PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING* UNTUK MEMINIMASI BIAYA DALAM MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

SKRIPSI

Oleh :

SETIANI

0710943015-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2011

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING* UNTUK MEMINIMASI BIAYA DALAM MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Oleh:

SETIANI

0710943015-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

MALANG

2011

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING*
UNTUK MEMINIMASI BIAYA
DALAM MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

Oleh:
SETIANI
0710943015

Setelah dipertahankan di depan majelis penguji
pada tanggal 15 Agustus 2011
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam Bidang Matematika

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Dr. Sobri Abusini, MT.	**Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes.**
NIP.196012071988021001	**NIP.195305231983031002**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Abdul Rouf Alghofari, MSc.
NIP. 196709071992031001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	:	**Setiani**
NIM	:	**0710943015**
Jurusan	:	**Matematika**
Penulis Skripsi berjudul	:	**Pendekatan *Goal Programming* Untuk Meminimasi Biaya Dalam Masalah Transportasi *Fuzzy***

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi skripsi yang saya buat benar-benar karya sendiri dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Nama-nama yang tercantum dalam skripsi ini semata-mata digunakan sebagai referensi.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 15 Agustus 2011
Yang menyatakan,

(Setiani)
NIM. 0710943015

PENDEKATAN *GOAL PROGRAMMING*
UNTUK MEMINIMASI BIAYA
DALAM MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

ABSTRAK

Skripsi ini membahas teknik pengambilan keputusan pada masalah transportasi dengan permintaan dan persediaan bernilai *fuzzy* yang memiliki dua tujuan sekaligus, yaitu meminimumkan total biaya transportasi dan menginginkan biaya anggaran berada pada rentang nilai tertentu agar jumlah produk yang diangkut maksimal. Permasalahan ini diselesaikan dengan menggunakan pendekatan *goal programming* karena urutan prioritas tujuannnya diperhatikan dan digunakan fungsi keanggotaan segitiga. Pencarian solusi optimal dilakukan dengan menyelesaikan masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan menggunakan teknik progam *fuzzy*. Permasalahan akhir adalah memaksimalkan nilai keanggotaan keputusan (λ). Setiap pencarian solusi dilakukan dengan menggunakan *software* Lingo. Solusi optimal bergantung pada nilai λ yang berkisar antara 0 dan 1. Berdasarkan nilai λ, pembuat keputusan dapat menerima atau menolak solusi yang diajukan.

Kata kunci : Program Linear, *Goal Programming*, Masalah Transportasi *Fuzzy*, Fungsi Keanggotaan Segitiga.

GOAL PROGRAMMING APPROACH TO MINIMIZE COST IN FUZZY TRANSPORTATION PROBLEM

ABSTRACT

This research discusses decision making technique in transportation problem with supplies and demands are fuzzy values which has two objectives at the same time, there are minimize total cost of transportation and budget costs are wanted at a range of values for the maximum amount of product transported. This problem is solved by using Goal Programming approach because the order of priority objectives considered and used triangular membership function. Optimal solution is done by solving the linear programming problem with fuzzy and crisp constraints and applying fuzzy programming technique. The final problem is increasing λ. Each of solution done by using Lingo software. The solution depends on λ which has value between 0 and 1. Considering on this value, decision maker can be decided to receiving or refusing the solutions.

Keywords : Linear Programming, Goal Programming, Fuzzy Transportation Problem, Triangular Fuzzy Number.

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan bimbingan dan petunjuk-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Sobri Abusini, MT. dan Prof. Dr. Agus Widodo, M. Kes., selaku pembimbing I dan pembimbing II atas segala bimbingan, nasihat, motivasi serta kesabaran yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. M. Muslikh, Drs., M. Si. selaku dosen penasehat akademik atas segala nasihat yang telah diberikan selama ini.
3. Drs. Imam Nurhadi Purwanto, MT., Dr. Ratno Bagus EW., SSi. Msi., Drs. Marsudi, MS., selaku dosen penguji atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
4. Seluruh bapak/ibu dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Kedua orangtuaku, kakak-kakakku dan Rizky Aditya tersayang atas segala doa, kasih sayang, dukungan, dan nasihat yang telah diberikan.
6. Mbak Nurul Islamiyah atas bantuannya dalam penulisan skripsi ini.
7. Teman–teman Matematika 2007 terutama Yekti, Elma, Fany, Putri, Ika, dan Yesta atas bantuan yang telah diberikan selama penulisan skripsi ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran untuk perbaikan di masa mendatang. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, 15 Agustus 2011

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

DAFTAR NOTASI

C_{ij} : biaya angkut per satuan barang dari sumber i ke tujuan j

X_{ij} : satuan barang yang akan diangkut dari sumber i ke tujuan j

m : jumlah pusat sumber

n : jumlah pusat tujuan

μ_f : fungsi keanggotaan

A_i : jumlah yang disediakan untuk diangkut (jumlah *supplay*) di titik asal i

B_j : jumlah yang diminta untuk didatangkan (jumlah permintaan) di titik tujuan j

DB_i : variabel deviasional untuk menampung deviasi yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki

DA_i : variabel deviasional untuk menampung deviasi yang berada di atas sasaran yang dikehendaki

a_i, b_i : bilangan-bilangan tegas

λ : tingkat keanggotaan maksimum

f^T : fungsi tujuan

f_0 : nilai optimal batas bawah

f_1 : nilai optimal batas atas

$\tilde{A}_i$: jumlah yang disediakan untuk diangkut (*jumlah supplay*) di titik asal i dengan bernilai fuzzy

$\tilde{B}_j$: jumlah yang diminta untuk didatangkan (jumlah permintaan) di titik tujuan j dengan bernilai fuzzy

$\cong$: bentuk *fuzzy*

Y_i : anggaran biaya

P_k : faktor prioritas

W_{ki} : bobot yang diberikan terhadap suatu unit deviasi

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah Transportasi berawal dari tahun 1941 ketika F.L. Hitchcock mengetengahkan suatu studi yang berjudul "*The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities*". Masalah Transportasi merupakan metode pemrograman linear. Masalah transportasi berkaitan dengan masalah pendistribusian barang dari m sumber (lokasi penawaran) ke n tujuan (lokasi permintaan) dengan jumlah persediaan dan jumlah permintaan masing–masing $a_1, a_2, \ldots, a_m$ dan $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Selain itu ada *penalty* yang terkait dengan pendistribusian produk dari m sumber ke n tujuan. *Penalty* ini berupa biaya pengiriman.

Parameter-parameter pada masalah transportasi adalah biaya, nilai permintaan (*demand*), dan nilai persediaan (*supply*). Parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti. Karena ketidakpastian inilah muncul istilah *fuzzy*, sehingga solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*. Pada skripsi ini, besarnya biaya ditetapkan secara eksak, sedangkan nilai permintaan dan nilai persediaan masih belum diketahui dengan jelas.

Konsep dari teori *fuzzy* digunakan untuk menyelesaikan masalah program linear dan selanjutnya diperkenalkan program linear *fuzzy*. Dalam program linear *fuzzy* digunakan fungsi keanggotaan linear. Program linear *fuzzy* kemudian berkembang menjadi metode optimisasi *fuzzy* untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan koefisien biaya tegas, dengan permintaan dan penawaran bernilai *fuzzy*.

Masalah program linear muncul dalam masalah pengambilan keputusan. Namun, model program linear tidak mampu menyelesaikan kasus-kasus pemrograman linear yang memiliki lebih dari satu tujuan yang hendak dicapai sehingga diperkenalkan model *goal programming*. Dalam skripsi ini akan dibahas pendekatan *goal programming* dalam menyelesaikan masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan yang masih belum diketahui secara pasti.

Tujuan yang menjadi prioritas pertama pada masalah transportasi *fuzzy* adalah meminimumkan total biaya transportasi. Prioritas kedua yaitu menginginkan anggaran biaya berada pada interval tertentu agar jumlah produk yang diangkut dapat maksimal. Kendala yang terkait dengan masalah tersebut adalah jumlah persediaan produk dan jumlah permintaan produk yang masih belum diketahui secara pasti. Hasil yang diperoleh dengan model pendekatan *goal programming* tersebut dapat dibentuk fungsi keanggotaan dan selanjutnya dicari derajat optimalitas yang menggambarkan tingkat kepuasan bagi para pembuat keputusan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang sebelumya, maka dapat dirumuskan permasalahan dari penulisan skripsi ini yaitu :

1. Bagaimana model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga untuk masalah transportasi *fuzzy* ?
2. Bagaimana penerapan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga untuk masalah transportasi *fuzzy* ?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini yaitu :

1. Merumuskan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga untuk masalah transportasi *fuzzy*.
2. Menerapkan model pendekatan *goal programming* dengan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga untuk masalah transportasi *fuzzy*.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Program Linear

Menurut Siswanto (2006), program linear adalah sebuah metode matematis yang berkarakteristik linear untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala.

Tujuan program linear adalah untuk mencari, memilih, dan menentukan alternatif yang terbaik dari sekian alternatif yang tersedia. Program linear mencakup perencanaan kegiatan untuk mencapai suatu hasil yang optimal, yaitu suatu hasil yang mencerminkan tercapainya sasaran tertentu yang paling baik menurut alternatif yang mungkin, dengan menggunakan fungsi linear.

Program linear menekankan pada alokasi optimal atau kombinasi optimum sebagai suatu langkah kebijakan yang telah dipertimbangkan dari segala segi untung dan rugi, efisien dan efektif. Alokasi optimal tersebut adalah memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang memenuhi persyaratan-persyaratan yang dikehendakai oleh kendala-kendala dalam bentuk ketidaksamaan linear (Nasendi dan Anwar, 1985).

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), untuk menyusun permasalahan program linear harus memenuhi hal-hal berikut.

1. Tujuan

Tujuan harus jelas dan tegas yang disebut fungsi tujuan. Fungsi tujuan tersebut dapat berupa dampak positif, manfaat, keuntungan, dan kebaikan yang ingin dimaksimumkan, atau dampak negatif, kerugian, risiko, biaya, jarak, dan waktu yang ingin diminimumkan.

2. Alternatif perbandingan

Dalam menyusun permasalahan program linear harus ada berbagai alternatif yang ingin dibandingkan, misalnya antar kombinasi waktu tercepat dan biaya tertinggi dengan waktu terlambat dan biaya terendah, atau antara alternatif padat modal dengan padat karya, atau antara proyeksi permintaan tinggi dengan rendah.

3. Sumber daya

Sumber daya yang dianalisis harus berada dalam keadaan yang terbatas. Misalnya, keterbatasan waktu, keterbatasan biaya, keterbatasan tenaga, keterbatasan luas tanah, dan keterbatasan ruangan. Keterbatasan dalam sumber daya tersebut dinamakan sebagai kendala.

4. Perumusan kuantitatif

Fungsi tujuan dan kendala harus dapat dirumuskan secara kuantitatif dalam model matematika.

5. Keterkaitan peubah

Peubah-peubah yang membentuk fungsi tujuan dan kendala harus memiliki hubungan fungsional atau hubungan keterkaitan.

2.2 Model Program Linier

Menurut Siswanto (2006), model pemrograman linear mempunyai tiga unsur utama yaitu :

1. Variabel keputusan

Variabel keputusan adalah variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Di dalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.

2. Fungsi tujuan

Dalam model pemrograman linear, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan ke dalam sebuah fungsi matematika linear. Selanjutnya, fungsi itu dimaksimumkan atau diminimumkan terhadap kendala-kendala yang ada.

3. Fungsi kendala

Fungsi kendala adalah fungsi matematika yang mengendalikan nilai variabel keputusan atau suatu pembatas terhadap kumpulan keputusan yang dibuat dan dituangkan ke dalam fungsi matematika linear.

Menurut Agustini dan Rahmadi (2004), ada empat asusmi dasar yang terkandung dalam model pemrograman linear yaitu :

1. *Divisibility* (dapat dibagi)

Asumsi ini menyatakan bahwa variabel dalam program linear tidak harus berupa bilangan bulat (*integer*), asalkan dapat dibagi secara tak terbatas (*infinitely divisible).*

2. *Non negativity* (tidak negatif)

Suatu masalah yang akan diselesaikan dengan program linear harus diasumsikan bahwa setiap variabelnya bernilai lebih besar atau sama dengan nol (≥ 0). Dengan kata lain, tidak ada variabel yang bernilai negatif. Syarat tidak negatif ini dinyatakan dalam fungsi kendala $X_j \geq 0$, dimana X_j adalah variabel-variabel dalam model program linear dan $j = 1, 2, 3, \ldots$. Kendala tidak negatif ini membuat hasil yang diperoleh menjadi lebih masuk akal.

3. *Certainty* (kepastian)

Asumsi kepastian menyatakan bahwa kasus program linear harus berada dalam kondisi *decision-making under certainty*, artinya semua parameter dari variabel keputusan diketahui sebelumnya.

4. *Linearity* (linearitas)

Asumsi ini membatasi bahwa fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala harus berbentuk linear.

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), model dasar program linear dirumuskan sebagai berikut :

Optimumkan (maksimumkan atau minimumkan) :

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \cdots + C_nX_n$$

Dengan kendala :

$$\begin{array}{l}
a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \cdots + a_{1n}X_n \leq, = atau \geq b_1 \\
a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \cdots + a_{2n}X_n \leq, = atau \geq b_2 \\
\quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + a_{m3}X_3 + \cdots + a_{mn}X_n \leq, = atau \geq b_m
\end{array}$$

dan

$$X_j \geq 0 \; untuk \; j = 1, 2, 3, \ldots, n$$

Bentuk di atas dapat ditulis sebagai berikut :

Optimumkan (maksimumkan atau minimumkan) :

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_jX_j \; untuk \; j = 1, 2, 3, \ldots, n$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \leq, = atau \geq b_i \; untuk \; i = 1, 2, 3, \ldots, m$$

dan

$$X_j \geq 0$$

Keterangan :
X_j adalah variabel keputusan ke-j.

Z adalah nilai fungsi tujuan
C_j adalah koefisien peubah pengambilan keputusan dalam fungsi tujuan
b_i adalah sumber daya yang terbatas (nilai sebelah kanan kendala ke-i)
a_{ij} adalah koefisien teknologi peubah pengambilan keputusan dalam kendala ke-i

2.3 Goal Programming

Menurut C.T. Chang (2007), *goal programming* adalah teknik yang digunakan untuk memecahkan masalah multi kriteria dan masalah pembuatan keputusan dengan banyak tujuan. *Goal programming* merupakan pengembangan program linear untuk situasi yang mengandung lebih dari satu tujuan.

Perbedaan utama antara *goal programming* dan program linear terletak pada struktur dan penggunaan fungsi tujuan. Dalam program linear fungsi tujuannya hanya mengandung satu tujuan, sementara dalam *goal programming* semua tujuan apakah satu atau beberapa digabungkan dalam sebuah fungsi tujuan. Hal ini dapat dilakukan dengan mengekspresikan tujuan dalan bentuk kendala (*goal constraint*), memasukkan suatu variabel simpangan (*deviational variable*) dalam kendala untuk mencerminkan seberapa jauh tujuan itu dicapai, dan menggabungkan variabel simpangan dalam fungsi tujuan. Dalam program linear tujuannya bisa maksimasi atau minimasi, sementara dalam *goal programming* tujuannya adalah meminimumkan penyimpangan-penyimpangan dari tujuan-tujuan tertentu. Ini berarti semua masalah *goal programming* adalah masalah minimasi. Karena penyimpangan-penyimpangan dari tujuan-tujuan itu diminimumkan, sebuah model *goal programming* dapat menangani aneka ragam tujuan dengan dimensi atau satuan ukuran yang berbeda. Jika program linear berusaha mengidentifikasi solusi optimum dari suatu himpunan solusi layak, *goal programming* mencari titik yang saling memuaskan dari sebuah persoalan dengan beberapa tujuan (Mulyono, 1991).

Agar memahami dengan baik, berikut ini adalah definisi dari beberapa istilah dan lambang yang biasa digunakan dalam *goal programming.*

1. *Objective* adalah suatu pernyataan yang menggambarkan keinginan dari pengambil keputusan.
2. Tingkat aspirasi adalah nilai tertentu yang berhubungan dengan keinginan atau tingkat penerimaan dari sebuah objektif. Jadi tingkat aspirasi digunakan sebagai ukuran pencapaian sebuah objektif.
3. *Goal* adalah keinginan untuk meminimumkan angka penyimpangan dari suatu nilai sisi kanan pada suatu kendala tujuan tertentu.
4. Variabel keputusan yaitu seperangkat variabel yang tidak diketahui (dilambangkan dengan X_j, dimana $j = 1,2, \ldots, n$) yang akan dicari nilainya.
5. Nilai sisi kanan yaitu nilai-nilai yang menunjukkan ketersediaan sumber daya (dilambangkan dengan b_i)yang akan ditentukan kekurangan atau kelebihan penggunaannya.
6. Kendala tujuan yaitu suatu tujuan yang diekspresikan dalam persamaan matematik dengan memasukkan variabel simpangan.
7. Variabel simpangan yaitu variabel-variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan negatif dari suatu nilai sisi kanan kendala tujuan (dilambangkan dengan DB_i, dimana $i = 1, 2, \ldots, m$ dan m adalah banyaknya kendala tujuan dalam model) atau penyimpangan positif dari suatu nilai sisi kanan (dilambangkan dengan DA_i).
8. Koefisien teknologi yaitu nilai-nilai numerik (dilambangkan dengan a_{ij}) yang menggunakan penggunaan nilai b_i per unit untuk menciptakan X_j.
9. Pengutamaan faktor prioritas yaitu suatu sistem urutan (yang dilambangkan dengan P_k, dimana $k = 1, 2, \ldots, K$ dan K menunjukkan banyaknya tujuan dalam model) yang memungkinkan tujuan-tujuan disusun secara urut dalam model *goal programming*. Sistem urutan itu menempatkan tujuan-tujuan dengan hubungan seperti berikut :

$P_1 > P_2 >>> P_k$

P_1 merupakan tujuan yang paling penting

P_2 merupakan tujuan yang kurang penting dan seterusnya.

10. Bobot dilambangkan dengan W_{ki} dimana $k = 1, 2, \ldots, K$ dan $i = 1, 2, \ldots, m$ dan digunakan untuk membedakan variabel simpangan i di dalam suatu tingkat prioritas k.

2.4 Model Goal Programming

Setiap model *goal programming* terdiri dari tiga komponen, yaitu fungsi tujuan, kendala tujuan, dan kendala non negatif.
Menurut Mulyono (1991), ada tiga jenis fungsi tujuan dalam *goal programming*, yaitu :

1. Fungsi tujuan yang digunakan jika variabel simpangan dalam suatu masalah tidak dibedakan menurut prioritas atau bobot.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} (DA_i + DB_i)$$

2. Fungsi tujuan dimana urutan tujuan diperlukan, tetapi variabel simpangan di dalam setiap tingkat prioritas memiliki kepentingan yang sama.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} P_k (DA_i + DB_i) \quad , k = 1,2, \ldots, K$$

3. Tujuan-tujuan diurutkan dan variabel simpangan pada setiap tingkat prioritas dibedakan dengan menggunakan bobot yang berlainan.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} W_{ki} P_k (DA_i + DB_i) \quad , k = 1,2, \ldots, K$$

Keterangan :

DB_i adalah variabel deviasional untuk menampung deviasi negatif

DA_i adalah variabel deviasional untuk menampung deviasi positif

X_j adalah variabel keputusan ke-j.

b_i adalah sumber daya yang terbatas (nilai sebelah kanan kendala ke-i)

a_{ij} adalah koefisien teknologi peubah pengambilan keputusan dalam kendala ke-i

P_k adalah urutan prioritas

W_{ki} adalah timbangan atau bobot yang diberikan terhadap suatu unit deviasi.

Menurut Mulyono (1991), sebelum merumuskan model diperlukan beberapa asumsi yaitu :

1. Additivitas dan linearitas

Diasumsikan bahwa proporsi penggunaan b_i yang ditentukan oleh a_{ij} harus tetap benar tanpa memperhatikan nilai solusi X_j yang dihasilkan.

2. Divisibilitas

Diasumsikan bahwa nilai-nilai X_j, DB_i, DA_i yang dihasilkan dapat dipecah. Artinya, dapat menyelesaikan jumlah pecahan nilai X_j dan menggunakan jumlah pecah sumber daya dalam solusi itu.

3. Terbatas

Diasumsikan bahwa nilai X_j, DB_i, DA_i yang dihasilkan harus terbatas. Artinya, tidak dapat memiliki nilai variabel keputusan, sumber daya, atau penyimpangan tujuan yang tak terbatas.

2.5 Logika *Fuzzy*

Dalam himpunan tegas (*crisp*), keanggotaan suatu unsur di dalam himpunan dinyatakan secara tegas, apakah obyek tersebut anggota himpunan atau bukan.

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004), pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, ditulis dengan μ_A(x) memiliki dua kemungkinan, yaitu :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, x \in A \\ 0, x \notin A \end{cases}$$

Fuzzy berarti samar, kabur atau tidak jelas. *Fuzzy* adalah istilah untuk menyatakan kelompok atau himpunan yang dapat dibedakan dengan kelompok lain berdasarkan derajat keanggotaan yang kabur, bukan berdasarkan logika biner yang hanya membedakan antara 0 dan 1 secara tegas (Simatupang, 1995).

Logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakkan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output. Pada logika klasik, nilai kebenaran proposisi adalah 1 atau 0. Tetapi pada logika *fuzzy*, nilai kebenaran proposisi adalah nilai riil di dalam selang [0,1].

2.6 Himpunan F*uzzy*

Himpunan *fuzzy* adalah representasi matematika pada ketidaktepatan atau ketidakpastian dalam kehidupan sehari-hari.
Diberikan semesta X. Himpunan *fuzzy* A dalam X ditulis $\hat{A}$ dan didefinisikan :

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\}$$

dengan $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ adalah fungsi atau derajat keanggotaan dari himpunan *fuzzy* $\hat{A}$ (Nurhidayanti, 2010).

Di dalam teori himpunan f*uzzy*, keanggotaan suatu elemen di dalam himpunan dinyatakan dengan derajat keanggotaan (*membership values*) yang nilainya terletak di dalam selang $[0,1]$.
Himpunan *fuzzy* memiliki dua atribut, yaitu :

1. Linguistik yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami.
2. Numeris yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel.

Beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami system *fuzzy*, yaitu :

1. Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dari suatu system *fuzzy*.
2. Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.
3. Semesta pembicaraan yaitu keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif.
4. Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Domain merupakan himpunan bilangan real yang

senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

2.7 Fungsi Keanggotaan

Menurut Kusumadewi dan Purnomo (2004), fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melakukan pendekatan fungsi. Fungsi keanggotaan yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Representasi Linear

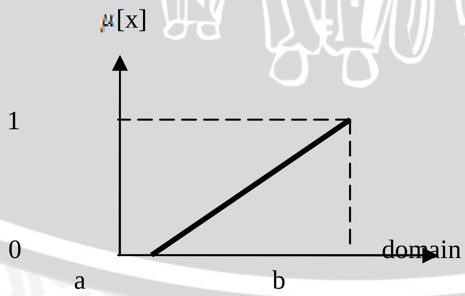
Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Ada dua keadaan *fuzzy* yang linear yaitu :

a. Representasi Linear Naik

Kenaikan himpunan *fuzzy* dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nilai tinggi. Fungsi keanggotaan representasi linear naik didefinisikan sebagai berikut.

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Grafik Representasi linear naik dapat dilihat pada Gambar 2.1 berikut.



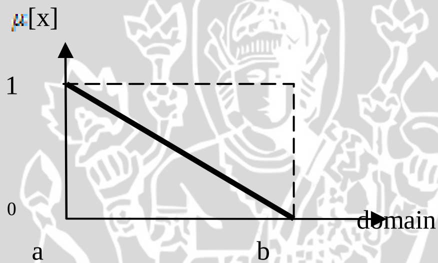
Gambar 2.1 Representasi linear naik

b. Representasi Linear Turun

Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah. Fungsi keanggotaan representasi linear turun didefinisikan sebagai berikut.

$$\mu[x] = \begin{cases} 0, & x > b \\ \dfrac{b-x}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x < a \end{cases}$$

Grafik representasi linear turun dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut.



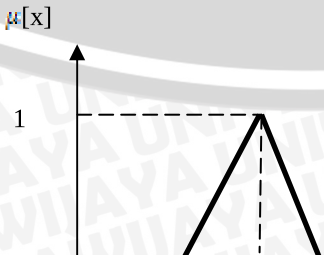
Gambar 2.2 Representasi linear turun

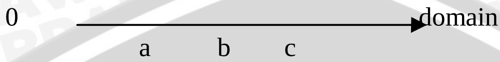
2. Representasi Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara dua garis (linear). Fungsi keanggotaaan segitiga didefinisikan sebagai berikut.

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; \; x \le a \; atau \; x > c \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ; a < x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & ; b < x \le c \end{cases} \tag{2.1}$$

Grafik representasi kurva segitiga dapat dilihat pada Gambar 2.3 berikut.





Gambar 2.3 Representasi kurva segitiga

Menurut Kusumadewi (2008), jika A adalah himpunan *fuzzy* dalam R, dan A_α adalah interval tertutup untuk setiap $0 \leq \alpha \leq 1$, maka A disebut sebagai bilangan fuzzy. Bilangan *fuzzy* segitiga b adalah himpunan *fuzzy* dengan batas bawah a dan batas atas c. Pada definisi persamaan (2.1) dilambangkan dengan $\tilde{A} = (a, b, c)$ atau $\tilde{A} = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3})$. Dalam hal ini $a = a_{i1}, b = a_{i2},$ dan $c = a_{i3}$. Bilangan *fuzzy* segitiga $\hat{A} = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3})$ disebut bilangan segitiga positif jika $0 \leq a_{i1} \leq a_{i2} \leq a_{i3}$.

2.8 Masalah Transportasi

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), masalah transportasi merupakan bentuk khusus atau variasi dari program linear yang dikembangkan khusus untuk memecahkan masalah yang berhubungan dengan transportasi (pengangkutan) dan distribusi produk atau sumber daya dari berbagai sumber (pusat pengadaan, atau titik suplai) ke berbagai tujuan (titik permintaan atau pusat pemakaian) dengan meminimumkan biaya total distribusi. Seperti halnya metode program linear, hasil akhir dari metode transportasi adalah suatu solusi optimal dari fungsi tujuan dengan batas kendala yang ada.

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), model umum persoalan transportasi dilandasi pada asumsi-asumsi berikut.

1. Suatu produk yang ingin diangkat tersedia dalam jumlah yang tetap dan diketahui.
2. Produk akan dikirim melalui jaringan transportasi yang ada dengan memakai cara pengangkutan tertentu dari pusat pengadaan ke pusat permintaan.
3. Jumlah permintaan di pusat permintaan diketahui dalam jumlah tertentu dan tetap.

4. Ongkos angkutan per unit produk yang diangkut diketahui, sehingga tujuan meminimumkan biaya total angkutan dapat tercapai.

2.9 Model Matematika Transportasi

Menurut Nasendi dan Anwar (1985), andaikan ada m pusat pengadaan dan n pusat permintaan. Ingin diangkut produk X dari pusat i ke tujuan j $(i = 1, 2, \dots, m)$ dan $(j = 1, 2, \dots, n)$ dengan ongkos angkutan per unit sebesar C, maka jumlah produk sebesar a di pusat *supplay* dapat diangkut ke pusat permintaan sebanyak b unit, sehingga model transportasinya adalah sebagai berikut.

$$Min Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

Dengan kendala :

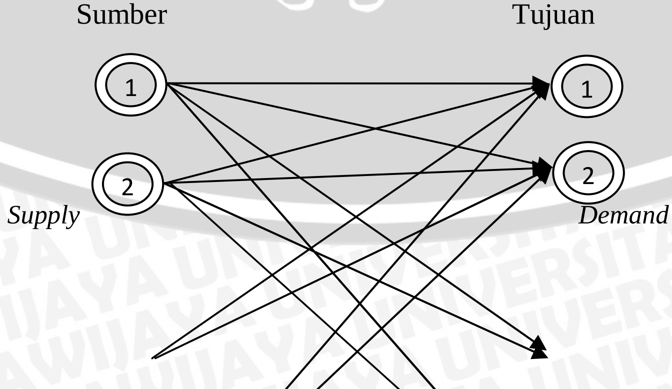
$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \qquad ; i = 1, 2, \dots, m$$

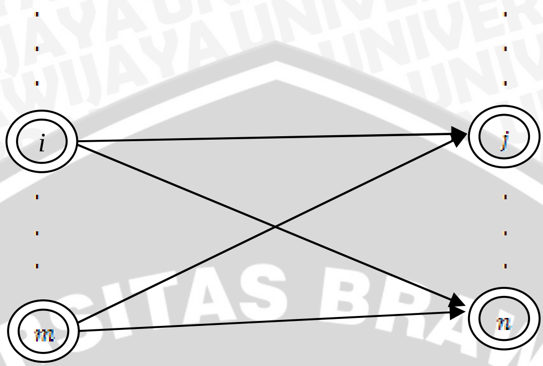
$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad ; j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$X_{ij} \geq 0$$

Masalah transportasi dapat diilustrasikan sebagai suatu model jaringan transportasi umum seperti pada Gambar 2.4 berikut.





Gambar 2.4 Jaringan Transportasi

Dalam model transportasi digunakan matrik untuk memberikan gambaran mengenai kasus distribusi. Sebuah matrik transportasi memiliki m baris dan n kolom. Sumber-sumber berjajar pada baris ke-1 hingga ke-m, sedang tujuan-tujuan berbanjar pada kolom ke-1 hingga ke-n. Bentuk umum sebuah matrik transportasi seperti pada Tabel 2.1 berikut.

Tabel 2.1 Matrik Transportasi

ke / dari	Tujuan				Kapasitas sumber
	b_1	b_2	. . .	b_n	
a_1	X_{11} C_{11}	X_{12} C_{12}	. . .	X_{1n} C_{1n}	a_1
a_2	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	. . .	X_{2n} C_{2n}	a_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}	. . .	X_{mn} C_{mn}	a_m
Kapasitas Tujuan	b_1	b_2	. . .	b_n	$\sum a_i$ $\sum b_j$

Dalam kasus transportasi, jumlah sel isi dalam suatu penyelesaian harus sama dengan $(m + n - 1)$, dimana m adalah jumlah baris dan n adalah jumlah kolom. Namun ada situasi dimana aturan ini tidak terpenuhi (Agustini dan Rahmadi, 2004).

Menurut Siswanto (2006), ada dua kemungkinan yang akan muncul sebagai konsekuensi logis dari aturan tersebut yaitu :

1. Degenerasi

Gejala degenerasi muncul bila jumlah sel yang terkena alokasi distribusi lebih kecil dari aturan $(m + n - 1)$ atau terjadi kekurangan sel yang terkena alokasi distribusi. Sebagai jalan keluar adalah alokasi distribusi semu pada sel yang belum terisi agar aturan $(m + n - 1)$ terpenuhi. Dalam hal ini, alokasi distribusi semu itu adalah alokasi distribusi yang sangat kecil.

2. Redundansi

Gejala redundansi muncul bila jumlah sel yang terkena alokasi distribusi lebih besar dari $(m + n - 1)$ atau terjadi kelebihan sel yang terkena alokasi distribusi. Sebagai jalan keluarnya adalah pemindahan atau penggabungan alokasi distribusi ke sel yang lain sedemikian rupa sehingga aturan $(m + n - 1)$ terpenuhi.

2.10 Model Matematika Transportasi *Fuzzy*

Parameter-parameter pada masalah transportasi adalah biaya, nilai permintaan, dan nilai penawaran. Pada prakteknya, parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti. Apabila hal ini terjadi, maka salah satu solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*. Pada masalah transportasi *fuzzy* biaya transportasi sudah diketahui pasti, sedangkan jumlah permintaan dan penawaran masih belum diketahui dengan jelas atau bernilai *fuzzy*. Masalah transportasi *fuzzy* dapat dirumuskan sebagai berikut.

Fungsi tujuan

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \tilde{X}_{ij} \qquad (2.2)$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong \tilde{A}_i; \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong \tilde{B}_j \; ; \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer

Keterangan :

C_{ij} adalah biaya pengangkutan per unit produk X_{ij}

$\tilde{A}_i$ adalah banyaknya komoditi yang tersedia di sumber i dengan bernilai *fuzzy*.

$\tilde{B}_j$ adalah banyaknya komoditi yang dibutuhkan di sumber j dengan bernilai *fuzzy*.

$\tilde{X}_{ij}$ adalah banyaknya komoditi yang diangkut dari sumber i menuju tujuan j dengan bernilai *fuzzy*.

BAB III
METODOLOGI

3.1 Sumber Data

Pengumpulan data dilakukan berdasarkan studi literatur dan sumber lain yang sesuai dengan permasalahan pada skripsi ini. Data yang digunakan dalam skripsi ini adalah contoh kasus dari Islamiyah (2007) tentang masalah pendistribusian gula di PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang, Malang pada tahun 2006/2007. Data yang dibutuhkan dalam analisis data yaitu :

1. Jumlah produk yang tersedia ($\tilde{A}_i$)
2. Jumlah produk yang dibutuhkan ($\tilde{B}_j$)
3. Biaya distribusi per unit dari lokasi sumber ke lokasi tujuan (C_{ij})
4. Anggaran yang tersedia (Y_i)

3.2 Metode Pengolahan Data

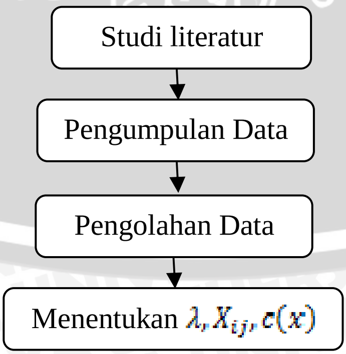
Metode yang digunakan dalam pengolahan data adalah metode pendekatan *goal programming*. Metode ini digunakan untuk meminimumkan penyimpangan agar dihasilkan biaya total distribusi minimum dengan anggaran yang tersedia sehingga jumlah produk yang diangkut maksimal.

a. Input untuk model *goal programming* adalah biaya distribusi per unit, jumlah permintaan dan jumlah persediaan yang bernilai *fuzzy* dan anggaran yang tersedia.
b. Output untuk model pendekatan *goal programming*, memberikan indikasi berapa jumlah permintaan dan jumlah persediaan agar biaya total transportasi minimum dengan derajat kepuasan yang maksimum. Untuk membantu menyelesaikan masalah program linear dari model *goal programming* digunakan *software* Lingo.

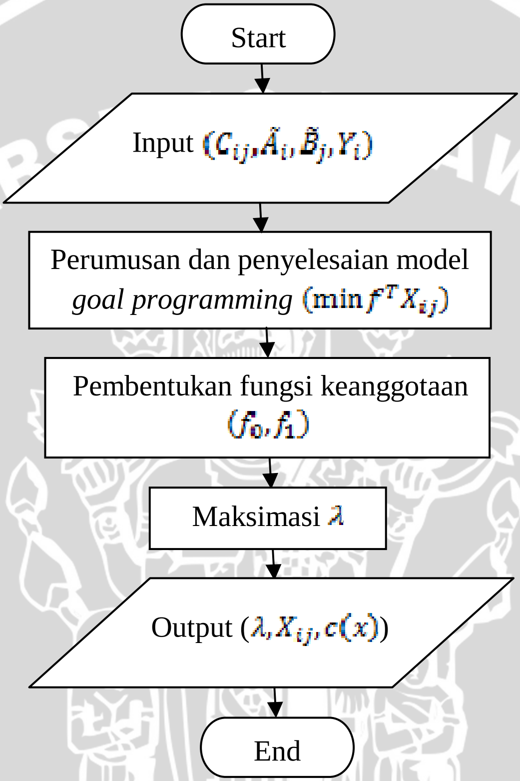
3.3 Analisis Data

Apabila data-data yang diperlukan telah diperoleh maka selanjutnya adalah melakukan analisis data sehingga data tersebut mempunyai arti serta menghasilkan keterangan dan penyelesaian suatu permasalahan yang dapat digunakan dan dipertanggung jawabkan.

Langkah-langkah penelitian dan analisis data dalam penulisan skripsi ini dijelaskan dengan skema pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2 berikut.



Gambar 3.1 Langkah-Langkah Penelitian



Gambar 3.2 Skema Analisis Data

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Pendekatan *Goal Programming* Pada Masalah Transportasi *Fuzzy*

Parameter-parameter pada masalah transportasi adalah biaya, jumlah permintaan, dan jumlah persediaan . Parameter-parameter ini tidak dapat diketahui dengan pasti, sehingga solusinya dapat dicari dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*. Dalam skripsi ini besarnya biaya transportasi sudah diketahui pasti, sedangkan jumlah permintaan dan jumlah persediaan masih belum diketahui dengan jelas atau bernilai *fuzzy*.

Seperti pada masalah transportasi, dalam masalah transportasi *fuzzy* produk diangkut dari m sumber ke n tujuan dengan kapasitas masing-masing $a_1, a_2, \ldots, a_m$ dan $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Selain itu juga terdapat C_{ij}. Dalam kasus ini, $X_{ij}, a_i, dan\ b_j$ dicirikan oleh fungsi keanggotaan segitiga. Variabel X_{ij} merupakan kuantitas yang tidak diketahui untuk dikirim dari sumber i ke tujuan j.

Gambar 2.3 menunjukkan kurva segitiga. Fungsi keanggotaan didefinisikan pada selang $0 \leq \mu(x) \leq 1$. Selang ini dipilih karena jumlah persediaan dan jumlah permintaan bernilai *fuzzy* segitiga yaitu (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}) dan (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}). Telah diketahui sebelumnya bahwa kurva segitiga merupakan gabungan antara dua garis linear. Jumlah permintaan dan jumlah persediaan bersifat monoton naik dan menuju ke 1 jika jumlah persediaan dan jumlah permintaan masing-masing kurang dari atau sama dengan a_{i2} dan b_{j2}, sedangkan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bersifat monoton turun dari 1 jika jumlah persediaan dan jumlah permintaan masing-masing lebih dari atau sama dengan a_{i2} dan b_{j2}. Nilai keanggotaan tertinggi adalah 1 yang terjadi pada saat jumlah persediaan dan jumlah permintaan sama dengan a_{i2} dan b_{j2}.

Berdasarkan persamaan (2.2), model program linear yang menggambarkan masalah transportasi dengan permintaan dan persediaan yang dicirikan oleh fungsi keanggotaan segitiga dapat dirumuskan sebagai berikut.

Fungsi tujuan

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \tilde{X}_{ij} \tag{4.1}$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}); \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}); \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

$X_{ij} \geq 0$ dan integer

Keterangan :
C_{ij} adalah biaya pengangkutan per unit produk X_{ij}
$\tilde{A}_i = [a_{i1}, a_{i2}, a_{i3},]$ adalah banyaknya komoditi yang tersedia di sumber i dengan bernilai *fuzzy*.
$\tilde{B}_j = [b_{j1}, b_{j2}, b_{j3},]$ adalah banyaknya komoditi yang dibutuhkan di tujuan j dengan bernilai *fuzzy*.
$\tilde{X}_{ij}$ adalah banyaknya komoditi yang diangkut dari sumber i menuju tujuan j dengan bernilai *fuzzy*.

Tujuan transportasi dalam kerangka pemrograman matematis tidak hanya mengoptimalkan satu tujuan saja, tetapi terdapat tujuan lain yang ingin dicapai. Untuk masalah yang terkait dengan lebih dari satu tujuan, pembuat keputusan membutuhkan secara bersamaan mengambil tujuan lain selain dari tujuan meminimumkan total biaya transportasi. Untuk menyelesaikan masalah transportasi yang memiliki lebih dari satu tujuan digunakan pendekatan *goal programming*. Alasan digunakan pendekatan *goal programming* karena dalam menyelesaikan masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan yang bernilai *fuzzy* urutan tujuannya diperhatikan. Sistem urutan ini menempatkan tujuan yang paling penting sebagai prioritas utama, selanjutnya tujuan yang kurang penting dan seterusnya.

Selain prioritas, pendekatan *goal programming* juga mempertimbangkan target tiap tujuan karena target menunjukkan terpenuhinya keinginan pengambil keputusan. Prioritas sangat diperlukan karena tidak semua tujuan dapat dipenuhi secara mutlak mengingat hubungan antar tujuan yang saling berlawanan. Oleh karena itu, fungsi tujuan harus dibagi ke dalam urutan tingkat prioritas dengan tujuan yang paling penting diletakkan dalam prioritas pertama.

Pada masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy*, tiap tujuan tidak dapat dioptimalkan secara sempurna. Hal ini disebabkan karena adanya tujuan yang saling bertentangan. Misalnya jika tujuan pertama diperoleh solusi optimal maka belum tentu tujuan yang lain diperoleh solusi optimal juga.

Untuk setiap tujuan, pembuat keputusan membuat spesifikasi tingkat aspirasi (target) dalam bentuk numerik yang lebih pasti. Namun, karena tingkat aspirasi (target) tidak selalu dapat dicapai dengan memuaskan maka penyimpangan (deviasi) terhadap tujuan itu bisa diupayakan. Solusi untuk persoalan *goal programming* adalah bagaimana mendekati target-target yang telah menjadi tujuan itu sedekat mungkin, dan jika terjadi penyimpangan maka penyimpangan-penyimpangan itu minimum.

Model pendekatan *goal programming* secara umum yang telah dijelaskan pada bab II akan digunakan dalam merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala pada masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy*.

1. Penetapan Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai pada masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* yaitu :

a. Prioritas pertama adalah meminimumkan total biaya transportasi.

Rumusan program linear masalah tersebut adalah

$$Min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \qquad (4.2)$$

Tujuan tersebut mirip dengan model transportasi konvensional yaitu untuk meminimumkan total biaya transportasi, yang mencerminkan hubungan antara sumber dengan tujuan.

b. Prioritas kedua yaitu menginginkan biaya anggaran berada pada rentang yang ditentukan agar jumlah produk yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal.

Bila interval biaya anggaran dibatasi oleh a_i dan b_i maka hasil penyelesaian yang diharapkan akan berada diantara interval tersebut sehingga rumusan program linear masalah tersebut adalah :

$$a_i \le Y_i \le b_i \qquad (4.3)$$

Keterangan :

Y_i adalah biaya anggaran

a_i adalah batas bawah biaya anggaran

b_i adalah batas atas biaya anggaran

2. Perumusan Kendala

Pada masalah transportasi *fuzzy*, untuk mewujudkan tujuannya selalu menghadapi berbagai kendala. Kendala-kendala untuk masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* adalah

1. Jumlah persediaan produk

Pada masalah transportasi, jumlah produk yang tersedia masih belum diketahui dengan jelas. Sehingga fungsi kendala untuk jumlah yang disediakan untuk diangkut di titik asal i dengan bernilai *fuzzy* segitiga dirumuskan sebagai berikut.

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}); \quad i = 1, 2, \ldots, m \quad (4.4)$$

2. Jumlah permintaan produk.

Seperti pada jumlah produk yang tersedia, jumlah permintaan produk juga masih belum diketahui dengan jelas. Sehingga fungsi kendala untuk jumlah produk yang diminta untuk didatangkan di titik tujuan j dengan bernilai *fuzzy* segitiga dirumuskan sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}); \quad j = 1, 2, \ldots, n \quad (4.5)$$

Dalam merumuskan *goal programming*, setiap tujuan dimasukkan ke dalam kendala-kendala dalam persamaan yang dinamakan kendala tujuan, dimana di dalam persamaan telah melibatkan variabel penyimpangan, DA_i dan DB_i. Sebuah *goal programming* mengandung DA_i dan DB_i walaupun kedua variabel penyimpangan ini tidak muncul pada fungsi objektif. Setelah tujuannya dirumuskan, kasus program linear tersebut akan diubah menjadi kasus *goal programming* dengan menempatkan meminimumkan total biaya transportasi sebagai prioritas pertama dan menginginkan biaya anggaran yang berada pada interval tertentu sebagai prioritas kedua agar jumlah yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal sebagai tujuan yang hendak dicapai.

Agar persamaan (4.2) menjadi sebuah kendala tujuan, perlu ditambahkan variabel deviasional (DA_i dan DB_i). Sehingga rumusan kendala tujuan persamaan (4.2) sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} - DA_i + DB_i = Y_i \qquad (4.6)$$

Dalam hal ini akan meminimumkan deviasi di atas sasaran. Tujuan masalah transportasi yang menjadi prioritas pertama adalah meminimumkan total biaya transportasi sehingga fungsi tujuan masalah *goal programming* hanya mengandung sebuah variabel deviasional. Sehingga fungsi tujuannya menjadi sebagai berikut :
Fungsi *goal*

$$Min\ DA_i \qquad (4.7)$$

Variabel DA_i dimaksudkan untuk meminimumkan kelebihan target total biaya distribusi. Karena kelebihan total biaya distribusi tersebut tidak diinginkan, maka DA_i ditekan mendekati nol.

Selanjutnya fungsi tujuan persamaan (4.3) diubah menjadi kendala tujuan. Agar total biaya distribusi minimum, maka kendala tujuannya adalah sebagai berikut.

$$Y_i - DA_k + DB_k = a_i \qquad (4.8)$$

Dalam hal ini, tidak diharapkan biaya anggaran akan menyimpang di bawah nilai a_i atau juga di atas nilai b_i. Kemungkinan penyimpangan-penyimpangan tersebut bagaimanapun juga harus diminimumkan. Oleh karena itu, perlu dihadirkan DB_k guna membatasi penyimpangan di bawah a_i dan juga DA_k guna membatasi penyimpangan di atas b_i, sehingga fungsi tujuannya menjadi sebagai berikut.
Fungsi *goal*

$$Min\ DA_k + DB_k \qquad (4.9)$$

Dengan menggunakan model *goal programming* untuk masalah program linear dengan meminimumkan fungsi tujuan, model *goal programming* untuk masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* dapat disusun sebagai berikut.

$$Min\ P_i(DA_i) + P_k(DA_k + DB_k) \qquad (4.10)$$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cong (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}); \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \cong (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}); \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} - DA_i + DB_i = Y_i$$

$$Y_i - DA_k + DB_k = a_i$$

$$a_i \le Y_i \le b_i$$

$$DA_i, DB_i, DA_k, DB_k \ge 0$$

$$X_{ij} \ge 0\ dan\ integer$$

Keterangan :
DA_i dan DA_k adalah variabel penyimpangan yang merepresentasi tingkat pencapaian melebihi target (*over achievement*).
DB_i dan DB_k adalah variabel penyimpangan yang merepresentasi tingkat pencapaian di bawah target (*under achievement*).
Meskipun DA_i dan DB_i akan tampak pada sebuah persamaan tujuan, paling banyak hanya satu dari dua variabel itu yang memiliki nilai positif dalam setiap solusi. Dengan kata lain, tidak mungkin pada saat yang sama terjadi kekurangan dan kelebihan target keuntungan, maka berlaku hubungan sebagai berikut $DA_i \times DB_i = 0$. Jika nilai target dicapai secara pas, kedua variabel simpangan akan bernilai nol.
Persamaan (4.10) adalah masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas. Dengan mengasumsikan $P_i(DA_i) + P_k(DA_k + DB_k) = f^T(X_{ij})$ maka persamaan (4.10) dapat ditulis sebagai berikut.

Fungsi tujuan

$$Min\, f^T(X_{ij}) \qquad (4.11)$$

Dengan kendala

$\tilde{A}_i X_{ij} \cong \tilde{B}_j$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

$\tilde{B}_j = [b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}]$ adalah bilangan fuzzy segitiga. Dengan melihat fungsi keanggotaan segitiga pada persamaan (2.1), untuk menyelesaikan masalah pada persamaan (4.11) dapat ditentukan dengan menyelesaikan masalah dua program linear berikut.

1. Program linear dengan nilai keanggotaan 1 (nilai keputusan maksimum).

$$Min\, f^T(X_{ij}) \qquad (4.12)$$

Dengan kendala

$\tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i3} - (a_{i3} - a_{i2})\lambda$

$\tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1} + (a_{i2} - a_{i1})\lambda$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

Dari persamaan (4.12), dengan mengasumsikan λ adalah nilai keputusan maksimum dari kendala *fuzzy*, maka persamaan (4.12) menjadi sebagai berikut.

$$Min\, f^T(X_{ij}) \qquad (4.13)$$

Dengan kendala

$\tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i3} - (a_{i3} - a_{i2})$

$\tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1} + (a_{i2} - a_{i1})$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

Masalah optimasi pada persamaan (4.12) merupakan suatu bentuk *goal programming* untuk mencari solusi optimal f_1 yang dapat diselesaikan dengan menggunakan *software* Lingo.

2. Program linear dengan nilai keanggotaan 0 (nilai keputusan minimum).

$$Min\, f^T(X_{ij}) \qquad (4.14)$$

Dengan kendala

$\tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i3} - (a_{i3} - a_{i2})\lambda$

$\tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1} + (a_{i2} - a_{i1})\lambda$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

Dari persamaan (4.14) dengan mengasumsikan λ adalah nilai keputusan minimum dari kendala *fuzzy*, maka persamaan (4.14) menjadi sebagai berikut.

$$Min\, f^T(X_{ij}) \qquad (4.15)$$

Dengan kendala

$\tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i3}$

$\tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1}$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

Dari fungsi tujuan persamaan (4.15) diperoleh solusi optimal f_0. Masalah optimasi pada persamaan (4.15) merupakan suatu bentuk *goal programming* yang dapat diselesaikan dengan menggunakan *software* Lingo.

Fungsi keanggotaan *fuzzy* menunjukkan tingkat pengoptimalan tiap fungsi tujuan. Nilai dari $f^T(X_{ij})$ didefinisikan dengan fungsi keanggotaan linear. Karena pada tujuan yang dimodelkan adalah $min\, f^T(X_{ij})$, maka fungsi keanggotaan linear yang digunakan adalah representasi linear turun (Gambar 2.2). Berdasarkan persamaan (4.13) dan (4.15), maka fungsi keanggotaannya sebagai berikut.

$$\mu_f(x) = \begin{cases} 1, & jika\ f^T X \leq f_0 \\ 1 - \frac{(f^T X - f_0)}{(f_1 - f_0)}, & jika\ f_0 < f^T X < f_1 \\ 0, & jika\ f^T X \geq f_1 \end{cases} \quad (4.16)$$

Untuk $f_1 \neq f_0$

$\mu_f(x) = 1$ jika $f_1 = f_0$

Dari nilai keanggotaan yang diperoleh, permasalahan ini diubah menjadi permasalahan program linear untuk memaksimumkan λ. Sehingga untuk setiap solusi layak X_{ij}, tingkat pencapaian dari fungsi objektif didapat dengan memaksimumkan tingkat pencapaian $\mu_f(x)$ yaitu dengan memaksimumkan variabel λ. Dengan menerapkan teknik program *fuzzy* didapatkan fungsi yang menggambarkan derajat optimalitas dari setiap fungsi objektif berikut :

$$Max\ \lambda \quad (4.17)$$

Dengan kendala :

$\lambda \leq \mu_f(x)$

$(a_{i3} - a_{i2})\lambda + \tilde{A}_i X_{ij} \leq a_{i3}$

$-(a_{i2} - a_{i1})\lambda + \tilde{A}_i X_{ij} \geq a_{i1}$

$A_i X_{ij} \leq B_j$

$X_{ij} \geq 0$

4.2 Penerapan Model Pendekatan *Goal Programming* Pada Masalah Transportasi *Fuzzy*

Sebagai penerapan pendekatan *goal programming* diambil suatu permasalahan yang tujuannya meminimumkan total biaya distribusi sebagai prioritas pertama dan prioritas kedua menginginkan biaya anggaran berada pada interval yang telah ditentukan perusahaan agar jumlah produk yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal. Dalam penerapannya, besarnya biaya sudah ditetapkan, sedangkan jumlah permintaan dan jumlah persediaan belum diketahui secara pasti.

PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang merupakan pabrik gula yang memiliki lima gudang yang kesemuanya terletak di dalam area PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang, sedangkan penyalurannya terdiri dari lima perusahaan, yaitu Citra Gemini, Fajar Mulia, Yuris Bina, Berlian M, dan Berlian Penta.

Untuk mengatasi permasalahan transportasi sehingga diperoleh solusi optimal bagi perusahaan, maka diperlukan suatu metode yang dapat mengoptimalkan tujuan tersebut. Dalam skripsi ini digunakan pendekatan *goal programming*.

Data yang diambil adalah data penjualan gula pada tahun 2006/2007. Data yang diperlukan dari PT. PG. Rajawali I Krebet Baru, Bululawang adalah sebagai berikut :

Tabel 4.1 Kapasitas Produksi Gula Di Beberapa Gudang

(Satuan Ton)

Gudang	Minimum	Standart	Maksimum
1	3.000	4.000	5.000
2	10.000	16.000	19.000
3	5.000	7.000	10.000
4	4.000	5.000	6.500
5	4.000	5.000	6.500

Sumber Data : Nurul Islamiyah (PT. PG. Krebet 2006)

Pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang mempunyai lima gudang yang kesemuanya terletak di pabrik gula tersebut. Gudang 1, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 4.000 ton, dengan penyimpanan minimum 3.000 ton dan maksimum bisa mencapai 5.000 ton. Gudang 2, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 16.000 ton, dengan penyimpanan minimum 10.000 ton dan maksimum bisa mencapai 19.000 ton. Gudang 3, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 7.000 ton, dengan penyimpanan minimum 5.000 ton dan maksimum bisa mencapai 10.000 ton. Gudang 4, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 5.000 ton, dengan penyimpanan minimum 4.000 ton dan maksimum bisa mencapai 6.500 ton. Gudang 5, idealnya bisa dipakai untuk menyimpan gula sekitar 5.000 ton, dengan penyimpanan minimum 4.000 ton dan maksimum bisa mencapai 6.500 ton.

Tabel 4.2 PT. Yang Menjadi Tujuan Pemasaran

NO	PT	Variabel
1	Citra Gemini	CG
2	Fajar Mulia	FM
3	Yuris Bina	YB
4	Berlian M.	BM
5	Berlian Penta	BP

Sumber Data : Nurul Islamiyah (PT. PG. Krebet 2006)

Tabel 4.3 Kapasitas Produksi Gula Yang Dibutuhkan Oleh Perusahaan

(Satuan Ton)

PT	Minimum	Standart	Maksimum
CG	5.000	6.000	7.000
FM	8.000	10.000	15.000
YB	5.000	7.000	8.000
BM	5.000	6.000	7.000
BP	7.000	8.000	10.000

Sumber Data : Nurul Islamiyah (PT. PG. Krebet 2006)

Pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang mempunyai lima tempat tujuan distribusi gula, yaitu CG, FM, YB, BM, BP.

Kebutuhan gula di CG rata-rata sebanyak 6.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 7.000 ton. Kebutuhan gula di FM rata-rata sebanyak 10.000 ton, dengan minimum kebutuhan 8.000 ton dan maksimum kebutuhan 15.000 ton. Kebutuhan gula di YB rata-rata sebanyak 7.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 8.000 ton. Kebutuhan gula di BM rata-rata sebanyak 6.000 ton, dengan minimum kebutuhan 5.000 ton dan maksimum kebutuhan 7.000 ton. Kebutuhan gula di BP rata-rata sebanyak 8.000 ton, dengan minimum kebutuhan 7.000 ton dan maksimum kebutuhan 10.000 ton.

Tabel 4.4 Biaya Distribusi Per Ton Dari Lokasi Sumber Ke Lokasi Tujuan

Sumber / Tujuan	Biaya Angkut Di Daerah Pemasaran (Rp/ton)				
	CG	FM	YB	BM	BP
1	8.000	4.800	1.600	2.400	8.000
2	8.000	32.000	4.000	8.000	40.000
3	8.000	32.000	4.000	6.400	16.000
4	8.000	6.400	2.400	3.200	8.000
5	8.000	6.400	2.400	4.000	8.000

Sumber Data : Nurul Islamiyah (PT. PG. Krebet 2006)

Anggaran yang tersedia adalah sebesar Rp. 600.000.000,00. Namun demikian, pabrik gula Rajawali I unit Krebet Baru Bululawang masih bisa mengusahakan maksimum Rp. 160.000.000,00 lagi.

Dari data yang telah diperoleh dapat dianalisis bahwa PT. PG. Rajawali I Krebet Baru memiliki dua tujuan yang harus dicapai bersamaan, yaitu :

1. Prioritas pertama adalah meminimumkan total biaya distribusi
2. Prioritas kedua adalah menginginkan anggaran biaya berada pada rentang yang ditentukan perusahaan agar jumlah produk yang diangkut dari sumber i ke tujuan j bisa maksimum.

Variabel keputusan dari permasalahan tersebut adalah X_{ij}, $i =$ gudang 1, gudang 2, …, gudang 5, dan $j =$ CG, FM, YB, BM, BP dimana masing-masing variabel dinyatakan sebagai berikut :

X_{ij} = jumlah gula yang diangkut dari sumber i ke tujuan j (dalam satuan ton)

Dari informasi tersebut, dapat dibentuk matrik transportasi seperti dalam Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Struktur Pendistribusian Gula PT. PG. Rajawali I Krebet Baru berdasarkan biaya distribusi per ton.

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 X_{12}	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 X_{15}	s_1
2	8.000 X_{21}	32.000 X_{22}	4.000 X_{23}	8.000 X_{24}	40.000 X_{25}	s_2
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 X_{33}	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	s_3
4	8.000 X_{41}	6.400 X_{42}	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 X_{45}	s_4
5	8.000 X_{51}	6.400 X_{52}	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 X_{55}	s_5
Permintaan	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	$\sum_{i=1}^{5} s_i$ $\sum_{j=1}^{5} d_j$

Untuk mencari solusi dalam permasalahan transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy*, ada beberapa langkah yang perlu dilakukan yaitu :

1. Membentuk masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* segitiga.
2. Menentukan batas atas dan batas bawah masing-masing fungsi objektif dengan menghitung nilai minimum masing-masing fungsi objektif dengan menggunakan pendekatan *goal programming*.
3. Menentukan fungsi keanggotaan dengan menggunakan persamaan (4.16).

4. Mencari nilai λ maksimal dengan menggunakan persamaan (4.17).

Berdasarkan langkah-langkah tersebut, penyelesaian masalah pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagaimana berikut ini.

1. Merumuskan Tujuan

Formulasi tujuan tersebut didefinisikan sebagai berikut.

a. Prioritas pertama

Meminimumkan total biaya transportasi $(c(x))$ yaitu jumlahan dari biaya angkut per ton dikalikan dengan jumlah barang yang diangkut dari sumber i ke tujuan j. Sehingga rumusan tujuan untuk masalah yang dihadapi oleh PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang sebagai berikut.

$$Min\,c(x) = Min \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} C_{ij}X_{ij} =$$

$$\begin{aligned}
&8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} + \\
&8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} + \\
&8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} + \\
&8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} + \\
&8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55}
\end{aligned}$$

Data biaya distribusi per ton yang dipakai untuk menentukan tujuan dapat dilihat pada Tabel 4.5.

b. Prioritas kedua

PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang menginginkan biaya anggaran berada pada interval yang ditentukan perusahaan agar jumlah gula yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal. Sehingga tujuan untuk masalah yang dihadapi oleh PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagai berikut.

$$600.000.000 \leq Y_1 \leq 760.000.000$$

2. **Merumuskan kendala**

Kendala-kendala dalam pendistribusian gula PT. PG. Rajawali I Krebet Baru sebagai berikut.

a. Jumlah persediaan gula

Jumlah gula yang disediakan bernilai *fuzzy*, sehingga fungsi kendala untuk jumlah yang disediakan untuk diangkut di gudang 1, 2, 3, 4, dan 5 sebagai berikut.

$$\sum_{j=1}^{5} X_{ij} \cong (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}); \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \cong [3.000, 4.000, 5.000]$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \cong [10.000, 16.000, 19.000]$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \cong [5.000, 7.000, 10.000]$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \cong [4.000, 5.000, 6.500]$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \cong [4.000, 5.000, 6.500]$$

b. Jumlah permintaan gula

Seperti halnya jumlah persediaan gula, jumlah permintaan gula juga bernilai *fuzzy*, sehingga fungsi kendala untuk jumlah permintaan gula untuk didatangkan di titik tujuan sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{5} X_{ij} \cong (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}); \quad j = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \cong [5.000, 6.000, 7.000]$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \cong [8.000, 10.000, 15.000]$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \cong [5.000, 7.000, 8.000]$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \cong [5.000, 6.000, 7.000]$$

$$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \cong [7.000, 8.000, 10.000]$$

c. Kondisi tidak negatif untuk setiap variabel

Jumlah gula yang diangkut pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang dari sumber i ke tujuan j selalu menghasilkan jumlah produk gula positif atau sama dengan nol. Secara matematik kendala-kendala tersebut dituliskan sebagai berikut.

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$
$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.

Setelah tujuannya dirumuskan, kasus pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru tersebut akan diubah menjadi kasus *goal programming*.

Berdasarkan urutan prioritas, rumusan kendala sasaran yang dihadapi oleh PT. PG. Rajawali I Krebet Baru adalah sebagai berikut.

$$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} + 8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} + 8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} + 8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} + 8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} - DA_1 + DB_1 = Y_1$$

DA_1 adalah total biaya distribusi melebihi target.

DB_1 adalah total biaya distribusi kurang dari target.

Tujuan PT. PG. Rajawali I Krebet Baru adalah meminimumkan total biaya distribusi, dalam hal ini meminimumkan deviasi di atas sasaran (DA_1). Hal ini dimaksudkan untuk meminimalkan kelebihan target total biaya distribusi. Sehingga fungsi tujuannya menjadi sebagai berikut.

$$Min\, DA_1$$

Selanjutnya tujuan PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang menginginkan biaya anggaran berada pada interval yang telah ditentukan perusahaan agar jumlah gula yang diangkut dari sumber i ke tujuan j maksimal akan diubah menjadi kendala sasaran. PT. PG. Rajawali I Krebet Baru Bululawang mengharapkan biaya anggaran minimum sehingga kendala sasarannya sebagai berikut.

$$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$$

DA_2 adalah biaya anggaran yang melebihi target.

DB_2 adalah biaya anggaran yang kurang dari target.

PT. PG. Rajawali I Krebet Baru mengharapkan biaya anggaran tidak menyimpang dari interval yang ditentukan. Oleh karena itu, perlu dihadirkan DB_2 guna membatasi penyimpangan di bawah Rp.600.000.000,00 dan juga DA_2 guna membatasi penyimpangan di atas Rp. 760.000.000,00. Sehingga fungsi tujuannya menjadi sebagai berikut.

$$Min\, DA_2 + DB_2$$

Langkah pertama dalam menyelesaikan masalah transportasi dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* adalah membentuk masalah program linear dengan kendala *fuzzy* dan kendala tegas dengan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* segitiga.
Dengan demikian, berdasarkan tujuan yang telah ditentukan maka model pendekatan *goal programming* untuk kasus PT. PG. Rajawali I Krebet Baru adalah :

$$Min\, f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$$

dengan kendala

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \cong [3.000, 4.000, 5.000]$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \cong [10.000, 16.000, 19.000]$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \cong [5.000, 7.000, 10.000]$

$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \cong [4.000, 5.000, 6.500]$

$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \cong [4.000, 5.000, 6.500]$

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \cong [5.000, 6.000, 7.000]$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \cong [8.000, 10.000, 15.000]$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \cong [5.000, 7.000, 8.000]$

$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \cong [5.000, 6.000, 7.000]$

$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \cong [7.000, 8.000, 10.000]$

$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$

$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$

$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$

$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$

$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$

$DA_1 + DB1 - Y_1 = 0$

$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$

$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.

$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Langkah kedua yaitu menentukan batas atas dan batas bawah masing-masing fungsi objektif dengan menghitung nilai minimum masing-masing fungsi objektif dengan menggunakan pendekatan *goal programming*. Berdasarkan persamaan (4.11), maka kasus pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru dapat diselesaikan menjadi dua program linear berikut.

1. Mencari solusi optimal f_1

$Min f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$

dengan kendala

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 4.000$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 16.000$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 7.000$

$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} = 5.000$

$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} = 5.000$

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 6.000$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} = 10.000$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} = 7.000$

$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} = 6.000$

$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} = 8.000$

$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$

$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$

$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$

$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$

$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$

$DA_1 + DB1 - Y_1 = 0$

$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$

$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.

$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Solusi masalah minimasi f_1 dengan formulasi *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan $f_1 = 0$, dan

$X_{15} = 4.000$, $X_{21} = 6.000$, $X_{23} = 4.000$, $X_{24} = 6.000$
$X_{33} = 3.000$, $X_{35} = 4.000$, $X_{42} = 5.000$, $X_{52} = 5.000$

Hasil yang diperoleh merupakan hasil yang optimal, karena variabel deviasi pada fungsi tujuan semuanya bernilai nol. Penjelasan mengenai hal ini dapat dilihat pada Lampiran 1 dan 2.
Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat dibentuk matrik transportasi seperti ditunjukkan pada Tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Penerapan Struktur Pendistribusian PT. PG. Rajawali I Krebet Baru (minimasi f_1).

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 X_{12}	1.600 0	2.400 X_{14}	8.000 4.000	4.000
2	8.000 6.000	32.000 X_{22}	4.000 4.000	8.000 6.000	40.000 X_{25}	16.000
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 3.000	6.400 X_{34}	16.000 4.000	7.000
4	8.000 X_{41}	6.400 5.000	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 X_{45}	5.000
5	8.000 X_{51}	6.400 5.000	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 X_{55}	5.000
Permintaan	6.000	10.000	7.000	6.000	8.000	37.000

2. Mencari solusi optimal f_0

$$Min\, f^T X = 2DA_1 + DA_2 + DB_2$$

dengan kendala
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 5.000$
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \geq 3.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 19.000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \geq 10.000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 10.000$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \geq 5.000$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \leq 6.500$
$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} \geq 4.000$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \leq 6.500$
$X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} \geq 4.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \leq 7.000$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \geq 5.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \leq 15.000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \geq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \leq 8.000$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \geq 5.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \leq 7.000$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} + X_{44} + X_{54} \geq 5.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \leq 10.000$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{45} + X_{55} \geq 7.000$
$8.000X_{11} + 4.800X_{12} + 1.600X_{13} + 2.400X_{14} + 8.000X_{15} +$
$8.000X_{21} + 32.000X_{22} + 4.000X_{23} + 8.000X_{24} + 40.000X_{25} +$
$8.000X_{31} + 32.000X_{32} + 4.000X_{33} + 6.400X_{34} + 16.000X_{35} +$
$8.000X_{41} + 6.400X_{42} + 2.400X_{43} + 3.200X_{44} + 8.000X_{45} +$
$8.000X_{51} + 6.400X_{52} + 2.400X_{53} + 4.000X_{54} + 8.000X_{55} -$
$DA_1 + \mathrm{DB1} - Y_1 = 0$
$Y_1 - DA_2 + DB_2 = 600.000.000$
$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35},$
$X_{41}, X_{42}, X_{43}, X_{44}, X_{45}, X_{51}, X_{52}, X_{53}, X_{54}, X_{55} \geq 0$ dan integer.
$DA_1, DB_1, DA_2, DB_2 \geq 0$

Solusi masalah minimasi f_0 dengan formulasi *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan $f_0 = 0$ dan

$X_{15} = 5.000$, $X_{21} = 5.000$, $X_{24} = 5.000$, $X_{33} = 5.000$
$X_{42} = 2.000$, $X_{45} = 2.000$, $X_{52} = 6.000$

Hasil yang diperoleh merupakan hasil yang optimal karena variabel deviasi pada fungsi tujuan semuanya bernilai nol. Penjelasan mengenai hal ini dapat dilihat pada Lampiran 3 dan 4.
Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat dibentuk matrik transportasi seperti ditunjukkan pada Tabel 4.7 berikut.

Tabel 4.7 Penerapan Struktur Pendistribusian PT. PG. Rajawali I Krebet Baru (minimasi f_0).

Tujuan Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Penawaran
1	8.000 X_{11}	4.800 0	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 5.000	5.000
2	8.000 5.000	32.000 X_{22}	4.000 X_{23}	8.000 5.000	40.000 X_{25}	10.000
3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 5.000	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	5.000
4	8.000 X_{41}	6.400 2.000	2.400 X_{43}	3.200 X_{44}	8.000 2.000	4.000
5	8.000 X_{51}	6.400 6.000	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 0	6.000
Permintaan	5.000	8.000	5.000	5.000	7.000	30.000

Selanjutnya menentukan fungsi keanggotaan dengan menggunakan persamaan (4.16). Setelah diselesaikan dengan pendekatan *goal programming*, diperoleh $f_1 = f_0 = 0$ sehingga berdasarkan persamaan (4.16), $\mu_f(X_{ij}) = 1$.

Langkah terakhir yaitu menentukan nilai λ dengan menggunakan persamaan (4.17), sehingga didapatkan permasalahan program linear baru berikut ini.

$Max\ \lambda$

Dengan kendala

$\lambda \leq 1$

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + 1.000\lambda \leq 5.000$

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} - 1.000\lambda \geq 3.000$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + 3.000\lambda \leq 19.000$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} - 6.000\lambda \geq 10.000$

$X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34}+X_{35}+3.000\lambda \leq 10.000$
$X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34}+X_{35}-2.000\lambda \geq 5.000$
$X_{41}+X_{42}+X_{43}+X_{44}+X_{45}+1.500\lambda \leq 6.500$
$X_{41}+X_{42}+X_{43}+X_{44}+X_{45}-1.000\lambda \geq 4.000$
$X_{51}+X_{52}+X_{53}+X_{54}+X_{55}+1.500\lambda \leq 6.500$
$X_{51}+X_{52}+X_{53}+X_{54}+X_{55}-1.000\lambda \geq 4.000$
$X_{11}+X_{21}+X_{31}+X_{41}+X_{51}+1.000\lambda \leq 7.000$
$X_{11}+X_{21}+X_{31}+X_{41}+X_{51}-1.000\lambda \geq 5.000$
$X_{12}+X_{22}+X_{32}+X_{42}+X_{52}+5.000\lambda \leq 15.000$
$X_{12}+X_{22}+X_{32}+X_{42}+X_{52}-2.000\lambda \geq 8.000$
$X_{13}+X_{23}+X_{33}+X_{43}+X_{53}+1.000\lambda \leq 8.000$
$X_{13}+X_{23}+X_{33}+X_{43}+X_{53}-2.000\lambda \geq 5.000$
$X_{14}+X_{24}+X_{34}+X_{44}+X_{54}+1.000\lambda \leq 7.000$
$X_{14}+X_{24}+X_{34}+X_{44}+X_{54}-1.000\lambda \geq 5.000$
$X_{15}+X_{25}+X_{35}+X_{45}+X_{55}+2.000\lambda \leq 10.000$
$X_{15}+X_{25}+X_{35}+X_{45}+X_{55}-1.000\lambda \geq 7.000$
$8.000X_{11}+4.800X_{12}+1.600X_{13}+2.400X_{14}+8.000X_{15}+$
$8.000X_{21}+32.000X_{22}+4.000X_{23}+8.000X_{24}+40.000X_{25}+$
$8.000X_{31}+32.000X_{32}+4.000X_{33}+6.400X_{34}+16.000X_{35}+$
$8.000X_{41}+6.400X_{42}+2.400X_{43}+3.200X_{44}+8.000X_{45}+$
$8.000X_{51}+6.400X_{52}+2.400X_{53}+4.000X_{54}+8.000X_{55}-$
$DA_1+\mathrm{DB1}-Y_1=0$
$Y_1-DA_2+DB_2=600.000.000$
$X_{11},X_{12},X_{13},X_{14},X_{15},X_{21},X_{22},X_{23},X_{24},X_{25},X_{31},X_{32},X_{33},X_{34},X_{35},$
$X_{41},X_{42},X_{43},X_{44},X_{45},X_{51},X_{52},X_{53},X_{54},X_{55} \geq 0$ dan integer.
$DA_1,\ DB_1,DA_2,DB_2 \geq 0$

Solusi masalah maksimasi λ dengan formulasi *goal programming* menggunakan *software* Lingo didapatkan solusi optimal λ = 1, dan

X_{15} = 4.000, X_{22} = 3.000, X_{23} = 3.000, X_{24} = 6.000, X_{25} = 4.000

X_{32} = 7.000, X_{41} = 1.000, X_{43} = 4.000, X_{51} = 5.000

Dengan total biaya distribusi sebesar Rp. 629.600.000,00. Penjelasan mengenai hal ini dapat dilihat pada Lampiran 5 dan 6

Hasil yang diperoleh merupakan solusi optimal. Hal ini sesuai dengan kasus transportasi yang menyatakan bahwa jumlah sel isi dalam suatu penyelesaian harus sama dengan $(m+n-1)$. Dalam hal ini PT. PG. Rajawali I Krebet Baru memiliki lima sumber dengan lima tujuan dan solusi yang dihasilkan ada sembilan sel yang terisi sehingga aturan tersebut dipenuhi.

Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat dibentuk matrik transportasi seperti ditunjukkan pada Tabel 4.8 berikut.

Tabel 4.8 Penerapan Struktur Pendistribusian PT. PG. Rajawali I Krebet Baru (maksimasi λ).

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 X_{11}	4.800 X_{12}	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 4.000	4.000
2	8.000 X_{21}	32.000 3.000	4.000 3.000	8.000 6.000	40.000 4.000	16.000
3	8.000 X_{31}	32.000 7.000	4.000 X_{33}	6.400 X_{34}	16.000 X_{35}	7.000
4	8.000 1.000	6.400 X_{42}	2.400 4.000	3.200 X_{44}	8.000 X_{45}	5.000
5	8.000 5.000	6.400 X_{52}	2.400 X_{53}	4.000 X_{54}	8.000 X_{55}	5.000
Permintaan	6.000	10.000	7.000	6.000	8.000	37.000

Hasil ini memberikan informasi sebagai berikut :

- Gudang 1 mensuplay gula sebanyak 4.000 ton, yaitu ke PT. Berlian Penta sebanyak 4.000 ton.
- Gudang 2 mensuplay gula sebanyak 16.000 ton, yaitu ke PT. Fajar Mulia sebanyak 3.000 ton, ke PT. Yuris Bina sebanyak 3.000 ton, ke PT. Berlian M. sebanyak 6.000 ton dan ke PT. Berlian Penta sebanyak 4.000 ton.

− Gudang 3 mensuplay gula sebanyak 7.000 ton, yaitu ke PT. Fajar Mulia sebanyak 7.000 ton.

− Gudang 4 mensuplay gula sebanyak 5.000 ton, yaitu ke PT. Citra Gemini sebanyak 1.000 ton dan ke PT. Yuris Bina sebanyak 4.000 ton.

− Gudang 5 mensuplay gula sebanyak 5.000 ton, yaitu ke PT. Citra Gemini sebanyak 5.000 ton

− Total kebutuhan gula di PT. Citra Gemini sebanyak 6.000 ton terpenuhi, yaitu berasal dari gudang 4 sebanyak 1.000 ton dan gudang 5 sebanyak 5.000 ton.

− Total kebutuhan gula di PT. Fajar Mulia sebanyak 10.000 ton terpenuhi, yaitu berasal dari gudang 2 sebanyak 3.000 ton dan gudang 3 sebanyak 7.000 ton.

− Total kebutuhan gula di PT. Yuris Bina sebanyak 7.000 ton terpenuhi, yaitu berasal dari gudang 2 sebanyak 3.000 ton dan gudang 4 sebanyak 4.000 ton.

− Total kebutuhan gula di PT. Berlian M. sebanyak 6.000 ton terpenuhi, yaitu berasal dari gudang 2 sebanyak 6.000.

− Total kebutuhan gula di Berlian Penta sebanyak 8.000 ton terpenuhi, yaitu berasal dari gudang 1 sebanyak 4.000 ton dan gudang 2 sebanyak 4.000 ton.

− Dari Tabel 4.8 dapat dilihat bahwa jumlah gula yang diangkut dari lokasi sumber ke lokasi tujuan sebesar 37.000 ton per tahun.

Perbandingan Solusi Optimal

Hasil yang telah diperoleh dengan menggunakan pendekatan *goal programming* dibandingkan dengan menggunakan metode *fuzzy integer transportation*. Solusi yang diperoleh dengan menerapkan metode *fuzzy integer transportation* dapat dilihat pada Tabel 4.9 berikut ini.

Tabel 4.9 Penerapan Struktur Pendistribusian PT.PG. Rajawali I Krebet Baru dengan menggunakan *fuzzy integer transportation*.

Tujuan / Sumber	CG	FM	YB	BM	BP	Persediaan
1	8.000 3.500	4.800 X_{12}	1.600 X_{13}	2.400 X_{14}	8.000 X_{15}	3.500
2	8.000 2.000	32.000 9.000	4.000 500	8.000 X_{24}	40.000 X_{25}	11.500

3	8.000 X_{31}	32.000 X_{32}	4.000 5.500	6.400 500	16.000 X_{35}	6.000
4	8.000 X_{41}	6.400 X_{42}	2.400 X_{43}	3.200 4.500	8.000 X_{45}	4.500
5	8.000 X_{51}	6.400 X_{52}	2.400 X_{53}	4.000 500	8.000 4.000	4.500
Permintaan	5.500	9.000	6.000	5.500	4.000	30.000

Dengan menggunakan *fuzzy integer transportation* ($\lambda = 0,5$), biaya yang harus dikeluarkan sebesar Rp. 679.200.000,00, dimana gula yang tersuplay dari gudang 1 sebanyak 3.500 ton, dari gudang 2 sebanyak 11.500 ton, dari gudang 3 sebanyak 6.000 ton, dari gudang 4 sebanyak 4.500 ton, dan dari gudang 5 sebanyak 4.500 ton. Hal ini memberikan informasi bahwa jumlah gula yang diangkut sebesar 30.000 ton per tahun.

Dengan menggunakan goal programming ($\lambda = 1$), biaya yang harus dikeluarkan sebesar Rp. 629.600.000,00, Rp. 49.600.000,00 lebih rendah dibanding dengan *fuzzy integer transportation.* Banyaknya gula yang tersuplay dari gudang 1 sebanyak 4.000 ton, dari gudang 2 sebanyak 16.000 ton, dari gudang 3 sebanyak 7.000 ton, dari gudang 4 sebanyak 5.000 ton, dan dari gudang 5 sebanyak 5.000 ton. Hal ini memberikan informasi bahwa jumlah gula yang diangkut sebesar 37.000 ton per tahun.

Dengan demikian, tujuan PT. PG. Rajawali I Krebet Baru yang ingin meminimumkan biaya distribusi gula telah tercapai dengan tingkat kepuasan maksimum. Dengan anggaran yang tersedia, PT.PG. Rajawali I Krebet Baru dapat tetap melayani permintaan dengan harus menyediakan di gudang 1 sebanyak 4.000 ton, di gudang 2 sebanyak 16.000 ton, di gudang 3 sebanyak 7.000 ton, di gudang 4 sebanyak 5.000 ton, dan di gudang 5 sebanyak 5.000 ton.

Dari hasil yang diperoleh terlihat bahwa penyelesaian masalah transportasi dengan menggunakan pendekatan *goal programming* menghasilkan solusi yang lebih optimal dari pada dengan menggunakan *fuzzy integer transportation*. Dengan menggunakan pendekatan *goal programming* total biaya transportasi yang tidak terlalu besar dapat menghasilkan jumlah gula yang diangkut jauh lebih besar jika dibandingkan dengan menggunakan metode *fuzzy integer transportation*.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Penyelesaian masalah program linear pada masalah transportasi *fuzzy* yang memiliki dua tujuan sekaligus dapat diselesaikan dengan pendekatan *goal programming*. Dengan mendefinisikan jumlah permintaan dan jumlah persediaan bernilai *fuzzy* segitiga dapat diselesaikan dengan membentuk dua masalah program linear dan menentukan fungsi keanggotaan yang selanjutnya digunakan untuk memaksimumkan nilai keanggotaan keputusan.

Penerapan model *goal programming* pada PT. PG. Rajawali I Krebet Baru dengan menggunakan bilangan *fuzzy* segitiga menghasilkan $\lambda = 1$ yang menggambarkan tingkat kepuasan terhadap solusi-solusi yang diajukan. Nilai ini dapat dijadikan pertimbangan bagi pemilik PT. PG. Rajawali I Krebet Baru untuk menentukan apakah solusi-solusi yang diperoleh diterima atau tidak. Jika keputusan ini diambil, maka total biaya transportasi sebesar Rp. 629.600.000,00 dengan jumlah gula yang diangkut 37.000 ton per tahun.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya disarankan untuk menerapkan pendekatan *goal programming* pada masalah transportasi dimana biaya pengangkutan, jumlah permintaan, dan jumlah persediaan bersifat *fuzzy* serta mempertimbangkan urutan prioritas yang berkebalikan.

DAFTAR PUSTAKA

Agustini, D.H. dan Yus Endra R. 2004. *Riset Operasional : Konsep–Konsep Dasar*. Rineka Cipta. Jakarta.

C.T. Chang. *Binary Fuzzy Goal Programming*. Chungyu Institute of Technology. Taiwan. European Journal of Operational Research 180. 29 – 37.

D. Dutta dan S. Murthy. 2010. *Multi Choice Goal Programming Approach for a Fuzzy Transportation Problem*. Department of Mathematics, National Institute of Technology Warangal. India.

Islamiyah, Nurul. 2007. *Aplikasi Fuzzy Integer Transportation Dalam Optimasi Biaya Distribusi Gula*. Jurusan Matematika, Universitas Islam Negeri Malang. Malang.

Kusumadewi, Sri. 2008. *Aplikasi Fuzzy Total Integral pada Hamilton Anxiety Rating Scale (HARS)*. Jurusan Teknik Informatika, Universitas Islam Indonesia. Yokyakarta.

Kusumadewi, S. dan Hari purnomo. 2004. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan*. Graha Ilmu. Yokyakarta.

Mulyono, Sri. 1991. *Operations Research.* Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Nasendi, B.D. dan Effendi Anwar. 1985. *Program Linear dan Variasinya*. PT Gramedia. Jakarta.

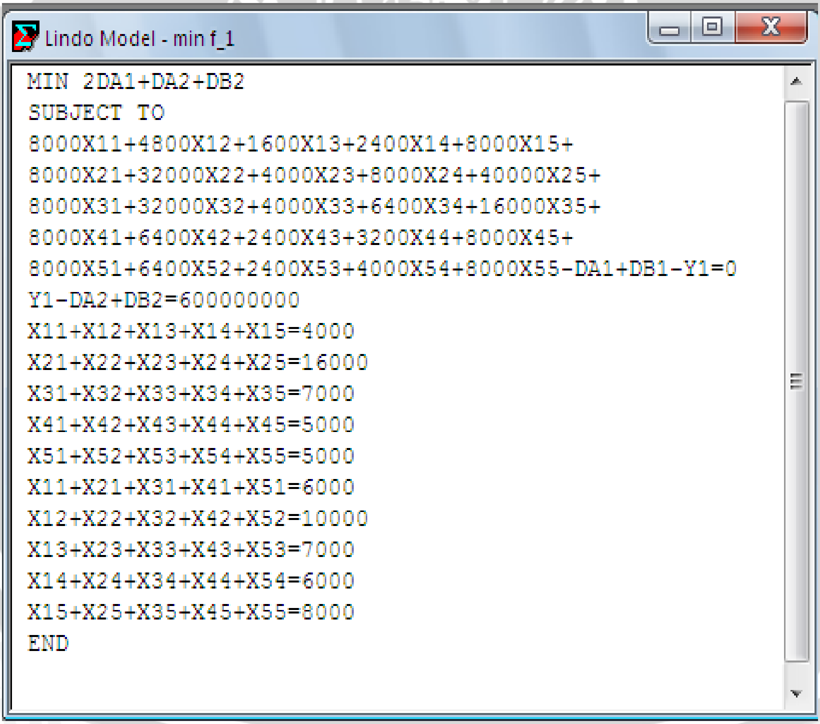
Nurhidayanti, Heni. *Pemilihan Supplier Dengan Pendekatan Possibility Fuzzy Multi – Objective Programming.* Institute Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.

Simatupang, T.M. 1995. *Teori Sistem Suatu Perspektif Teknik Industri*. Andi offset. Yokyakarta.

Siswanto. 2006. *Operations Research jilid 1*. Erlangga. Jakarta.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Pencarian nilai f_1 dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo



Lampiran 2. Hasil iterasi untuk f_1

Solution Report - min f_1

```
Total variables:                  30
Nonlinear variables:               0
Integer variables:                 0

Total constraints:                13
Nonlinear constraints:             0

Total nonzeros:                   84
Nonlinear nonzeros:                0
```

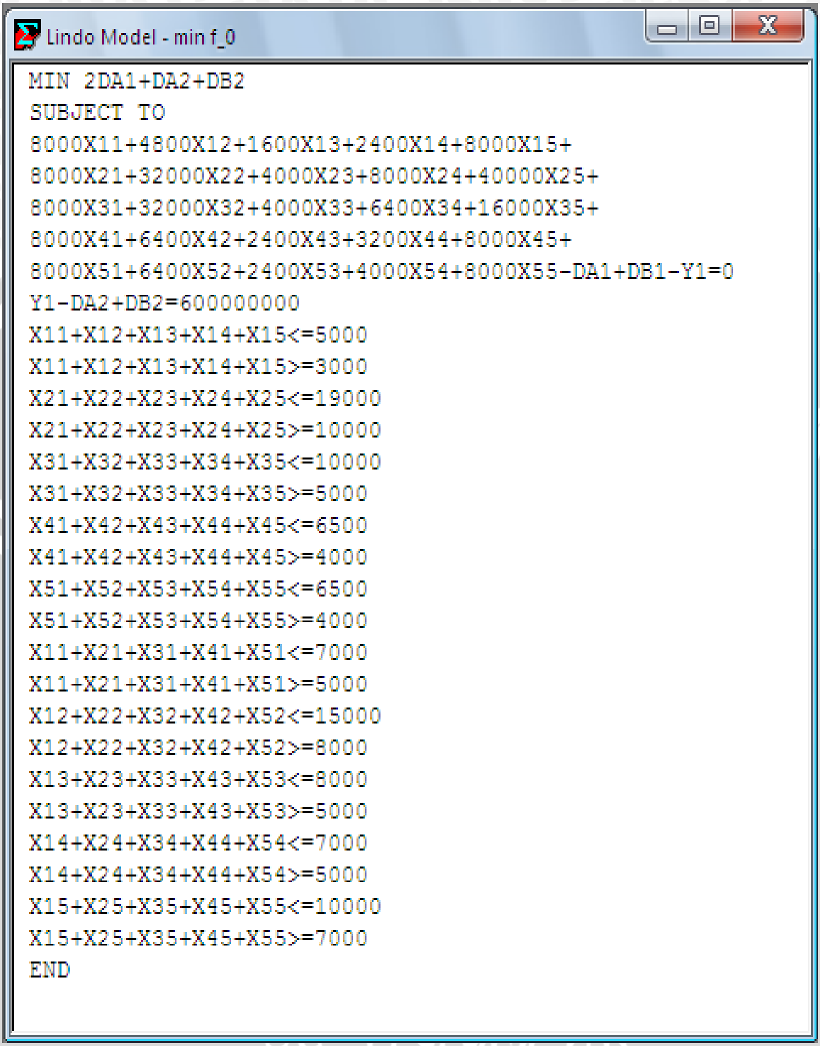
Variable	Value	Reduced Cost
DA1	0.000000	2.000000
DA2	0.000000	1.000000
DB2	0.000000	1.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	0.000000	0.000000
X13	0.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	4000.000	0.000000
X21	6000.000	0.000000
X22	0.000000	0.000000
X23	4000.000	0.000000
X24	6000.000	0.000000
X25	0.000000	0.000000
X31	0.000000	0.000000
X32	0.000000	0.000000
X33	3000.000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	4000.000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X42	5000.000	0.000000
X43	0.000000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	0.000000	0.000000
X51	0.000000	0.000000
X52	5000.000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	0.000000	0.000000
DB1	0.3160000E+09	0.000000
Y1	0.6000000E+09	0.000000

Lanjutan Lampiran 2.

Solution Report - min f_1

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000

Lampiran 3. Pencarian nilai f_0 dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo




```
MIN 2DA1+DA2+DB2
SUBJECT TO
8000X11+4800X12+1600X13+2400X14+8000X15+
8000X21+32000X22+4000X23+8000X24+40000X25+
8000X31+32000X32+4000X33+6400X34+16000X35+
8000X41+6400X42+2400X43+3200X44+8000X45+
8000X51+6400X52+2400X53+4000X54+8000X55-DA1+DB1-Y1=0
Y1-DA2+DB2=600000000
X11+X12+X13+X14+X15<=5000
X11+X12+X13+X14+X15>=3000
X21+X22+X23+X24+X25<=19000
X21+X22+X23+X24+X25>=10000
X31+X32+X33+X34+X35<=10000
X31+X32+X33+X34+X35>=5000
X41+X42+X43+X44+X45<=6500
X41+X42+X43+X44+X45>=4000
X51+X52+X53+X54+X55<=6500
X51+X52+X53+X54+X55>=4000
X11+X21+X31+X41+X51<=7000
X11+X21+X31+X41+X51>=5000
X12+X22+X32+X42+X52<=15000
X12+X22+X32+X42+X52>=8000
X13+X23+X33+X43+X53<=8000
X13+X23+X33+X43+X53>=5000
X14+X24+X34+X44+X54<=7000
X14+X24+X34+X44+X54>=5000
X15+X25+X35+X45+X55<=10000
X15+X25+X35+X45+X55>=7000
END
```

Lampiran 4. Hasil iterasi untuk f_0

Solution Report - min f_0

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.000000
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                            12

Model Class:                                        LP

Total variables:                     30
Nonlinear variables:                  0
Integer variables:                    0

Total constraints:                   23
Nonlinear constraints:                0

Total nonzeros:                     134
Nonlinear nonzeros:                   0
```

Variable	Value	Reduced Cost
DA1	0.000000	2.000000
DA2	0.000000	1.000000
DB2	0.000000	1.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	0.000000	0.000000
X13	0.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	5000.000	0.000000
X21	5000.000	0.000000
X22	0.000000	0.000000
X23	0.000000	0.000000
X24	5000.000	0.000000
X25	0.000000	0.000000
X31	0.000000	0.000000
X32	0.000000	0.000000
X33	5000.000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	0.000000	0.000000
X42	2000.000	0.000000
X43	0.000000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	2000.000	0.000000
X51	0.000000	0.000000
X52	6000.000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	0.000000	0.000000
DB1	0.3928000E+09	0.000000
Y1	0.6000000E+09	0.000000

Lanjutan Lampiran 4.

Solution Report - min f_0

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	2000.000	0.000000
6	9000.000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	5000.000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	2500.000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	500.0000	0.000000
13	2000.000	0.000000
14	2000.000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	7000.000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	3000.000	0.000000
19	0.000000	0.000000
20	2000.000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	3000.000	0.000000
23	0.000000	0.000000

Lampiran 5. Pencarian nilai λ dengan pendekatan *goal programming* menggunakan *software* Lingo

Lindo Model - max lamda

```
MAX LAMDA
SUBJECT TO
LAMDA<=1
X11+X12+X13+X14+X15+1000LAMDA<=5000
X11+X12+X13+X14+X15-1000LAMDA>=3000
X21+X22+X23+X24+X25+3000LAMDA<=19000
X21+X22+X23+X24+X25-6000LAMDA>=10000
X31+X32+X33+X34+X35+3000LAMDA<=10000
X31+X32+X33+X34+X35-2000LAMDA>=5000
X41+X42+X43+X44+X45+1500LAMDA<=6500
X41+X42+X43+X44+X45-1000LAMDA>=4000
X51+X52+X53+X54+X55+1500LAMDA<=6500
X51+X52+X53+X54+X55-1000LAMDA>=4000
X11+X21+X31+X41+X51+1000LAMDA<=7000
X11+X21+X31+X41+X51-1000LAMDA>=5000
X12+X22+X32+X42+X52+5000LAMDA<=15000
X12+X22+X32+X42+X52-2000LAMDA>=8000
X13+X23+X33+X43+X53+1000LAMDA<=8000
X13+X23+X33+X43+X53-2000LAMDA>=5000
X14+X24+X34+X44+X54+1000LAMDA<=7000
X14+X24+X34+X44+X54-1000LAMDA>=5000
X15+X25+X35+X45+X55+2000LAMDA<=10000
X15+X25+X35+X45+X55-1000LAMDA>=7000
8000X11+4800X12+1600X13+2400X14+8000X15+
8000X21+32000X22+4000X23+8000X24+40000X25+
8000X31+32000X32+4000X33+6400X34+16000X35+
8000X41+6400X42+2400X43+3200X44+8000X45+
8000X51+6400X52+2400X53+4000X54+8000X55-DA1+DB1-Y1=0
Y1-DA2+DB2=600000000
END
```

Lampiran 6. Hasil iterasi untuk λ

Solution Report - max lamda

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              1.000000
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                            12

Model Class:                                        LP

Total variables:                     31
Nonlinear variables:                  0
Integer variables:                    0

Total constraints:                   24
Nonlinear constraints:                0

Total nonzeros:                     153
Nonlinear nonzeros:                   0
```

Variable	Value	Reduced Cost
LAMDA	1.000000	0.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	0.000000	0.000000
X13	0.000000	0.000000
X14	0.000000	0.000000
X15	4000.000	0.000000
X21	0.000000	0.000000
X22	3000.000	0.000000
X23	3000.000	0.000000
X24	6000.000	0.000000
X25	4000.000	0.000000
X31	0.000000	0.000000
X32	7000.000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X34	0.000000	0.000000
X35	0.000000	0.000000
X41	1000.000	0.000000
X42	0.000000	0.000000
X43	4000.000	0.000000
X44	0.000000	0.000000
X45	0.000000	0.000000
X51	5000.000	0.000000
X52	0.000000	0.000000
X53	0.000000	0.000000
X54	0.000000	0.000000
X55	0.000000	0.000000
DA1	0.6296000E+09	0.000000
DB1	0.000000	0.000000
Y1	0.000000	0.000000
DA2	0.000000	0.000000
DB2	0.6000000E+09	0.000000

Lanjutan Lampiran 6.

Solution Report - max lamda

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1.000000	1.000000
2	0.000000	1.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000