

**MODEL MATEMATIKA *EPQ* (*Economic Production Quantity*)  
DENGAN *BACKORDER*  
(Studi Kasus Pada UD. Bagus Agrista Mandiri, Batu)**

**SKRIPSI**

oleh :  
**ROFILA EL MAGHFIROH**  
**0710943001-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2011**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**MODEL MATEMATIKA *EPQ* (*Economic Production Quantity*)  
DENGAN *BACKORDER*  
(Studi Kasus Pada UD. Bagus Agrista Mandiri, Batu)**

**SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh :

**ROFILA EL MAGHFIROH**

**0710943001-94**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2011**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI**

**MODEL MATEMATIKA *EPQ* (*Economic Production Quantity*)  
DENGAN *BACKORDER***

oleh:

**ROFILA EL MAGHFIROH**  
**0710943001-94**

Setelah dipertimbangkan di depan Majelis Penguji  
pada tanggal 10 Agustus 2011  
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

**Pembimbing I**

**Pembimbing II**

**Dr. Sobri Abusini, M.T.**  
**NIP. 196012071988021001**

**Prof. Dr. Agus Widodo, M.Kes.**  
**NIP. 195305231983031002**

**Mengetahui,**  
**Ketua Jurusan Matematika**  
**Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Dr. Abdul Rouf Alghofari, M.Sc.**  
**NIP. 196709071992031001**

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rofila El Maghfiroh  
NIM : 0710943001  
Jurusan : Matematika  
Penulis skripsi berjudul : Model Matematika *EPQ*  
(*Economic Production Quantity*)  
Dengan *Backorder*

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi ini adalah benar-benar karya saya sendiri, dan bukan hasil plagiat dari karya orang lain. Nama-nama yang tercantum dalam Skripsi ini, semata-mata digunakan sebagai acuan/referensi.
2. Apabila kemudian hari diketahui bahwa isi Skripsi yang saya tulis merupakan hasil plagiat, maka saya bersedia menanggung akibat hukum dari keadaan tersebut.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 10 Agustus 2011

Yang menyatakan,

(ROFILA EL MAGHFIROH)

NIM. 0710943001



UNIVERSITAS BRAWIJAYA





# MODEL MATEMATIKA *EPQ* (*Economic Production Quantity*) DENGAN *BACKORDER*

## ABSTRAK

Sistem persediaan digunakan untuk menentukan kebijakan dan mengawasi tingkat persediaan. Permasalahan dari persediaan adalah menentukan jumlah produksi optimal dengan biaya total persediaan yang minimum. Di dalam skripsi ini, akan dijelaskan model persediaan *EPQ* dengan mempertimbangkan kondisi *backorder*. Model ini mempertimbangkan jumlah hasil produksi tidak sempurna yang mengikuti distribusi peluang yaitu distribusi seragam dan distribusi normal. Biaya total persediaan yang digunakan di dalam model ini meliputi biaya produksi, biaya penyimpanan, biaya kekurangan persediaan, biaya kerugian dan biaya persiapan. Biaya total persediaan model *EPQ backorder* dengan hasil produksi tidak sempurna yang mengikuti distribusi normal lebih optimal dibandingkan dengan distribusi seragam. Oleh karena itu, biaya total persediaan model *EPQ backorder* dengan hasil produksi tidak sempurna yang mengikuti distribusi normal lebih optimal 11,7% dibandingkan dengan biaya total persediaan perusahaan.

**Kata kunci :** *Backorder*, Model persediaan *EPQ*, Sistem persediaan.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# EPQ (Economic Production Quantity) MATHEMATICAL MODELS WITH BACKORDER

## ABSTRACT

An inventory system is used to set of policies and control levels. A problem of inventory is to determine optimal production quantity with minimum total cost inventory. In this thesis, EPQ inventory model with backorder will be discussed. In this model, production defective rate follows a uniform and a normal probability distribution. Total inventory cost includes production cost, holding cost, shortage cost, disposal cost and set up cost. Total inventory cost of EPQ backorder model with production defective rate follows a normal probability distribution to give an optimal solution than a uniform probability distribution. Therefore, total inventory cost of EPQ backorder model with production defective rate follows a normal probability distribution to give an optimal solution approximately 11,7% which is compared company inventories cost.

**Keyword :** Backorder, EPQ inventory model, Inventory system.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Skripsi ini tidak dapat terselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan serta motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Sobri Abusini, M.T. dan Prof. Dr. Agus Widodo M.Kes., selaku pembimbing I dan pembimbing II atas segala bimbingan, nasehat dan motivasi yang telah diberikan selama penulisan Skripsi ini.
2. Kwardiniya A., S.Si., M.Si., selaku dosen penasehat akademik atas segala nasehat yang telah diberikan selama ini.
3. Dr. Ratno Bagus EW., S.Si., M.Si., Kwardiniya A., S.Si., M.Si., dan Dra. Endang Wahyu H., M.Si., selaku penguji atas segala saran yang diberikan untuk perbaikan Skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika yang memberikan banyak ilmu dan pengalaman kepada penulis, serta segenap staf dan karyawan TU Jurusan Matematika atas segala bantuannya.
5. Kedua orang tua tercinta, Izza M. Azzahra dan M. Badaruz Zaman yang penulis sayangi atas segala doa, dukungan dan nasehat yang diberikan.
6. UD. Bagus Agrista Mandiri Batu atas bantuannya dalam penulisan Skripsi ini.
7. Teman-teman Matematika 2007 terutama mbak Yekti, Ani dan Nova atas segala bantuan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa banyak kekurangan pada Skripsi ini, sehingga penulis sangat mengharapkan saran dan kritik untuk perbaikan di masa mendatang. Semoga Skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin.

Malang, 10 Agustus 2011

Penulis

UNIVERSITAS BRAWIJAYA





## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	<b>v</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ix</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xv</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xix</b>
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	<b>xxi</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	1
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan .....	2
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Pengendalian Persediaan .....	3
2.2 Tujuan Persediaan .....	3
2.3 Jenis Persediaan.....	3
2.4 Biaya Persediaan .....	4
2.5 Model Pengendalian Persediaan.....	5
2.6 Konveks.....	5
2.7 Model Matematika <i>EPQ</i> .....	7
2.8 <i>Backorder</i> .....	9
2.9 Peubah Acak dan Distribusi Peluang .....	9
2.9.1 <i>Mean</i> dan Standar Deviasi dari Peubah Acak ....	9
2.9.2 Distribusi Seragam .....	10
2.9.3 Distribusi Normal .....	10
2.9.4 Uji Normalitas Data .....	10
2.10 Analisis Sensitivitas .....	11



### **BAB III METODE PENELITIAN**

3.1	Tempat Penelitian .....	13
3.2	Deskripsi Umum Daerah Studi .....	13
3.3	Sumber Data .....	13
3.4	Metode Pengumpulan Data .....	14
3.5	Pengolahan Data .....	14

### **BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1	Model Matematika <i>EPQ</i> ( <i>Economic Production Quantity</i> ) dengan <i>Backorder</i> .....	17
4.2	Penerapan Model Matematika <i>EPQ</i> ( <i>Economic Production Quantity</i> ) dengan <i>Backorder</i> pada UD. Bagus Agrista Mandiri.....	30

### **BAB V PENUTUP**

5.1	Kesimpulan .....	51
5.2	Saran .....	51

**DAFTAR PUSTAKA** ..... 53

**LAMPIRAN** ..... 55

## DAFTAR GAMBAR

	<b>Halaman</b>
Gambar 2.1 Model <i>EPQ</i> .....	7
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Pengolahan Data .....	14
Gambar 4.1 Model <i>EPQ</i> dengan <i>Backorder</i> .....	17

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## DAFTAR TABEL

	<b>Halaman</b>
Tabel 2.1	Uji kekonfektan untuk fungsi dua variabel ..... 6
Tabel 4.1	Hasil produksi tidak sempurna dengan distribusi seragam ..... 31
Tabel 4.2	Hasil produksi tidak sempurna dengan distribusi normal ..... 31
Tabel 4.3	Hasil $T^*$ dengan distribusi seragam ..... 32
Tabel 4.4	Hasil $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan distribusi seragam .. 33
Tabel 4.5	Hasil $T^*$ dengan distribusi normal ..... 33
Tabel 4.6	Hasil $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan distribusi normal .... 34
Tabel 4.7	Nilai Perubahan Parameter ..... 36
Tabel 4.8	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik apel ..... 37
Tabel 4.9	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik nangka ..... 37
Tabel 4.10	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik nanas dan keripik salak ..... 38
Tabel 4.11	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik apel ..... 39
Tabel 4.12	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik nangka ..... 39
Tabel 4.13	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $A$ pada keripik nanas dan keripik salak ..... 40
Tabel 4.14	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik apel ..... 41
Tabel 4.15	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik nangka . 42
Tabel 4.16	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik nanas dan keripik salak ..... 42
Tabel 4.17	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik apel ..... 43

Tabel 4.18	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik nangka ..	44
Tabel 4.19	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $E[X_j]$ pada keripik nenas dan keripik salak .....	45
Tabel 4.20	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ keripik apel .....	46
Tabel 4.21	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ pada keripik nangka .....	46
Tabel 4.22	Tingkat sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ pada keripik nenas dan keripik salak .....	47
Tabel 4.23	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ pada keripik apel .....	48
Tabel 4.24	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ pada keripik nangka .....	48
Tabel 4.25	Tingkat sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan parameter $S_j$ pada keripik nenas dan keripik salak .....	49

## DAFTAR LAMPIRAN

	<b>Halaman</b>
Lampiran 1	Data UD. Bagus Agrista Mandiri ..... 55
Lampiran 2	Uji Normalitas data ..... 56
Lampiran 3	Nilai $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan $A$ ..... 58
Lampiran 4	Nilai $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan $A$ ..... 59
Lampiran 5	Nilai $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan $E[X_j]$ ..... 60
Lampiran 6	Nilai $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan $E[X_j]$ ..... 61
Lampiran 7	Nilai $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$ dengan perubahan $S_j$ ..... 62
Lampiran 8	Nilai $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$ dengan perubahan $S_j$ ..... 63
Lampiran 9	Perhitungan satu hasil produksi ..... 64
Lampiran 10	Perhitungan dua hasil produksi ..... 65



UNIVERSITAS BRAWIJAYA





## DAFTAR SIMBOL

$P_j$	: jumlah hasil produksi tiap satuan waktu.
$X_j$	: persentase hasil produksi tidak sempurna tiap satuan waktu.
$\theta_j$	: jumlah hasil produksi tidak sempurna tiap satuan waktu.
$D_j$	: jumlah permintaan tiap satuan waktu.
$Q_j^{B*}$	: jumlah hasil produksi optimal tiap periode .
$B_j^*$	: jumlah <i>backorder</i> tiap periode yang diperbolehkan.
$N$	: jumlah periode tiap tahun ( $N = \frac{1}{T}$ ).
$T$	: lama periode produksi ( $T = \frac{1}{N}$ ).
$t_j^1$	: waktu terjadinya proses produksi.
$t_j^2$	: waktu terjadinya permintaan.
$t_j^3$	: waktu terjadinya kekurangan produksi.
$t_j^4$	: waktu untuk memenuhi <i>backorder</i> .
$S_j$	: waktu persiapan mesin sebelum proses produksi tiap satuan waktu (hari).
$A$	: biaya persiapan untuk semua hasil produksi tiap persiapan.
$C_j^p$	: biaya produksi tiap unit.
$C_j^h$	: biaya penyimpanan tiap unit.
$C_j^b$	: biaya <i>backorder</i> tiap unit.
$C_j^s$	: biaya kerugian tiap unit.
$C_A$	: biaya persiapan tiap satuan waktu.
$C_P$	: biaya produksi tiap satuan waktu.
$C_H$	: biaya penyimpanan tiap satuan waktu.
$C_B$	: biaya <i>backorder</i> tiap satuan waktu.
$C_S$	: biaya kerugian tiap satuan waktu.
$E(.)$	: nilai ekspektasi.
$Z$	: total biaya persediaan tiap satuan waktu.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Masalah penting yang sering dihadapi oleh perusahaan bergerak dibidang perekonomian adalah masalah pengendalian persediaan. Salah satu permasalahan di dalam pengendalian persediaan tersebut adalah bagaimana menentukan jumlah produksi optimal dengan biaya total persediaan yang minimum pada suatu sistem produksi.

Pengendalian persediaan terdiri dari pengendalian persediaan bahan baku dan pengendalian persediaan hasil produksi, yang keduanya bertujuan meminimumkan biaya total persediaan. Tentunya setiap perusahaan berbeda-beda dalam menentukan jumlah persediaan hasil produksi. Tujuan dari persediaan hasil produksi adalah untuk memenuhi kekurangan pasokan hasil produksi ketika permintaan konsumen meningkat. Kekurangan persediaan hasil produksi akan menyebabkan permintaan tidak dapat dipenuhi dan menimbulkan kekecewaan konsumen. Kelebihan persediaan hasil produksi menyebabkan adanya biaya tambahan (seperti biaya penyimpanan) dan menimbulkan risiko akan rusaknya barang yang disimpan.

Pada kehidupan nyata, setiap proses produksi tentunya menghasilkan beberapa persen hasil produksi tidak sempurna yang mengakibatkan perusahaan mengalami kerugian. Oleh karena itu, pada Skripsi ini akan dibahas mengenai model matematika pengendalian persediaan *EPQ* (*Economic Production Quantity*) dengan *backorder* pada UD. Bagus Agrista Mandiri yang bergerak dibidang pengolahan bahan makanan. Metode *EPQ* mempertimbangkan jumlah produksi dan jumlah permintaan hasil produksi. Sementara itu, kondisi *backorder* digunakan untuk menghindari terjadinya kerugian dalam proses produksi.

### 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang permasalahan, maka rumusan masalah dari Skripsi ini adalah:

1. Bagaimana hasil perhitungan jumlah kuantitas produksi optimal tiap periode dari distribusi seragam dan distribusi normal ?

2. Bagaimana perbandingan antara biaya total persediaan tiap satuan waktu dari model matematika  $EPQ$  dengan biaya total persediaan tiap satuan waktu dari UD. Bagus Agrista Mandiri ?
3. Bagaimana tingkat sensitivitas  $T^*$ ,  $B_j^*$  dan  $Q_j^{B^*}$  jika terjadi perubahan parameter  $A$ ,  $E[X_j]$  dan  $S_j$  ?

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang menjadi asumsi di dalam Skripsi ini adalah:

1. Jumlah permintaan tiap satuan waktu ( $D_j$ ) adalah konstan dan jumlah produksi tiap satuan waktu ( $P_j$ ) diketahui secara pasti.
2. Satuan waktu yang digunakan adalah 10 harian.
3. Data yang digunakan dalam Skripsi ini adalah data historis mulai Januari 2010 sampai dengan Juni 2010.
4. Penerapan distribusi seragam berdasarkan asumsi bahwa probabilitas di dalam selang  $[a_j, b_j]$  adalah konstan.

### 1.4 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai dalam penulisan Skripsi ini adalah:

1. Mengetahui hasil perhitungan jumlah kuantitas produksi optimal tiap periode dari distribusi seragam dan distribusi normal.
2. Mengetahui perbandingan antara biaya total persediaan tiap satuan waktu dari model matematika  $EPQ$  dengan biaya total persediaan tiap satuan waktu dari UD. Bagus Agrista Mandiri.
3. Mengetahui tingkat sensitivitas  $T^*$ ,  $B_j^*$  dan  $Q_j^{B^*}$  jika terjadi perubahan parameter  $A$ ,  $E[X_j]$  dan  $S_j$ .

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Pengendalian Persediaan**

Persediaan dapat diartikan sebagai penyimpanan barang-barang yang akan digunakan pada periode yang akan datang. Sementara itu, pengendalian persediaan adalah suatu usaha dalam menentukan tingkat komposisi bahan yang optimal dalam menunjang kelancaran dan efektivitas serta efisiensi dalam kegiatan perusahaan (Ristono, 2009).

Menurut Rangkuti (2004) pengendalian persediaan merupakan serangkaian kebijakan yang memonitor tingkat persediaan dan menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga, kapan persediaan harus disediakan dan berapa besar pesanan yang harus dilakukan.

#### **2.2 Tujuan Persediaan**

Suatu pengendalian persediaan yang dijalankan oleh perusahaan pasti mempunyai tujuan-tujuan tertentu. Tujuan pengendalian persediaan adalah:

1. Untuk dapat memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat.
2. Untuk menjaga kelancaran proses produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kekurangan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi.
3. Untuk mempertahankan dan meningkatkan penjualan serta laba perusahaan.
4. Menjaga supaya pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi lebih besar.
5. Menjaga supaya tidak terjadi penyimpanan secara besar-besaran, karena hal tersebut mengakibatkan biaya menjadi lebih besar.

(Ristono, 2009)

#### **2.3 Jenis Persediaan**

Setiap jenis persediaan memiliki karakteristik dan cara pengolahan yang berbeda. Berdasarkan jenis barang dalam persediaan, persediaan terdiri dari beberapa jenis, yaitu:

1. Persediaan bahan mentah (*raw material*), yaitu persediaan barang-barang yang digunakan dalam proses produksi.



2. Persediaan komponen-komponen rakitan (*purchased parts/components*), yaitu persediaan barang-barang yang terdiri dari komponen-komponen yang diperoleh dari perusahaan lain yang secara langsung dapat dirakit menjadi suatu hasil produksi.
3. Persediaan bahan pembantu atau penolong (*supplies*), yaitu persediaan barang-barang yang diperlukan dalam proses produksi, tetapi bukan merupakan bagian dari barang jadi.
4. Persediaan barang dalam proses (*work in process*), yaitu persediaan barang-barang yang terdapat di tiap-tiap bagian dalam proses produksi atau yang telah diolah menjadi suatu bentuk, tetapi perlu diproses lebih lanjut menjadi barang jadi.
5. Persediaan barang jadi (*finished goods*), yaitu persediaan barang-barang yang telah selesai diproses dan siap dijual kepada konsumen.

(Rangkuti, 2004)

#### 2.4 Biaya Persediaan

Menurut Ristono (2009), biaya persediaan terbagi menjadi empat macam, yaitu:

1. Biaya pembelian (*purchase cost*)  
Biaya pembelian adalah harga per unit apabila *item* di beli dari pihak luar, atau biaya produksi per unit apabila di produksi dalam perusahaan.
2. Biaya pemesanan atau biaya persiapan (*order cost/set up cost*)  
*Ordering cost* adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan pemesanan barang ke *supplier*. Biaya pemesanan adalah biaya yang berasal dari pembelian pesanan (*set up cost*) untuk suatu hasil produksi yang diproduksi di dalam perusahaan.
3. Biaya simpan (*carrying cost/holding cost/storage cost*)  
Biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan atas investasi dalam persediaan dan pemeliharaan maupun investasi sarana fisik untuk menyimpan persediaan. Biaya simpan dapat pula diartikan sebagai semua biaya yang timbul akibat penyimpanan barang maupun bahan. Sementara itu, *storage cost* adalah biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan penyimpanan barang di gudang.
4. Biaya kekurangan persediaan (*stockout cost*)  
Biaya kekurangan persediaan adalah biaya yang ditimbulkan sebagai akibat terjadinya persediaan yang lebih kecil dari jumlah

yang diperlukan atau biaya yang timbul apabila persediaan di gudang tidak dapat mencukupi permintaan.

## 2.5 Model Pengendalian Persediaan

Berdasarkan variabel-variabel dalam pengendalian persediaan, model pengendalian persediaan dapat dikelompokkan menjadi dua model, yaitu:

1. Model deterministik, yaitu model yang variabel-variabelnya telah diketahui dengan pasti.
2. Model probabilistik, yaitu model yang variabel-variabelnya mempunyai nilai-nilai yang tidak pasti dan terdapat variabel yang merupakan variabel acak.

(Ristono, 2009)

## 2.6 Konveks

Definisi (Hillier dan Lieberman, 1995):

Fungsi dengan variabel tunggal  $f(x)$  disebut konveks jika beberapa nilai dari  $x$ , misal  $x'$  dan  $x''$  ( $x' < x''$ ), berlaku:

$$f[\lambda x'' + (1 - \lambda)x'] \leq \lambda f(x'') + (1 - \lambda)f(x')$$

untuk semua nilai dari  $\lambda$  sedemikian sehingga  $0 < \lambda < 1$ ,  $f(x)$  disebut *strictly convex* jika tanda  $\leq$  menjadi  $<$ , sedangkan  $f(x)$  disebut konkaf jika tanda  $\leq$  menjadi  $\geq$  dan disebut *strictly concave* jika  $\geq$  menjadi  $>$ .

Menurut Hillier dan Lieberman (1995), uji kekonveksan dari suatu fungsi dengan variabel tunggal yaitu memperhatikan beberapa fungsi dengan variabel tunggal  $f(x)$  yang memiliki turunan kedua untuk semua nilai  $x$  yang mungkin. Maka  $f(x)$  adalah:

1. Konveks jika  $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \geq 0$  untuk semua nilai  $x$  yang mungkin.
2. *Strictly convex* jika  $\frac{d^2f(x)}{dx^2} > 0$  untuk semua nilai  $x$  yang mungkin.
3. Konkaf jika  $\frac{d^2f(x)}{dx^2} \leq 0$  untuk semua nilai  $x$  yang mungkin.
4. *Strictly concave* jika  $\frac{d^2f(x)}{dx^2} < 0$  untuk semua nilai  $x$  yang mungkin.

Sementara itu, uji kekonveksan dari suatu fungsi dengan dua variabel adalah sebagai berikut:



Table 2.1 Uji kekonvekan untuk fungsi dua variabel

Uji		Konveks	<i>Strictly Convex</i>	Konkaf	<i>Strictly concave</i>
Uji ke-1	$\left( \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \right) - \left( \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2$	$\geq 0$	$> 0$	$\geq 0$	$< 0$
Uji ke-2	$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2}$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	$< 0$
Uji ke-3	$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2}$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	$< 0$
Nilai dari $(x_1, x_2)$		Semua nilai yang mungkin			

Untuk fungsi dengan multi variabel, uji kekonvekan dilakukan dengan menentukan Matriks Hessian terlebih dahulu. Matriks Hessian adalah matriks berukuran  $n \times n$  dari turunan parsial orde dua (Apostol, 1969). Jika  $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , maka Matriks Hessian dari  $f$  adalah matriks:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

(Kaplan, 1991).

$H$  matriks berukuran  $m \times n$ , disebut matriks simetrik jika  $H = H^T$ . Selain itu,  $H_{m \times n}$  disebut:

1. Semi definit positif jika  $\mathbf{x}^T H \mathbf{x} \geq 0, \forall \mathbf{x}, \mathbf{x} \neq 0$ .
2. Definit positif jika  $\mathbf{x}^T H \mathbf{x} > 0, \forall \mathbf{x}, \mathbf{x} \neq 0$ .
3. Semi definit negatif jika  $\mathbf{x}^T H \mathbf{x} \leq 0, \forall \mathbf{x}, \mathbf{x} \neq 0$ .
4. Definit negatif  $\mathbf{x}^T H \mathbf{x} < 0, \forall \mathbf{x}, \mathbf{x} \neq 0$ .

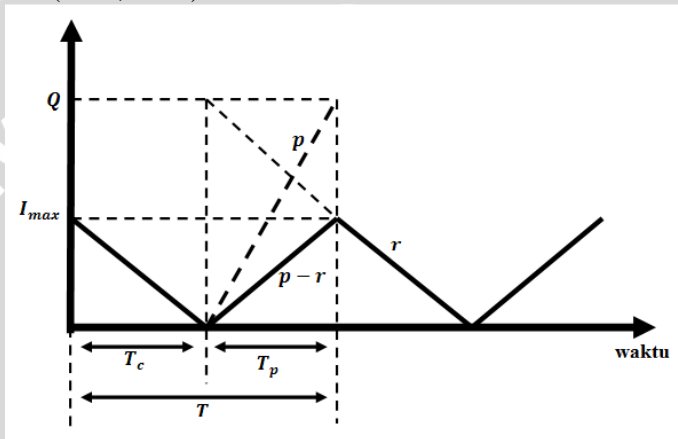
Uji kekonvekan dari suatu fungsi dengan multi variabel adalah sebagai berikut:

1. Konveks jika  $H$  matriks simetrik dan semi definit positif.
2. *Strictly convex* jika  $H$  matriks simetrik dan definit positif.
3. Konkaf jika jika  $H$  matriks simetrik dan semi definit negatif.
4. *Strictly concave* jika  $H$  matriks simetrik dan definit negatif.

(Anam, 2009)

## 2.7 Model Matematika EPQ (Economic Production Quantity)

Secara mendasar EPQ mengasumsikan penambahan hasil produksi secara berangsur-angsur untuk mengisi persediaan (Ristono, 2009). Model EPQ selalu digunakan untuk menentukan kuantitas produksi optimal dan meminimumkan total biaya persediaan. Pada model ini, angka produksi selalu lebih besar daripada angka permintaan (Chiu, 2003).



Gambar (2.1) Model EPQ

Pada Gambar (2.1), angka produksi adalah  $p$  dan angka permintaan adalah  $r$ . Tingkat persediaan naik sebesar  $p - r$  unit setiap hari selama proses produksi, karena proses produksi terjadi bersamaan dengan adanya permintaan.  $T_c$  menunjukkan waktu berlangsungnya permintaan, sedangkan  $T_p$  menunjukkan waktu berlangsungnya proses produksi yang diikuti dengan adanya permintaan, dengan  $T_p = \frac{Q}{p}$ ,  $Q$  menunjukkan banyaknya pemesanan produksi oleh konsumen. (Weiss dan Gershon, 1993).

Biaya total persediaan ( $TC$ ) untuk model EPQ adalah jumlah dari biaya pembelian ( $T_B$ ), biaya penyimpanan ( $T_S$ ) dan biaya pemesanan ( $T_O$ ).

$$TC = T_B + T_S + T_O$$

$$= PR + H \left( \frac{I}{2} \right) + Cf$$

$$\begin{aligned}
 &= PR + H \left( \frac{pT_P - rT_P}{2} \right) + C \left( \frac{R}{Q} \right) \\
 &= PR + \left( \frac{HQ}{2} \right) \left( 1 - \frac{r}{p} \right) + C \left( \frac{R}{Q} \right)
 \end{aligned}$$

Karena fungsi biaya persediaan tersebut memiliki satu variabel keputusan, maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$TC(Q) = PR + \left( \frac{HQ}{2} \right) \left( 1 - \frac{r}{p} \right) + C \left( \frac{R}{Q} \right) \quad (2.2)$$

- dengan  $P$  = harga hasil produksi  
 $R$  = jumlah permintaan  
 $H$  = biaya simpan/unit/satuan waktu  
 $I$  = rata-rata persediaan  
 $C$  = biaya pesan/setiap kali pesan  
 $f$  = frekuensi pemesanan  
 $Q$  = banyaknya pemesanan  
 $r$  = laju permintaan  
 $p$  = laju produksi  
 $T_P$  = waktu ketika produksi terhenti  
 $T_B$  = biaya pembelian  
 $T_S$  = biaya penyimpanan  
 $T_O$  = biaya pemesanan.

Secara analitis, apabila sebuah fungsi berupa cekungan (parabola ke atas) atau cembungan (parabola ke bawah) atau yang lebih dikenal dengan nama fungsi konveks atau fungsi konkaf, maka fungsi tersebut mempunyai nilai minimum atau maksimum. Titik optimal tersebut dikatakan sebagai titik balik. Pada titik ini, nilai derajat kemiringan garis singgung adalah nol atau memiliki gradien sama dengan nol. Gradien garis singgung di titik kritis diperoleh dengan cara menurunkan fungsi yang bersangkutan terhadap variabel keputusannya. Dari fungsi persediaan pada Persamaan (2.2) diperoleh gradien garis yaitu:

$$m = \frac{dTC(Q)}{dQ} = \frac{H(p-r)}{2p} - \frac{CR}{Q^2}$$

Karena syarat titik balik adalah  $m = 0$ , maka didapat:

$$\frac{H(p-r)}{2p} - \frac{CR}{Q^2} = 0$$

sehingga diperoleh:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CRp}{H(p-r)}}$$

(Ristono, 2009).

## 2.8 Backorder

*Backorder* merupakan kebijakan penanganan kekurangan persediaan dimana pelanggan bersedia menunggu sampai pemasok dapat memenuhi permintaannya. Selama menunggu, pelanggan diberi kompensasi yang besarnya bergantung pada jumlah kekurangan barang dan lamanya menunggu (Sukmana dan Lokman, 2005). Sementara itu, menurut Ristono (2009), *backorder* adalah permintaan yang tidak dapat dipenuhi pada saat sekarang, tetapi kemudian dipenuhi pada periode yang akan datang. Keadaan *backorder* terjadi disaat persediaan mencapai titik nol dan permintaan tidak dapat dipenuhi.

## 2.9 Peubah Acak dan Distribusi Peluang

Peubah acak adalah suatu fungsi yang menghubungkan sebuah bilangan riil dengan setiap unsur di dalam ruang contoh. Peubah acak terdiri dari peubah acak diskrit dan peubah acak kontinu. Peubah acak diskrit adalah suatu fungsi yang menghubungkan sebuah bilangan riil dengan setiap unsur di dalam ruang contoh diskrit. Sementara itu, peubah acak kontinu adalah suatu fungsi yang menghubungkan sebuah bilangan riil dengan setiap unsur di dalam ruang contoh kontinu (Walpole, dkk., 2003).

### 2.9.1 Mean dan Standar Deviasi dari Peubah Acak

*Mean* dari peubah acak  $X$  adalah  $E[X]$ , variansi dari peubah acak  $X$  adalah  $var(X)$  dan standar deviasi dari peubah acak  $X$  adalah  $\sqrt{var(X)}$ .  $E[X]$  dan  $var(X)$  dari peubah acak  $X$  didefinisikan sebagai berikut:

$$E[X] = \begin{cases} \sum xp(x) & ; X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx & ; X \text{ kontinu} \end{cases}$$

$$\text{var}(X) = \begin{cases} \sum_{x} (x - E[X])^2 p(x) & ; X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 f(x) dx & ; X \text{ kontinu} \end{cases}$$

(Taha, 2007)

### 2.9.2 Distribusi Seragam

Peubah acak  $X$  dikatakan berdistribusi seragam pada interval  $[a, b]$  jika fungsi kepadatan peluangnya adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; a \leq x \leq b \\ 0 & ; \text{yang lain} \end{cases} \quad (2.3)$$

(Walpole, dkk.,2003).

### 2.9.3 Distribusi Normal

Peubah acak  $X$  dikatakan berdistribusi normal dengan parameter  $\mu$  dan  $\sigma^2$  dan dinotasikan  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  jika fungsi kepadatan peluang  $X$  adalah

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(1/2)[(x-\mu)/\sigma]^2} ; -\infty < x < \infty \quad (2.4)$$

$$\pi = 3,14159... \quad e = 2,71828...$$

(Walpole, dkk.,2003).

Nilai  $E[X] = \mu$ , sedangkan nilai  $\text{var}(X) = \sigma^2$ . Notasi  $N(\mu, \sigma)$  selalu digunakan untuk menggambarkan distribusi normal dengan *mean*  $\mu$  dan standar deviasi  $\sigma$  (Taha, 2007).

### 2.9.4 Uji Normalitas Data

Sebelum melakukan analisis data, perlu dilakukan uji normalitas data yang bertujuan untuk membuktikan bahwa data tersebut mengikuti pola kurva normal. Uji normalitas data dapat dilakukan dengan *software minitab* dengan taraf signifikan dinyatakan sebagai  $\alpha$  dalam dua atau tiga desimal atau dalam persen. Lawan dari taraf signifikan adalah taraf kepercayaan. Jika taraf signifikan 5%, maka



dapat dikatakan taraf kepercayaannya 95%. Dalam penelitian sosial, besarnya  $\alpha$  biasanya diambil 5% atau 1% (0,05 atau 0,01). Penentuan besarnya  $\alpha$  bergantung pada keinginan peneliti sebelum analisis statistik dilakukan.

Arti  $\alpha = 0,01$  adalah kira-kira 1 dari 100 kesimpulan akan menolak hipotesis yang seharusnya diterima atau dengan kata lain kira-kira 99% percaya bahwa kesimpulan adalah benar (Usman dan Akbar, 2006).

## 2.10 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas merupakan analisis yang berkaitan dengan perubahan parameter diskrit untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimum mulai kehilangan optimalitasnya. Solusi dikatakan sangat sensitif terhadap perubahan parameter jika suatu perubahan kecil dalam parameter tersebut menyebabkan perubahan drastis dalam solusi. Sebaliknya, jika perubahan parameter tidak mempunyai pengaruh besar terhadap solusi dikatakan solusi relatif insensitif terhadap nilai parameter itu (Mulyono, 1991).

Analisis sensitivitas sering disebut juga analisis pasca optimalitas (*post optimality analysis*) karena analisis ini hanya bisa dilakukan setelah penyelesaian optimal tercapai. Analisis ini digunakan untuk melakukan interpretasi penyelesaian yang telah dicapai sehingga menjadi lebih mudah dipahami (Agustini dan Rahmadi, 2004).





UNIVERSITAS BRAWIJAYA



## BAB III METODE PENELITIAN

### 1.1 Tempat Penelitian

Penelitian dalam Skripsi ini dilaksanakan di UD. Bagus Agrista Mandiri Kecamatan Bumiaji Kota Batu.

### 1.2 Deskripsi Umum Daerah Studi

UD. Bagus Agrista Mandiri adalah sebuah industri yang bergerak dibidang pengolahan bahan makanan, terutama pengolahan buah. Hasil produksi dari UD. Bagus Agrista Mandiri adalah jenang buah, dodol buah, sari buah dan keripik buah. Pada awal tahun 2011 hasil produksi mulai berkembang dengan bertambahnya bakpia buah dan manisan buah di daftar hasil produksi UD. Bagus Agrista Mandiri. Hasil produksi unggulan dari UD. Bagus Agrista Mandiri adalah hasil produksi yang berasal dari pengolahan buah apel, sedangkan hasil produksi yang berasal dari selain buah apel menjadi hasil produksi andalan dari UD. Bagus Agrista Mandiri. Pola distribusi UD. Bagus Agrista Mandiri antara lain 20% langsung ke konsumen, 50% melalui agen dan 30% melalui distributor.

### 1.3 Sumber Data

Data yang digunakan pada Skripsi ini adalah data historis mulai Januari 2010 sampai dengan Juni 2010. Data-data yang diperoleh merupakan data sekunder yang didapat dari arsip-arsip perusahaan yang sesuai dengan obyek penelitian. Dalam analisis data, data yang dibutuhkan adalah:

1. Biaya persiapan produksi setiap persiapan produksi ( $A$ ).
2. Jumlah permintaan tiap 10 hari setiap hasil produksi ( $D_j$ ).
3. Jumlah produksi tiap 10 hari setiap hasil produksi ( $P_j$ ).
4. Waktu persiapan mesin untuk memproduksi tiap-tiap hasil produksi ( $S_j$ ).
5. Biaya produksi setiap unit hasil produksi ( $C_j^p$ ).
6. Biaya penyimpanan setiap unit hasil produksi ( $C_j^h$ ).
7. Biaya kekurangan persediaan setiap unit hasil produksi ( $C_j^b$ ).
8. Biaya kerugian setiap unit hasil produksi tidak sempurna ( $C_j^s$ ).

## 1.4 Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data yang dilakukan pada penelitian ini terdiri dari 2 tahap, yaitu:

### 1. Penelitian langsung ke lapangan atau perusahaan (*field research*)

Tujuan dari penelitian secara langsung ke perusahaan adalah untuk memperoleh data-data yang mendukung proses penelitian dan dapat mengetahui permasalahan yang ada di perusahaan secara langsung. Tahap pengumpulan data dengan penelitian secara langsung ke perusahaan dapat dilakukan dengan berbagai cara, yaitu:

#### a. Wawancara

Pengumpulan data dengan cara wawancara dapat dilakukan dengan melakukan komunikasi secara langsung dengan pihak perusahaan mengenai obyek penelitian.

#### b. Dokumentasi

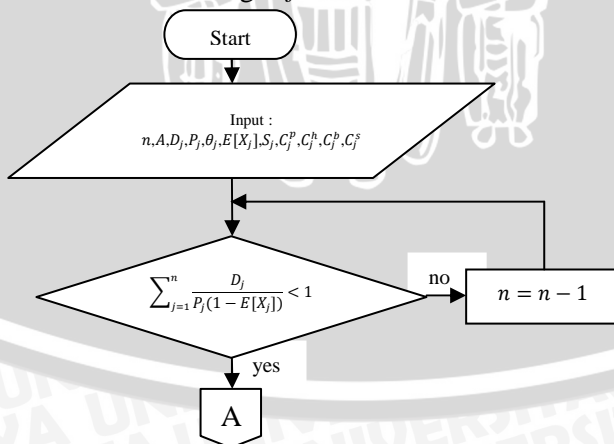
Data-data yang diperoleh dari dokumentasi merupakan data sekunder. Hal tersebut dikarenakan data didapat dari data-data perusahaan yang nantinya akan digunakan dalam penelitian. Pengumpulan data dengan dokumentasi dilakukan dengan mempelajari data yang berhubungan dengan obyek penelitian yang terdapat di perusahaan.

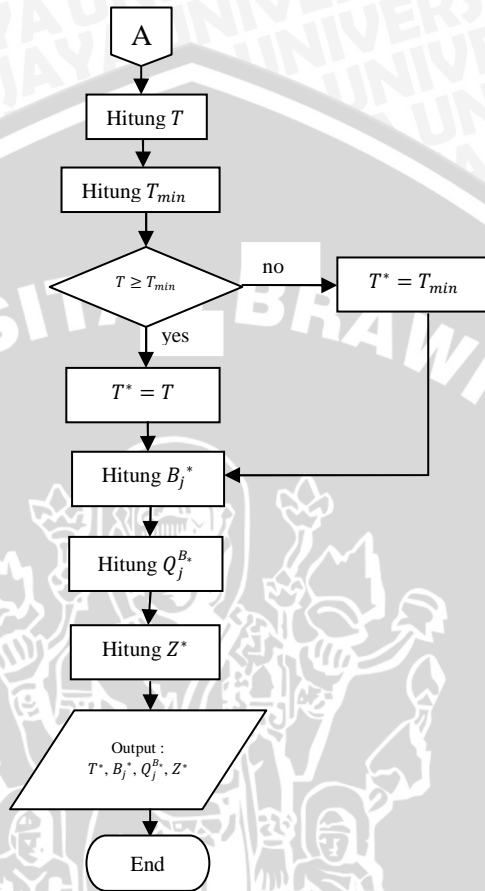
### 2. Studi literatur

Tahapan literatur dapat membantu menyelesaikan permasalahan perusahaan dengan menggunakan teori-teori yang ada.

## 3.5 Pengolahan Data

Pengolahan data diuraikan dengan *flowchart* berikut ini:





Gambar 3.1 Flowchart pengolahan data

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

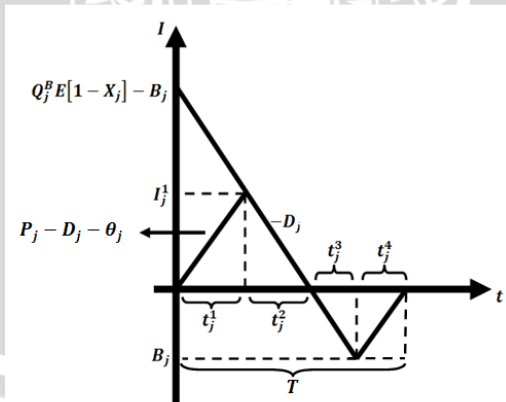


## BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1 Model Matematika *EPQ* (*Economic Production Quantity*) dengan *Backorder*

Setiap proses produksi tentunya menghasilkan hasil produksi sempurna dan hasil produksi yang tidak sempurna. Ketidaktersempurnaan dari proses produksi sama artinya dengan kegagalan proses dari beberapa faktor yang secara acak menyebabkan  $X_j$  persen hasil produksi yang tidak sempurna dengan jumlah tiap satuan waktu adalah  $\theta_j$ . Dari proses produksi yang dianggap menjadi hasil produksi tidak sempurna adalah hasil produksi yang tidak layak untuk dipasarkan. Hasil produksi yang tidak sempurna diasumsikan tidak diolah kembali dan akan menjadi sisa dari proses produksi. Jumlah hasil produksi tiap satuan waktu ( $P_j$ ) diketahui secara pasti dan jumlah hasil produksi tidak sempurna tiap satuan waktu dinyatakan sebagai  $\theta_j$ , dengan  $\theta_j = P_j E[X_j]$ . Hasil produksi terdiri satu tipe sampai berbagai tipe, yaitu hasil produksi  $j$ , dengan  $j = 1, 2, \dots, n$ . Jumlah hasil produksi tiap satuan waktu ( $P_j$ ) diasumsikan lebih besar dari jumlah permintaan tiap satuan waktu ( $D_j$ ) ditambah jumlah hasil produksi tidak sempurna tiap satuan waktu ( $\theta_j$ ). Secara matematika dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$P_j - D_j - \theta_j > 0 \quad \text{atau} \quad 1 - \frac{D_j}{P_j} - E[X_j] > 0.$$



Gambar (4.1) Model *EPQ* dengan *Backorder*



Gambar (4.1) menggambarkan jumlah persediaan dan jumlah *backorder* dari model *EPQ* selama periode  $T$ . Pada  $t_j^1$  persediaan akan meningkat dengan kecepatan  $P_j - D_j - \theta_j$ . Jumlah persediaan akan berkurang sebesar  $D_j$  pada  $t_j^2$  dan akan terjadi kekurangan persediaan pada  $t_j^3$ , keadaan ini dinamakan keadaan *backorder*, yaitu suatu keadaan yang terjadi akibat permintaan tidak dapat dipenuhi seketika. Pada  $t_j^4$  jumlah persediaan akan meningkat dengan kecepatan  $P_j - D_j - \theta_j$ , produksi pada saat  $t_j^4$  digunakan untuk memenuhi permintaan pada saat  $t_j^3$ .

Lama periode produksi diasumsikan adalah sama untuk semua hasil produksi ( $T_1 = T_2 = \dots = T_n = T$ ). Berdasarkan Gambar (4.1), untuk  $j = 1, 2, \dots, n$  diperoleh:

$$\begin{aligned}
 I_j^1 &= (P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B}{P_j} - B_j \\
 t_j^1 &= \frac{I_j^1}{P_j - D_j - \theta_j} \\
 t_j^2 &= \frac{I_j^1}{D_j} \\
 t_j^3 &= \frac{B_j}{D_j} \\
 t_j^4 &= \frac{B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \\
 t_j^1 + t_j^4 &= \frac{Q_j^B}{P_j} \\
 T &= \sum_{i=1}^n t_j^i = \frac{Q_j^B E[1-X_j]}{D_j}. \tag{4.1}
 \end{aligned}$$

Model matematika *EPQ* dengan *backorder* mempertimbangkan beberapa biaya persediaan, antara lain yaitu:

**1. Biaya produksi (*production cost*)**

Biaya produksi tiap unit hasil produksi dari hasil produksi  $j$  adalah  $C_j^P$  dan total biaya produksi adalah  $C_p$ . Kuantitas produksi tiap periode produksi dilambangkan  $Q_j^B$ . Setiap periodenya, biaya produksi dari hasil produksi  $j$  adalah  $C_j^P Q_j^B$ . Sementara itu, total biaya produksi tiap satuan waktu adalah  $N \times C_j^P Q_j^B$ . Karena

terdapat kebijakan produksi, maka total biaya produksi tiap satuan waktu adalah  $\frac{C_j^p Q_j^B}{T}$ . Berdasarkan Persamaan (4.1) didapatkan

$$T = \frac{Q_j^B E[1-X_j]}{D_j} \Leftrightarrow TD_j = Q_j^B E[1-X_j]$$

$$\Leftrightarrow Q_j^B = \frac{TD_j}{E[1-X_j]}.$$

Oleh karena itu, total biaya produksi tiap satuan waktu adalah

$$C_P = \frac{C_j^p Q_j^B}{T}$$

$$= \sum_{j=1}^n \frac{C_j^p \frac{TD_j}{E[1-X_j]}}{T}$$

$$= \sum_{j=1}^n \frac{C_j^p Q_j^B}{\left(\frac{Q_j^B E[1-X_j]}{D_j}\right)}$$

$$= \sum_{j=1}^n \frac{C_j^p D_j}{E[1-X_j]} \quad (4.2)$$

## 2. Biaya penyimpanan (*holding cost*)

Biaya penyimpanan tiap unit hasil produksi dari hasil produksi  $j$  dibagi menjadi 2 keadaan penyimpanan, yaitu penyimpanan hasil produksi sempurna dan penyimpanan hasil produksi tidak sempurna.  $C_j^h$  merupakan biaya penyimpanan tiap unit hasil produksi, sedangkan total biaya penyimpanan adalah  $C_H$ . Berdasarkan Gambar (4.1), biaya penyimpanan hasil produksi yang sempurna ( $C_{H_1}$ ) tiap periode produksi adalah

$$C_{H_1} = \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{I_j^1}{2} (t_j^1 + t_j^2) \right).$$

Jadi, biaya penyimpanan hasil produksi yang sempurna tiap satuan waktu adalah

$$C_{H_1} = N \times \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{I_j^1}{2} (t_j^1 + t_j^2) \right). \quad (4.3)$$

Karena terdapat kebijakan produksi, maka Persamaan (4.3) menjadi:

$$\begin{aligned}
C_{H_1} &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{I_j^1}{2} (t_j^1 + t_j^2) \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{I_j^1}{2} \left( \frac{I_j^1}{P_j - D_j - \theta_j} + \frac{I_j^1}{D_j} \right) \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{(I_j^1)^2 (P_j - \theta_j)}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( (P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B}{P_j} - B_j \right)^2 \times \left( \frac{P_j - \theta_j}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( (P_j - D_j - \theta_j)^2 \frac{(Q_j^B)^2}{(P_j)^2} - 2(P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B B_j}{P_j} + (B_j)^2 \right) \times \left( \frac{P_j - \theta_j}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j)(P_j - \theta_j)(Q_j^B)^2}{2D_j(P_j)^2} - \frac{Q_j^B B_j (P_j - \theta_j)}{P_j D_j} + \frac{(B_j)^2 (P_j - \theta_j)}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j)(Q_j^B)^2}{2(P_j)^2 D_j} - \frac{Q_j^B B_j}{P_j D_j} + \frac{(B_j)^2}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j) \left( \frac{TD_j}{1 - E[X_j]} \right)^2}{2(P_j)^2 D_j} - \frac{\left( \frac{TD_j}{1 - E[X_j]} \right) B_j}{P_j D_j} + \frac{(B_j)^2}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j) (T^2 D_j)}{2(P_j)^2 (1 - E[X_j])^2} - \frac{TB_j}{(1 - E[X_j]) P_j} + \frac{(B_j)^2}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right)
\end{aligned}$$

$$= \sum_{j=1}^n C_j^h (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j) T D_j}{2(P_j)^2(1-E[X_j])^2} - \frac{B_j}{(1-E[X_j])P_j} + \frac{(B_j)^2}{2T D_j (P_j - D_j - \theta_j)} \right). \quad (4.4)$$

Sementara itu, untuk hasil produksi yang tidak sempurna diasumsikan disimpan sampai periode produksi berakhir. Berdasarkan Gambar (4.1), biaya penyimpanan hasil produksi yang tidak sempurna ( $C_{H_2}$ ) tiap periode produksi adalah

$$C_{H_2} = \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j(t_j^1 + t_j^4)}{2} (t_j^1 + t_j^4) \right). \quad (4.5)$$

Jadi, biaya penyimpanan hasil produksi yang tidak sempurna tiap satuan waktu adalah

$$C_{H_2} = N \times \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j(t_j^1 + t_j^4)}{2} (t_j^1 + t_j^4) \right). \quad (4.6)$$

Karena terdapat kebijakan produksi, maka Persamaan (4.6) menjadi:

$$\begin{aligned} C_{H_2} &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j(t_j^1 + t_j^4)}{2} (t_j^1 + t_j^4) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j \left( \frac{I_j^1}{P_j - D_j - \theta_j} + \frac{B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \right)}{2} \left( \frac{I_j^1}{P_j - D_j - \theta_j} + \frac{B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j \left( \frac{I_j^1 + B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \right)}{2} \left( \frac{I_j^1 + B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{\theta_j (I_j^1 + B_j)^2}{2(P_j - D_j - \theta_j)^2} \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{(I_j^1)^2 + 2I_j^1 B_j + (B_j)^2}{2(P_j - D_j - \theta_j)^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \frac{C_j^h \theta_j}{2(P_j - D_j - \theta_j)^2} \left( \left( (P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B}{P_j} - B_j \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. 2 \left( (P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B}{P_j} - B_j \right) B_j + (B_j)^2 \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \frac{C_j^h \theta_j}{2(P_j - D_j - \theta_j)^2} \left( \left( (P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B}{P_j} \right)^2 - \right. \\
&\quad \left. 2(P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B B_j}{P_j} + (B_j)^2 + 2(P_j - D_j - \theta_j) \frac{Q_j^B B_j}{P_j} - \right. \\
&\quad \left. 2(B_j)^2 + (B_j)^2 \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \frac{C_j^h \theta_j}{2(P_j - D_j - \theta_j)^2} \left( (P_j - D_j - \theta_j)^2 \frac{(Q_j^B)^2}{(P_j)^2} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{(Q_j^B)^2}{2(P_j)^2} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{\left( \frac{TD_j}{E[1-X_j]} \right)^2}{2(P_j)^2} \right) \\
&= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{T^2(D_j)^2}{2(1-E[X_j])^2(P_j)^2} \right) \\
&= \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{T(D_j)^2}{2(1-E[X_j])^2(P_j)^2} \right). \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Dari Persamaan (4.4) dan (4.7), maka diperoleh total biaya penyimpanan tiap satuan waktu, yaitu

$$\begin{aligned}
C_H &= C_{H_1} + C_{H_2} \\
C_H &= \sum_{j=1}^n C_j^h (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j)TD_j}{2P_j^2(1-E[X_j])^2} - \frac{B_j}{(1-E[X_j])P_j} + \right. \\
&\quad \left. \frac{B_j^2}{2TD_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) + \sum_{j=1}^n C_j^h \theta_j \left( \frac{(D_j)^2 \times T}{2(1-E[X_j])^2(P_j)^2} \right) \tag{4.8}
\end{aligned}$$



### 3. Biaya kekurangan persediaan (*shortage cost*)

Biaya kekurangan persediaan tiap unit hasil produksi dari hasil produksi  $j$  adalah  $C_j^b$ , sedangkan  $C_B$  adalah total biaya kekurangan persediaan. Berdasarkan Gambar (4.1), total biaya kekurangan persediaan tiap periode produksi adalah

$$C_B = \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} (t_j^3 + t_j^4) \right).$$

Jadi, total biaya kekurangan persediaan tiap satuan waktu adalah

$$C_B = N \times \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} (t_j^3 + t_j^4) \right). \quad (4.9)$$

Karena terdapat kebijakan produksi, maka Persamaan (4.9) menjadi:

$$\begin{aligned} C_B &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} (t_j^3 + t_j^4) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} \left( \frac{B_j}{D_j} + \frac{B_j}{P_j - D_j - \theta_j} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} \left( \frac{B_j(P_j - D_j - \theta_j) + B_j D_j}{D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} \left( \frac{B_j P_j - B_j D_j - B_j \theta_j + B_j D_j}{D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{B_j}{2} \left( \frac{B_j(P_j - \theta_j)}{D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \right) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{(B_j)^2 (P_j - \theta_j)}{2 D_j (P_j - D_j - \theta_j)} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

### 4. Biaya kerugian (*disposal cost*)

Biaya kerugian yang dikeluarkan tiap unit hasil produksi yang tidak sempurna dari hasil produksi  $j$  adalah  $C_j^s$  dan  $C_S$  adalah total biaya kerugian. Sementara itu, banyaknya hasil produksi yang tidak sempurna adalah  $E[X_j]Q_j^B$ . Dengan demikian, total biaya kerugian dari tiap periode produksi adalah

$$C_S = \sum_{j=1}^n C_j^s E[X_j] Q_j^B.$$

Jadi, total biaya kerugian tiap satuan waktu adalah

$$C_S = N \times \sum_{j=1}^n C_j^s E[X_j] Q_j^B. \quad (4.11)$$



Karena terdapat kebijakan produksi, maka Persamaan (4.11) menjadi:

$$C_S = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^S E[X_j] Q_j^B.$$

Telah diketahui sebelumnya bahwa  $Q_j^B = \frac{T \times D_j}{E[1-X_j]} = \frac{T \times D_j}{1-E[X_j]}$ , sehingga :

$$\begin{aligned} C_S &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^S E[X_j] \frac{T D_j}{E[1-X_j]} \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{C_j^S E[X_j] D_j}{1-E[X_j]} \end{aligned} \quad (4.12)$$

### 5. Biaya persiapan (*set up cost*)

Biaya persiapan (*set up cost*) tiap persiapan produksi disimbolkan dengan  $A$  dan  $N$  merupakan banyaknya periode produksi tiap satuan waktu. Jadi, biaya persiapan tiap satuan waktu ( $C_A$ ) adalah

$$C_A = N \times A = \frac{A}{T} \quad (4.13)$$

Fungsi tujuan model matematika *EPQ* dengan *backorder* adalah meminimumkan total biaya persediaan tiap satuan waktu ( $Z^*$ ), dengan total biaya persediaan tiap satuan waktu ( $Z^*$ ) merupakan jumlah dari biaya produksi (*production cost*), biaya penyimpanan (*holding cost*), biaya kekurangan persediaan (*shortage cost*), biaya kerugian (*disposal cost*) dan biaya persiapan (*set up cost*).

Jadi, total biaya persediaan tiap satuan waktu adalah:

$$\begin{aligned} Z &= C_P + C_H + C_B + C_S + C_A \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{C_j^P D_j}{E[1-X_j]} + \sum_{j=1}^n C_j^H (P_j - \theta_j) \left( \frac{(P_j - D_j - \theta_j) T D_j}{2 P_j^2 (1-E[X_j])^2} - \right. \\ &\quad \left. \frac{B_j}{(1-E[X_j]) P_j} + \frac{B_j^2}{2 T D_j (P_j - D_j - \theta_j)} \right) + \\ &\quad \sum_{j=1}^n C_j^H \theta_j \left( \frac{(D_j)^2 \times T}{2 (1-E[X_j])^2 (P_j)^2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n C_j^b \left( \frac{(B_j)^2 (P_j - \theta_j)}{2 D_j (P_j - D_j - \theta_j)} \right) + \sum_{j=1}^n \frac{C_j^S E[X_j] D_j}{1-E[X_j]} + \frac{A}{T} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=1}^n \frac{(C_j^p + C_j^s E[X_j]) D_j}{1 - E[X_j]} - \sum_{j=1}^n \frac{C_j^h (P_j - \theta_j) B_j}{P_j (1 - E[X_j])} + \\
&\quad \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{((P_j - \theta_j)(P_j - D_j - \theta_j) + \theta_j D_j) T D_j}{2(1 - E[X_j])^2 (P_j)^2} \right) + \\
&\quad \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \left( \frac{(C_j^h + C_j^b)(P_j - \theta_j)}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) (B_j)^2 + \frac{A}{T} \\
&= \sum_{j=1}^n \left( \frac{(C_j^h + C_j^b)(P_j - \theta_j)}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)} \right) \frac{(B_j)^2}{T} - \sum_{j=1}^n \left( \frac{C_j^h (P_j - \theta_j)}{P_j (1 - E[X_j])} \right) B_j + \\
&\quad \sum_{j=1}^n C_j^h \left( \frac{D_j ((P_j - \theta_j)(P_j - D_j - \theta_j) + \theta_j D_j)}{2(1 - E[X_j])^2 (P_j)^2} \right) T + \\
&\quad \sum_{j=1}^n \frac{(C_j^p + C_j^s E[X_j]) D_j}{1 - E[X_j]} + \frac{A}{T} \\
&= \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j)^2}{T} - \sum_{j=1}^n \beta_j B_j + \sum_{j=1}^n \gamma_j T + \sum_{j=1}^n \lambda_j + \frac{A}{T} \quad (4.14)
\end{aligned}$$

dengan,  $\alpha_j = \frac{(C_j^h + C_j^b)(P_j - \theta_j)}{2D_j(P_j - D_j - \theta_j)}$

$$\beta_j = \frac{C_j^h (P_j - \theta_j)}{P_j (1 - E[X_j])}$$

$$\gamma_j = \frac{C_j^h D_j ((P_j - \theta_j)(P_j - D_j - \theta_j) + \theta_j D_j)}{2(1 - E[X_j])^2 (P_j)^2}$$

$$\lambda_j = \frac{(C_j^p + C_j^s E[X_j]) D_j}{1 - E[X_j]}$$

Karena  $t_j^1 + t_j^4$  adalah waktu produksi dan  $S_j$  adalah waktu persiapan produksi dari hasil produksi  $j$ , maka penjumlahan dari total waktu produksi dan waktu persiapan produksi lebih kecil atau sama dengan lama periode ( $T$ ). Jadi kendala dari fungsi tujuan pada Persamaan (4.14) adalah:

$$\sum_{j=1}^n (t_j^1 + t_j^4) + \sum_{j=1}^n S_j \leq T$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \frac{Q_j^B}{P_j} + \sum_{j=1}^n S_j \leq T$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \frac{TD_j}{P_j E^{[1-X_j]}} + \sum_{j=1}^n S_j \leq T \\
&\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n S_j \leq T - \sum_{j=1}^n \frac{TD_j}{P_j E^{[1-X_j]}} \\
&\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n S_j \leq T \left( 1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j E^{[1-X_j]}} \right) \\
&\Leftrightarrow \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j E^{[1-X_j]}}} \leq T \\
&\Leftrightarrow T \geq \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j E^{[1-X_j]}}} = T_{min}. \tag{4.15}
\end{aligned}$$

$T_{min}$  merupakan periode produksi dengan permintaan terjadi secara seketika dan tidak berangsur-angsur sampai terjadi keadaan *backorder* atau keadaan kekurangan persediaan. Dapat dikatakan bahwa  $T_{min}$  tidak dipengaruhi oleh  $t_j^2$  dan  $t_j^3$ . Karena pada kondisi nyata permintaan tidak selalu terjadi seketika, maka  $T^*$  adalah  $\max \{T, T_{min}\}$ .

Jadi didapat suatu model matematika, yaitu:  
Meminimumkan

$$Z(T, B_1, B_2, \dots, B_n) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j)^2}{T} - \sum_{j=1}^n \beta_j B_j + \sum_{j=1}^n \gamma_j T + \sum_{j=1}^n \lambda_j + \frac{A}{T}$$

dengan kendala:

$$T \geq \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{1 - \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{P_j E^{[1-X_j]}}}$$

$$B_j \geq 0$$

$$\forall j, j = 1, 2, \dots, n. \tag{4.16}$$

Secara analitis, apabila sebuah fungsi berbentuk cekungan (konvek) maka fungsi tersebut mempunyai nilai minimum. Begitu pula jika fungsi tersebut berupa cembungan (konkaf) maka fungsi tersebut mempunyai nilai maksimum. Karena dalam pembahasan ini akan meminimumkan fungsi  $Z$ , maka harus dibuktikan fungsi  $Z$  adalah sebuah cekungan yang *strictly convex*.

Suatu fungsi dengan variabel tunggal bersifat *stricly convex* jika  $\frac{d^2f(x)}{dx^2} > 0$ . Karena fungsi  $Z$  merupakan fungsi dengan multi variabel, maka harus ditentukan Matriks Hessiannya, yaitu matriks dari turunan parsial orde 2.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Z}{\partial T^2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial T \partial B_1} & \frac{\partial^2 Z}{\partial T \partial B_2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial T \partial B_3} & \dots & \frac{\partial^2 Z}{\partial T \partial B_n} \\ \frac{\partial^2 Z}{\partial B_1 \partial T} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_1^2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_1 \partial B_2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_1 \partial B_3} & \dots & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_1 \partial B_n} \\ \frac{\partial^2 Z}{\partial B_2 \partial T} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_2 \partial B_1} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_2^2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_2 \partial B_3} & \dots & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_2 \partial B_n} \\ \frac{\partial^2 Z}{\partial B_3 \partial T} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_3 \partial B_1} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_3 \partial B_2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_3^2} & \dots & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_3 \partial B_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 Z}{\partial B_n \partial T} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_n \partial B_1} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_n \partial B_2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_n \partial B_3} & \dots & \frac{\partial^2 Z}{\partial B_n^2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Jadi} = \begin{bmatrix} \frac{2\alpha B_j^2 + 2A}{T^3} & \frac{-2\alpha B_1}{T^2} & \frac{-2\alpha B_2}{T^2} & \frac{-2\alpha B_3}{T^2} & \dots & \frac{-2\alpha B_n}{T^2} \\ \frac{-2\alpha B_1}{T^2} & \frac{2\alpha}{T} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{-2\alpha B_2}{T^2} & 0 & \frac{2\alpha}{T} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{-2\alpha B_3}{T^2} & 0 & 0 & \frac{2\alpha}{T} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{-2\alpha B_n}{T^2} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{2\alpha}{T} \end{bmatrix}$$

Jika Matriks Hessian sudah ditentukan maka harus dibuktikan bahwa  $H$  definit positif, dengan  $\mathbf{a}^T = [T \ B_1 \ B_2 \ B_3 \ \dots \ B_n]$ .

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^T \mathbf{H} \mathbf{a} &= [T \ B_1 \ B_2 \ B_3 \ \dots \ B_n] \times \\
&\begin{bmatrix} \frac{2\alpha B_j^2 + 2A}{T^3} & \frac{-2\alpha B_1}{T^2} & \frac{-2\alpha B_2}{T^2} & \frac{-2\alpha B_3}{T^2} & \dots & \frac{-2\alpha B_n}{T^2} \\ \frac{-2\alpha B_1}{T^2} & \frac{2\alpha}{T} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{-2\alpha B_2}{T^2} & 0 & \frac{2\alpha}{T} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{-2\alpha B_3}{T^2} & 0 & 0 & \frac{2\alpha}{T} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{-2\alpha B_n}{T^2} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{2\alpha}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{2A}{T^2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} \\
&= \frac{2A}{T} > 0.
\end{aligned}$$

Karena  $H$  matriks simetrik dan definit positif, maka fungsi  $Z(T, B_1, B_2, \dots, B_n)$  adalah suatu fungsi yang bersifat *strictly convex* dan mempunyai nilai minimum.

Untuk bisa melakukan pengolahan data, terlebih dulu ditentukan solusi optimal  $T^*$ ,  $B_j^*$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$ . Telah diketahui pada Persamaan (4.16) yaitu:

$$\begin{aligned}
Z(T, B_1, B_2, \dots, B_n) &= \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j)^2}{T} - \sum_{j=1}^n \beta_j B_j + \sum_{j=1}^n \gamma_j T + \\
&\quad \sum_{j=1}^n \lambda_j + \frac{A}{T}.
\end{aligned}$$

Sebelum menentukan nilai  $T^*$ , ditentukan terlebih dahulu nilai  $B_j^*$

dari  $\frac{\partial Z}{\partial B_j} = 0$ , dengan uraian sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Z}{\partial B_j} &= 0 \\
\frac{\partial Z}{\partial B_j} &= 2 \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{B_j}{T} - \sum_{j=1}^n \beta_j \\
2 \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{B_j}{T} - \sum_{j=1}^n \beta_j &= 0 \\
\Leftrightarrow 2 \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{B_j}{T} &= \sum_{j=1}^n \beta_j
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{B_j}{T} = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j}{2 \sum_{j=1}^n \alpha_j}$$

$$\Leftrightarrow B_j = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j}{2 \sum_{j=1}^n \alpha_j} T,$$

$$\text{jadi } B_j^* = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j}{2 \sum_{j=1}^n \alpha_j} T^* \quad (4.17)$$

Setelah diketahui nilai  $B_j^*$ , akan ditentukan nilai  $T^*$  dari  $\frac{\partial Z}{\partial T} = 0$ , dengan uraian sebagai berikut:

$$\frac{\partial Z}{\partial T} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial T} = - \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j)^2}{T^2} + \sum_{j=1}^n \gamma_j - \frac{A}{T^2}$$

$$- \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j)^2}{T^2} + \sum_{j=1}^n \gamma_j - \frac{A}{T^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{- \sum_{j=1}^n \alpha_j (B_j)^2 - A}{T^2} + \sum_{j=1}^n \gamma_j = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j (B_j)^2 + A}{T^2} = \sum_{j=1}^n \gamma_j$$

$$\Leftrightarrow T^2 \sum_{j=1}^n \gamma_j = \sum_{j=1}^n \alpha_j (B_j)^2 + A$$

$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j (B_j)^2 + A}{\sum_{j=1}^n \gamma_j}$$

$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_j \left( \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j}{2 \sum_{j=1}^n \alpha_j} T \right)^2 + A}{\sum_{j=1}^n \gamma_j}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \gamma_j T^2 = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left( \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j}{2 \sum_{j=1}^n \alpha_j} T \right)^2 + A$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \gamma_j T^2 = \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{(2 \sum_{j=1}^n \alpha_j)^2} T^2 + A$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \gamma_j T^2 - \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{(2 \sum_{j=1}^n \alpha_j)^2} T^2 = A$$

$$\Leftrightarrow T^2 \left( \sum_{j=1}^n \gamma_j - \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{4 \sum_{j=1}^n \alpha_j} \right) = A$$



$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{A}{\sum_{j=1}^n \gamma_j \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{4 \sum_{j=1}^n \alpha_j}}$$

$$\Leftrightarrow T = \sqrt{\frac{A}{\sum_{j=1}^n \gamma_j \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{4 \sum_{j=1}^n \alpha_j}}}$$

$$\text{jadi, } T = \sqrt{\frac{A}{\sum_{j=1}^n \gamma_j \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j)^2}{4 \sum_{j=1}^n \alpha_j}}} \quad (4.18)$$

Nilai  $T^*$  adalah nilai  $\max \{T, T_{min}\}$ , dengan  $T_{min} = \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{1 - \sum_{j=1}^n P_j E[1-X_j]}$ .

Setelah didapat nilai  $T^*$  dan  $B_j^*$ , akan ditentukan nilai  $Q_j^{B^*}$ , yaitu:

$$Q_j^{B^*} = \frac{D_j T^*}{1 - E[X_j]} \quad (4.19)$$

Oleh karena itu, didapat nilai  $Z^*$  sebagai berikut:

$$Z^* (T^*, B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{(B_j^*)^2}{T^*} - \sum_{j=1}^n \beta_j B_j^* + \sum_{j=1}^n \gamma_j T^* + \sum_{j=1}^n \lambda_j + \frac{A}{T^*}. \quad (4.20)$$

## 4.2 Penerapan Model Matematika EPQ (Economic Production Quantity) dengan Backorder pada UD. Bagus Agrista Mandiri

Data-data yang digunakan terlampir pada Lampiran 1. Satuan waktu yang digunakan pada data produksi dan permintaan adalah setiap 10 hari dan setiap unit hasil produksi berjumlah satu kilogram. Perhitungan dilakukan dengan *software matlab*.

### 4.2.1 Jumlah hasil produksi tidak sempurna ( $\theta_j$ )

Jumlah produksi tidak sempurna setiap satuan waktu tidak diketahui secara pasti. Untuk menentukan jumlah hasil produksi tidak sempurna tersebut akan dihitung dengan menggunakan suatu fungsi distribusi, yaitu distribusi seragam dan distribusi normal.

#### 4.2.1.1 Distribusi Seragam

Sebelum menghitung nilai  $E[X_j]$ , digunakan Persamaan (2.8) untuk menentukan fungsi kepadatan peluangnya. Sementara itu, jumlah  $\theta_j$  didapat dari perkalian  $P_j \times E[X_j]$ . Hasil perhitungan jumlah hasil produksi tidak sempurna tiap 10 hari dengan distribusi seragam adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Hasil produksi tidak sempurna dengan distribusi seragam

Hasil Produksi	$X_j \sim U[a_j, b_j]$			
	$a_j$	$b_j$	$E[X_j]$	$\theta_j$
Keripik Apel	0,004	0,014	0,009	1,4603
Keripik Nangka	0	0,035	0,0175	1,1781
Keripik Nanas	0,015	0,157	0,086	3,7238
Keripik Salak	0	0,19	0,095	1,2777

#### 4.2.1.2 Distribusi Normal

Seperti pada distribusi seragam, nilai  $\theta_j$  didapat dari perkalian  $P_j \times E[X_j]$ . Nilai  $E[X_j]$  dan  $\sigma_j^2$  didapat dari *software Minitab*, dengan membuktikan bahwa data yang digunakan mengikuti distribusi normal terlebih dulu (Lampiran 2). Hasil perhitungan jumlah hasil produksi tidak sempurna tiap 10 hari dengan distribusi normal adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2 Hasil produksi tidak sempurna dengan distribusi normal

Hasil Produksi	$X_j \sim N[\mu_j, \sigma_j^2]$		
	$\mu_j = E[X_j]$	$\sigma_j^2$	$\theta_j$
Keripik Apel	0,008	0,003075	1,2980
Keripik Nangka	0,01642	0,01033	1,1054
Keripik Nanas	0,06408	0,05772	2,7747
Keripik Salak	0,09367	0,05409	1,2599

Jumlah  $\theta_j$  yang didapat dari distribusi normal lebih sedikit dibandingkan dari distribusi seragam. Hal ini dikarenakan pada distribusi normal nilai  $E[X_j]$  merupakan rata-rata dari hasil produksi tidak sempurna di tiap satuan waktunya. Sementara itu, pada distribusi seragam nilai  $E[X_j]$  merupakan nilai tengah dari rentang  $a_j$

dan  $b_j$ . Perbedaan nilai  $\theta_j$  antara distribusi seragam dan distribusi normal akan berpengaruh pada biaya total persediaan.

#### 4.2.2 Biaya total persediaan tiap satuan waktu ( $Z^*$ )

Biaya total persediaan tiap satuan waktu ( $Z^*$ ) didapat dari *flowchart* pengolahan data pada Gambar (3.2).  $B^{**}_j$  dan  $Q_j^{B^{**}}$  merupakan banyaknya *backorder* yang diperbolehkan tiap satuan waktu (10 hari) dan kuantitas produksi optimal tiap satuan waktu (10 hari). Nilai keduanya didapat dari perkalian  $N \times B^*_j$  dan  $N \times Q_j^{B^*}$ .

##### 4.2.2.1 Distribusi Seragam

Nilai periode optimal  $T^*$  dari perhitungan  $\theta_j$  menggunakan distribusi seragam ditunjukkan pada Tabel (4.3).

Tabel 4.3 Hasil  $T^*$  dengan distribusi seragam

Hasil Produksi	Distribusi Seragam				
	$T_{min}$ (10 hari)	$T$ (10 hari)	$T^*$ (10 hari)	$T^*$ (hari)	$N$ (10 hari)
Keripik Apel	2,7579	8,25	8,25	82,5	0,1212
Keripik Nangka	3,2305	8,7175	8,7175	87,7175	0,1147
Keripik Nanas	16,1783	4,3478	16,1783	161,783	0,0618
Keripik Salak					

Nilai periode optimal  $T^*$  adalah  $\max \{T, T_{min}\}$ . Dari distribusi seragam didapatkan nilai periode optimal untuk keripik apel adalah 82,5 hari, keripik nangka 87,7175 hari dan keripik nanas dan salak adalah 161,783 hari. Selama 10 hari terdapat 0,1212 kali produksi keripik apel, 0,1147 kali produksi keripik nangka dan 0,0618 kali produksi keripik nanas dan keripik salak.

Kuantitas produksi optimal, jumlah *backorder* yang diperbolehkan dan biaya total persediaan dari perhitungan  $\theta_j$  menggunakan distribusi seragam ditunjukkan pada Tabel (4.4).

Tabel 4.4 Hasil  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan distribusi seragam

Hasil Produksi	Distribusi Seragam				
	$B^*_j$ (kg)	$Q_j^{B^*}$ (kg)	$B^{**}_j$ (kg)	$Q_j^{B^{**}}$ (kg)	$Z^*$ (Rupiah)
Keripik Apel	1,4051	1241,5	0,1703	150,4698	7.219.200
Keripik Nangka	0,6029	550,5276	0,0692	63,1455	3.648.900
Keripik Nanas	3,8451	354,0115	0,2376	21,8779	1.972.800
Keripik Salak	1,7567	102,2542	0,1086	6,3191	

Hasil produksi optimal diperlukan agar waktu penyimpanan tidak terlalu lama untuk menjaga kualitas hasil produksi agar tetap bagus ketika sampai ditangan konsumen. Selain itu juga untuk meminimumkan biaya total persediaan.

#### 4.2.2.2 Distribusi Normal

Nilai periode optimal  $T^*$  dari perhitungan  $\theta_j$  menggunakan distribusi normal ditunjukkan pada Tabel (4.5).

Tabel 4.5 Hasil  $T^*$  dengan distribusi normal

Hasil Produksi	Distribusi Normal				
	$T_{min}$ (10 hari)	$T$ (10 hari)	$T^*$ (10 hari)	$T^*$ (hari)	$N$ (10 hari)
Keripik Apel	2,7228	8,2516	8,2516	82,516	0,1212
Keripik Nangka	3,1776	8,7205	8,7205	87,205	0,1147
Keripik Nanas	10,7383	4,3536	10,7383	107,7383	0,0931
Keripik Salak					

Seperti pada distribusi seragam, nilai periode optimal  $T^*$  adalah  $\max \{T, T_{min}\}$ . Selama 10 hari terdapat 0,1212 kali produksi keripik apel, 0,1147 kali produksi keripik nangka dan 0,0931 kali produksi keripik nanas dan keripik salak.

Kuantitas produksi optimal, jumlah *backorder* yang diperbolehkan dan biaya total persediaan dari perhitungan  $\theta_j$  menggunakan distribusi normal ditunjukkan pada Tabel (4.6).

Tabel 4.6 Hasil  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan distribusi normal

Hasil Produksi	Distribusi Normal				
	$B^*_j$ (kg)	$Q_j^{B^*}$ (kg)	$B^{**}_j$ (kg)	$Q_j^{B^{**}}$ (kg)	$Z^*$ (Rupiah)
Keripik Apel	1,4232	1240,5	0,1725	150,3486	7.204.400
Keripik Nangka	0,6131	550,1151	0,0703	63,0982	3.640.900
Keripik Nanas	2,6132	229,4706	0,2433	21,3637	1.848.400
Keripik Salak	1,1675	67,7712	0,1087	6,3095	

Pada distribusi normal hasil dari total biaya persediaan tiap 10 harinya lebih minimum dibandingkan dengan distribusi seragam, yaitu biaya total persediaan keripik apel lebih minimum 0,2050%, biaya total persediaan keripik nangka lebih minimum 0,2192% dan biaya total persediaan keripik nanas dan keripik salak lebih minimum 6,3058%. Karena biaya total persediaan setiap 10 harinya lebih minimum distribusi normal, maka dapat dikatakan hasil dari distribusi normal lebih optimal dibandingkan dengan distribusi seragam. Berdasarkan hasil tersebut, maka untuk selanjutnya yang disebut model *EPQ* dengan *backorder* adalah model yang menggunakan distribusi normal dalam menentukan hasil produksi tidak sempurna.

Biaya total persediaan setiap 10 hari dari UD. Bagus Agrista Mandiri adalah Rp. 7.950.000,- untuk keripik apel, Rp. 3.971.000,- untuk keripik nangka dan Rp. 2.459.000,- untuk keripik nanas dan keripik salak. Jika dibandingkan dengan biaya total persediaan UD. Bagus Agrista Mandiri, biaya total persediaan model matematika *EPQ* dengan *backorder* lebih optimal yaitu dengan total penghematan sebesar 9,4% untuk keripik apel, 8,3% untuk keripik nangka dan 24,8% untuk keripik nanas dan keripik salak. Jika dihitung secara keseluruhan untuk semua hasil produksi, maka



perbandingan biaya total persediaan antara model matematika *EPQ* dengan *backorder* dengan perusahaan sebesar 11,7%. Dengan demikian model matematika *EPQ* dengan *backorder* dapat diterapkan pada UD. Bagus Agrista Mandiri.

### 4.3 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mendapatkan parameter yang paling tepat dalam usaha meminimumkan biaya total persediaan. Untuk perhitungan analisis sensitivitas akan digunakan distribusi normal dalam menentukan hasil produksi tidak sempurna ( $\theta_j$ ). Selain itu, juga digunakan hasil dari distribusi normal untuk membandingkan dengan hasil pada analisis sensitivitas. Parameter yang akan diubah nilainya adalah  $A$ ,  $E[X_j]$  dan  $S_j$  sebesar +50%, +25%, +10%, -10%, -25% dan -50%. Sementara itu, variabel yang akan diuji sensitivitasnya adalah  $T^*$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^B$  dan  $Z^*$ .

Nilai parameter yang akan digunakan dalam perhitungan sebagai berikut:



Tabel 4.7 Nilai perubahan parameter



Persentase Perubahan Parameter		Hasil Produksi			
		Keripik Apel	Keripik Nangka	Keripik Nanas	Keripik Salak
A	+50	486000	301500	360000	
	+25	405000	251250	300000	
	+10	356400	221100	264000	
	-10	291600	180900	216000	
	-25	243000	150750	180000	
	-50	162000	100500	120000	
$E[X_j]$	+50	0,012	0,0246	0,0961	0,1405
	+25	0,01	0,0205	0,0801	0,1171
	+10	0,0088	0,0181	0,0705	0,1030
	-10	0,0072	0,0148	0,0577	0,0843
	-25	0,006	0,0123	0,0481	0,0703
	-50	0,004	0,0082	0,0320	0,0468
$S_j$	+50	0,3			
	+25	0,25			
	+10	0,22			
	-10	0,18			
	-25	0,15			
	-50	0,1			

Tingkat sensitivitas dibagi menjadi 3, yaitu tidak sensitif, cukup sensitif dan sangat sensitif dengan rentang persentase sebagai berikut:

- Tidak sensitif, jika nilai perubahan variabel yang diuji sensitivitasnya adalah 0 %.
- Cukup sensitif, jika nilai perubahan variabel yang diuji sensitivitasnya adalah kurang dari sama dengan 4%.
- Sangat sensitif, jika nilai perubahan variabel yang diuji sensitivitasnya adalah lebih dari 4 %.

#### 4.3.1 Perubahan Parameter A

Pada perubahan parameter A, nilai perubahan parameternya sesuai Tabel (4.7) dengan nilai  $E[X_j]$  dan  $S_j$  tetap seperti pada perhitungan sebelumnya.

##### 4.3.1.1 Tingkat Sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$

Nilai dari  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  terlampir pada Lampiran 3. Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.8).

Tabel 4.8 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	0	22,4732	22,4732
	+25	0	11,8026	11,8026
	+10	0	4,8803	4,8803
	-10	0	-5,1323	-5,1323
	-25	0	-13,3974	-13,3974
	-50	0	-29,2901	-29,2901

Pada Tabel (4.8), variabel  $T_{min}$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max\{T, T_{min}\}$ . Pada keripik apel, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu sangat sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.9).

Tabel 4.9 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nangka	+50	0	22,4726	22,4746
	+25	0	11,8032	11,8032
	+10	0	4,8816	4,8816
	-10	0	-5,1316	-5,1316
	-25	0	-13,3972	-13,3972
	-50	0	-29,2896	-29,2896

Seperti pada kasus keripik apel, variabel  $T_{min}$  pada Tabel (4.9) tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max \{T, T_{min}\}$ . Pada keripik nangka, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu sangat sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.10).

Tabel 4.10 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	0	22,4734	0
	+25	0	11,8040	0
	+10	0	4,8810	0
	-10	0	-5,1314	0
	-25	0	-13,3981	0
	-50	0	-29,2907	0

Pada Tabel 4.10, variabel  $T_{min}$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max \{T, T_{min}\}$ . Pada kasus keripik nanas dan keripik salak, karena  $T^*$  sama dengan  $T_{min}$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T_{min}$  yaitu tidak sensitif.

Dari ketiga kasus diatas,  $T_{min}$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ , karena parameter  $A$  tidak berpengaruh pada nilai  $T_{min}$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max \{T, T_{min}\}$ .

#### 4.3.1.2 Tingkat Sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$

Nilai dari  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  terlampir pada Lampiran 4. Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.11).

Tabel 4.11 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Apel	+50	22,4986	22,4748	0,2457
	+25	11,8255	11,8017	0,1291
	+10	4,9044	4,8851	0,0541
	-10	-5,1152	-5,1350	-0,0555
	-25	-13,3783	-13,3978	-0,1457
	-50	-29,2721	-29,2892	-0,3192

Pada Tabel 4.11, tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$  yang telah dibahas sebelumnya yaitu variabel keputusan  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Sementara itu, sensitivitas  $Z^*$  pada keripik apel cukup sensitif.

Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.12).

Tabel 4.12 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Nangka	+50	22,4759	22,4745	0,2829
	+25	11,8088	11,8034	0,1483
	+10	4,8769	4,8809	0,0604
	-10	-5,1215	-5,1317	-0,0659
	-25	-13,3910	-13,3975	-0,1703
	-50	-29,2938	-29,2893	-0,3708

Seperti pada keripik apel, tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$  yang telah dibahas sebelumnya yaitu variabel keputusan  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  sangat sensitif

terhadap perubahan parameter  $A$ . Sementara itu, sensitivitas  $Z^*$  pada keripik angka cukup sensitif.

Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q^{B^*}_j$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.13).

Tabel 4.13 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q^{B^*}_j$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $A$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q^{B^*}_j$	$Z^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	0	0	0,6059
		0	0	
	+25	0	0	0,3030
		0	0	
	+10	0	0	0,1190
		0	0	
	-10	0	0	-0,1190
		0	0	
	-25	0	0	-0,3030
		0	0	
	-50	0	0	-0,6059
		0	0	

Pada Tabel (4.13), tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q^{B^*}_j$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$  yang telah dibahas sebelumnya yaitu variabel keputusan  $B^*_j$  dan  $Q^{B^*}_j$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Sementara itu, sensitivitas  $Z^*$  pada keripik nanas dan keripik angka cukup sensitif.

Dari Tabel (4.11), (4.12) dan (4.13) dapat dikatakan bahwa tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q^{B^*}_j$  terhadap perubahan parameter  $A$  bergantung pada sensitivitas dari  $T^*$ .

### 4.3.2 Perubahan Parameter $E[X_j]$

Pada perubahan parameter  $E[X_j]$ , nilai perubahan parameternya sesuai Tabel (4.7) dengan nilai  $A$  dan  $S_j$  tetap seperti pada



perhitungan sebelumnya. Karena  $E[X_j]$  berpengaruh pada jumlah hasil produksi tidak sempurna ( $\theta_j$ ), maka akan dibahas tingkat sensitivitas  $\theta_j$ .

#### 4.3.2.1 Tingkat Sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$

Nilai dari  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  terlampir pada Lampiran 5. Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.14).

Tabel 4.14 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	5,3805	-0,0848	-0,0848
	+25	2,6150	-0,0400	-0,0400
	+10	1,0284	-0,0158	-0,0158
	-10	-1,0063	0,0145	0,0145
	-25	-2,4754	0,0339	0,0339
	-50	-4,8222	0,0642	0,0642

Pada Tabel (4.14), variabel  $T_{min}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ , sedangkan variabel  $T$  yang cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max\{T, T_{min}\}$ . Pada keripik apel, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu cukup sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.15).



Tabel 4.15 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nangka	+50	14,2655	-0,3027	-0,3027
	+25	6,6119	-0,1399	-0,1399
	+10	2,6120	-0,0550	-0,0550
	-10	-2,3886	0,0493	0,0493
	-25	-5,8472	0,1193	0,1193
	-50	-10,9831	0,2167	0,2167

Seperti pada kasus keripik apel, variabel  $T_{min}$  pada Tabel (4.15) sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ , sedangkan variabel  $T$  yang cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max\{T, T_{min}\}$ . Pada keripik nangka, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu cukup sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.16)

Tabel 4.16 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	<i>infeasible</i>		
	+25	129,8949	-0,1952	129,8949
	+10	28,6228	-0,0735	28,6228
	-10	-17,9386	0,0643	-17,9386
	-25	-35,0251	0,1470	-35,0251
	-50	-51,4206	0,2550	-51,4206

Pada kasus keripik nanas dan keripik salak terjadi kasus *infeasible* ketika parameter  $E[X_j]$  dinaikkan sampai 50%. Seperti pada kasus sebelumnya, variabel  $T_{min}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ , sedangkan variabel  $T$  cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Karena  $T^*$  sama dengan  $T_{min}$ , maka  $T^*$  sangat sensitif terhadap perubahan  $E[X_j]$ .

Dari ketiga kasus di atas, parameter  $E[X_j]$  lebih berpengaruh pada variabel  $T_{min}$  daripada  $T$ .

#### 4.3.2.2 Tingkat Sensitivitas $\theta_j, B^*_j, Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$

Nilai dari  $\theta_j, B^*_j, Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  terlampir pada Lampiran 6. Tingkat sensitivitas  $\theta_j, B^*_j, Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.17).

Tabel 4.17 Tingkat sensitivitas  $\theta_j, B^*_j, Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai			
		$\theta_j$	$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Apel	+50	50	-5,1644	0,3225	0,8203
	+25	25	-2,5646	0,1612	0,4095
	+10	10	-1,0118	0,0645	0,1638
	-10	-10	1,0540	-0,0645	-0,1624
	-25	-25	2,5927	-0,1693	-0,4067
	-50	-50	5,1574	-0,3386	-0,8134

Pada Tabel (4.17),  $\theta_j$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$  dengan persentase perubahan nilai yang sama dengan persentase perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas variabel keputusan  $B^*_j$  sangat sensitif, sedangkan  $Q_j^{B^*}$  cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas  $Z^*$  pada keripik apel cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ .

Tingkat sensitivitas  $\theta_j$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.18).

Tabel 4.18 Tingkat sensitivitas  $\theta_j$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai			
		$\theta_j$	$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Nangka	+50	49,8191	-12,755	0,5335	1,6891
	+25	24,8507	-6,3285	0,2761	0,8377
	+10	10,2316	-2,5934	0,1160	0,3433
	-10	-9,8697	2,4955	-0,1150	-0,3323
	-25	-25,095	6,3448	-0,2984	-0,8405
	-50	-50,063	12,5917	-0,6145	-1,6699

Seperti pada keripik apel,  $\theta_j$  pada keripik nangka sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$  dengan persentase perubahan nilai yang hampir sama dengan persentase perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas variabel keputusan  $B^*_j$  sangat sensitif, sedangkan  $Q_j^{B^*}$  cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas  $Z^*$  pada keripik nangka cukup sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ .

Tingkat sensitivitas  $\theta_j$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.19).

Tabel 4.19 Tingkat sensitivitas  $\theta_j$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $E[X_j]$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $E[X_j]$	Persentase Perubahan Nilai			
		$\theta_j$	$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	49,9658	<i>infeasible</i>		
		49,9881			
	+25	24,9973	125,995	133,899	12,4594
		25,0099	124,514	135,996	
	+10	10,0155	27,7591	29,5113	3,2461
		9,9532	27,4433	29,9608	
	-10	-9,9578	-17,396	-18,4944	-2,4399
		-10,009	-17,191	-18,7785	
	-25	-24,939	-33,962	-36,1163	-5,3398
		-24,954	-33,576	-36,6588	
	-50	-50,063	-49,851	-53,0304	-9,2188
		-50,036	-49,311	-53,8091	

Seperti pada kasus-kasus sebelumnya,  $\theta_j$  pada keripik nanas dan keripik salak sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$  dengan persentase perubahan nilai yang hampir sama dengan persentase perubahan parameter  $E[X_j]$ . Tingkat sensitivitas variabel keputusan  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ . Begitu pula dengan tingkat sensitivitas  $Z^*$  pada keripik nanas dan keripik salak yang juga sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ .

Berdasarkan tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$ ,  $T^*$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  terhadap perubahan parameter  $E[X_j]$ , tidak terdapat variabel yang tidak sensitif, artinya semua variabel pada fungsi tujuan dipengaruhi oleh parameter  $E[X_j]$ .

### 4.3.3 Perubahan Parameter $S_j$

Pada perubahan parameter  $S_j$ , nilai perubahan parameternya sesuai Tabel (4.7) dengan nilai  $A$  dan  $E[X_j]$  tetap seperti pada perhitungan sebelumnya.

#### 4.3.3.1 Tingkat Sensitivitas $T_{min}$ , $T$ dan $T^*$

Nilai dari  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  terlampir pada Lampiran 7. Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.20).

Tabel 4.20 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	50	0	0
	+25	25	0	0
	+10	9,9971	0	0
	-10	-10	0	0
	-25	-25	0	0
	-50	-50	0	0

Pada Tabel (4.20), variabel  $T_{min}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Pada keripik apel, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu tidak sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.21).

Tabel 4.21 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nangka	+50	50	0	0
	+25	25	0	0
	+10	9,9981	0	0
	-10	-10	0	0
	-25	-25	0	0
	-50	-50	0	0



Seperti pada kasus keripik apel, variabel  $T_{min}$  pada keripik nangka sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Pada keripik nangka, karena  $T^*$  sama dengan  $T$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T$  yaitu tidak sensitif.

Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.22).

Tabel 4.22 Tingkat sensitivitas  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	50,0005	0	50,0005
	+25	25,0002	0	25,0002
	+10	9,9997	0	9,9997
	-10	-9,9997	0	-9,9997
	-25	-25,0002	0	-25,0002
	-50	-49,9995	0	-49,9995

Pada Tabel (4.22), variabel  $T_{min}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ , berbeda dengan variabel  $T$  yang tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Karena  $T^*$  pada keripik nanas dan keripik nangka sama dengan  $T_{min}$ , maka sensitivitas  $T^*$  sama dengan sensitivitas  $T_{min}$  yaitu sangat sensitif.

Dari ketiga kasus diatas, variabel  $T$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$  karena pada variabel  $T$  tidak dipengaruhi oleh parameter  $S_j$ .

#### 4.3.3.2 Tingkat Sensitivitas $B^*_j$ , $Q_j^{B^*}$ dan $Z^*$

Nilai dari  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  terlampir pada Lampiran 8. Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik apel ditunjukkan pada Tabel (4.23).



Tabel 4.23 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik apel

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Apel	+50	0	0	0
	+25	0	0	0
	+10	0	0	0
	-10	0	0	0
	-25	0	0	0
	-50	0	0	0

Karena tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$ , maka  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  pada keripik apel tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Begitu pula dengan  $Z^*$  yang juga tidak sensitif terhadap parameter  $S_j$ .

Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nangka ditunjukkan pada Tabel (4.24).

Tabel 4.24 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nangka

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Nangka	+50	0	0	0
	+25	0	0	0
	+10	0	0	0
	-10	0	0	0
	-25	0	0	0
	-50	0	0	0

Seperti pada keripik apel, tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$ , maka  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  pada keripik nangka tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Begitu pula dengan  $Z^*$  yang juga tidak sensitif terhadap parameter  $S_j$ .

Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nanas dan keripik salak ditunjukkan pada Tabel (4.25).

Tabel 4.25 Tingkat sensitivitas  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan parameter  $S_j$  pada keripik nanas dan keripik salak

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $S_j$	Persentase Perubahan Nilai		
		$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	50	50	3,2623
		50,0043	50,0001	
	+25	25	25	1,5906
		25,0021	25	
	+10	9,9992	10	0,6222
		10,0043	10,0001	
	-10	-9,9920	-10	-0,6005
		-9,9957	-10	
	-25	-25	-25	-1,4283
		-24,9936	-25	
	-50	-50	-50	-2,4562
		-49,9957	-50	

Karena tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas  $T^*$ , maka  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  pada keripik nanas dan keripik salak sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Fungsi tujuan  $Z^*$  cukup sensitif terhadap parameter  $S_j$ .

Dari ketiga kasus diatas, dapat dikatakan bahwa tingkat sensitivitas  $B^*_j$  dan  $Q_j^{B^*}$  terhadap parameter  $S_j$  sesuai dengan tingkat sensitivitas  $T^*$  terhadap parameter  $S_j$ .

Berdasarkan perubahan parameter  $A$ ,  $E[X_j]$  dan  $S_j$ , biaya total persediaan akan lebih optimal dari solusi semula jika terjadi pengurangan nilai parameter. Sebaliknya, jika terjadi penambahan nilai parameter maka biaya total persediaan akan kehilangan optimalitas.

Dari proses analisis sensitivitas, biaya total persediaan yang paling minimum terdapat pada penurunan parameter  $E[X_j]$  sebesar

50%, yaitu Rp. 7145800,- untuk keripik apel, Rp. 3580100,- untuk keripik nangka dan Rp. 1678000,- untuk keripik nanas dan keripik salak. Dengan menurunkan  $E[X_j]$  sebesar 50% jumlah produksi akan lebih optimal meskipun pada keripik apel dan keripik nangka terjadi penambahan jumlah *backorder* yang diperbolehkan. Tetapi dapat dilakukan penghematan terhadap perhitungan distribusi normal semula (Tabel (4.6)) sebesar 0,81% untuk keripik apel, 1,67% untuk keripik nangka dan 9,22 % untuk keripik nanas dan keripik salak.

Jika UD. Bagus Agrista Mandiri dapat meminimumkan  $\theta_j$  dengan menurunkan  $E[X_j]$  sebesar 50% maka dapat meminimumkan biaya total persediaan sebesar 10,12 % untuk keripik apel, 9,86 % untuk keripik nangka dan 31,78% untuk keripik nanas dan keripik salak dengan jumlah produksi yang lebih optimal.



## BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

### 1.1 Kesimpulan

Dari pembahasan sebelumnya dapat disimpulkan bahwa:

1. Kuantitas produksi optimal tiap periode ( $Q_j^{B^*}$ ) pada distribusi normal lebih optimal daripada distribusi seragam.
2. Biaya total persediaan dengan jumlah hasil produksi tidak sempurna ( $\theta_j$ ) mengikuti distribusi normal lebih optimal dibandingkan dengan distribusi seragam. Selain itu, biaya total persediaan dengan  $\theta_j$  mengikuti distribusi normal pada model matematika *EPQ* dengan *backorder* lebih optimal 11,7% dibandingkan dengan UD. Bagus Agrista Mandiri.
3. Tingkat sensitivitas  $T^*$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $\max\{T, T_{min}\}$ , dengan  $T$  adalah periode produksi.  $T_{min}$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ , dengan  $A$  adalah biaya persiapan. Sebaliknya  $T$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $A$ . Sementara itu parameter  $E[X_j]$  lebih berpengaruh pada  $T_{min}$  daripada  $T$ , dengan  $X_j$  adalah peubah acak yang menunjukkan persentase hasil produksi tidak sempurna. Variabel  $T$  tidak sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ , dengan  $S_j$  adalah waktu persiapan mesin sebelum proses produksi. Sebaliknya  $T_{min}$  sangat sensitif terhadap perubahan parameter  $S_j$ . Tingkat sensitivitas jumlah *backorder* yang diperbolehkan tiap periode ( $B^*_j$ ) dan  $Q_j^{B^*}$  bergantung pada tingkat sensitivitas dari  $T^*$ .
4. Biaya total persediaan akan lebih optimal, jika dilakukan minimasi hasil produksi tidak sempurna dengan meminimumkan parameter  $E[X_j]$  sebesar 50%.

### 1.2 Saran

Berdasarkan penelitian Skripsi ini, distribusi yang digunakan untuk ekspektasi hasil produksi tidak sempurna adalah distribusi seragam dan normal. Untuk penelitian selanjutnya ekspektasi hasil produksi tidak sempurna dapat menggunakan distribusi-distribusi yang lain dan juga mempertimbangkan biaya tak terduga yang di dalam Skripsi ini tidak diperhitungkan.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA





## DAFTAR PUSTAKA

- Agustini, M.Y.D.W. dan Y.E. Rahmadi. 2004. *Riset Operasional Konsep-konsep Dasar*. PT. Rineka Cipta. Jakarta.
- Anam, Syaiful. 2009. *Diktat Kuliah Optimasi Numerik*. Universitas Brawijaya, Malang.
- Apostol, Tomm. 1969. *Calculus Volume II. Second Ed.* John Wiley and Sons, Inc.
- Chiu, Y.P. Determining The Optimal Lot Size For The Finite Production Model With Random Defective Rate, The Rework Process, And Backlogging. *Engineering Optimization*. 35:427-437.
- Hillier, F.S. dan G.J. Lieberman. 1995. *Introduction To Operations Research. Sixth Ed.* Mc Graw-Hill International Editions. Singapore.
- Kaplan, Wilfred. 1991. *Advanced Calculus. Fourth Ed.* Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Mulyono, S. 1991. *Operation Research*. Lembaga Penerbit FE UI. Jakarta.
- Rangkuti, F. 2004. *Manajemen Persediaan (Aplikasi di Bidang Bisnis)*. PT. Raja Grafindo Persada. Jakarta.
- Ristono, Agus. 2009. *Manajemen Persediaan*. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- Sukmana, A. dan I. Lokman. *Model Matematika Sistem Persediaan Dengan Pengadaan Darurat*. Integral. Vol 10: No 1.
- Taha, H.A. 2007. *Operations Research An Introduction. Eighth Ed.* Pearson Education International. Singapore.



Talaizadeh, A.A., A.A. Najafi dan S.T.A. Niaki. Economic Production Quantity Model With Scrapped Items And Limited Production Capacity. *Industrial Engineering*. 17:58-69.

Usman, Husaini dan R.P.S. Akbar. 2006. Pengantar Statistika Edisi Kedua. PT. Bumi Aksara. Jakarta.

Walpole, R.E., R.H. Myers dan S.L. Myers. 2003. *Probabilitas Dan Statistika Untuk Teknik Dan Sains*. Prenhallindo. Jakarta.

Weiss, H.J dan M.E. Gershon. 1993. *Production And Operations Management*. Advision Of Simon And Schuster, Inc. Massachusetts.

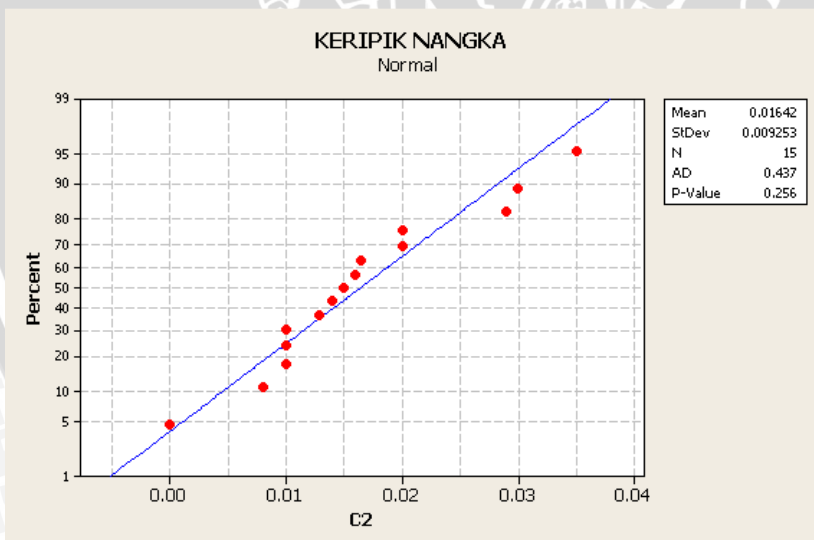
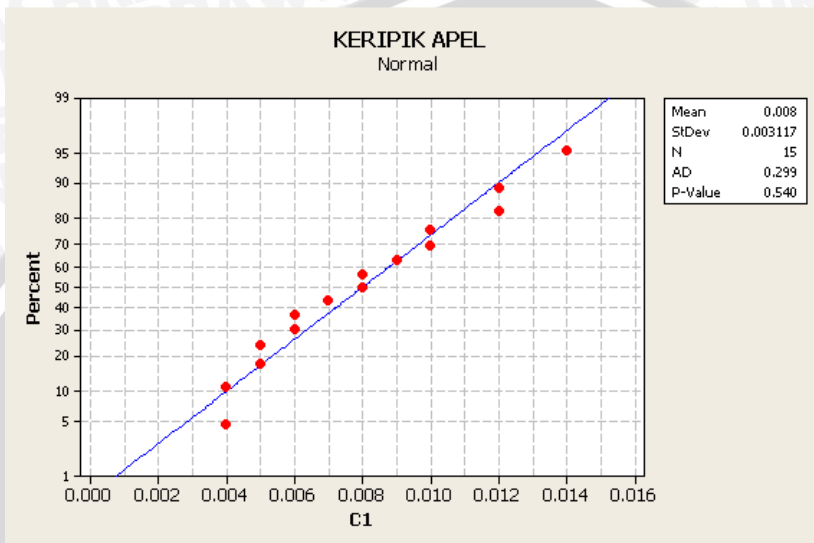


## LAMPIRAN

### Lampiran 1. Data UD. Bagus Agrista Mandiri

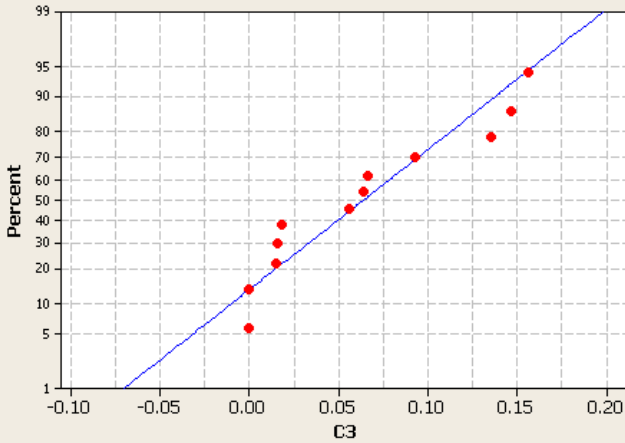
Hasil Produksi	$D_j$	$P_j$	$S_j$	$A$	$C_j^p$	$C_j^h$	$C_j^b$	$C_j^s$
Keripik Apel	149.133	162.254	0.2	324000	47000	800	50000	50000
Keripik Nangka	62.047	67.32	0.2	201000	56000	1100	60000	60000
Keripik Nanas	20	43.3	0.2	240000	56000	1600	65000	64000
Keripik Salak	5.72	13.45	0.2		58000	2600	70000	68000

## Lampiran 2. Uji Normalitas Data



### KERIPIK NANAS

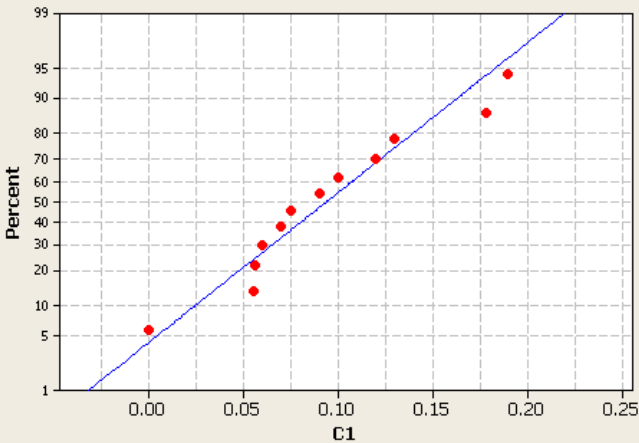
Normal



Mean	0.06408
STDev	0.05772
N	12
AD	0.521
P-Value	0.146

### KERIPIK SALAK

Normal



Mean	0.09367
STDev	0.05409
N	12
AD	0.318
P-Value	0.492

**Lampiran 3.**  
**Nilai  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan  $A$**

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	2.7228	10.1060	10.1060
	+25	2.7228	9.2255	9.2255
	+10	2.7228	8.6543	8.6543
	-10	2.7228	7.8281	7.8281
	-25	2.7228	7.1461	7.1461
	-50	2.7228	5.8347	5.8347
Keripik Nangka	+50	3.1776	10.6804	10.6804
	+25	3.1776	9.7498	9.7498
	+10	3.1776	9.1462	9.1462
	-10	3.1776	8.2730	8.2730
	-25	3.1776	7.5522	7.5522
	-50	3.1776	6.1663	6.1663
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	10.7383	5.3320	10.7383
	+25	10.7383	4.8675	10.7383
	+10	10.7383	4.5661	10.7383
	-10	10.7383	4.1302	10.7383
	-25	10.7383	3.7703	10.7383
	-50	10.7383	3.0784	10.7383

**Lampiran 4.**

**Nilai  $B^*_j$ ,  $Q^*_j$  dan  $Z^*$  dengan perubahan  $A$**

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Nilai		
		$B^*_j$	$Q^*_j$	$Z^*$
Keripik Apel	+50	1.7434	1519.3	7.222.100
	+25	1.5915	1386.9	7.213.700
	+10	1.4930	1301.1	7.208.300
	-10	1.3504	1176.8	7.200.400
	-25	1.2328	1074.3	7.193.900
	-50	1.066	877.1680	7.181.400
Keripik Nangka	+50	0.7509	673.7506	3.651.200
	+25	0.6855	615.0474	3.646.300
	+10	0.6430	576.9656	3.643.100
	-10	0.5817	521.8850	3.638.500
	-25	0.5310	476.4136	3.634.700
	-50	0.4335	388.9901	3.627.400
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	2.6132	229.4706	1.859.600
		1.1675	67.7712	
	+25	2.6132	229.4706	1.854.000
		1.1675	67.7712	
	+10	2.6132	229.4706	1.850.600
		1.1675	67.7712	
	-10	2.6132	229.4706	1.846.200
		1.1675	67.7712	
	-25	2.6132	229.4706	1.842.800
		1.1675	67.7712	
	-50	2.6132	229.4706	1.837.200
		1.1675	67.7712	



### Lampiran 5.

Nilai  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan  $E[X_j]$

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	2.8693	8.2446	8.2446
	+25	2.7940	8.2483	8.2483
	+10	2.7508	8.2503	8.2503
	-10	2.6954	8.2528	8.2528
	-25	2.6554	8.2544	8.2544
	-50	2.5915	8.2569	8.2569
Keripik Nangka	+50	3.6309	8.6941	8.6941
	+25	3.3877	8.7083	8.7083
	+10	3.2606	8.7157	8.7157
	-10	3.1017	8.7248	8.7248
	-25	2.9918	8.7309	8.7309
	-50	2.8286	8.7394	8.7394
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	<i>infeasible</i>		
	+25	24.6868	4.3451	24.6868
	+10	13.8119	4.3504	13.8119
	-10	8.8120	4.3564	8.8120
	-25	6.9772	4.3600	6.9772
	-50	5.2166	4.3647	5.2166

**Lampiran 6.**

**Nilai  $\theta_j$ ,  $B^*_j$ ,  $Q_j^{B^*}$  dan  $Z^*$  dengan perubahan  $E[X_j]$**

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Nilai				
		$\theta_j$	$B^*_j$	$Q_j^{B^*}$	$Z^*$	
Keripik Apel	+50	1.9470	1.3497	1244.5	7.263.500	
	+25	1.6225	1.3867	1242.5	7.233.900	
	+10	1.4278	1.4088	1241.3	7.216.200	
	-10	1.1682	1.4382	1239.7	7.192.700	
	-25	0.9735	1.4601	1238.4	7.175.100	
	-50	0.6490	1.4966	1236.3	7.145.800	
Keripik Nangka	+50	1.6561	0.5349	553.0499	3.702.400	
	+25	1.3801	0.5743	551.6339	3.671.400	
	+10	1.2185	0.5972	550.7535	3.653.400	
	-10	0.9963	0.6284	549.4823	3.628.800	
	-25	0.8280	0.6520	548.4733	3.610.300	
	-50	0.5520	0.6903	546.7348	3.580.100	
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	4.1611	<i>infeasible</i>			
		1.8897				
	+25	3.4683	5.9057	536.7284	2.078.700	
		1.5750	2.6212	159.9373		
	+10	3.0526	3.3386	297.1904	1.908.400	
		1.3853	1.4879	88.0760		
	-10	2.4984	2.1586	187.0313	1.803.300	
		1.1338	0.9668	55.0448		
	-25	2.0827	1.7257	146.5944	1.749.700	
		0.9455	0.7755	42.9271		
	-50	1.3856	1.3105	107.7815	1.678.000	
		0.6295	0.5918	31.3041		

**Lampiran 7.**  
**Nilai  $T_{min}$ ,  $T$  dan  $T^*$  dengan perubahan  $S_j$**

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter $A$	Nilai		
		$T_{min}$	$T$	$T^*$
Keripik Apel	+50	4.0842	8.2516	8.2516
	+25	3.4035	8.2516	8.2516
	+10	2.9950	8.2516	8.2516
	-10	2.4505	8.2516	8.2516
	-25	2.0421	8.2516	8.2516
	-50	1.3614	8.2516	8.2516
Keripik Nangka	+50	4.7664	8.7205	8.7205
	+25	3.9720	8.7205	8.7205
	+10	3.4953	8.7205	8.7205
	-10	2.8598	8.7205	8.7205
	-25	2.3832	8.7205	8.7205
	-50	1.5888	8.7205	8.7205
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	16.1075	4.3536	16.1075
	+25	13.4229	4.3536	13.4229
	+10	11.8121	4.3536	11.8121
	-10	9.6645	4.3536	9.6645
	-25	8.0537	4.3536	8.0537
	-50	5.3692	4.3536	5.3692

**Lampiran 8.**

**Nilai  $B^*_j$ ,  $Q^*_j$  dan  $Z^*$  dengan perubahan  $S_j$**

Hasil Produksi	Persentase Perubahan Parameter A	Nilai		
		$B^*_j$	$Q^*_j$	$Z^*$
Keripik Apel	+50	1.4232	1240.5	7.204.400
	+25	1.4232	1240.5	7.204.400
	+10	1.4232	1240.5	7.204.400
	-10	1.4232	1240.5	7.204.400
	-25	1.4232	1240.5	7.204.400
	-50	1.4232	1240.5	7.204.400
Keripik Nangka	+50	0.6131	550.1151	3.640.900
	+25	0.6131	550.1151	3.640.900
	+10	0.6131	550.1151	3.640.900
	-10	0.6131	550.1151	3.640.900
	-25	0.6131	550.1151	3.640.900
	-50	0.6131	550.1151	3.640.900
Keripik Nanas dan Keripik Salak	+50	3.9198	334.2059	1.908.700
		1.7513	101.6569	
	+25	3.2665	286.8382	1.877.800
		1.4594	84.7140	
	+10	2.8745	252.4176	1.859.900
		1.2843	74.5484	
	-10	2.3519	206.5235	1.837.300
		1.0508	60.9941	
	-25	1.9599	172.1029	1.822.000
		0.8757	50.8284	
	-50	1.3066	114.7353	1.803.000
		0.5838	33.8856	

## Lampiran 9.

### Perhitungan untuk satu hasil produksi

```
%HASIL OPTIMAL
```

```
A=input('biaya persiapan= ');
P=input('jumlah produksi= ');
D=input('jumlah permintaan= ');
E=input('ekspektasi produk gagal= ');
S=input('waktu persiapan mesin= ');
Cp=input('biaya produksi= ');
Ch=input('biaya penyimpanan= ');
Cb=input('biaya backorder= ');
Cs=input('biaya kerugian= ');
G=P*E;
AA=D/(P*(1-E));
if AA<=1
    disp('proses lanjut');
else
    disp('infeasible');
end
alfa=((Ch+Cb)*(P-G))/(2*D*(P-D-G));
beta=(Ch*(P-G))/(P*(1-E));
gama=(Ch*D*((P-G)*(P-D-G)+(G*D)))/(2*(1-E)*(1-E)*P*P);
lamda=((Cp+(Cs*E))*D)/(1-E);
T=sqrt(A/(gama-((beta*beta)/(4*alfa))));
Tmin=S/(1-AA);
if T>=Tmin
    Topt=T
else
    Topt=Tmin
end
B=Topt*(beta/(2*alfa));
Q=(D*Topt)/(1-E);
N=1/Topt;
Z=(alfa*((B*B)/Topt))-
(beta*B)+(gama*Topt)+lamda+(A/Topt);
ZT=Z/N;
```

## Lampiran 10.

### Perhitungan untuk dua hasil produksi

```
%HASIL OPTIMAL
A=input('biaya persiapan= ');
P1=input('jumlah produksi1= ');
P2=input('jumlah produksi2= ');
D1=input('jumlah permintaan1= ');
D2=input('jumlah permintaan2= ');
E1=input('ekspektasi produk gagal1= ');
E2=input('ekspektasi produk gagal2= ');
S1=input('waktu persiapan mesin1= ');
S2=input('waktu persiapan mesin2= ');
Cp1=input('biaya produksi1= ');
Cp2=input('biaya produksi2= ');
Ch1=input('biaya penyimpanan1= ');
Ch2=input('biaya penyimpanan2= ');
Cb1=input('biaya backorder1= ');
Cb2=input('biaya backorder2= ');
Cs1=input('biaya kerugian1= ');
Cs2=input('biaya kerugian2= ');
G1=P1*E1;
G2=P2*E2;
A1=D1/(P1*(1-E1));
A2=D2/(P2*(1-E2));
AA=A1+A2;
if AA<=1
    disp('proses lanjut');
else
    disp('infeasible');
end
S=S1+S2;
alfa1=(Ch1+Cb1)*(P1-G1)/(2*D1*(P1-D1-G1));
alfa2=(Ch2+Cb2)*(P2-G2)/(2*D2*(P2-D2-G2));
alfa=alfa1+alfa2;
beta1=(Ch1*(P1-G1))/(P1*(1-E1));
beta2=(Ch2*(P2-G2))/(P2*(1-E2));
beta=beta1+beta2;
gama1=(Ch1*D1*((P1-G1)*(P1-D1-G1)+(G1*D1)))/(2*(1-E1)*(1-E1)*P1*P1);
gama2=(Ch2*D2*((P2-G2)*(P2-D2-G2)+(G2*D2)))/(2*(1-E2)*(1-E2)*P2*P2);
gama=gama1+gama2;
lamda1=((Cp1+(Cs1*E1))*D1)/(1-E1);
```



```

lamda2=((Cp2+(Cs2*E2))*D2)/(1-E2);
lamda=lamda1+lamda2;
T=sqrt(A/(gama-((beta*beta)/(4*alfa))));
Tmin=S/(1-AA);
if T>=Tmin
    Topt=T
else
    Topt=Tmin
end
B1=Topt*(beta1/(2*alfa1));
B2=Topt*(beta2/(2*alfa2));
Q1=(D1*Topt)/(1-E1);
Q2=(D2*Topt)/(1-E2);
N=1/Topt;
Z=((alfa1*((B1*B1)/Topt))+alfa2*((B2*B2)/Topt))-
((beta1*B1)+(beta2*B2))+((gama1*Topt)+(gama2*Topt))
+(lamda1+lamda2)+(A/Topt);
ZT=Z/N;

```

