beta)(C_h'+\beta C_b{'})[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T] + D[(1-\beta)C_1+\beta C_b{'}T]^2(C_h'+\beta C_b{'})]$$

$$= \frac{(C_h' + \beta C_b')}{2T(C_h' + \beta C_b')^2} [2C_0(C_h' + \beta C_b') + 2C_1 D(1-\beta)T(C_h' + \beta C_b') + \beta C_b' DT^2(C_h' + \beta C_b') - 2T\beta C_b' D[(1-\beta)C_1 + \beta C_b' T] - 2C_1 D(1-\beta)[(1-\beta)C_1 + \beta C_b' T] + D[(1-\beta)C_1 + \beta C_b' T]^2]$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [2C_0(C_h' + \beta C_b') + 2C_1 D(1-\beta)T(C_h' + \beta C_b') + \beta C_b' DT^2(C_h' + \beta C_b') - 2T\beta C_b' DC_1(1-\beta) - 2T^2\beta^2(C_b')^2 D - 2{C_1}^2 D(1-\beta)^2 - 2C_1 D(1-\beta)\beta C_b' T + D(1-\beta)^2 {C_1}^2 + 2DT(1-\beta)C_1\beta C_b' + DT^2\beta^2 {C_b}'^2],$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [2C_0(C_h' + \beta C_b') + 2C_1 DTC_h'(1-\beta) + 2C_1 DT\beta C_b'(1-\beta) + DT^2\beta C_b' C_h' + DT^2\beta^2 {C_b}'^2 - 2C_1 DT\beta C_b'(1-\beta) - 2T^2\beta^2 {C_b}'^2 D - 2{C_1}^2 D(1-\beta)^2 + {C_1}^2 D(1-\beta)^2 - 2C_1 DT\beta C_b'(1-\beta) + 2C_1 DT\beta C_b'(1-\beta) + DT^2\beta^2 {C_b}'^2],$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [2C_0(C_h + \beta C_b') + 2C_1 DTC_h'(1-\beta) + DT^2\beta C_b' C_h' - {C_1}^2 D(1-\beta)^2],$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [2C_0(C_h' + \beta C_b') - {C_1}^2 D(1-\beta)^2 + DT^2\beta C_b' C_h' + 2C_1 DTC_h'(1-\beta)],$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [T^2 DC_h' C_b'\beta + T^2 DC_h' C_b'\beta + 2C_1 DTC_h'(1-\beta)],$$

$$= \frac{1}{2T(C_h' + \beta C_b')} [2T^2 DC_h' C_b'\beta + 2C_1 DTC_h'(1-\beta)],$$

$$= \frac{2T}{2T(C_h' + \beta C_b')} [TDC_h' C_b'\beta + C_1 DC_h'(1-\beta)],$$

$$= \frac{1}{(C_h' + \beta C_b')} \left[D C_h' \left(T\beta C_b' + C_1(1-\beta) \right) \right],$$

$$= D C_h' \left[\frac{(1-\beta)C_1 + \beta C_b' T}{(C_h' + \beta C_b')} \right] \frac{T}{T},$$

$$= D C_h' \left[\frac{(1-\beta)C_1 + \beta C_b' T}{T(C_h' + \beta C_b')} \right] T,$$

$$= D C_h' F^* T^* .$$

Terbukti bahwa total biaya persediaan optimal pada persamaan (3.29), adalah

$$\mu^* = D C_h' F^* T^* \tag{2.3}$$

Lampiran 3.
Membuktikan Bahwa Fungsi Biaya Merupakan Solusi Optimal

Fungsi biaya di dalam persamaan (3.22) adalah *strictly convex* (lampiran 4), untuk membuktikan bahwa solusi yang diberikan pada persamaan (3.27) dan (3.28) adalah global optimum jika kondisi β memenuhi persamaan (3.30) dan (3.31) dengan cara memeriksa karakteristik dari hasil turunan dan kondisi batas.

Fungsi biaya dalam persamaan (3.22):

$$\mu(T,F) = \frac{C_0}{T} + \frac{C_h{}'DTF^2}{2} + \frac{\beta C_b{}'DT(1-F)^2}{2} + C_1D(1-\beta)(1-F),$$

untuk menyederhanakan persamaan diatas, dapat ditulis:

misalkan,

$$G_0 = C_0$$
$$G_1 = \frac{D(C_h{}' + \beta C_b{}')}{2}$$
$$G_2 = \frac{D\beta C_b{}'}{2}$$
$$G_3 = C_1D(1-\beta)$$

Semua nilai G_i adalah positif dan $G_1 > G_2$.

Jadi biaya rata-rata $\mu(T,F)$ dapat ditulis, sebagai berikut:

$$\mu(T,F) = \frac{G_0}{T} + T(G_1F^2 - 2G_2F + G_2) - G_3F + G_3 \qquad (B_1)$$

Untuk menyederhanakan notasi, persamaan (B_1) dapat ditulis menjadi:

$$\mu(T,F) = \frac{G_0}{T} + Tr(F) + q(F) \qquad (B_2)$$

di mana

$$r(F) = G_1F^2 - 2G_2F + G_2, \tag{B_3}$$

$$q(F) = -G_3F + G_3. \tag{B_4}$$

Persamaan (B_2) diturunkan terhadap T sama dengan nol, diperoleh:

$$\frac{\partial \mu}{\partial T} = 0 ,$$

$$\Leftrightarrow -\frac{G_0}{T^2} + r(F) = 0 ,$$

$$\Leftrightarrow -\frac{G_0}{T^2} = r(F) ,$$

$$\Leftrightarrow T^2\, r(F) = G_0 ,$$

$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{G_0}{r(F)},$$

$$T = \sqrt{\frac{G_0}{r(F)}},$$

sehingga diperoleh nilai optimal untuk panjang siklus pemesanan (T^*) adalah

$$T^* = \sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} \ . \tag{B_5}$$

Catatan bahwa untuk persamaan (B_5) merupakan hasil yang sama dengan persamaan (3.24) walaupun ada perubahan notasi.

Diskriminan $r(F)$ pada persamaan (B_3) bernilai negatif sehingga persamaan $r(F)$ tidak memiliki akar. Persamaan $r(F)$ mungkin bernilai positif atau negatif pada seluruh domain F. Misalkan $F = 0$, maka $r(0) = G_2 > 0$, sedangkan untuk $F = 1$ maka $r(1) = G_1 - G_2 > 0$. Jadi $r(F)$ merupakan fungsi yang pasti bernilai positif di dalam rentang [0,1]. Dengan demikian, persamaan (B_5) dapat memberikan untuk masing-masing nilai F, dimana fungsi $T^* =$

$T^*(F)$ dapat meminimalkan fungsi biaya yang diberikan oleh persamaan (B_2).

Substitusi persamaan $T^*(F)$ pada persamaan (B_5) ke dalam $\mu(T,F)$ pada persamaan (B_2), diperoleh:

$$\mu(T,F) = \frac{G_0}{T^*} + T^* r(F) + q(F)$$

$$= \frac{G_0}{\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}}} + r(F)\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} + q(F)$$

$$= G_0\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}\frac{r(F)}{G_0}} + r(F)\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} + q(F)$$

$$= r(F)\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} + r(F)\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} + q(F)$$

$$= 2r(F)\sqrt{\frac{G_0}{r(F)}} + q(F)$$

$$= 2\sqrt{\frac{G_0\left(r(F)\right)^2}{r(F)}} + q(F)$$

$$= 2\sqrt{G_0 r(F)} + q(F) \qquad (B_6)$$

Sehingga diperoleh total biaya persediaan optimal adalah $\hat{\mu}(F) = \mu(T^*(F),F) = 2\sqrt{G_0 r(F)} + q(F)$, untuk setiap nilai F. Nilai $\hat{\mu}(F)$ kontinu pada rentang [0,1] dan memiliki satu atau lebih nilai minimum lokal. Nilai minimum lokal yang terkecil akan menjadi nilai minimum global dari fungsi biaya tersebut. Untuk menentukan bahwa fungsi biaya minimum dapat dicari turunan pertama dan kedua dari persamaan $\hat{\mu}(F)$ terhadap F, diperoleh:

$$\hat{\mu}(F) = 2\sqrt{G_0 r(F)} + q(F)$$

$$\hat{\mu}'(F) = 2\frac{1}{2}\left(G_0 r(F)\right)^{-1/2} G_0 r'(F) + q'(F)\,,$$

$$= \frac{G_0 r'(F)}{\sqrt{G_0 r(F)}} + q'(F)\ \ ,$$

$$= \frac{G_0 r'(F)}{\sqrt{G_0}\sqrt{r(F)}} + q'(F)\,,$$

$$= \sqrt{G_0}\,\frac{r'(F)}{r(F)^{1/2}} + q'(F)\,. \qquad (B_7)$$

$$\hat{\mu}''(F) = \sqrt{G_0}\,\frac{r''(F)\,r(F)^{1/2} - r'(F)\frac{1}{2}r(F)^{-1/2}r'(F)}{\left(r(F)^{1/2}\right)^2}\,,$$

$$= \sqrt{G_0}\,\frac{r''(F)\,r(F)^{1/2} - \frac{1}{2}r(F)^{-1/2}\left(r'(F)\right)^2}{r(F)},$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[2r''(F)\,r(F) - \frac{1}{\sqrt{r(F)}}\left(r'(F)\right)^2\right]}{2r(F)\sqrt{r(F)}}\,,$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[2r''(F)r(F) - \left(r'(F)\right)^2\right]}{2r(F)\sqrt{r(F)}}\,,$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[2r''(F)r(F) - \left(r'(F)\right)^2\right]}{2\left(r(F)\right)^{3/2}}\,. \qquad (B_8)$$

Perhatikan bahwa turunan pertama dari fungsi biaya adalah sama dengan persamaan $\partial\mu(T,F)/\partial F = 0$ yang diberikan pada persamaan (3.25). Misalkan $F = 0$ maka fungsi biaya $\hat{\mu}'(0) < 0$ karena $r'(0) = -2G_2 < 0, r(0) = G_2 > 0,$ dan $q'(0) = -G_3 < 0,$ sedangkan jika $F = 1$, diperoleh:

$$\hat{\mu}'(1) = \sqrt{G_0}\frac{r'(1)}{r(1)^{\frac{1}{2}}} + q'(1)\,,$$

$$= \sqrt{G_0}\frac{2(G_1-G_2)}{\sqrt{G_1-G_2}} - G_3\,,$$

$$= 2\sqrt{\frac{G_0(G_1-G_2)^2}{(G_1-G_2)}} - G_3\,,$$

$$= 2\sqrt{G_0(G_1-G_2)} - G_3\,,$$

$$= 2\sqrt{C_0\left[D\left(\frac{C_h{}'+\beta C_b{}'}{2}\right) - \frac{D\beta C_b{}'}{2}\right]} - C_1D(1-\beta)\,,$$

$$= \sqrt{2C_0DC_h{}'} - C_1D(1-\beta),$$

jadi fungsi biaya $\hat{\mu}'(1) > 0$ terpenuhi, jika dan hanya jika

$$\sqrt{\frac{2C_0}{DC_h{}'}} > \frac{C_1(1-\beta)}{C_h{}'}. \qquad (B_9)$$

Selanjutnya untuk turunan kedua dari fungsi biaya $\hat{\mu}''(F)$ yang diberikan pada persamaan (B_8), diperoleh:

$$\hat{\mu}''(F) = \sqrt{G_0}\frac{\left[2r''(F)r(F)-\left(r'(F)\right)^2\right]}{2r(F)\sqrt{r(F)}},$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[2(2G_1)(G_1F^2-2G_2F+G_2)-(2G_1F-2G_2)^2\right]}{2r(F)\sqrt{r(F)}},$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[4G_1{}^2F^2-8G_1G_2F+4G_1G_2\right]-4G_1{}^2F^2+8G_1G_2F+4G_2{}^2}{2r(F)^{3/2}},$$

$$= \frac{\sqrt{G_0}\left[4G_1G_2-4G_2{}^2\right]}{2r(F)^{3/2}},$$

$$= \frac{4G_2\sqrt{G_0}[G_1-G_2]}{2r(F)^{3/2}},$$

$$= \frac{2G_2\sqrt{G_0}[G_1-G_2]}{r(F)^{3/2}},$$

di mana nilai tersebut bernilai positif untuk semua F.

Jika pertidaksamaan (B_9) berlaku maka fungsi biaya $\hat{\mu}(F)$ memiliki nilai minimum yang terletak di dalam interval [0,1], sebaliknya jika pertidaksamaan (B_9) tidak berlaku maka nilai minimum akan terletak pada titik batas $F = 1$. Misalkan fungsi biaya $\hat{\mu}'(1) = 0$ maka solusi yang diberikan pada persamaan (3.27) dan (3.28) identik dengan solusi pada batas $F = 1$ yang merupakan solusi EPQ dasar. Jika kondisi β pada persamaan (3.30) atau (3.31) terpenuhi maka solusi pada persamaan (3.27) dan (3.28) dapat meminimalkan fungsi biaya pada persamaan (3.22).

Lampiran 4.
Uji Konveksitas

Tujuan dilakukan uji konveksitas adalah untuk menjamin bahwa solusi yang didapatkan adalah optimal. Secara analitis, apabila sebuah fungsi berbentuk cekung (konvek) maka fungsi tersebut mempunyai nilai minimum. Sebaiknya, jika fungsi tersebut berupa cembung (konkaf) maka fungsi tersebut mempunyai nilai maksimum. Pembahasan pada skripsi ini adalah meminimumkan fungsi $\mu(T, F)$ pada persamaan (3.22), sehingga harus dibuktikan bahwa fungsi $\mu(T, F)$ adalah sebuah cekungan yang *strictly convex.*

Suatu fungsi dengan variabel tunggal bersifat *strictly convex* jika $\frac{d^2 f(x)}{dx^2} > 0$. Fungsi $\mu(T, F)$ merupakan fungsi dengan dua variabel, maka harus ditentukan determinan hessiannya yaitu determinan dari turunan orde 2. Determinan hessian untuk permasalahan ini dapat didefinisikan sebagai berikut.

$|H_1| > 0, |H_2| > 0,$
$|H_1| = g_{11} > 0,$

$$= \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T^2} > 0$$

$$|H_2| = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T \partial F} \\ \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F \partial T} & \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F^2} \end{vmatrix}$$

$$= \left[\left(\frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T^2}\right)\left(\frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F^2}\right)\right] - \left[\left(\frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T \partial F}\right)\left(\frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F \partial T}\right)\right]$$

$$g_{11} = \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T^2},$$

$$= \frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{\partial\left(\frac{C_0}{T}+\frac{C_h{'}DTF^2}{2}+\frac{\beta C_b{'}DT(1-F)^2}{2}+C_1D(1-\beta)(1-F)\right)}{\partial T}\right],$$

$$= \frac{\partial}{\partial T}\left[-\frac{C_0}{T^2}+\frac{C_h{'}DF^2}{2}+\frac{\beta C_b{'}D(1-F)^2}{2}\right],$$

$$= \frac{2C_0}{T^3}.$$

$$g_{12} = \frac{\partial}{\partial F}\left[\frac{\partial\left(\frac{C_0}{T}+\frac{C_h{'}DTF^2}{2}+\frac{\beta C_b{'}DT(1-F)^2}{2}+C_1D(1-\beta)(1-F)\right)}{\partial T}\right],$$

$$= \frac{\partial}{\partial F}\left[-\frac{C_0}{T^2}+\frac{C_h{'}DF^2}{2}+\frac{\beta C_b{'}D(1-F)^2}{2}\right],$$

$$= C_h'DF - \beta C_b{'}D(1-F).$$

$$g_{21} = \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F \partial T},$$

$$= \frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{\partial\left(\frac{C_0}{T}+\frac{C_h{'}DTF^2}{2}+\frac{\beta C_b{'}DT(1-F)^2}{2}+C_1D(1-\beta)(1-F)\right)}{\partial F}\right],$$

$$= \frac{\partial}{\partial T}\left[C_h'DTF - \beta C_b'DT(1-F) - C_1D(1-\beta)\right],$$

$$= C_h'DF - \beta C_b{'}D(1-F).$$

$$g_{12} = g_{21},$$

$$C_h'DF - \beta C_b'D(1-F) = C_h'DF - \beta C_b{'}D(1-F).$$

$$g_{22} = \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F^2},$$

$$= \frac{\partial}{\partial F}\left[\frac{\partial\left(\frac{C_0}{T}+\frac{C_h{}'DTF^2}{2}+\frac{\beta C_b{}'DT(1-F)^2}{2}+C_1 D(1-\beta)(1-F)\right)}{\partial F}\right],$$

$$= \frac{\partial}{\partial F}\left[C_h' DTF - \beta C_b' DT(1-F) - C_1 D(1-\beta)\right],$$

$$= C_h' DT + \beta C_b{}' DT .$$

$$|H_1| = g_{11} = \frac{2C_0}{T^3},$$

$$|H_2| = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix},$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial T \partial F} \\ \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F \partial T} & \frac{\partial^2 \mu(T,F)}{\partial F^2} \end{bmatrix},$$

$$= \left[\frac{2C_0}{T^3}(C_h' DT + \beta C_b{}' DT)\right] - \left[\left(C_h' DF - \beta C_b{}' D(1-F)\right)^2\right],$$

$$= \frac{2C_0}{T^2} D(C_h' + \beta C_b{}') - [(C_h{}'DF)^2 - 2C_h' D^2 C_b{}'\beta F + 2C_h' C_b{}'\beta D^2 F^2 + (\beta C_b{}'D)^2 - 2\beta^2 (C_b{}')^2 D^2 F + (\beta C_b{}'DF)^2] ,$$

$$= \frac{2C_0}{T^2} D(C_h' + \beta C_b{}') - (C_h{}'DF)^2 + 2C_h' D^2 C_b' \beta F - 2C_h' C_b' \beta D^2 F^2 - (\beta C_b{}'D)^2 + 2\beta^2 (C_b{}')^2 D^2 F - (\beta C_b{}'DF)^2 ,$$

$$= \frac{2C_0}{T^2} D(C_h' + \beta C_b{}') - F^2[(C_h{}'D)^2 + 2C_h' C_b{}' D^2 \beta + (\beta C_b{}'D)^2] + F[2C_h' C_b{}' D^2 \beta + 2\beta^2 (C_b{}')^2 D^2] - [\beta C_b{}'D]^2 ,$$

$$= \frac{2C_0}{T^2} D(C_h' + \beta C_b{}') - F^2\left[\left(D(C_h' + \beta C_b{}')\right)^2\right] + 2F\beta C_b' D[D(C_h' + \beta C_b{}')] - (\beta C_b{}'D)^2 ,$$

$= \frac{2G_0}{T^2} 2G_1 - F^2(2G_1)^2 + 2F2G_2(2G_1) - (2G_2)^2$,

$= \frac{4G_0G_1}{T^2} - 4{G_1}^2F^2 + 8G_1G_2 - 4{G_2}^2$.

Misalkan:

$$a = -4{G_1}^2 ,$$

$$b = 8G_1G_2 ,$$

$$c = \frac{4G_0G_1}{T^2} - 4{G_2}^2 ,$$

$$D = b^2 - 4ac ,$$

$$= (8G_1G_2)^2 - 4\left(-4{G_1}^2\right)\left(\frac{4G_0G_1}{T^2} - 4{G_2}^2\right) ,$$

$$= 64{G_1}^2{G_2}^2 - \left(-\frac{64{G_1}^3G_0}{T^2} + 64{G_1}^2{G_2}^2\right) ,$$

$$= 64{G_1}^2{G_2}^2 + \frac{64{G_1}^3G_0}{T^2} - 64{G_1}^2{G_2}^2 ,$$

$$= \frac{64{G_1}^3G_0}{T^2} ,$$

$|H_2| = \frac{64{G_1}^3G_0}{T^2}$, $D > 0$ untuk $G_1 > 0$

Karena $|H_1| > 0$ dan $|H_2| > 0$, maka terbukti bahwa fungsi biaya $\mu(T, F)$ adalah suatu fungsi yang bersifat *strictly convex* dan mempunyai nilai minimum.

Lampiran 5.
Listing Program Model EPQ *Backorder* Parsial

No	Listing Program
1	procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
2	var
3	D,P,C0,Ch,Cb,C1,beta,ChAk,CbAk,betaB,TB,FB,tp,IB,miuB, SB,BB,QB,temp1,temp2,temp3,temp4,temp5,temp6,sum : real;
4	begin
5	D:=StrToFloat(Edit1.Text);
6	P:=StrToFloat(Edit2.Text);
7	C0:=StrToFloat(Edit3.Text);
8	Cb:=StrToFloat(Edit4.Text);
9	Ch:=StrToFloat(Edit5.Text);
10	C1:=StrToFloat(Edit6.Text);
11	beta:=StrToFloat(Edit7.Text);
12	ChAk := Ch*(1-(D/P));
13	CbAk := Cb*(1-((beta*D)/P));
14	betaB := 1 - sqrt((2*C0*ChAk)/(D*C1*C1));
15	if (beta < betaB) then
16	begin
17	TB := sqrt((2*C0)/(D*Ch*(1-(D/P))));
18	miuB := sqrt(2*C0*Ch*D*(1-(D/P)));
19	QB := sqrt((2*C0*D)/(Ch*(1-(D/P))));
20	tp := QB/P;
21	IB := ((tp)*(P-D));
22	FB:=1;
23	end
24	else
25	begin
26	temp1 := (2*C0)/(D*ChAk);
27	temp2 := (ChAk+(beta*CbAk))/(beta*CbAk);
28	temp3 := sqr(((1-beta)*C1))/(beta*ChAk*CbAk);

```
      TB := sqrt((temp1*temp2)-temp3);

      temp4:= (1-beta)*C1;
      temp5:= beta*CbAk*TB;
      temp6:= TB*(ChAk+(beta*CbAk));
      FB := (temp4+temp5)/temp6;

      miuB:=ChAk*D*TB*FB;
      IB := FB*D*TB*(1-(D/P));

      sum :=D*TB;
      QB:=D*TB*(beta*(1-FB)+FB);
    end;

    Edit8.Text:=Format('%3.4f', [ChAk]);
    Edit9.Text:=Format('%3.4f', [CbAk]);
    Edit10.Text:=Format('%3.4f', [betaB]);

    SB:= (1-FB)*TB*D*(1-((beta*D)/P));
    BB:=beta*SB;

    StringGrid1.Cells[1,0]:= Format('%3.4f', [QB]);
    StringGrid1.Cells[1,1]:= Format('%3.4f', [TB]);
    StringGrid1.Cells[1,2]:= Format('%3.4f', [FB]);
    StringGrid1.Cells[1,3]:= Format('%3.4f', [miuB]);
    StringGrid1.Cells[1,4]:= Format('%3.4f', [IB]);
    StringGrid1.Cells[1,5]:= Format('%3.4f', [SB]);
    StringGrid1.Cells[1,6]:= Format('%3.4f', [BB]);

end;

procedure TForm1.GroupBox2Click(Sender: TObject);
begin
  StringGrid1.Cells[0,0]:= 'Q*';
  StringGrid1.Cells[0,1]:= 'T*';
  StringGrid1.Cells[0,2]:= 'F*';
  StringGrid1.Cells[0,3]:= 'miu*';
  StringGrid1.Cells[0,4]:= 'I*';
```

```
  StringGrid1.Cells[0,5]:= 'S*';
  StringGrid1.Cells[0,6]:= 'B*';

end;

procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
  StringGrid1.Cells[0,0]:= 'Q*';
  StringGrid1.Cells[0,1]:= 'T*';
  StringGrid1.Cells[0,2]:= 'F*';
  StringGrid1.Cells[0,3]:= 'miu*';
  StringGrid1.Cells[0,4]:= 'I*';
  StringGrid1.Cells[0,5]:= 'S*';
  StringGrid1.Cells[0,6]:= 'B*';

end;

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
var
  i : integer;
begin
Edit7.Clear;
Edit8.Clear;
edit9.Clear;
Edit10.Clear;
for i:=0 to 6 do
  StringGrid1.Cells[1,i]:='';
end;

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
begin
close;
end;
end.
```