

**PENERAPAN MODEL MULTI-LOGISTIC PADA
PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU GENJAH (*Saccharum
officinarum*)**

SKRIPSI

Oleh

WINDA DWI KRISMAWATI

0710953002



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**PENERAPAN MODEL MULTI-LOGISTIC PADA
PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU GENJAH (*Saccharum
officinarum*)**

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Oleh

WINDA DWI KRISMAWATI

0710953002



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2012**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PENERAPAN MODEL MULTI-LOGISTIC PADA PERTUMBUHAN
TANAMAN TEBU GENJAH (*Saccharum officinarum*)**

Oleh :

**Winda Dwi Krismawati
0710953002 – 95**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 13 Juli 2012
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika**

Pembimbing

Ketua Penguji

**Dr.Ir.Ni Wayan Surya W.,MS
NIP. 195511021981032001**

**Samingun Handoyo S.Si.,M.Cs
NIP. 197304151998021002**

**Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc
NIP. 196709071992031001**

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : WINDA DWI KRISMAWATI
NIM : 0710953002-95
Program Studi : Statistika
Penulisan Skripsi :
Berjudul :
Penerapan Model Multi-Logistic Pada Pertumbuhan Tanaman
Tebu Genjah (*Saccharum officinarum*)

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termasuk di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 17 Juli 2012

Yang menyatakan,

WINDA DWI K
NIM. 0710953002

PENERAPAN MODEL MULTI-LOGISTIC PADA PERTUMBUHAN TANAMAN TEBU GENJAH (*Saccharum officinarum*)

ABSTRAK

Model *Multi-Logistic* merupakan penggabungan dari beberapa model *logistic* dan dapat digunakan untuk menjelaskan pola pertumbuhan yang terdiri dari beberapa fase. Penelitian ini bertujuan menerapkan model *Multi-Logistic* untuk mengetahui laju pertumbuhan maksimum pada masing-masing fase pertumbuhan. Pendugaan parameter dilakukan dengan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Lavenberg Marquard*. Data yang digunakan adalah hasil penelitian BPTP kota Malang tentang tinggi tanaman tebu jenis Genjah varietas PS-865 yang terdiri dari tiga fase pertumbuhan yaitu fase pertunasan, pemanjangan batang dan pematangan. Berdasarkan $R_{adj}^2 \geq 0,98$ maka dapat dikatakan model *Multi-Logistic* sesuai diterapkan pada data tinggi tanaman tebu, baik tanaman yang diberi perlakuan pupuk hayati maupun pupuk anorganik. Laju pertumbuhan maksimum dapat dilihat dari besarnya nilai *Absolute Growth Rate* (AGR) dan *Relative Growth Rate* (RGR). Pada tanaman yang diberi pupuk anorganik, AGR fase pertama dan terakhir terjadi lebih awal dibandingkan tanaman yang diberi pupuk hayati, sedangkan untuk fase yang kedua terjadi sebaliknya. Nilai RGR pada perlakuan pupuk hayati di ketiga fase lebih besar dibandingkan tanaman dengan pupuk anorganik. Diharapkan hasil penelitian ini dapat membantu petani mengetahui saat-saat penting selama masa pertumbuhan tanaman tebu.

Kata kunci : Model *Multi-Logistic*, metode *Levenberg-Marquardt*, Tebu Genjah, AGR, RGR

THE APPLICATION OF MULTI-LOGISTIC MODEL TO THE GROWTH OF *GENJAH* SUGARCANE (*Saccharum officinarum*)

ABSTRACT

Multi-Logistic Model is an integration of several logistic models. This model can be used to interpret the pattern of growth comprising many phases. This study is aimed at applying Multi-Logistic models to determine maximum growth rate. Parameter estimation used nonlinear least square method with *Lavenberg-Marquard* iterations. The data used was the research results of BPTP Malang, about height data of Sugarcane Plant type Genjah varieties PS-865 and which has three phases namely budding, stem elongation, and maturation phase. Based on the $R_{adj}^2 \geq 0,98$ in each model, it can be said that the Multi-Logistic models are appropriate to be applied on Sugarcane plant height data, both plant with biological and non organic fertilizers. The maximum growth rate can be determined from Absolute Growth Rate (AGR) and Relative Growth Rate (RGR). The plant treated with non organic fertilizer have AGR in the first and third phase occur earlier than plants treated with biological fertilizer, whereas the opposite occurs for the second phase. RGR values in all three phases of biological treatment are higher than those given by non organic fertilizer. The results of this study is expected to help farmers learn important moments during the growth period of sugarcane.

Keywords: Multi-Logistic Model, Levenberg-Marquard method, *Genjah* sugarcane, AGR, RGR

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat, karunia, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul “**Penerapan Model Multi-Logistic Pada Pertumbuhan Tanaman Tebu Genjah (*Saccharum officinarum*)**”

Dengan terselesaikannya pelaksanaan dan penyusunan skripsi ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Ir. Ni Wayan Surya W., MS selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, masukan dan pengarahan dalam penyusunan skripsi.
2. Bapak Samingun Handoyo, SSi.,M.Cs selaku dosen ketua penguji yang telah memberikan bimbingan, masukan dan saran dalam penyusunan skripsi.
3. Ibu Eni Sumarminingsih, SSi.,MM selaku dosen penguji atas saran dan masukan yang diberikan.
4. Bapak Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc selaku ketua jurusan.
5. Kedua orang tua dan keluarga dari penulis yang telah membantu dan mendukung penulis dalam penyusunan skripsi.
6. Sahabat-Sahabat (Astri, Sandi, Gita, Salisa, Adysti dan Tutus) atas dukungan secara moral dan loyalitas.
7. Keluarga Kos Putri Kertosari 4 (Ayah, Ibu, Elish, Ayu, Okta, Esti, Nia dan Sinta).
8. Rekan-rekan pegawai BPTP Karangploso Malang atas bantuan dalam penyelesaian skripsi ini.
9. Seluruh staf dan karyawan Jurusan Matematika Universitas Brawijaya
10. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa Skripsi ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Malang, 31 Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR LAMPIRAN	xi
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	2
1.3. Batasan Masalah.....	2
1.4. Tujuan Penelitian.....	2
1.5. Manfaat Penelitian.....	3
BAB II. TINJAUAN UMUM DAN PERMASALAHAN	
2.1 Model <i>Logistic</i>	5
2.2 Model Multi- <i>Logistic</i>	6
2.3 Pendugaan Parameter Model Nonlinier.....	8
2.4 Iterasi <i>Lavenberg Marquard</i>	10
2.5 Pengujian Asumsi Terhadap Sisaan.....	10
2.6 Pemeriksaan Keakuratan Model	13
2.7 Uji Kesamaan Model	14
2.8 Tanaman Tebu Jenis Genjah.....	14
BAB III. METODE PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	17
3.2 Metode Penelitian	17

BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Diagram Pencar	21
4.2. Pendugaan Parameter.....	22
4.3. Pengujian Asumsi Sisaan.....	25
4.4. Pemeriksaan Keakuratan Model	26
4.5. Uji Kesamaan Model Regresi	26
4.6. Model Pertumbuhan Multi- <i>Logistic</i>	27

BAB V. KESIMPULAN

5.1. Kesimpulan.....	29
5.2. Saran	29

DAFTAR PUSTAKA	31
-----------------------------	----

LAMPIRAN	35
-----------------------	----



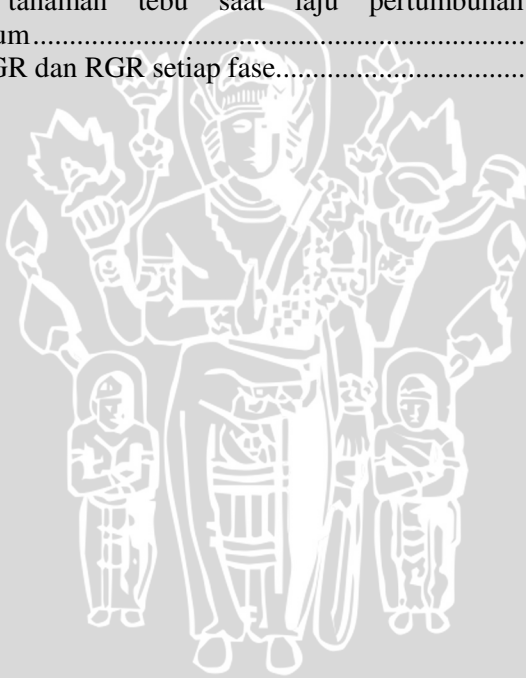
DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Kurva pertumbuhan <i>Logistic</i>	5
Gambar 2.2 Multi- <i>Logistic</i> terdiri dari 3 model <i>Logistic</i>	6
Gambar 2.3 Kurva AGR dan RGR terhadap Waktu.....	8
Gambar 2.4 Kaidah keputusan pada statistik d.....	13
Gambar 3.1 Diagram alir metode analisis.....	19
Gambar 4.1 Diagram pencar rata-rata tinggi tanaman tebu.....	21
Gambar 4.2 Hasil transformasi Fisher & Pry.....	24
Gambar 4.3 Kurva model pertumbuhan tebu.....	27



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Nilai kritis uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	11
Tabel 4.1 Nilai duga awal Model Multi- <i>Logistic</i>	22
Tabel 4.2 Hasil penduga parameter Model Multi- <i>Logistic</i>	23
Tabel 4.3 Model <i>Logistic</i>	23
Tabel 4.4 Hasil uji <i>Kolmogorov-Smirnov</i> semua model	25
Tabel 4.5 Hasil uji J.Szroeter semua model	25
Tabel 4.6 Hasil uji <i>Durbin Watson</i> semua model	26
Tabel 4.7 Analisis ragam pada data gabungan tanaman tebu.....	26
Tabel 4.8 Tinggi tanaman tebu saat laju pertumbuhan maksimum.....	27
Tabel 4.9 Nilai AGR dan RGR setiap fase.....	27



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Rata-rata tinggi tanaman tebu dengan pemberian pupuk hayati dan anorganik.....	35
Lampiran 2 Pembentukan komponen model <i>Multi-Logistic</i> pada tanaman tebu.....	37
Lampiran 3 Langkah-langkah menentukan nilai duga awal parameter.....	41
Lampiran 4 Hasil iterasi <i>Lavenberg Marquard</i>	47
Lampiran 5 Langkah-langkah dalam perhitungan iterasi <i>Levenberg Marquard</i>	57
Lampiran 6 Contoh soal sederhana penggunaan iterasi <i>Levenberg Marquard</i>	59
Lampiran 7 Hasil asumsi kenormalan sisaan dengan menggunakan Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i>	69
Lampiran 8 Hasil analisis ragam.....	71
Lampiran 9 Hasil AGR dan RGR masing-masing model.....	73

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pertumbuhan merupakan fase yang terjadi pada semua makhluk hidup, termasuk tanaman yang proses pertumbuhannya hampir tidak dapat digambarkan atau dipelajari dengan cara sederhana. Pertumbuhan adalah salah satu ciri yang terdapat dalam kehidupan organisme, di mana produk pertumbuhan bertambah menjadi lebih besar dan kompleks. Salah satu analisis statistika yang dapat digunakan untuk mengetahui hubungan antara produk pertumbuhan seperti tinggi tanaman, panjang akar, luas penampang daun, dan diameter batang terhadap waktu adalah analisis nonlinier. Proses pertumbuhan tanaman pada masa vegetatif awalnya lambat kemudian meningkat dengan pesat dan kembali melambat pada fase reproduktif, hal ini tergantung dari kegiatan metabolisme yang dibutuhkan oleh tumbuhan.

Laju pertumbuhan tanaman merupakan proses yang penting dalam kehidupan spesies untuk dipelajari dan berlangsung secara terus menerus sepanjang siklus hidupnya tergantung pada tersedianya meristem hasil asimilasi, hormon dan substansi pertumbuhan lainnya. Laju pertumbuhan tanaman dapat diketahui dengan melihat pola pertumbuhannya, biasanya berbentuk sigmoid (S). Pertumbuhan yang berbentuk sigmoid berlaku untuk semua makhluk hidup termasuk tumbuhan tebu.

Penelitian mengenai tinggi tanaman pernah dilakukan dengan menggambarkan pola pertumbuhan tanaman pada saat awal masa tanam sampai waktu tertentu, pola pertumbuhan tersebut digambarkan seperti bentuk S (*S-Shape*). Penelitian ini terus berkembang sampai model pertumbuhan *Bi-Logistic* misalnya digunakan untuk menganalisis sistem pertumbuhan pada tinggi tanaman secara kompleks (Meyer, 2005).

Model pertumbuhan *Multi-Logistic* merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan suatu sistem pertumbuhan secara kompleks di mana proses pertumbuhan tersebut berkelanjutan dari satu fase ke fase berikutnya. *Multi-Logistic* terdiri dari beberapa model *Logistic* yang pada dasarnya memiliki 3 parameter duga yaitu *carrying capacity*, koefisien laju pertumbuhan dan titik tengah pertumbuhan.

Tanaman Tebu Genjah varietas PS-865 merupakan tanaman yang memiliki siklus hidup antara 8-10 bulan dan merupakan jenis yang

paling banyak ditanam di daerah Kromengan. Pada penelitian ini digunakan data tinggi tanaman Tebu Genjah yang diberi perlakuan pupuk Hayati EM-7 dan pupuk Anorganik yang biasa digunakan oleh petani. Pengamatan dilakukan pada fase pertunasan sampai fase pematangan. Oleh karena pertumbuhan tanaman tebu terdiri dari beberapa fase, maka ingin diterapkan model pertumbuhan *Logistic* pada setiap fase, sehingga diharapkan hasil penelitian dapat memberikan informasi yang tepat untuk menggambarkan laju pertumbuhan secara komplek.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang terkait dalam penelitian adalah :

1. Apakah model laju pertumbuhan *Multi-Logistic* dapat menggambarkan pertumbuhan tanaman Tebu dengan baik?
2. Kapankah terjadinya laju pertumbuhan maksimum?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian adalah:

1. Peubah yang diamati adalah tinggi tanaman Tebu Genjah dengan perlakuan pupuk hayati dan pupuk anorganik.
2. Pengamatan dimulai dari fase pertunasan sampai fase pemasakan
3. Pengukuran tinggi tanaman dimulai dari umur ke-15 hst sampai umur ke-219 hst (Hari Setelah Tanam).
4. Metode penduga parameter yang digunakan adalah metode *Levenberg-Marquard*.
5. Pemeriksaan kebaikan model menggunakan R^2_{adj} .
6. Laju pertumbuhan digambarkan dengan AGR dan RGR.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian adalah:

1. Menerapkan model *Multi-Logistic* pada pertumbuhan tanaman Tebu Genjah.
2. Menduga model pertumbuhan tanaman Tebu Genjah.
3. Mengetahui laju pertumbuhan maksimum setiap fase pada tanaman Tebu Genjah.

1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan adalah dengan mengetahui laju pertumbuhan maksimum tanaman Tebu jenis Genjah, dapat membantu mengetahui saat-saat penting pertumbuhan tanaman tebu pada setiap fase pertumbuhan.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model *Logistic*

Analisis statistika yang banyak diterapkan dalam bidang pertanian adalah regresi nonlinier, dimana dasar-dasar yang digunakan sama seperti model linier yaitu (Kutner, dkk. 2004) :

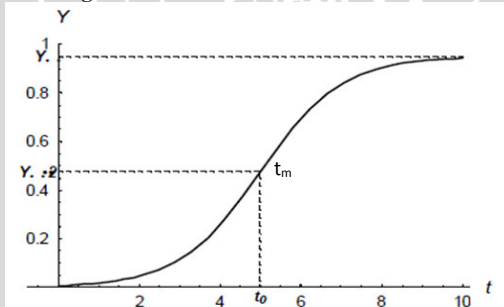
$$Y = f(x, \theta) + \varepsilon \quad (2.1)$$

dengan f adalah fungsi regresi dengan θ parameter yang harus diduga dan ε_i merupakan galat yang mengikuti sebaran normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2 .

Kurva nonlinier yang menyatakan hubungan antara pertumbuhan suatu obyek terhadap waktu sangat beragam. Penggunaan model yang tepat pada data yang tepat dapat menghasilkan interpretasi yang baik (Sanjoyo, 2006).

Model *Logistic* merupakan model pertumbuhan dengan kurva berbentuk sigmoid (*S-Shape*) dan simetris pada kedua asimtotnya. Pertumbuhan organisme baik hewan maupun tumbuhan biasanya mengikuti bentuk sigmoid. Biomassa tanaman mula-mula meningkat perlahan, kemudian cepat dan akhirnya kembali perlahan sampai konstan dengan penambahan umur tanaman (Campisi, dkk. 2002).

Berikut adalah kurva *logistic* :



Gambar 2.1 Kurva *Logistic* (Josens, dkk, 2001)

Gambar 2.1 merupakan kurva *Logistic* yang memiliki titik belok disekitar setengah dari umur individu ($\frac{t_{\infty}}{2}$) Titik belok didapat dari turunan kedua model *Logistic* terhadap waktu. (Josens, dkk , 2001).

Model *Logistic* ditulis (Kucharavy, 2008) :

$$N(t) = \frac{K}{1 + \exp(-at - b)} \quad (2.2)$$

di mana:

- $N(t)$: tinggi tanaman pada umur ke- t
 K : tinggi maksimum yang dicapai oleh tanaman
 a : konstanta laju pertumbuhan
 b : tetapan waktu saat kurva mencapai titik tengah pertumbuhan
 t : umur tanaman

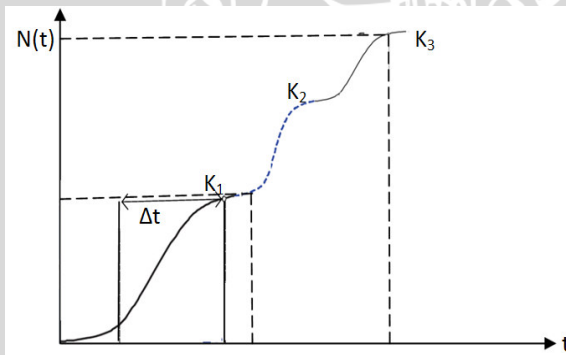
Pengembangan dari persamaan 2.2 yaitu dengan mensubstitusikan nilai $a = \ln(81)/\Delta t$ dan $b = -t_m a$, adalah (Meyer, 2005) :

$$N(t) = \frac{K}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right]} \quad (2.3)$$

Model *Logistic* persamaan 2.3 memiliki tiga parameter yang harus diketahui nilainya, yaitu tinggi maksimum yang dicapai oleh tanaman (K), interval laju pertumbuhan (Δt) dan titik belok (t_m).

2.2 Model *Multi-Logistic*

Model *Multi-Logistic* merupakan gabungan lebih dari dua model *Logistic*. Model ini baik digunakan untuk merepresentasikan pertumbuhan organisme yang dalam proses pertumbuhannya mengalami beberapa fase. Setiap model terdiri dari tiga parameter (Campisi, dkk. 2002). Contoh pertumbuhan model *Multi-Logistic* dengan tiga komponen model *Logistic* dapat dilihat seperti berikut :



Gambar 2.2 *Multi-Logistic* terdiri dari 3 model *Logistic* (Mayer, dkk., 2005)

Model *Multi-Logistic* dirumuskan sebagai berikut (Mayer, dkk. 2005):

$$N(t) = N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t) \quad (2.4)$$

$$N_i(t) = \frac{K_i}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t_i}(t - t_{mi})\right]} \quad (2.5)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

di mana :

$N_i(t)$: tinggi tanaman pada umur ke- t

K_i : tinggi maksimum yang dicapai oleh tanaman pada model *Logistic* pertama, kedua, sampai ke- i

$\ln(81)$: nilai tetapan

Δt_i : interval laju pertumbuhan model *Logistic* pertama, kedua, sampai ke- i

t : umur tanaman

t_{mi} : titik tengah pertumbuhan (waktu) pada masing-masing model

Menurut Hunt (2003) Laju pertumbuhan Absolut (*Absolute Growth Rate*) secara umum dirumuskan :

$$AGR = \frac{dN(t)}{dt} \quad (2.6)$$

Sehingga AGR untuk model *Logistic* dirumuskan :

$$AGR = \frac{dN(t)}{dt} = \frac{ak \exp(-at-b)}{(1 + \exp(-at-b))^2} \quad (2.7)$$

Menurut Gaba, kurva AGR menggambarkan peningkatan biomasa yang sama pada semua tanaman terhadap selang pengamatan tertentu, walaupun memiliki siklus hidup yang berbeda. Sedangkan untuk laju pertumbuhan *Relative growth rate* (RGR) secara umum menggambarkan perbedaan ukuran tanaman yang dinyatakan berdasarkan selang waktu tertentu walaupun tanaman tersebut berada pada lingkungan yang sama, umur yang sama maupun diberikan perlakuan yang sama, RGR dituliskan sebagai:

$$RGR = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} \quad (2.8)$$

Sehingga RGR untuk model *Logistic* dirumuskan :

$$RGR = \frac{ak \exp(-at-b)}{1 + \exp(-at-b)} \quad (2.9)$$

bsolute growth rate



ative growth rate



Gambar 2.3 Kurva AGR dan RGR terhadap waktu (Hunt, 2003)

Transformasi Fisher digunakan untuk mencari hubungan dari model-model *Logistic* yang membentuk *Multi-Logistic*. Model pertumbuhan *Multi-Logistic* diubah dalam bentuk linier dengan transformasi Fisher (Kucharavy, 2007) agar lebih mudah dalam interpretasi model.

Masing-masing model ditransformasi dengan persamaan :

$$FP(t) = \frac{F(t)}{1-F(t)} \quad (2.10)$$

di mana $F(t) = \frac{N(t)}{k}$

Transformasi pada masing-masing model logistik dituliskan $FP_i(t) = \frac{F_i(t)}{1-F_i(t)}$ dengan $F_i(t) = \frac{N_i(t)}{k_i}$ dimana $i = 1, 2, \dots, n$.

Persentase pertumbuhan dapat diketahui dengan mensubstitusikan persamaan 2.10 dalam persamaan 2.5 sehingga menjadi :

$$N_i(t) = \frac{k_i}{1 + \exp[-\ln(FP_i(t))]} \times 100\% \quad (2.11)$$

di mana $\ln FP_i(t) = \frac{\ln(81)}{\Delta t} (t - t_m)$

2.3 Pendugaan Parameter Model Nonlinier

Penduga parameter pada model nonlinier biasanya menggunakan metode kuadrat terkecil atau metode maksimum likelihood. Kedua metode ini memerlukan perhitungan yang intensif untuk itu diperlukan bantuan komputer (Kutner dkk, 2004).

Secara umum model nonlinier dapat ditulis sebagai berikut (Sanjoyo, 2006) :

$$Y = f(X, \theta) + e$$

dimana:

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$$

$$f(X, \theta) = [f(x_1, \theta), f(x_2, \theta), \dots, f(x_n, \theta)]'$$

$$e = (e_1, e_2, \dots, e_n)'$$

Jumlah Kuadrat Sisa (JKS) untuk model nonlinier adalah:

$$JKS = e'e = [Y - f(X, \theta)]'[Y - f(X, \theta)] \quad (2.12)$$

dengan asumsi galat menyebar normal, nilai tengah nol dan ragam σ^2 .

Pendugaan parameter θ dapat dilakukan dengan meminimumkan JKS.

Untuk mendapatkan $\hat{\theta}$, persamaan 2.13 diturunkan parsial terhadap θ , sehingga menghasilkan p persamaan normal, dimana p bergantung pada banyaknya parameter yang menyusun model.

Persamaan normal yang terbentuk dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} \frac{\partial JKS}{\partial \theta} = -2 \left[\frac{\partial f(X, \theta)'}{\partial \theta} \right] [Y - f(X, \theta)] = 0 \\ [Y - f(X, \theta)] \left[\frac{\partial f(X, \theta)'}{\partial \theta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Penentuan nilai duga parameter model nonlinier digunakan metode iterasi, yaitu suatu proses perhitungan yang diulang-ulang sampai ditemukan penduga yang konvergen. Salah satu metode yang terkenal adalah metode iterasi *Levenberg-Marquard*. Metode iterasi tersebut membutuhkan nilai duga awal bagi parameter model, nilai duga awal yang baik akan membuat iterasi semakin efisien.

Menurut Draper dan Smith (1992), ada beberapa cara untuk menentukan nilai duga awal parameter dalam model nonlinier yaitu:

1. Mensubstitusikan nilai x_i mendekati nol atau tak hingga ke dalam model untuk menduga parameter model. Selanjutnya mensubstitusikan nilai parameter yang telah diduga dan nilai x_i tertentu ke dalam model untuk mendapatkan nilai parameter lain yang belum diduga.
2. Mencari nilai duga awal parameter dari θ buah parameter dengan cara mensubstitusikan p pasangan amatan (x_i, y_i) sebanyak parameter ke dalam model. Selanjutnya p buah persamaan tersebut diselesaikan untuk mendapatkan nilai duga parameter model.

2.4 Iterasi Lavenberg Marquard

Iterasi *Lavenberg-Marquard* akan menghasilkan kekonvergenan dan proses konvergensinya lebih cepat dibandingkan dengan metode lain. Iterasi *Lavenberg-Marquard* pada dasarnya seperti metode iterasi *Gauss Newton* yaitu meminimumkan JKS, bedanya hanya terletak pada penambahan perkalian skalar λ dan matriks identitas I (Draper dan Smith, 1992).

$$\theta^{j+1} = \theta^j - \left[\mathbf{z}(\theta^{(j)})' \mathbf{z}(\theta^{(j)}) + \lambda^j I \right]^{-1} \left[\mathbf{z}(\theta^{(j)}) (W - f(t, \theta^{(j)})) \right]; \quad (2.14)$$

$j = 1, 2, \dots, m$

dengan,

$$\mathbf{z}(\theta) = \frac{\partial f(t, \theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, B)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_n, B)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}$$

di mana :

p : banyak parameter yang diduga

θ : parameter-parameter yang diduga

I : matriks identitas

λ_n : nilai positif terkecil

2.5 Pengujian Asumsi Terhadap Sisaan

Pengujian kesesuaian model merupakan hal yang harus dilakukan setelah model regresi terbentuk, baik linier maupun nonlinier. Model dikatakan sesuai apabila memenuhi asumsi yang ditentukan.

1. Asumsi Kenormalan

Uji asumsi kenormalan sisaan dilakukan untuk membuktikan bahwa sisaan mengikuti sebaran normal. Salah satu metode untuk menguji kenormalan sisaan adalah uji *Kolmogorov Smirnov*.

Hipotesis yang diuji adalah:

H_0 : sisaan menyebar normal, lawan

H_1 : sisaan tidak menyebar normal

Statistik uji :

$$D_n = \text{Maks} [F_n(y) - F_0(y)] \quad (2.15)$$

di mana:

D_n : jarak tegak maksimum antara fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_n(y)$: sebaran kumulatif contoh

$F_0(y)$: sebaran kumulatif menyebar normal.

Nilai-nilai $D(\alpha)$ dengan berbagai taraf nyata disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2.1. Nilai kritis uji Kolmogorov Smirnov

α	0,01	0,05	0,1
$D(\alpha)$	$1,63 / \sqrt{n}$	$1,36 / \sqrt{n}$	$1,22 / \sqrt{n}$

H_0 diterima jika $D_{maks} < D(\alpha)$, artinya sisaan menyebar normal. Ketidaknormalan yang terjadi pada sisaan dapat diatasi dengan cara transformasi. Menurut Kutner (2004) apabila sisaan masih menyebar tidak normal, maka bisa diatasi dengan transformasi data $N' = \log N$ dimana N adalah peubah respon dan peubah prediktor.

2. Asumsi Kehomogenan Ragam

Menurut Gujarati (2003), pengujian asumsi kehomogenan dapat dilakukan secara grafis dilakukan plotting data antara dugaan peubah respon dengan e_t^2 , kemudian dilihat pola sebaran titik-titiknya. Jika memiliki pola hubungan tertentu maka dapat disimpulkan terdapat heteroskedastitisas, dan sebaliknya jika membentuk pola acak, maka data tersebut memenuhi asumsi kehomogenan ragam sisaan.

Disamping pengujian melalui metode grafis dapat juga dilakukan dengan uji J . Szroeter. Menurut (Dielman, 1991) yaitu:

$$Q = \left[\frac{6n}{n^2-1} \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\sum_{i=1}^n i e_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - \frac{n+1}{2} \right] \quad (2.16)$$

di mana:

n : banyak pengamatan

e_i : sisaan ke- i .

Hipotesis yang melandasi pengujian ini adalah:

H_0 : ragam sisaan konstan, lawan

H_1 : ragam sisaan tidak konstan

Pada taraf nyata sebesar α jika $Q \leq Z_{\alpha/2}$ H_0 diterima, yang berarti ragam sisaan homogen. Apabila asumsi kehomogenan ragam sisaan tidak terpenuhi, maka pendugaan parameter dilakukan dengan metode *weighted least square* (Gujarati, 2003).

3. Asumsi Non Autokorelasi

Autokorelasi didefinisikan sebagai korelasi antara anggota serangkaian observasi yang diurutkan menurut waktu atau ruang. Autokorelasi dapat terjadi karena beberapa alasan, antara lain karena tidak dimasukkannya beberapa peubah yang penting dalam model atau karena bentuk model yang tidak benar.

Model regresi membutuhkan asumsi bahwa sisaan suatu amatan tidak dipengaruhi oleh sisaan amatan lain. Terjadinya autokorelasi menyebabkan:

1. Penduga ragam sisaan terlalu rendah dari yang sebenarnya.
2. Penduga parameter menyimpang jauh dari nilai yang sebenarnya.

Selang kepercayaan bagi parameter menjadi lebar sehingga pengujian kurang meyakinkan. Secara grafis pemeriksaan asumsi non autokorelasi sisaan dapat dilakukan dengan membuat plot antara sisaan terhadap waktu. Jika pola berbentuk acak, maka tidak terdapat autokorelasi. Secara analitis dapat diselesaikan dengan statistik Durbin Watson, yaitu (Sanjoyo, 2006) :

$$d = \frac{\sum_{i=2}^N (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^N e_i^2} \quad (2.17)$$

di mana :

e_i : sisaan pada pengamatan ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$

e_{i-1} : sisaan pada pengamatan ke- $(i-1)$

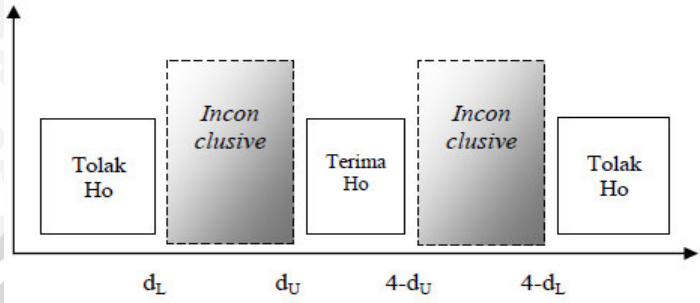
Hipotesis yang melandasi pengujian ini adalah:

H_0 : pola sisaan acak (tidak terjadi autokorelasi antar sisaan) , lawan

H_1 : pola sisaan tidak acak (terjadi autokorelasi antar sisaan)

Kaidah keputusan yang digunakan berdasarkan titik-titik kritis d_L dan d_U dengan aturan sebagai berikut :

1. $d < d_L$ atau $d > (4 - d_L)$, maka tolak H_0 .
2. $d_u < d < (4 - d_u)$, maka terima H_0 .
3. $d_L \leq d \leq d_u$, maka belum menghasilkan keputusan yang pasti.



Gambar 2.4 Kaidah keputusan pada statistik d

Menurut Kutner, dkk (2004) autokorelasi dapat diatasi dengan beberapa cara, yaitu :

1. Menambah peubah prediktor
2. Melakukan transformasi peubah

Transformasi dilakukan pada semua peubah, yaitu peubah respon dan peubah prediktor dengan rumus :

$$Y'_t = Y_t - \rho Y_{t-1} \quad (2.18)$$

$$X'_t = X_t - \rho X_{t-1} \quad (2.19)$$

2.6 Pemeriksaan Keakuratan Model

Keakuratan model digunakan untuk memeriksa kesesuaian model terhadap data. Pemeriksaan keakuratan model dalam penelitian ini menggunakan koefisien determinasi (R^2). Koefisien determinasi (R^2) merupakan ukuran dari total keragaman yang dapat diterangkan oleh model. Menurut Motulsky dan Christopoulos (2003), koefisien determinasi memiliki besaran non negatif dan besarnya koefisien determinasi terletak antara nilai 0 sampai 1. Nilai R^2 yang tinggi mengindikasikan bahwa model yang terbentuk telah mendekati data sesungguhnya. Koefisien determinasi (R^2) dirumuskan :

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} \quad (2.20)$$

di mana :

JKR : Jumlah Kuadrat Regresi

JKT : Jumlah Kuadrat Total

Menurut Draper dan Smith (1993), ada statistik lain yang erat hubungannya dengan R^2 , yaitu koefisien determinasi terkoreksi ($R^2_{adjusted}$) yang dikoreksi sebagai:

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{JKS/(n-p)}{JKT/(n-1)} \quad (2.21)$$

di mana:

- JKS : Jumlah Kuadrat Sisa
 p : Banyaknya parameter model
 n : Banyaknya pengamatan

2.7 Uji Kesamaan Model

Untuk mengetahui kesamaan beberapa model regresi, digunakan Uji *Chow*. Uji ini dapat digunakan untuk menguji kesamaan model pada regresi linier maupun regresi nonlinear (Lee, 2008)

Hipotesis yang diuji adalah :

- H_0 : Kedua model regresi memiliki parameter yang sama
 H_1 : Kedua model regresi memiliki parameter yang berbeda

$$\text{Statistik uji } F = \frac{(JKS - JK_{S1} - JK_{S2})/p}{\frac{JK_{S1} + JK_{S2}}{n_1 + n_2 - 2p}} \sim F_{[p, (n_1 + n_2 - 2p)]}^\alpha \quad (2.22)$$

di mana :

- JKS : Jumlah Kuadrat Sisa data gabungan
 JK_{S1} : Jumlah Kuadrat Sisa data pertama
 JK_{S2} : Jumlah Kuadrat Sisa data kedua
 p : Banyaknya parameter
 n_1 : banyak pengamatan pada data pertama
 n_2 : banyak pengamatan pada data kedua

H_0 ditolak pada taraf nyata α , apabila $F > F_{[p, (n_1 + n_2 - 2p)]}^\alpha$ artinya kedua model regresi memiliki parameter yang tidak sama walaupun berasal dari peubah respon dan peubah prediktor sama dan H_0 diterima pada taraf nyata α , apabila $F < F_{[p, (n_1 + n_2 - 2p)]}^\alpha$ artinya kedua model regresi memiliki parameter yang sama.

2.8 Tanaman Tebu Jenis Genjah

Tebu atau *Saccharum officinarum* merupakan salah satu tanaman yang paling efisien dalam mengkonversi energi matahari menjadi energi kimia dalam bentuk gula melalui proses fotosintesis. Gula sebagai energi kimia tanaman disimpan di dalam batang tebu (James, 2004).. Efisiensi tanaman tebu dalam mengkonversi sinar matahari menjadi gula dinilai melalui rendemen. Semakin tinggi nilai rendemen berarti semakin efisien tanaman tebu tersebut. Menurut Soeprpto (1989) batang tebu terdiri dari beberapa ruas yang disekat oleh buku-buku.

Panjang satu ruas berkisar 15-25 cm. Ruas yang terbentuk pada awal pertumbuhan pendek, semakin dewasa ruasnya semakin panjang, selanjutnya semakin mendekati pucuk panjang ruasnya semakin berkurang. Potensi bobot batang tebu 2-3 kg dengan tinggi batang dapat mencapai 2-5 meter. Panjang ruas batang tebu sangat dipengaruhi oleh faktor luar antara lain iklim, kesuburan tanah, keadaan air, dan penyakit. James (2004) menambahkan setiap ruas mengandung kayu dan kulit berlilin (epidermis). Kulit berlilin mengelilingi jaringan yang lebih lunak (parenkim) dan disekat oleh fiber (berkas vaskular). Lapisan lilin menghindarkan dari kehilangan air akibat evaporasi batang. Kulit yang berserat memberikan kekuatan dan kekakuan.

Menurut Sutardjo (2002) siklus kehidupan tebu terbagi menjadi lima fase yaitu perkecambahan mata merupakan fase kritis bagi kehidupan tanaman tebu, fase pertunasan yaitu tumbuhnya anakan tunas dari batang pohon tebu hingga membentuk rumpun tebu, fase pemanjangan batang yaitu pertumbuhan memanjang yang terjadi pada tajuk daun, akar dan batang. Pada fase ini energi foto reaksi digunakan untuk membentuk jaringan-jaringan meristem tumbuhan. Fase pemasakan yaitu pengisian batang-batang tebu dengan gula (sukrosa) hasil proses fotosintesis tanaman dan terakhir fase kematian fase ini tanaman tebu mulai mati setelah melalui kemasakan optimum.

Menurut Sastrowijono (1991) perubahan fase, menyebabkan setiap makhluk hidup mengalami fase deferensiasi sel atau masa pertumbuhan terbatas. Beberapa sel berhenti berfungsi, kemudian membelah dan membentuk protoplasma baru untuk melakukan metabolisme tingkat lanjut. Masa deferensi sel tidak berlangsung lama, tergantung proses metabolisme yang dibutuhkan organisme. Pada tanaman Tebu, rentang waktu fase deferensiasi sel berbeda-beda tergantung pada varietas yang digunakan. Keadaan seperti ini biasa dinamakan sebagai masa peralihan dari fase sebelumnya menuju fase berikutnya.

Pupuk hayati banyak dikenal dengan sebutan biofertilizer. Ada yang juga menyebutnya pupuk bio. Apapun namanya pupuk hayati bisa diartikan sebagai pupuk yang hidup atau berasal dari mikroorganisme hidup. Sebenarnya nama pupuk kurang cocok, karena pupuk hayati tidak mengandung hara. Pupuk hayati tidak mengandung N, P, dan K. Kandungan pupuk hayati adalah mikroorganisme yang memiliki peranan positif bagi tanaman. Kelompok mikroba yang sering digunakan adalah mikroba-mikroba yang menambat N dari udara, mikroba yang

malarutkan hara (terutama P dan K), mikroba-mikroba yang merangsang pertumbuhan tanaman.

Pupuk Anorganik adalah pupuk yang dibuat oleh pabrik-pabrik pupuk dengan meramu bahan-bahan kimia anorganik berkadar hara tinggi. Pupuk anorganik juga disebut dengan pupuk buatan biasanya mengandung unsur hara N, P dan K (Lingga dan Marsono, 2000).

Pertumbuhan tinggi tanaman tebu membentuk pola sigmoid karena proses awal lambat kemudian cepat dan pada akhirnya kembali melambat ketika tumbuhan tersebut memasuki fase berikutnya, proses seperti ini akan kembali terulang sampai tanaman tersebut mencapai batas usia maksimal. Model yang dapat menggambarkan proses yang berkelanjutan salah satunya adalah model *multi-logistic*.



BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder tanaman Tebu Genjah varietas PS-865 yang diperoleh dari Balai Pengkajian Teknologi Pertanian Kota Malang, dengan pengamatan tiga kali dalam seminggu sampai hari ke-219 (hst). Pemberian pupuk hayati dan anorganik sesuai anjuran yaitu berturut-turut sebesar 175 kg/ha dan 300 kg/ha. Peubah yang diamati adalah tinggi tanaman (cm) yang merupakan peubah respon dan waktu (hst) merupakan peubah prediktor. Analisis data menggunakan bantuan *software* SPSS dan Loglet Lab.

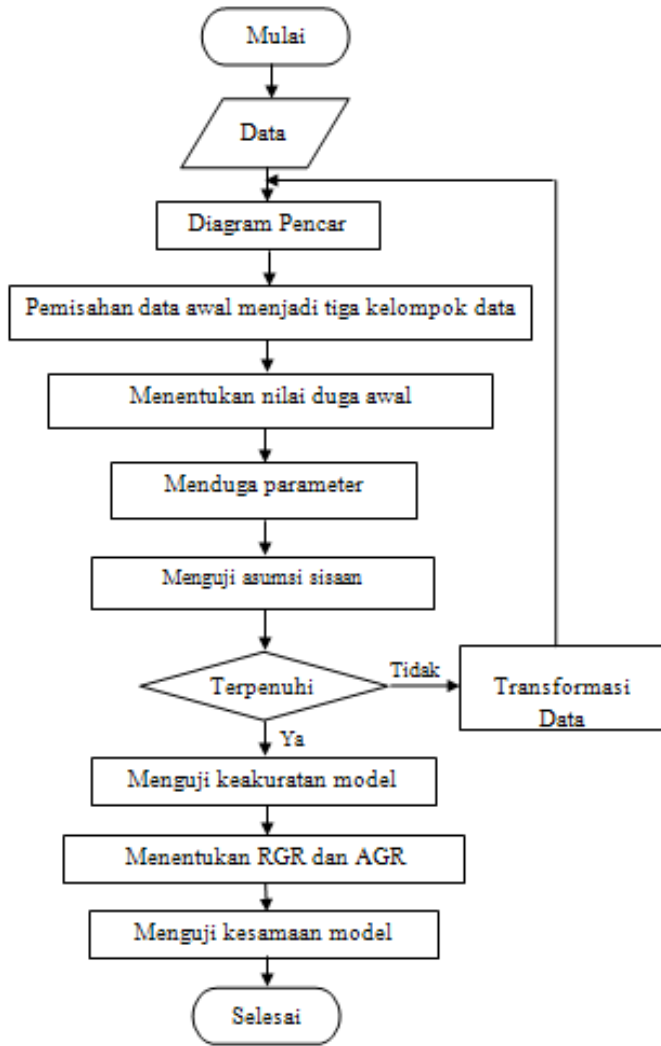
3.2 Metode Analisis

Tahapan analisis sebagai berikut :

1. Membuat diagram pencar antara tinggi tanaman terhadap waktu
2. Memisahkan setiap kelompok data menjadi sekumpulan data sesuai masing-masing fase.
3. Untuk memudahkan pendugaan awal parameter, titik pertama pada model *Logistic* pertama dan titik pertama pada model *Logistic* kedua dan ketiga ditempatkan sehingga mempunyai tinggi tanaman yang sama.
4. Menentukan nilai duga awal bagi parameter setiap model pertumbuhan *Logistic* ($k_0, \Delta t_0, tm_0$) dengan proses
 - a. Menghitung nilai $k_0 = \log_{t \rightarrow \infty} N(t)$.
 - b. Mensubstitusikan dua pasangan amatan ($t_n, N(t_n)$) dari data ke dalam persamaan (2.2).
 - c. Mensubstitusikan dua persamaan yang terbentuk untuk mendapatkan nilai a_0 dan b_0
 - d. Mensubstitusikan nilai a_0 ke dalam persamaan $a = \ln(81) / \Delta t$, untuk mendapatkan nilai Δt_0 .
 - e. Mensubstitusikan nilai b_0 ke dalam persamaan $b = -t_m a$, untuk mendapatkan nilai t_m .
5. Menduga parameter menggunakan metode kuadrat terkecil nonlinier dengan iterasi *Levenberg Marquardt* sesuai dengan persamaan 2.14.

6. Menguji asumsi sisaan (asumsi autokorelasi, kehomogenan ragam sisaan, asumsi kenormalan sisaan) sesuai dengan subbab 2.5. Jika ketiga asumsi tidak terpenuhi, maka dilakukan transformasi data, kemudian melakukan langkah ketiga dengan menggunakan data transformasi.
7. Menguji parameter model
8. Menguji keakuratan model berdasarkan persamaan 2.22.
9. Menghitung laju pertumbuhan AGR dan RGR setiap model.
10. Menguji kesamaan model berdasarkan persamaan 2.23.





Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Analisis

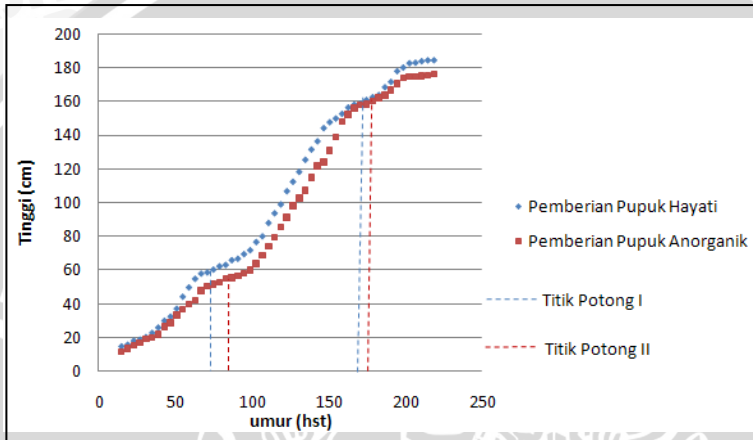
UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diagram Pencar

Diagram pencar tinggi tanaman tebu dengan pupuk hayati dan pupuk anorganik (cm) terhadap umur (hst) dapat dilihat seperti berikut:



Gambar 4.1 Diagram Pencar Rata-Rata Tinggi Tanaman Tebu

Gambar 4.1 menggambarkan hubungan antara tinggi rata-rata tanaman Tebu Genjah terhadap umur (hst) dengan pemberian pupuk hayati maupun anorganik. Diagram pencar tersebut mengikuti pola sigmoid, sehingga terdapat indikasi bahwa model pertumbuhan *Multi-Logistic* dapat digunakan untuk mendekati pola data pertumbuhan tanaman tebu. Fase pertama, pertunasan terjadi sekitar umur 15-83 hst dan pada umur 75-87 hst pertumbuhan batang menjadi konstan hal ini dikarenakan proses pertumbuhan memasuki masa determinat vegetatif (pertunasan) yaitu terjadi perubahan unsur hara yang diserap oleh tanaman sebagai tanda memasuki fase berikutnya (fase pemanjangan batang), fase kedua pemanjangan batang terjadi dari umur 84-171 hst begitu juga pada umur 167-175 hst terjadi determinat masa pemanjangan batang sebagai tanda memasuki fase berikutnya dimana penyerapan unsur hara dan foto reaksi digunakan untuk pengoptimalan tinggi tebu dan pembentukan selulosa. Fase yang ketiga pemasakan terjadi sekitar umur 172-219 hst pada fase ini foto reaksi masih terjadi

untuk proses pengisian batang tebu dengan sukrosa hasil proses foto reaksi.

4.2 Pendugaan Parameter

Untuk mempermudah menentukan nilai duga awal, maka pada setiap perlakuan dilakukan pemisahan data menjadi beberapa kumpulan data, sehingga masing-masing dapat diduga dengan model *logistic*.

Model *Multi-Logistic* pada data tinggi tanaman tebu terdiri dari 9 parameter yaitu k_1 , k_2 , k_3 , Δt_1 , Δt_2 , Δt_3 , t_{m1} , t_{m2} , dan t_{m3} . Langkah-langkah untuk mendapatkan nilai duga awal parameter model *Multi-Logistic* selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 3 dan dirangkum pada tabel berikut:

Tabel 4.1 Nilai Duga Awal Model *Multi-Logistic*

Parameter	Tanaman Tebu	
	Pupuk Hayati	Pupuk Anorganik
k_1	63,52	55,68
k_2	111,70	114,75
k_3	41,46	30,48
Δt_1	62,16	71,33
Δt_2	63,11	73,96
Δt_3	16,74	32,59
t_{m1}	42,84	43,85
t_{m2}	119,77	127,78
t_{m3}	188,56	183,68

Nilai duga awal parameter pada Tabel 4.1 digunakan sebagai nilai duga parameter pada model *Multi-Logistic* yang akan diperbaiki dengan proses iterasi *Levenberg-Marquard* dengan bantuan SPSS 16. Hasil penduga parameter model *Multi-Logistic* dapat dilihat pada Lampiran 4 dan dirangkum pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 Hasil Penduga Parameter Model *Multi-Logistic*

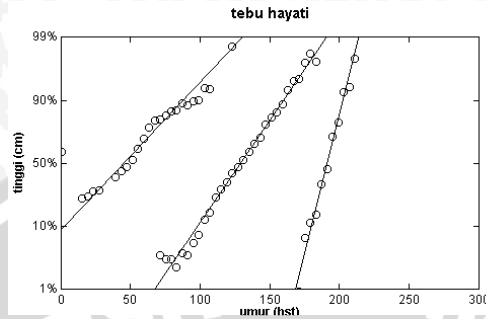
Parameter	Tanaman Tebu	
	Pupuk Hayati	Pupuk Anorganik
k_1	65,35	50,97
k_2	90,52	116,01
k_3	21,31	6,75
t_{m1}	44,89	30,24
t_{m2}	116,34	113,42
t_{m3}	201,82	180,42
Δt_1	87,33	86,69
Δt_2	53,68	74,00
Δt_3	21,87	21,74

Dari parameter pada tabel 4.2, model *multi-Logistic* yang terbentuk untuk setiap fase ditulis pada tabel 4.3.

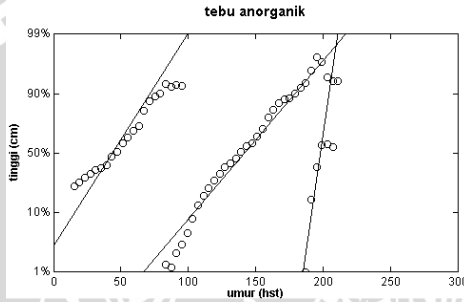
Tabel 4.3 Model *Logistic*

Jenis Pupuk	Umur (hst)	Model <i>Multi-Logistic</i> yang terbentuk
Hayati	15-83	$\frac{65,35}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{87,33}(t - 44,89)\right)}$
	84-171	$\frac{90,52}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{53,68}(t - 116,34)\right)}$
	172-219	$\frac{21,31}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{21,87}(t - 201,82)\right)}$
Anorganik	15-87	$\frac{50,97}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{86,69}(t - 30,24)\right)}$
	88-171	$\frac{116,01}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{74,00}(t - 113,42)\right)}$
	172-219	$\frac{6,75}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{21,74}(t - 180,42)\right)}$

Komponen-komponen model yang menyusun model *Multi-Logistic* dapat dilihat pada Lampiran 2, sedangkan hasil transformasi Fisher & Pry untuk data pertumbuhan tanaman tebu disajikan Gambar 4.2 a dan b seperti berikut :



(a)



(b)

Gambar 4.2 Hasil Transformasi Fisher&Pry

Berdasarkan hasil transformasi Fisher & Pry pada tanaman tebu dengan pupuk hayati kurva *Multi-Logistic* yang terbentuk adalah *Sequential* bentuk kurva ini terjadi apabila lebih dari dua model *Logistic* yang menyusun model *Multi-Logistic* mempunyai interval laju pertumbuhan yang hampir sama, sedangkan untuk tanaman tebu dengan pupuk Anorganik kurva *Multi-Logistic* yang terbentuk adalah *Converging*. Bentuk kurva ini terjadi apabila beberapa model *Logistic* yang menyusun model *Multi-Logistic* mempunyai interval laju pertumbuhan yang lebih pendek daripada model logistik sebelumnya. Hal ini menggambarkan bahwa model *Logistic* pertama memiliki proses pertumbuhan yang cepat.

4.3 Pengujian Asumsi Sisaan

Untuk mengetahui pemenuhan asumsi sisaan yang diperoleh, dilakukan pengujian asumsi yang melandasi persamaan regresi. Pengujian asumsi tersebut sebagai berikut :

1. Asumsi Kenormalan Sisaan

Hasil pengujian asumsi kenormalan sisaan menggunakan uji Kolmogorov Smirnov dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran 7 dan dirangkum pada Tabel 4.4 :

Tabel 4.4 Hasil Uji Kolmogorov Smirnov Semua Model

Model Pertumbuhan	Jenis Perlakuan	P-Value	Keputusan	Kesimpulan
Multi-Logistic Tebu	Pupuk Hayati	0,322	Terima H_0	Sisaan Normal
	Pupuk Anorganik	0,236	Terima H_0	Sisaan Normal

Berdasarkan hasil pengujian dapat diketahui bahwa pada α 5%, uji asumsi kenormalan sisaan dengan Kolmogorov Smirnov menunjukkan bahwa semua model menghasilkan nilai p-value $> 0,05$ maka H_0 diterima pada taraf nyata 5%, dan disimpulkan sisaan untuk semua model menyebar normal.

2. Asumsi Kehomogenan Ragam

Pengujian asumsi kehomogenan ragam sisaan menggunakan uji J.Szroeter selengkapnya dapat dilihat pada tabel 4.5 berikut :

Tabel 4.5 Hasil Uji j Szroeter (Q) Semua Model

<i>Multi-Logistic</i>	Uji J. Szroeter (Q)	Keputusan	Kesimpulan
Pupuk Hayati	0,203	Terima H_0	Ragam Sisaan Homogen
Pupuk Anorganik	0,127	Terima H_0	Ragam Sisaan Homogen

Uji asumsi kehomogenan ragam sisaan pada semua model menggunakan statistik uji J. Szroener menunjukkan nilai $Q < Z_{0,025}$ dimana $Z_{0,025}$ bernilai 1,960 maka H_0 diterima pada taraf nyata sebesar 5%, sehingga uji asumsi kehomogenan ragam sisaan terpenuhi.

3. Asumsi Non Autokorelasi

Hasil pengujian asumsi non-autokorelasi sisaan menggunakan uji Durbin-Watson dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.6 Hasil Uji Durbin Watson Semua Model

<i>Multi-Logistic</i>	Nilai statistikd	dL	dU	Keputusan	Kesimpulan
Pupuk Hayati	1,670	1,583	1,641	Terima H_0	Pola sisaan acak
Pupuk Anorganik	1,671	1,583	1,641	Terima H_0	Pola sisaan acak

Hasil pengujian asumsi non-autokorelasi pada kedua perlakuan menggunakan uji Durbin Watson menunjukkan nilai $d_u < d < 4-d_u$, maka disimpulkan tidak terdapat korelasi antar sisaan.

4.4 Pemeriksaan Keakuratan Model

Pemeriksaan keakuratan model berdasarkan R_{adj}^2 menunjukkan bahwa model *Multi-Logistic* sesuai digunakan untuk mendekati model pertumbuhan tanaman tebu, dengan nilai R_{adj}^2 pada perlakuan pupuk hayati 0,995 dan pupuk anorganik 0,984. Hal tersebut mengindikasikan bahwa kurang lebih 98% total keragaman tanaman tebu dapat dijelaskan oleh model regresi yang terbentuk.

4.5 Uji Kesamaan Model Regresi

Uji Chow digunakan untuk menguji kesamaan model regresi seperti pada persamaan 2.23. Hasil analisis ragam data gabungan disajikan pada tabel berikut:

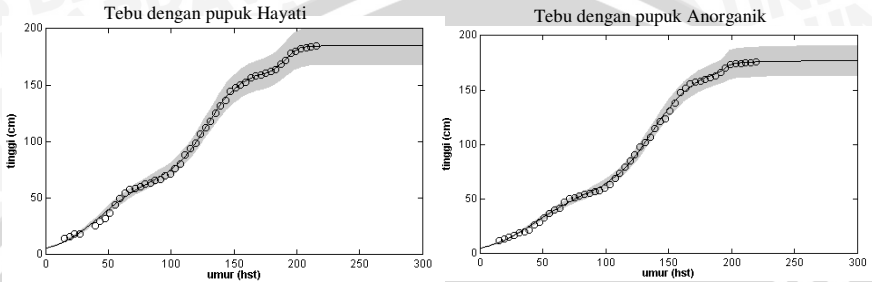
Tabel 4.7 Analisis Ragam pada Data Gabungan Tanaman Tebu

SK	db	JK	KT	F_{hitung}	$F_{dbr,db_s}^{0,05}$
Regresi	9	1330967,97	147885,33	1603,96	2,31
Sisa	95	8758,97	92,20		
Total	104	1339726,95			

Hasil perhitungan uji Chow pada tanaman tebu dapat disimpulkan bahwa kedua model regresi yang terbentuk memiliki parameter yang berbeda walaupun berasal dari peubah respon dan prediktor yang sama.

4.6 Model Pertumbuhan *Multi-Logistic*

Kurva pertumbuhan *Multi-Logistic* kedua perlakuan pada tanaman tebu disajikan pada Gambar 4.3 :



Gambar 4.3 Kurva Model Pertumbuhan Tebu

Berdasarkan kurva model pertumbuhan tersebut, dapat dilihat bahwa model pertumbuhan tanaman tebu pada masing-masing perlakuan memiliki pola yang hampir sama.

Tabel 4.8 Tinggi Tanaman Tebu Pada Saat Laju Pertumbuhan Maksimum

Perlakuan	Fase	Umur (hst)	Laju Pertumbuhan Maksimum	
			Umur (hst)	Tinggi (cm)
Pupuk Hayati	1	15-83	45	31,45
	2	84-171	115	96,83
	3	172-219	203	182,55
Pupuk Anorganik	1	15-87	31	17,89
	2	88-171	143	75,01
	3	172-219	195	161,97

Tabel 4.9 Nilai AGR dan RGR Setiap Fase

Fase	AGR Maksimum				RGR Maksimum			
	Umur (hst)	Hayati	Umur (hst)	Anorganik	Umur (hst)	Hayati	Umur (hst)	Anorganik
1	45	0,820	31	0,645	15	2,690	15	1,767
2	115	1,847	143	1,565	87	6,790	87	6,456
3	203	1,055	195	0,332	175	4,560	175	1,332

Tabel 4.8 menjelaskan laju pertumbuhan maksimum yang dicapai oleh tanaman tebu. Laju pertumbuhan maksimum terjadi pada titik belok model saat $\frac{d^2W(t)}{dt^2} = 0$.

Laju pertumbuhan maksimum tanaman tebu dengan perlakuan pupuk hayati pada fase pertunasan 15-83 hst saat berumur 45 hst dengan tinggi 31,45 cm. Pada umur 84-17, tebu memasuki fase pemanjangan batang laju pertumbuhan maksimum terjadi ketika 116 pada saat tanaman mencapai 96,83 cm. Fase ketiga yaitu pematangan laju pertumbuhan maksimum pada 202 hst saat tinggi tebu 182,55 cm. Demikian juga pada perlakuan pupuk anorganik laju pertumbuhan maksimum fase pertama terjadi pada 30 hst dengan tinggi tanaman 17,89 cm, fase ke dua 113 hst dengan tinggi 75,01 dan fase ketiga 180 hst dan tinggi tanaman 161,97 cm.

Sedangkan tabel 4.9 menunjukkan nilai AGR dan RGR maksimum yang menandakan peningkatan biomasa tanaman tebu paling optimal dalam melakukan fotoreaksi pada masing-masing fase. Penambahan pupuk hayati maupun pupuk anorganik dapat menaikkan AGR maksimum dan RGR maksimum pada fase tertentu. AGR maksimum perlakuan pupuk hayati fase pertama dan ketiga terjadi lebih lambat dibandingkan pada perlakuan pupuk anorganik, tetapi berbeda pada fase kedua AGR maksimum terjadi lebih awal jika dibandingkan dengan perlakuan pupuk anorganik. Sedangkan nilai RGR maksimum pada tanaman yang diberi pupuk hayati disetiap fase lebih besar jikai dibandingkan dengan tanaman yang diberi pupuk anorganik. AGR dan RGR maksimum untuk model *Logistic* pada setiap fase tanaman tebu dapat dilihat pada Lampiran 9.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa:

1. Model pertumbuhan Multi-Logistic sesuai diterapkan pada tinggi tanaman Tebu berdasarkan nilai $R_{adj}^2 \geq 0,98$ untuk masing-masing model.
2. Model multi-logistic yang terbentuk adalah sebagai berikut :

- Untuk tanaman Tebu dengan pupuk Hayati

$$N(t) = \frac{65,35}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{87,33}(t - 44,89)\right)} + \frac{90,52}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{53,68}(t - 116,34)\right)} + \frac{21,31}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{21,87}(t - 201,82)\right)}$$

- Untuk tanaman Tebu dengan pupuk Anorganik

$$N(t) = \frac{50,97}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{86,69}(t - 30,24)\right)} + \frac{116,01}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{74,00}(t - 113,42)\right)} + \frac{6,75}{1 + \exp\left(\frac{\ln(81)}{21,74}(t - 180,42)\right)}$$

3. Tanaman yang diberi pupuk anorganik, AGR fase pertunasan dan fase pematangan terjadi lebih awal dibandingkan tanaman yang diberi pupuk hayati, tetapi pada fase pemanjangan batang terjadi sebaliknya yaitu pada pemberian pupuk hayati AGR terjadi lebih awal dibandingkan pada perlakuan pupuk anorganik. Nilai RGR tanaman yang diberi pupuk hayati pada semua fase bernilai lebih besar dari nilai RGR tanaman yang diberi pupuk anorganik.

5.2 Saran

1. Untuk pihak petani tebu dapat memperhatikan saat-saat penting pertumbuhan tanaman tebu dengan perlakuan pupuk hayati, yaitu pada fase pertunasan sekitar 45 hst, pemanjangan batang 115 hst dan pematangan 203 hst. Sedangkan pada perlakuan pupuk anorganik pada fase pertama 30 hst, fase kedua 143 hst dan fase ketiga 203 hst.

2. Untuk penelitian selanjutnya dapat memasukkan beberapa variabel lain misalnya banyak anakan, banyak buah, dan lebar diameter. Selain itu dapat dilakukan penelitian tentang hubungan antara kurva *S-Shape* dengan perubahan fase (masa determinat) dengan menggunakan analisis *Logistic delay sistem* yang dapat diterapkan dibidang kesehatan dan peternakan.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Aninomous.2002. Tebu Lahan Kering dan Kemandirian Gula Nasional. <http://www.litbang.deptan.go.id/artikel/one/28/pdf/Tebu%20Lahan%20Kering%20dan%20Kemandirian%20Gula%20Nasional.pdf>. Tanggal akses 28 Maret 2012.
- Campisi, D., R Costa dan C Tesauro. 2002. Fixed And Mobile Phoning In Italian Regions. <http://www.jvu.fi/ersa2003/cdrom/papers/437.pdf>. Tanggal akses 21 Oktober 2011.
- Dwahjudi, 2008. *Power* dari Uji Kenormalan Data. [http://portfolio.petra.ac.Id/ userfiles/ 93-015/ Power% 20 Dari %20 Kenormalan % 20 Data. pdf](http://portfolio.petra.ac.id/userfiles/93-015/Power%20Dari%20Kenormalan%20Data.pdf). Tanggal akses 21 Oktober 2011.
- Gaba, P.,V. 2005. Plant growth regulators in plant tissue culture and development. CRC Press. New York
- Gujarati, D. 2003. *Basic Econometrics*. The McGraw-Hill. New York.
- James, R. 2004. Sugar Cane Physiology. Macmillan Publishing Co., New York.
- Josens, G., M. J. Dubois., M. Russell., J-L. Deneubourg., Ch. Lancelot. 2001. *Growth Model of the Reared Sea Urchin Paracentrotus Lividus*. Universite Libre De Bruxelles Facultie des Scientes Laboratoire de Biologie Marine. Phillipe.
- Kucharavy,D. 2007. Logistic Substitution Model and Technological Forecasting. http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/33/81/05/PDF/tfc2008_lsm.pdf. Tanggal akses 21 Oktober 2011
- Kutner, M.H., C.J. Nachtsheim dan J. Neter. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill. New York.

- Lee, H.B. 2008. *Analyzing Data from a Regression Discontinuity Study*. www.scientificjournals.org/journals2008/articles/1364.pdf. tanggal akses 24 Oktober 2012.
- Lingga dan Marsono, 2000. Pupuk Anorganik dan Pupuk Berimbang. <http://www.litbang.deptan.go.id/artikel/one/28/pdf>. Tanggal akses 28 Maret 2012
- Mayer, P.S; Yung and J.H. Ausubel. 2005. *A Primer on Logistic Growth and Substitution: The Mathematics of the Loglet Lab Software* <http://phe.rockefeller.edu/LogletLab/logletlab.pdf>. Tanggal akses 23 Oktober 2011.
- McWilliams, D.A., D.R. Berglund, and G.J. Endres. 1999. Corn growth and management quick guide. www.ag.ndsu.edu. Tanggal akses 23 Oktober 2011.
- Motulsky, H. dan A. Christopoulos. 2003. *Fitting Models to Biological Data using Linear and Nonlinear Regression*. Graph-PadSoftware Inc. San Diego.
- Mufidah, E. 2008. Penggunaan *Bi-Logistic* untuk Mengetahui Model Pertumbuhan Pohon Jati Belanda (*Guazuma ulmifolia*). Jurusan Matematika dan Ilmu Alam. Universitas Brawijaya. Tidak dipublikasikan.
- Hunt R. 2003. Growth Analysis, Individual Plant. [http : // people . exeter . ac . uk / rh203 / EAPS article . pdf](http://people.exeter.ac.uk/rh203/EAPS/article.pdf). Tanggal akses 11 Desember 2011.
- Sanjoyo. 2006. *Non-Linear Estimation*. [http:// mhs. blog. ui. edu/ Sanj55/ files/ 2008 /11 /non-linier. pdf](http://mhs.blog.ui.edu/Sanj55/files/2008/11/non-linier.pdf). Tanggal akses 24 Oktober 2011.

- Sastrowijono S. 1991. Aspek fisiologis dalam mikropropagasi tebu. Diktat Pelatihan Penangan Mikropropagasi Tanaman Tebu. Pasuruan. Pusat Penelitian Perkebunan Gula Indonesia. Pasuruan.
- Subekti, N. 2008 . Morfologi Tanaman dan Fase Pertumbuhan Jagung. <http://pustaka.litbang.deptan.go.id/bppi/lengkap/bpp10232.pdf>. Tanggal akses 24 Oktober 2011.
- Sutardjo, RGS. 2002. Tanaman Tebu Sugar Cane. <http://anekaplanta.wordpress.com/2008/01/01/tanaman-tebu-sugar-cane/>. Tanggal akses 28 Maret 2012.
- Sitompul, S. M. dan B. Guritno. 1995. *Analisis Pertumbuhan Tanaman*. Gajah Mada University Press. Yogyakarta.
- Soeprapto, B. 1989. Perkembangan Penelitian Tebu Tipe Baru. Pusat Penelitian dan Pengembangan Tanaman Pangan. Berita Puslitbangtan.
- Wardhani, N. dan I. Atiek. 2003. *Laporan Penelitian Tentang Model Daya Hama Plutella xylostella L. Sebagai Alternatif Dasar Pengambilan Keputusan Pengendalian Kimiawi Pada Tanaman Kubis*. FMIPA Universitas Brawijaya. Malang (Tidak dipublikasikan)
- Wardhani, N. *Using Bi-Logistic To Estimate The Growth Of Young Teak Tree*. FMIPA Universitas Brawijaya. Malang (Tidak dipublikasikan)

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 1. Rata-Rata Tinggi Tanaman Tebu dengan Pemberian Pupuk Hayati dan Anorganik

Umur (HST)	Tinggi (cm)	
	Pemberian Pupuk Hayati	Pemberian Pupuk Anorganik
15	15.21	12.27
19	16.22	13.95
23	18.53	15.75
27	19.18	17.55
31	20.74	19.72
35	23.18	20.43
39	26.35	22.23
43	30.38	26.73
47	32.83	29.14
51	37.57	33.67
55	44.63	37.04
59	50.17	40.29
63	55.25	42.36
67	58.34	48.06
71	59.01	50.85
75	60.73	52.11
79	62.69	53.14
83	63.52	55.28
87	66.34	55.68
91	67.18	57.07
95	69.9	58.23
99	72.23	60.28
103	77.08	63.97
107	80.45	69.16
111	88.39	74.45
115	94.13	79.59

Lampiran 1. Lanjutan

Umur (HST)	Tinggi (cm)	
	Pemberian Pupuk Hayati	Pemberian Pupuk Anorganik
119	99.41	85.73
123	107.22	91.52
127	112.84	98.31
131	118.65	102.8
135	125.85	107.54
139	131.92	115.13
143	136.8	121.86
147	144.61	124.08
151	148.15	131.04
155	150.33	138.76
159	153.13	147.98
163	156.88	152.42
167	158.62	156.15
171	159.18	157.76
175	161.32	158.28
179	162.97	160.07
183	164.25	162.11
187	168.86	163.58
191	172.01	166.84
195	178.42	170.53
199	180.54	173.84
203	183.11	174.56
207	183.42	174.79
211	184.33	175.18
215	184.83	175.53
219	184.87	175.97

Lampiran 2. Pembentukan Komponen Model *Mult- Logistic* pada Tanaman Tebu

Umur (hst)	Tinggi (cm)			
	Pemberian Pupuk Hayati	Model <i>Logistic</i> I	Model <i>Logistic</i> II	Model <i>Logistic</i> III
15	15.21	15.21		
19	16.22	16.22		
23	18.53	18.53		
27	19.18	19.18		
31	20.74	20.74		
35	23.18	23.18		
39	26.35	26.35		
43	30.38	30.38		
47	32.83	32.83		
51	37.57	37.57		
55	44.63	44.63		
59	50.17	50.17		
63	55.25	55.25		
67	58.34	58.34		
71	59.01	59.01		
75	60.73	60.73		
79	62.69	62.69	15.21	
83	63.52	63.52	16.04	
87	66.34		18.86	
91	67.18		19.7	
95	69.9		22.42	
99	72.23		24.75	
103	77.08		29.6	
107	80.45		32.97	
111	88.39		40.91	
115	94.13		46.65	

Lampiran 2. (Lanjutan)

Umur (hst)	Tinggi (cm)			
	Pemberian Pupuk Hayati	Model Logistic I	Model Logistic II	Model Logistic III
119	99.41		51.93	
123	107.22		59.74	
127	112.84		65.36	
131	118.65		71.17	
135	125.85		78.37	
139	131.92		84.44	
143	136.8		89.32	
147	144.61		97.13	
151	148.15		100.67	
155	150.33		102.85	
159	153.13		105.65	
163	156.88		109.4	
167	158.62		111.14	15.21
171	159.18		111.7	15.77
175	161.32			17.91
179	162.97			19.56
183	164.25			20.84
187	168.86			25.45
191	172.01			28.6
195	178.42			35.01
199	180.54			37.13
203	183.11			39.7
207	183.42			40.01
211	184.33			40.92
215	184.83			41.42
219	184.87			41.46

Lampiran 2. (Lanjutan)

Umur (hst)	Tinggi Tanaman (cm)			
	Pemberian Pupuk Anorganik	Model <i>Logistic I</i>	Model <i>Logistic II</i>	Model <i>Logistic III</i>
15	12.27	12.27		
19	13.95	13.95		
23	15.75	15.75		
27	17.55	17.55		
31	19.72	19.72		
35	20.43	20.43		
39	22.23	22.23		
43	26.73	26.73		
47	29.14	29.14		
51	33.67	33.67		
55	37.04	37.04		
59	40.29	40.29		
63	42.36	42.36		
67	48.06	48.06		
71	50.85	50.85		
75	52.11	52.11		
79	53.14	53.14		
83	55.28	55.28	12.27	
87	55.68	55.68	12.67	
91	57.07		14.06	
95	58.23		15.22	
99	60.28		17.27	
103	63.97		20.96	
107	69.16		26.15	
111	74.45		31.44	
115	79.59		36.58	

Lampiran 2. (Lanjutan)

Umur (hst)	Tinggi Tanaman (cm)			
	Pemberian Pupuk Anorganik	Model <i>Logistic</i> I	Model <i>Logistic</i> II	Model <i>Logistic</i> III
119	85.73		42.72	
123	91.52		48.51	
127	98.31		55.3	
131	102.8		59.79	
135	107.54		64.53	
139	115.13		72.12	
143	121.86		78.85	
147	124.08		81.07	
151	131.04		88.03	
155	138.76		95.75	
159	147.98		104.97	
163	152.42		109.41	
167	156.15		113.14	
171	157.76		114.75	12.27
175	158.28			12.79
179	160.07			14.58
183	162.11			16.62
187	163.58			18.09
191	166.84			21.35
195	170.53			25.04
199	173.84			28.35
203	174.56			29.07
207	174.79			29.3
211	175.18			29.69
215	175.53			30.04
219	175.97			30.48

Lampiran 3. Langkah-langkah Menentukan Nilai Duga Awal Parameter

Tebu dengan Pupuk Hayati

1. Model Logistik Pertama

a. $t = \infty \quad k_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 63,52$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik pertama.

➤ $t = 35 \quad N(t) = 23,18$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$23,18 = \frac{63,52}{1 + \exp(-35a - b)}$$

$$23,18 + 23,18 \exp(-35a - b) = 63,52$$

$$23,18 \exp(-35a - b) = 36,96$$

$$-35a - b = 0,554 \dots\dots (1)$$

➤ $t = 55 \quad N(t) = 44,63$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$44,63 = \frac{63,52}{1 + \exp(-55a - b)}$$

$$44,63 + 44,63 \exp(-55a - b) = 63,52$$

$$44,63 \exp(-55a - b) = 18,89$$

$$-55a - b = -0,8598 \dots\dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_1 = 0,0707$ dan $b_1 = -3,0283$

d. Mensubstitusikan nilai a_1 untuk mendapatkan nilai Δt_1

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,0707 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 62,164$$

e. Mensubstitusikan nilai b_1 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-3,0283 = -t_m (0,0707)$$

$$t_m = 42,838$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

2. Model kedua

a. $t = \infty \quad k_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 111,7$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik kedua.

➤ $t = 115 \quad N(t) = 46,65$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$46,65 = \frac{111,7}{1 + \exp(-115a - b)}$$

$$46,65 + 46,65 \exp(-115a - b) = 111,7$$

$$46,65 \exp(-115a - b) = 65,05$$

$$-75a - b = 0,3325 \dots \dots (1)$$

➤ $t = 155 \quad N(t) = 102,85$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$102,85 = \frac{111,7}{1 + \exp(-155a - b)}$$

$$102,85 + 102,85 \exp(-155a - b) = 111,7$$

$$102,85 \exp(-155a - b) = 2,55$$

$$-155a - b = -2,453 \dots \dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_2 = 0,0696$ dan $b_2 = -8,3403$

d. Mensubstitusikan nilai a_2 untuk mendapatkan nilai Δt_2

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,0696 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 63,108$$

e. Mensubstitusikan nilai b_2 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-8,3403 = -t_m (0,0696)$$

$$t_m = 119,775$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

3. Model ke tiga

a. $t = \infty \quad k_3 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 41,46$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik ketiga.

➤ $t = 195 \quad N(t) = 35,01$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$35,01 = \frac{41,46}{1 + \exp(-195a - b)}$$

$$35,01 + 35,01 \exp(-195a - b) = 41,46$$

$$35,01 \exp(-195a - b) = 6,45$$

$$-125a - b = -16916 \dots\dots (1)$$

➤ $t = 215 \quad N(t) = 41,42$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$41,42 = \frac{41,46}{1 + \exp(-215a - b)}$$

$$41,42 + 41,42 \exp(-215a - b) = 41,46$$

$$41,42 \exp(-215a - b) = 0,04$$

$$-215a - b = -6,9426 \dots\dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_3 = 0,2625$ dan $b_3 = -49,507$

d. Mensubstitusikan nilai a_3 untuk mendapatkan nilai Δt_3

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,2625 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 16,737$$

e. Mensubstitusikan nilai b_3 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-49,507 = -t_m (0,2625)$$

$$t_m = 188,557$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

Tebu dengan Pupuk Anorganik

1. Model Logistik Pertama

a. $t = \infty \quad k_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 55,68$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik pertama.

➤ $t = 35 \quad N(t) = 20,43$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$20,43 = \frac{55,68}{1 + \exp(-35a - b)}$$

$$20,43 + 20,43 \exp(-35a - b) = 55,68$$

$$20,43 \exp(-35a - b) = 35,25$$

$$-35a - b = 0,5455 \dots\dots (1)$$

➤ $t = 55 \quad N(t) = 37,04$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$37,04 = \frac{55,68}{1 + \exp(-55a - b)}$$

$$37,04 + 37,04 \exp(-55a - b) = 55,68$$

$$37,04 \exp(-45a - b) = 18,64$$

$$-45a - b = -0,6867 \dots\dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_1 = 0,0616$ dan $b_1 = -2,7017$

d. Mensubstitusikan nilai a_1 untuk mendapatkan nilai Δt_1

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,0616 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 71,33$$

e. Mensubstitusikan nilai b_1 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-2,7017 = -t_m (0,0616)$$

$$t_m = 43,85$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

2. Model kedua

a. $t = \infty \quad k_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 114,75$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik kedua.

➤ $t = 115 \quad N(t) = 36,58$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$36,58 = \frac{114,75}{1 + \exp(-115a - b)}$$

$$36,58 + 36,58 \exp(-115a - b) = 114,75$$

$$36,58 \exp(-115a - b) = 78,17$$

$$-115a - b = 0,7594 \dots \dots (1)$$

➤ $t = 155 \quad N(t) = 95,75$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$95,75 = \frac{114,75}{1 + \exp(-155a - b)}$$

$$95,75 + 95,75 \exp(-155a - b) = 114,75$$

$$95,75 \exp(-155a - b) = 19$$

$$-155a - b = -1,6173 \dots \dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_2 = 0,0594$ dan $b_2 = -7,5924$

d. Mensubstitusikan nilai a_2 untuk mendapatkan nilai Δt_2

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,0594 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 73,96$$

e. Mensubstitusikan nilai b_2 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-7,5924 = -t_m (0,0594)$$

$$t_m = 127,781$$

Lampiran 3. (Lanjutan)

3. Model ke tiga

a. $t = \infty \quad k_3 = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 30,48$

b. Memilih dua pasang titik dari kumpulan data pada model logistik ketiga.

➤ $t = 195 \quad N(t) = 25,04$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$25,04 = \frac{30,48}{1 + \exp(-195a - b)}$$

$$25,04 + 25,04 \exp(-195a - b) = 30,48$$

$$25,04 \exp(-195a - b) = 5,44$$

$$-195a - b = -1,5267 \dots \dots (1)$$

➤ $t = 215 \quad N(t) = 30,04$

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

$$30,04 = \frac{30,48}{1 + \exp(-215a - b)}$$

$$30,04 + 30,04 \exp(-215a - b) = 30,48$$

$$30,04 \exp(-215a - b) = 0,44$$

$$-215a - b = -4,2235 \dots \dots (2)$$

c. Mensubstitusikan persamaan (1) dan (2) sehingga didapatkan nilai $a_3 = 0,1348$ dan $b_3 = -24,7672$

d. Mensubstitusikan nilai a_3 untuk mendapatkan nilai Δt_3

$$a = \frac{\ln(81)}{\Delta t}$$

$$0,1348 = \frac{\ln 81}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 32,59$$

e. Mensubstitusikan nilai b_3 untuk mendapatkan nilai t_m

$$b = -t_m a$$

$$-24,7672 = -t_m (0,1348)$$

$$t_m = 183,68$$

Lampiran 4. Hasil iterasi *Lavenberg Marquard*

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter								
		k1	k2	k3	delta1	delta2	delta3	tm1	tm2	tm3
0.6	1357813.354	63.520	111.700	41.460	62.160	63.100	16.730	42.830	119.770	188.550
1.7	596844.209	63.287	111.291	41.308	61.932	62.869	30.219	87.517	164.504	225.432
2.1	277734.824	68.185	116.160	46.220	81.375	51.547	25.550	80.270	167.261	252.172
3.5	209994.205	62.049	100.093	30.051	85.688	51.774	21.775	68.954	146.161	244.874
4.10	23009.747	66.024	99.046	25.026	85.043	51.887	21.388	57.262	128.212	215.626
5.6	9850.595	61.513	90.040	23.518	86.745	50.761	21.332	57.823	119.652	215.599
6.12	2711.250	66.272	91.718	22.607	87.526	50.579	21.944	46.015	116.426	201.135
7.3	2704.610	66.282	91.762	22.608	87.478	50.611	21.931	45.922	116.492	201.224
8.3	2701.815	65.905	91.227	22.197	87.510	53.604	21.891	44.571	116.441	201.015
9.1	2690.548	65.335	90.505	21.300	87.339	53.681	21.876	44.839	116.343	201.825
10.1	2690.544	65.349	90.525	21.313	87.338	53.681	21.877	44.890	116.346	201.827
11.1	2690.544	65.350	90.526	21.314	87.338	53.681	21.877	44.891	116.347	201.827

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 11 iterations. Optimal solution is found.

Lampiran 4. (Lanjutan)

Parameter Estimates				
Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
k1	65.350	62.652	65.349	65.328
k2	90.526	89.664	97.388	97.988
k3	21.314	.281	21.634	21.808
delta1	87.338	.424	86.871	87.306
delta2	53.681	.137	51.843	53.918
delta3	21.877	.509	21.027	21.990
tm1	44.891	.273	42.566	45.492
tm2	116.347	2.218	116.474	117.397
tm3	201.827	5.399	201.089	211.977

Correlations of Parameter Estimates									
	k1	k2	k3	delta1	delta2	delta3	tm1	tm2	tm3
k1	1.000	-.982	.334	.105	.095	-.250	-.593	-.318	-.031
k2	-.982	1.000	-.394	-.153	-.061	.249	.562	.415	.090
k3	.334	-.394	1.000	.128	-.010	-.119	.027	-.184	.136
delta1	.105	-.153	.128	1.000	-.733	.032	-.252	.212	.108
delta2	.095	-.061	-.010	-.733	1.000	-.704	.241	-.233	.361
delta3	-.250	.249	-.119	.032	-.704	1.000	-.091	.121	-.643

Lampiran 4. (Lanjutan)

tm1	-.593	.562	.027	-.252	.241	-.091	1.000	-.302	-.031
tm2	-.318	.415	-.184	.212	-.233	.121	-.302	1.000	.253
tm3	-.031	.090	.136	.108	.361	-.643	-.031	.253	1.000

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	713535.917	9	79281.769
Residual	2690.544	43	62.571
Uncorrected Total	716226.461	52	
Corrected Total	171386.700	51	

Dependent variable: tinggi

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares})$
 $= .984.$



Lampiran 4. (Lanjutan)

Iteration History^b

Iteration Number ^a	Residual Sum of Squares	Parameter								
		k1	k2	k3	delta1	delta2	delta3	tm1	tm2	tm3
0.6	1229193.827	55.680	114.750	30.480	71.320	73.950	32.580	43.850	127.780	183.677
1.5	629053.476	55.472	114.320	30.366	71.053	73.673	33.427	83.230	167.247	220.275
2.1	254844.434	55.578	114.418	30.476	79.629	90.984	24.530	84.750	168.770	221.783
3.3	241296.943	52.727	111.584	27.618	71.249	71.516	23.410	82.149	166.229	217.857
4.4	26838.423	28.808	87.748	13.809	83.625	73.758	21.705	108.295	198.266	108.929
5.5	17568.858	28.676	87.433	14.225	83.608	74.250	21.697	109.093	199.538	108.430
6.4	15353.606	30.378	88.907	16.848	84.426	74.249	22.230	113.003	204.146	108.408
7.7	12447.087	55.189	72.713	8.424	72.968	72.124	21.115	98.681	225.789	54.204
8.3	8077.145	56.109	71.706	4.857	75.514	72.986	21.221	93.061	244.322	51.117
9.1	4350.574	52.939	92.854	7.334	83.986	73.788	22.081	55.741	114.762	112.055
10.2	4086.527	50.713	119.519	6.815	86.669	74.039	21.741	27.468	133.216	115.092
11.1	4086.109	51.146	116.290	6.780	86.715	73.981	21.764	32.432	131.371	112.845
12.1	4085.389	50.996	116.049	6.751	86.694	74.000	21.745	30.457	132.472	113.297
13.1	4085.381	50.974	116.008	6.757	86.692	74.003	21.745	30.229	132.528	113.435
14.1	4085.381	50.976	116.011	6.757	86.693	74.003	21.745	30.247	132.520	113.428
15.1	4085.381	50.976	116.011	6.757	86.693	74.003	21.745	30.246	132.521	113.428

Derivatives are calculated numerically.

a. Major iteration number is displayed to the left of the decimal, and minor iteration number is to the right of the decimal.

b. Run stopped after 15 iterations. Optimal solution is found.

Lampiran 4. (Lanjutan)

Parameter Estimates				
Parameter	Estimate	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
k1	10.976	2.417	2.875	4.204
k2	60.011	1.277	1.088	2.576
k3	16.757	3.217	2.487	3.388
delta1	6.693	1.358	1.138	1.738
delta2	4.003	7.726	7.558	7.793
delta3	1.745	4.925	4.378	9.869
tm1	30.246	1.303	1.273	2.627
tm2	232.521	3.926	3.918	4.613
tm3	123.428	3.650	3.613	3.383

Correlations of Parameter Estimates

	k1	k2	k3	delta1	delta2	delta3	tm1	tm2	tm3
k1	1.000	-.376	.123	-.314	.008	.368	-.216	-.174	-.112
k2	-.376	1.000	-.195	-.389	.335	.056	.147	.420	-.119
k3	.123	-.195	1.000	-.021	.064	-.054	.214	-.061	-.084
delta1	-.314	-.389	-.021	1.000	-.664	-.386	.062	.296	.496
delta2	.008	.335	.064	-.664	1.000	-.433	.018	-.544	-.160

Lampiran 4. (Lanjutan)

delta3	.368	.056	-.054	-.386	-.433	1.000	-.098	.314	-.401
tm1	-.216	.147	.214	.062	.018	-.098	1.000	-.326	-.062
tm2	-.174	.420	-.061	.296	-.544	.314	-.326	1.000	-.012
tm3	-.112	-.119	-.084	.496	-.160	-.401	-.062	-.012	1.000

ANOVA^a

Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	619415.110	9	68823.901
Residual	4085.381	43	95.009
Uncorrected Total	623500.491	52	
Corrected Total	167151.486	51	

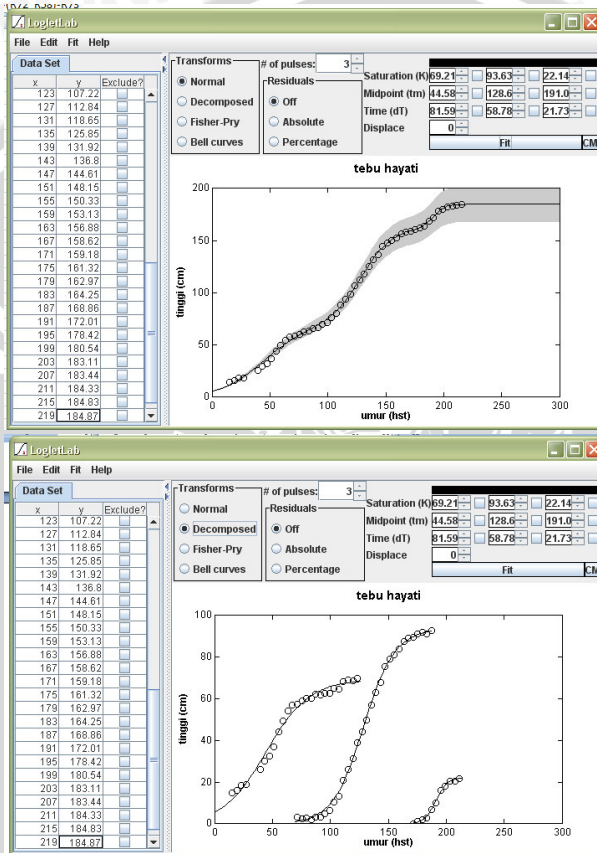
Dependent variable: tinggi

a. R squared = 1 - (Residual Sum of Squares) / (Corrected Sum of Squares)

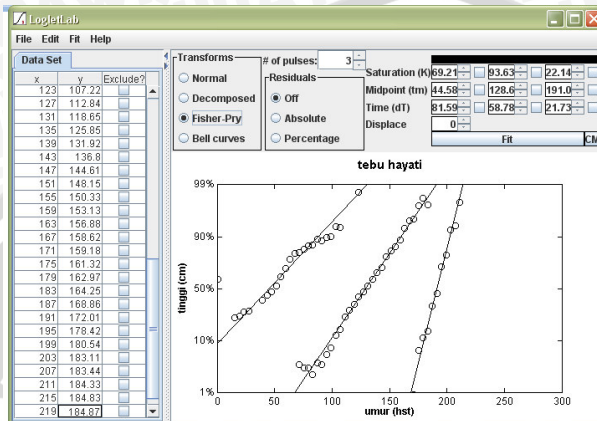
= .976.

Lampiran 4. (Lanjutan)

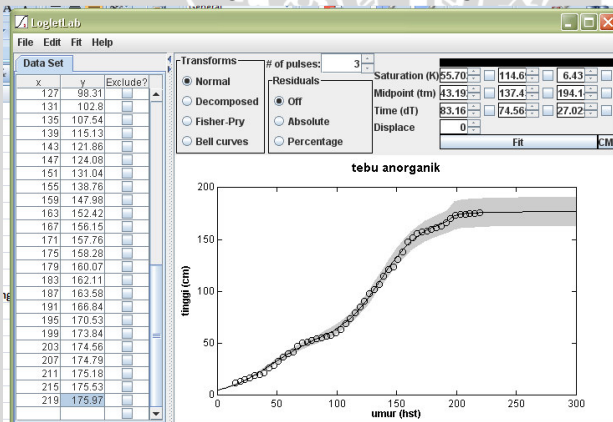
1. Tanaman Tebu dengan Perlakuan Hayati



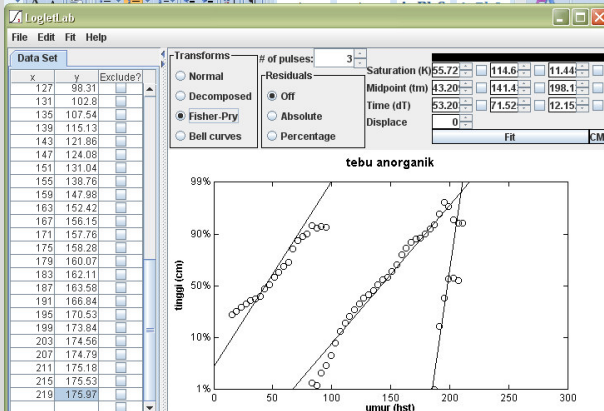
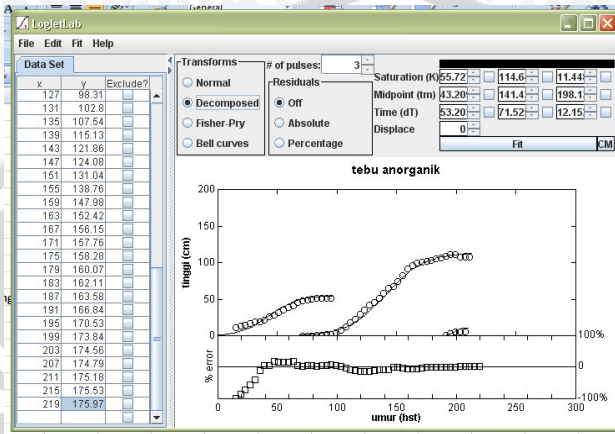
Lampiran 4. (Lanjutan)



2. Tanaman Tebu dengan Perlakuan Anorganik



Lampiran 4. (Lanjutan)



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 5. Langkah-langkah dalam perhitungan iterasi *Levenberg-Marquardt*

Langkah-langkah menghitung iterasi dengan menggunakan algoritma *Levenberg Marquardt* adalah sebagai berikut :

1. menghitung nilai duga masing-masing model dimisalkan untuk model multi-*logistic* padaTebu dengan pupuk hayati memiliki nilai duga awal $k_1 = 63,52$; $\Delta t_1 = 62,16$; $t_{m1} = 42,84$; $k_2 = 111,70$; $\Delta t_2 = 63,11$; $t_{m2} = 119,77$; $k_3 = 41,46$; $\Delta t_3 = 16,74$; $t_{m3} = 188,56$ dimana untuk selanjutnya parameter K , $\Delta t = \frac{\text{Ln } 81}{a}$ dan $t_m = -\frac{b}{a}$ disebut θ
2. Melakukan penurunan pertama terhadap masing-masing parameter model *Logistic* sebagai berikut :

$$N(t) = \frac{k}{1 + \exp(-at - b)}$$

Melakukan turunan pertama terhadap parameter k adalah :

$$\frac{dN(t)}{dk} = \frac{1 + \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

Melakukan turunan pertama terhadap parameter a adalah :

$$\frac{dN(t)}{da} = \frac{kt \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

Melakukan turunan pertama terhadap parameter b adalah :

$$\frac{dN(t)}{db} = \frac{k \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

3. Membuat matriks $\mathbf{D}(\theta)$ serta mensubtitusikan nilai duga awal ke dalam komponen matriks sebagai berikut :

$$\mathbf{D}(\theta) = \frac{\partial f(t, \theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1 + \exp(at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} & \frac{kt \exp(-at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} & \frac{k \exp(-at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1 + \exp(at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} & \frac{kt \exp(-at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} & \frac{k \exp(-at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} \end{bmatrix}$$

$$D'(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{1 + \exp(at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} & \cdots & \frac{1 + \exp(at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} \\ kt \exp(-at_1 - b) & \ddots & kt \exp(-at_{219} - b) \\ \frac{1 + \exp(at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} & \ddots & \frac{1 + \exp(at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} \\ k \exp(-at_1 - b) & \cdots & k \exp(-at_{219} - b) \\ \frac{1 + \exp(at_1 - b)}{(1 + (-at_1 - b))^2} & \cdots & \frac{1 + \exp(at_{219} - b)}{(1 + (-at_{219} - b))^2} \end{bmatrix}$$

4. Menentukan nilai $\lambda_j I$ dengan ukuran matrik 9×9
5. Berikutnya menghitung $\frac{\partial JKS}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^n [Y - f(t, \theta)] \left[\frac{\partial f(t, \theta)}{\partial \theta} \right] = 0$
6. Mensubstitusikan semua perhitungan ke dalam iterasi berikut :

$$\theta_2 = \theta_1 - \left[D(\theta_j)' D(\theta_j) + \lambda_j I \right]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30,48 \\ \vdots \\ 188,56 \end{bmatrix}_{9 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_9} & \cdots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_9} \end{bmatrix}_{9 \times n} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_9} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_9} \end{bmatrix}_{n \times 9} + \lambda_j I_{9 \times 9} \begin{bmatrix} y(t_1) - f(t_1, \theta_j) \\ \vdots \\ y(t_n) - f(t_n, \theta_j) \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

7. Hingga iterasi ke-11 diperoleh nilai duga parameter untuk $k_1 = 65,350$; $\Delta t_1 = 87,338$; $t_{m1} = 44,891$; $k_2 = 90,526$; $\Delta t_2 = 53,681$; $t_{m2} = 116,347$; $k_3 = 21,314$; $\Delta t_3 = 21,877$; $t_{m3} = 201,827$

Lampiran 6 Contoh soal sederhana penggunaan iterasi *Levenberg-Marquardt*

Menduga parameter model *Logistic* dengan menggunakan iterasi *Levenberg-Marquardt* dengan data sebagai berikut :

t	Y
1	0,1521
2	0,1622
3	0,1853
4	0,1918
5	0,2074

Gunakan nilai duga awal $K=0.2074$, $a=0.5573$, $b=0.4544$.

Fungsi $N(t;K;a;b) = \frac{K}{1+\exp(-at-b)}$, iterasi akan konvergen apabila $|\{\hat{\theta}_{i(j+1)} - \hat{\theta}_{ij}\}/\hat{\theta}_{ij}| < \delta$, dimana δ adalah bilangan positif yang sangat kecil yang telah ditetapkan sebelumnya (0,0001)

Langkah-langkah melakukan iterasi

1. Turunan parsial terhadap parameter adalah:

$$\frac{d(N(t))}{dK} = \frac{1 + \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

$$\frac{d(N(t))}{da} = \frac{Kt \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

$$\frac{d(N(t))}{db} = \frac{k \exp(-at - b)}{(1 + (-at - b))^2}$$

2. Membuat matriks $\mathbf{z}(\theta)$ serta mensubstitusikan nilai duga awal ke dalam komponen matriks sebagai berikut :

$$\mathbf{z}(\theta) = \frac{\partial f(t, \theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_1, \theta)}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f(t_n, \theta)}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}'(\theta) = \begin{bmatrix} 15402.0057 & 9.0659 & 3.4518 & 2.4340 & 2.2502 \\ 550.8854 & 0.2668 & 0.0585 & 0.0200 & 0.0081 \\ 550.8854 & 0.1334 & 0.0195 & 0.0050 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ -0.0095 \\ 0.0000 \\ -0.0023 \\ 0.0078 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} = \begin{bmatrix} 15402.0057 & 9.0659 & 3.4518 & 2.4340 & 2.2502 \\ 9.0659 & 0.2668 & 0.0585 & 0.0200 & 0.0081 \\ 3.4518 & 0.0585 & 0.0195 & 0.0050 & 0.0016 \\ 2.4340 & 0.0200 & 1.2553 & 0.0016 & 0.0081 \\ 2.2502 & 0.0081 & 0.0016 & 0.0016 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$+ 0,0001 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0.0341 & -0.0327 \\ -0.0341 & 0.9825 & -0.0280 \\ -0.0327 & -0.0280 & 0.9428 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0.0341 & -0.0327 \\ -0.0341 & 0.9825 & -0.0280 \\ -0.0327 & -0.0280 & 0.9428 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

3. Mensubstitusikan semua perhitungan ke dalam iterasi berikut :

$$\theta_2 = \theta_1 - [D(\theta_j)'D(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2074 \\ 0.5573 \\ 0.4544 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2074 \\ 0.5572 \\ 0.4531 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

4. Iterasi ke-2 :

$$z'(\theta) = \begin{bmatrix} 198.48E2 & 9.1200 & 3.4642 & 2.4407 & 2.2554 \\ 710.6545 & 0.2687 & 0.0588 & 0.0201 & 0.0081 \\ 710.6545 & 0.1343 & 0.0196 & 0.0050 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ -0.0094 \\ 0.0000 \\ -0.0024 \\ 0.0078 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0024 & -0.0342 & -0.0327 \\ -0.0342 & 0.9825 & -0.0282 \\ -0.0327 & -0.0282 & 0.9422 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_3 = \theta_2 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2074 \\ 0.5572 \\ 0.4531 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2075 \\ 0.5571 \\ 0.4518 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

5. Iterasi ke-3 :

$$z'(\theta) = \begin{bmatrix} 236.63E2 & 9.1755 & 3.4768 & 2.4476 & 2.2608 \\ 955.6467 & 0.2706 & 0.0591 & 0.0202 & 0.0081 \\ 955.6467 & 0.1353 & 0.0197 & 0.0050 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ -0.0094 \\ 0.0000 \\ -0.0024 \\ 0.0077 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0024 & -0.0342 & -0.0327 \\ -0.0342 & 0.9823 & -0.0285 \\ -0.0327 & -0.0285 & 0.9415 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_4 = \theta_3 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2075 \\ 0.5571 \\ 0.4518 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0001 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5570 \\ 0.4505 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

6. Iterasi ke-4 :

$$z'(\theta) = \begin{bmatrix} 381.359E2 & 9.2334 & 3.4900 & 2.4547 & 2.2662 \\ 1368.214 & 0.2726 & 0.0593 & 0.0202 & 0.0082 \\ 1368.214 & 0.1363 & 0.0198 & 0.0051 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ 0.0000 \\ -0.0024 \\ 0.0077 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0022 & -0.0312 & -0.0299 \\ -0.0312 & 0.9396 & -0.0693 \\ -0.0298 & -0.0693 & 0.9024 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ 0.0002 \\ 0.0014 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_5 = \theta_4 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5570 \\ 0.4505 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0002 \\ 0.0014 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4491 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

7. Iterasi ke-5:

$$\mathbf{z}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 38135.97 & 9.2334 & 3.49 & 2.4547 & 2.2662 \\ 1368.214 & 0.2726 & 0.0593 & 0.0202 & 0.0082 \\ 1368.214 & 0.1363 & 0.0198 & 0.0051 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ 0.0000 \\ -0.0024 \\ 0.0077 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_6 = \theta_5 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4491 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0013 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4478 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

8. Iterasi ke-6:

$$\mathbf{z}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 104074.27 & 9.3517 & 3.5167 & 2.4691 & 2.2773 \\ 3741.9022 & 0.2767 & 0.0599 & 0.0204 & 0.0082 \\ 3741.9022 & 0.1383 & 0.0200 & 0.0051 & 0.0016 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0025 \\ 0.0076 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0011 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_7 = \theta_6 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j \mathbf{I}]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4491 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0011 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4481 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

9. Iterasi ke-7:

$$z'(\theta) = \begin{bmatrix} 163687.12 & 9.3889 & 3.5250 & 2.4736 & 2.2807 \\ 5888.9861 & 0.2780 & 0.0601 & 0.0205 & 0.0083 \\ 5888.9861 & 0.1390 & 0.0200 & 0.0051 & 0.0017 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0025 \\ 0.0076 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$\left[Z(\theta_j)' Z(\theta_j) + \lambda_j I \right]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_8 = \theta_7 - \left[Z(\theta_j)' Z(\theta_j) + \lambda_j I \right]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4481 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4480 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

10. Iterasi ke-8:

$$z'(\theta) = \begin{bmatrix} 487832.45 & 9.4512 & 3.5389 & 2.4811 & 2.2864 \\ 17570.337 & 0.2801 & 0.0604 & 0.0206 & 0.0083 \\ 17570.337 & 0.1401 & 0.0201 & 0.0051 & 0.0017 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0025 \\ 0.0076 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$\left[Z(\theta_j)' Z(\theta_j) + \lambda_j I \right]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_9 = \theta_8 - \left[Z(\theta_j)' Z(\theta_j) + \lambda_j I \right]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4480 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4479 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

11. Iterasi ke-9:

$$\mathbf{z}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 706.221E4 & 9.5151 & 3.5532 & 2.4847 & 2.2922 \\ 254.649E3 & 0.2824 & 0.0608 & 0.0206 & 0.0083 \\ 254.649E3 & 0.1412 & 0.0203 & 0.0052 & 0.0017 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0025 \\ 0.0076 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_{10} = \theta_9 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4478 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.0001 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4477 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

12. Iterasi ke-10:

$$\mathbf{z}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 207.130E4 & 9.5807 & 3.5677 & 2.4964 & 2.298 \\ 747.73E2 & 0.2847 & 0.0611 & 0.0207 & 0.0083 \\ 747.73E2 & 0.1423 & 0.0204 & 0.0052 & 0.0017 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0025 \\ 0.0075 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_{11} = \theta_{10} - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JKS'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4477 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4477 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

13. Iterasi ke-11:

$$\mathbf{z}'(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 314.906E3 & 9.6481 & 3.5825 & 2.5043 & 2.3040 \\ 113.81E2 & 0.2870 & 0.0614 & 0.0208 & 0.0084 \\ 113.81E2 & 0.1435 & 0.0205 & 0.0052 & 0.0017 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

$$N_i = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1 \\ \vdots \\ Y_5 - f_5 \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_1 - \frac{K}{1 + \exp(-at_1 - b)} \\ \vdots \\ Y_5 - \frac{K}{1 + \exp(-at_5 - b)} \end{bmatrix}_{5 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0094 \\ -0.0001 \\ -0.0026 \\ 0.0075 \end{bmatrix}_{5 \times 1}$$

$$[Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right] = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

$$\theta_{10} = \theta_9 - [Z(\theta_j)'Z(\theta_j) + \lambda_j I]^{-1} \left[\frac{\partial JK S'}{\partial \theta} \right]$$

$$\begin{bmatrix} K \\ a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4477 \end{bmatrix}_{3 \times 1} - \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0.2076 \\ 0.5568 \\ 0.4477 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

Tabel Nilai Parameter

Iterasi Ke-	K	a	b
1	0.6574	0.5573	0.4544
2	0.6574	0.5572	0.4531
3	0.6575	0.5571	0.4518
4	0.6576	0.5570	0.4505
5	0.6576	0.5568	0.4591
6	0.6576	0.5568	0.4481
7	0.6576	0.5568	0.4480
8	0.6576	0.5568	0.4479
9	0.6576	0.5568	0.4478
10	0.6576	0.5568	0.4477
11	0.6576	0.5568	0.4477

Lampiran 6. (Lanjutan)

Tabel Ringkasan Konvergenitas Iterasi

$\hat{\theta}_{i(j+1)} - \hat{\theta}_{ij}$	$\hat{\theta}$	$ \{\hat{\theta}_{i(j+1)} - \hat{\theta}_{ij}\}/\hat{\theta}_{ij} $	Kes.	Ket.
Iterasi (2-1)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00018	$> \delta$	
	b	0.00286	$> \delta$	
Iterasi (3-2)	K	0.00048	$> \delta$	Belum konvergen
	a	0.00018	$> \delta$	
	b	0.00287	$> \delta$	
Iterasi (4-3)	K	0.00048	$> \delta$	Belum konvergen
	a	0.00018	$> \delta$	
	b	0.00288	$> \delta$	
Iterasi (5-4)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00036	$> \delta$	
	b	0.00190	$> \delta$	
Iterasi (6-5)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00039	$> \delta$	
Iterasi (7-6)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00022	$> \delta$	
Iterasi (8-7)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00022	$> \delta$	
Iterasi (9-8)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00022	$> \delta$	
Iterasi (10-9)	K	0.00000	$< \delta$	Belum konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00022	$> \delta$	
Iterasi (11-10)	K	0.00000	$< \delta$	Sudah konvergen
	a	0.00000	$< \delta$	
	b	0.00000	$< \delta$	

Lampiran 6. (Lanjutan)

Dari table diatas di simpulkan bahwa, proses iterasi berhenti pada setelah iterasi ke-12, hal ini dikarenakan nilai dari $|\{\hat{\theta}_{i(j+1)} - \hat{\theta}_{ij}\}/\hat{\theta}_{ij}| < \delta$, $0.00000 < 0.0001$ yang artinya penduga parameter telah konvergen dengan nilai δ yang telah ditentukan yaitu sebesar 0.0001.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 7. Hasil Uji Asumsi Kenormalan Sisaan Dengan Menggunakan Uji *Kolmogorov-Smirnov*

1. Tebu Hayati

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		tinggi
N		52
Normal Parameters ^a	Mean	102.36
	Std. Deviation	57.97
Most Extreme Differences	Absolute	.132
	Positive	.121
	Negative	-.132
Kolmogorov-Smirnov Z		.954
Asymp. Sig. (2-tailed)		.322

a. Test distribution is Normal.

2. Tebu Anorganik

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		tinggi
N		52
Normal Parameters ^a	Mean	93.6800
	Std. Deviation	57.2493
Most Extreme Differences	Absolute	.143
	Positive	.143
	Negative	-.136
Kolmogorov-Smirnov Z		1.033
Asymp. Sig. (2-tailed)		.236

a. Test distribution is Normal.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 8. Hasil Uji Serempak

1. Tabel Uji Serempak Tebu dengan pupuk hayati

ANOVA ^a			
Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	713535.917	9	79281.769
Residual	2690.544	43	62.571
Uncorrected Total	716226.461	52	
Corrected Total	171386.700	51	

Dependent variable: tinggi

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares}) = .984.$

2. Tabel Uji Serempak Tebu dengan pupuk Anorganik

ANOVA ^a			
Source	Sum of Squares	df	Mean Squares
Regression	619415.110	9	68823.901
Residual	4085.381	43	95.009
Uncorrected Total	623500.491	52	
Corrected Total	167151.486	51	

Dependent variable: tinggi

a. $R^2 = 1 - (\text{Residual Sum of Squares}) / (\text{Corrected Sum of Squares}) = .976.$

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



Lampiran 9. Hasil AGR dan RGR Masing-Masing Model

Tabel 4.17 AGR dan RGR untuk Tanaman Tebu

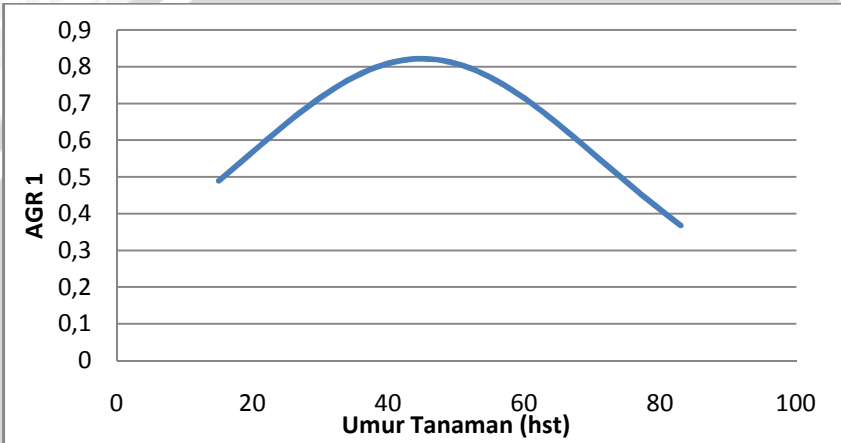
Perlakuan	Dengan Pupuk Hayati
AGR 1	$AGR = \frac{0,0503 * 65,35 \exp(-0,0503t + 2,2587)}{(1 + \exp(-0,0503t + 2,2587))^2}$
AGR 2	$AGR = \frac{0,0819 * 90,52 \exp(-0,0819t + 9,5240)}{(1 + \exp(-0,0819t + 9,5240))^2}$
AGR 3	$AGR = \frac{0,2009 * 21,31 \exp(-0,2009t + 40,5527)}{(1 + \exp(-0,2009t + 40,5527))^2}$
Perlakuan	Dengan Pupuk Anorganik
AGR 1	$AGR = \frac{0,0561 * 50,97 \exp(-0,0561t + 1,5329)}{(1 + \exp(-0,0561t + 1,5329))^2}$
AGR 2	$AGR = \frac{0,0594 * 116,011 \exp(-0,0594 + 7,8696)}{(1 + \exp(-0,0594 + 7,8696))^2}$
AGR 3	$AGR = \frac{0,2021 * 6,75 \exp(-0,2021t + 22,9263)}{(1 + \exp(-0,2021t + 22,9263))^2}$

Perlakuan	Dengan Pupuk Hayati
RGR 1	$RGR = \frac{0,0503 * 65,35 \exp(-0,0503t + 2,2587)}{1 + \exp(-0,0503t + 2,2587)}$
RGR 2	$RGR = \frac{0,0819 * 90,52 \exp(-0,0819t + 9,524)}{1 + \exp(-0,0819t + 9,524)}$
RGR 3	$RGR = \frac{0,2009 * 21,31 \exp(-0,2009t + 40,5527)}{1 + \exp(-0,2009t + 40,5527)}$
Perlakuan	Dengan Pupuk Anorganik
RGR 1	$RGR = \frac{0,0561 * 50,97 \exp(-0,0561t + 1,5329)}{(1 + \exp(-0,0561t + 1,5329))}$
RGR 2	$RGR = \frac{0,0594 * 116,011 \exp(-0,0594 + 7,8696)}{(1 + \exp(-0,0594 + 7,8696))}$
RGR 3	$RGR = \frac{0,2021 * 6,75 \exp(-0,2021t + 22,9263)}{(1 + \exp(-0,2021t + 22,9263))}$

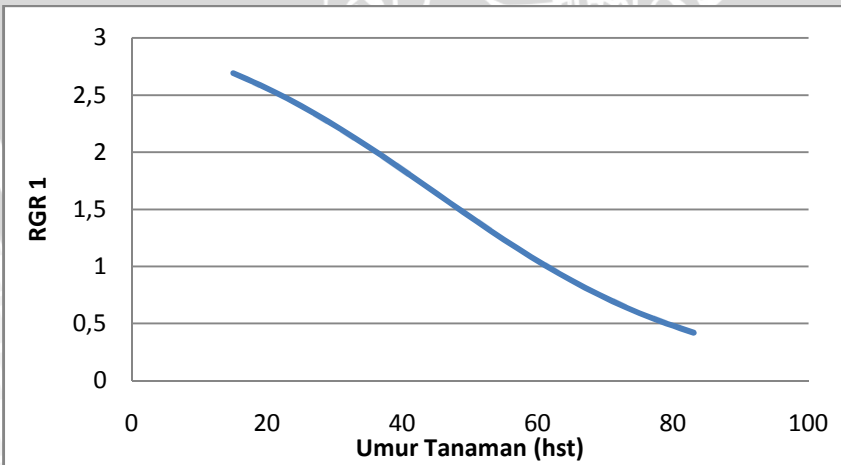
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_1 dan RGR_1 pada Tebu dengan pupuk hayati

$$AGR = \frac{0,0503 * 65,35 \exp(-0,0503t + 2,2587)}{(1 + \exp(-0,0503t + 2,2587))^2}$$



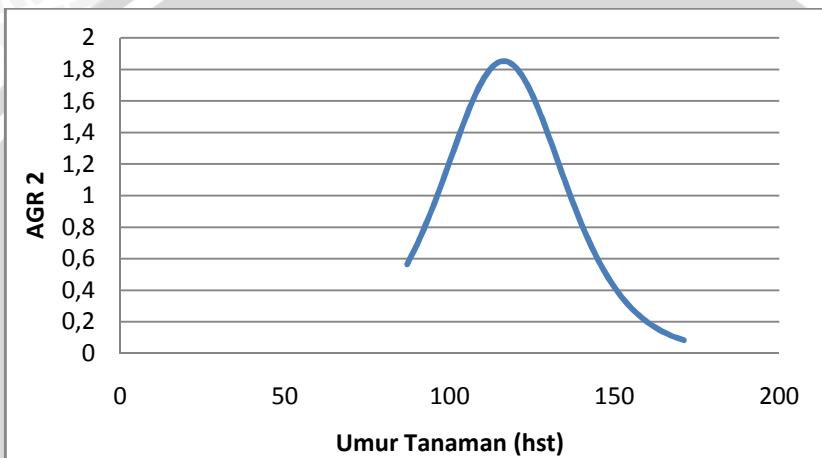
$$RGR = \frac{0,0503 * 65,35 \exp(-0,0503t + 2,2587)}{1 + \exp(-0,0503t + 2,2587)}$$



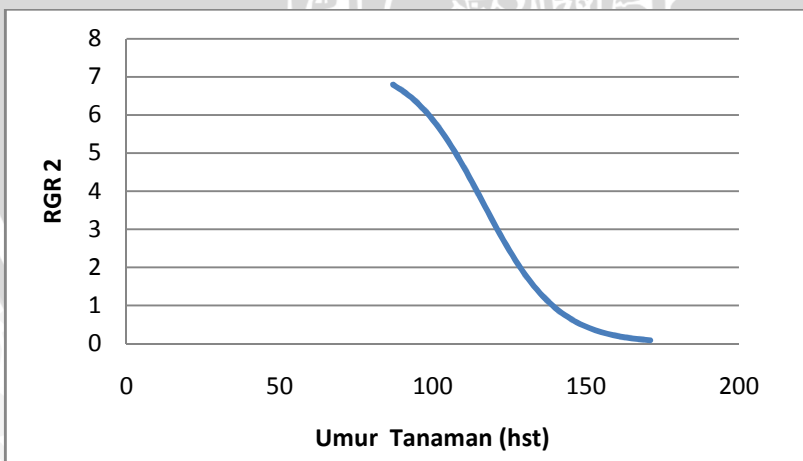
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_2 dan RGR_2 pada Tebu dengan pupuk hayati

$$AGR = \frac{0,0819 * 90,52 \exp (-0,0819t + 9,524)}{(1 + \exp (-0,0819t + 9,524))^2}$$



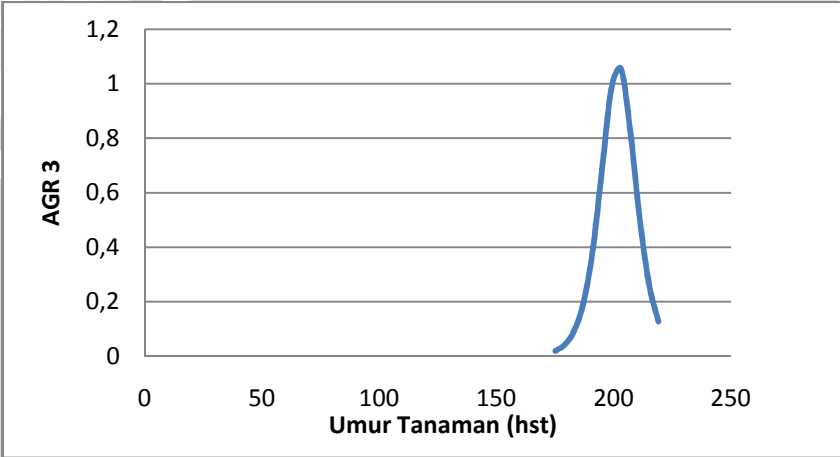
$$RGR = \frac{0,0819 * 90,52 \exp (-0,0819t + 9,524)}{1 + \exp (-0,0819t + 9,524)}$$



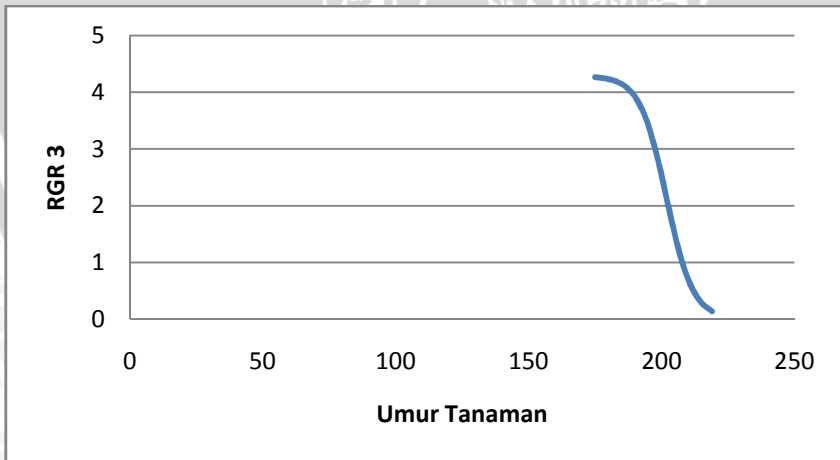
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_3 dan RGR_3 pada Tebu dengan pupuk hayati

$$AGR = \frac{0.2009 * 21,31 \exp (-0,2009t + 40,5527)}{(1 + \exp (-0,2009t + 40,5527))^2}$$



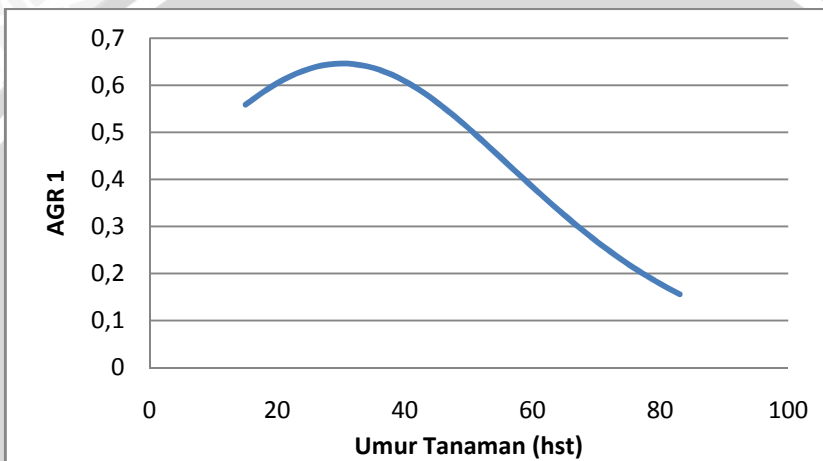
$$RGR = \frac{0.2009 * 21,31 \exp (-0,2009t + 40,5527)}{1 + \exp (-0,2009t + 40,5527)}$$



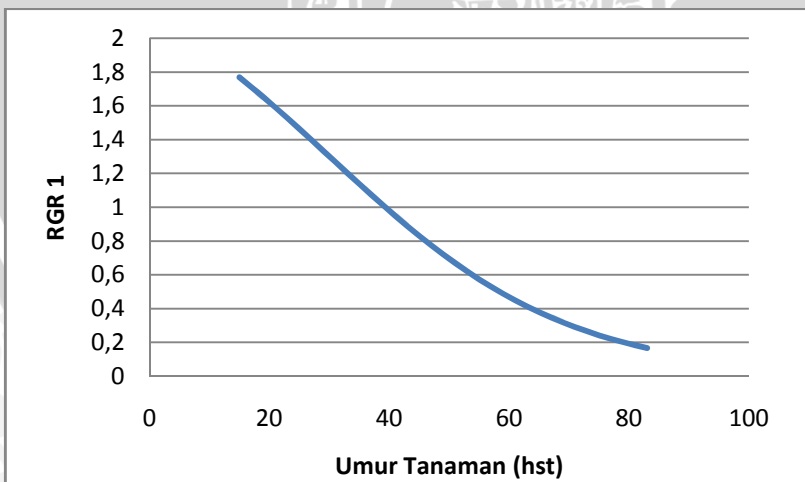
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_1 dan RGR_1 pada Tebu dengan pupuk anorganik

$$AGR = \frac{0,0561 * 50,97 \exp (-0,0561t + 1,5329)}{(1 + \exp (-0,0561t + 1,5329))^2}$$



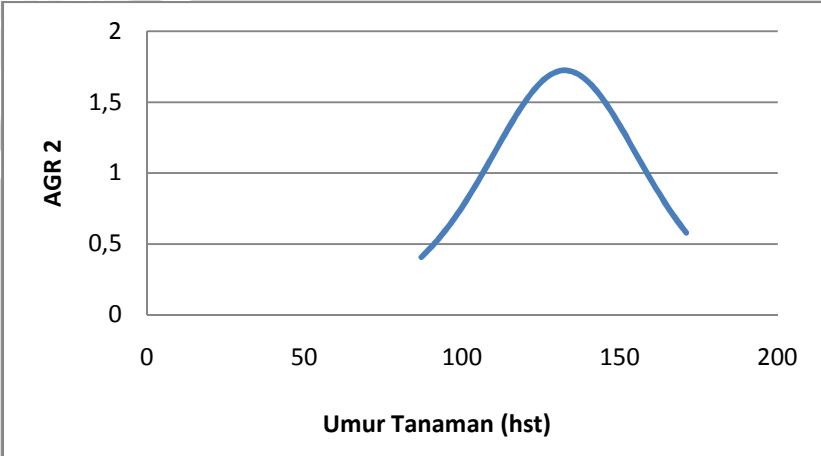
$$RGR = \frac{0,0561 * 50,97 \exp (-0,0561t + 1,5329)}{(1 + \exp (-0,0561t + 1,5329))}$$



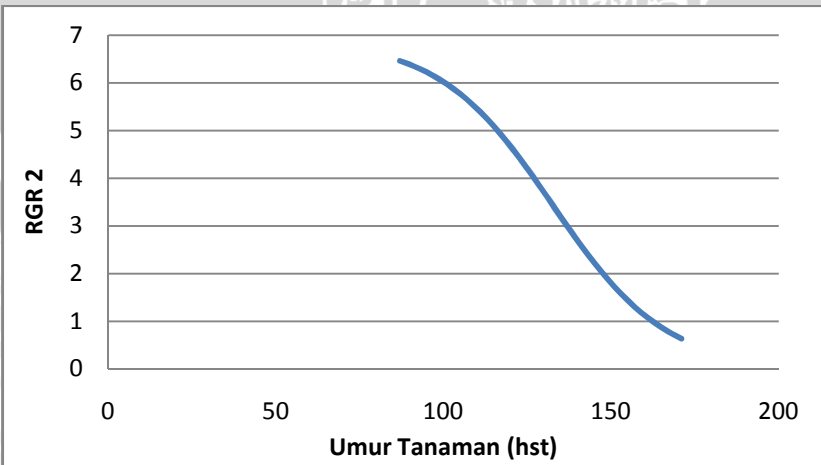
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_2 dan RGR_2 pada Tebu dengan pupuk anorganik

$$AGR = \frac{0.0594 * 116,011 \exp (-0,0594 + 7,8696)}{(1 + \exp (-0,0594 + 7,8696))^2}$$



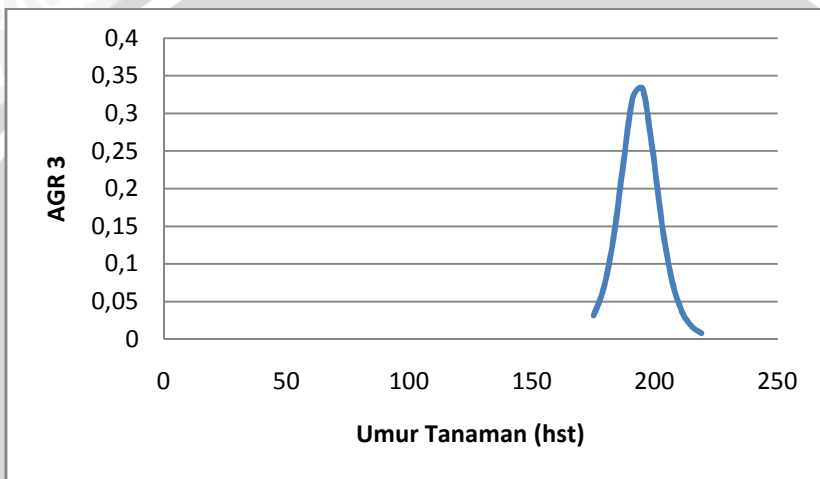
$$RGR = \frac{0.0594 * 116,011 \exp (-0,0594 + 7,8696)}{(1 + \exp (-0,0594 + 7,8696))}$$



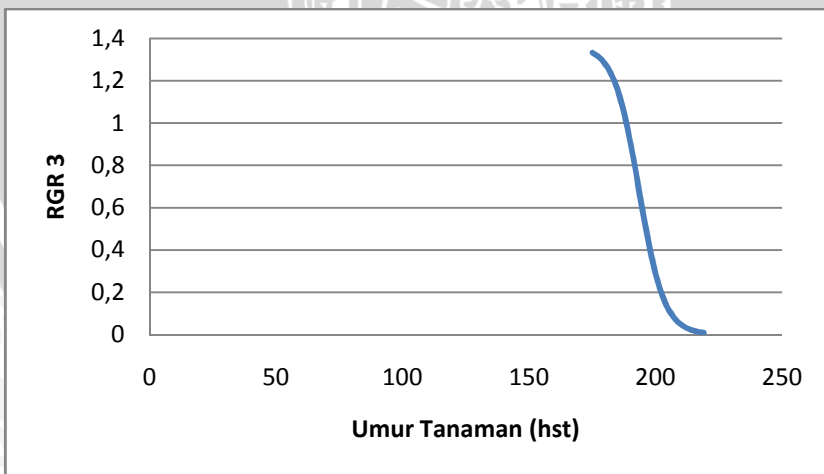
Lampiran 9 (Lanjutan)

Persamaan AGR_3 dan RGR_3 pada Tebu dengan pupuk anorganik

$$AGR = \frac{0.2021 * 6,75 \exp (-0,2021t + 22,9263)}{(1 + \exp (-0,2021t + 22,9263))^2}$$



$$RGR = \frac{0.2021 * 6,75 \exp (-0,2021t + 22,9263)}{(1 + \exp (-0,2021t + 22,9263))}$$



UNIVERSITAS BRAWIJAYA

