

**PEMODELAN *TREND* DAN MODEL *MULTISCALE*
AUTOREGRESSIVE (MAR) UNTUK PERAMALAN DATA
DERET WAKTU NON STASIONER**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

oleh:
YENI SULISTIOWATI
0610950060-95



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2011**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PEMODELAN *TREND* DAN MODEL *MULTISCALE*
AUTOREGRESSIVE (MAR) UNTUK PERAMALAN DATA
DERET WAKTU NON STASIONER**

oleh:
YENI SULISTIOWATI
0610950060-95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 7 Januari 2011
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I

Pembimbing II

Prof. Dr. Ir. Loekito A. S, M.Agr
NIP. 195707051981031009

Dr. Ir. Solimun, MS
NIP. 196112081987012001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, M.Sc
NIP. 196908071994121001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : YENI SULISTIOWATI
NIM : 0610950060-95
Program Studi : STATISTIKA
Penulis Skripsi Berjudul :

**PEMODELAN *TREND* DAN MODEL *MULTISCALE*
AUTOREGRESSIVE (MAR) UNTUK PERAMALAN DATA
DERET WAKTU NON STASIONER**

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 7 Januari 2011
Yang menyatakan,

YENI SULISTIOWATI
NIM. 0610950060-95

PEMODELAN TREND DAN MODEL *MULTISCALE* *AUTOREGRESSIVE* (MAR) UNTUK PERAMALAN DATA DERET WAKTU NON STASIONER

ABSTRAK

Damayanti (2008) telah mengusulkan sebuah metode *wavelet* untuk menganalisis data deret waktu yang non stasioner (tanpa distasionerkan terlebih dahulu). Terdapat dua persoalan dalam penelitian tersebut. Persoalan pertama adalah bagaimana metode *wavelet* yang sesuai dengan prosedur usulan Renaud dkk. (2003). Persoalan kedua adalah menentukan lag-lag terbaik dari koefisien-koefisien skala dan *wavelet* sebagai variabel input dalam model MAR. Penelitian ini dilakukan untuk mengembangkan metode *wavelet* usulan Damayanti (2008) dalam membentuk model, agar diperoleh model yang lebih baik. Selain itu juga untuk mengetahui bagaimana peramalan yang dihasilkan model dari metode pengembangan tersebut jika dibandingkan dengan model ARIMA. Dalam penelitian ini diusulkan dua metode dengan menggunakan keluarga *wavelet* Haar, dan dekomposisi MODWT pada berbagai level. Metode 1 adalah penjumlahan dari analisis koefisien skala yang menggunakan model polinomial dan analisis koefisien *wavelet* yang menggunakan model MAR. Metode 2 merupakan analisis koefisien skala dan koefisien *wavelet* menggunakan model MAR secara bersama-sama. Kedua metode tersebut memuat tambahan lag-lag yang sesuai sebagai variabel input model MAR dengan mempertimbangkan bentuk ACF dari residual model MAR. Hasil kedua metode dalam penelitian ini dibandingkan dengan metode ARIMA. Model yang memenuhi asumsi normalitas dan asumsi *white noise* untuk residual, serta mempunyai nilai MSE *out-sample* (nilai kesalahan peramalan) yang lebih kecil dikatakan model yang lebih baik. Hasil penelitian menunjukkan model terbaik dari data simulasi dihasilkan oleh metode 1. Sedangkan model terbaik untuk data bonds, dan data harga minyak dihasilkan oleh metode 2.

Kata kunci: Non Stasioner, *Wavelet*, MODWT, Polinomial, MAR, ARIMA.

TREND MODELING AND MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR) MODEL FOR FORECASTING NON STATIONARY TIME SERIES DATA

ABSTRACT

Damayanti (2008) has proposed a wavelet method to analyze non-stationary time series (without stationarized at first). There are two issues in the study. The first issue is how the wavelet method in accordance with the procedure proposed Renaud *et al.* (2003). The second problem is to determine the best lags of scale coefficients and wavelet as input variables in the model MAR. This study aimed to develop the proposed wavelet method by Damayanti (2008) in shaping the model, in order to obtain a better model. In addition to knowing how forecasting models generated from these development methods in comparison with ARIMA models. In this study proposed two methods by using the Haar wavelet family, and decomposition MODWT at various levels. Method 1 is the sum of the scale coefficient analysis using the polynomial model and analysis of wavelet coefficients using MAR model. Method 2 is the analysis of scale coefficients and wavelet coefficients using MAR models together. Both methods contain additional lags are suitable as an input variable MAR model by considering the shape of the residual ACF MAR model. The results of both methods in this study compared with ARIMA method. Models that meet the assumptions of normality and white noise for the residual, and smaller out-sample MSE value (the value of forecasting error) is said a better model. The results showed the best model of simulation data generated by method 1. While the best model for bonds data, and oil price data produced by method 2.

Keywords: Non Stationary, Wavelet, MODWT, Polynomial, MAR, ARIMA.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Deret Waktu.....	5
2.1.1 Stasioneritas Dalam Ragam (<i>Variance</i>).....	5
2.1.2 Stasioneritas Dalam Rata-rata (<i>Mean</i>).....	7
2.2 <i>Autocorrelation Function</i> (ACF)	9
2.3 <i>Partial Autocorrelation Function</i> (PACF)	9
2.4 <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> (ARIMA)	10
2.5 <i>Wavelet</i>	14
2.5.1 Persamaan Skala dan Persamaan <i>Wavelet</i>	15
2.4.2 Haar <i>Wavelet</i>	16
2.6 <i>Maximal Overlap Discret Wavelet Transform</i> (MODWT) ...	17
2.6.1 Konsep MODWT	18
2.6.2 Algoritma Piramida untuk MODWT.....	20
2.6.3 Kondisi <i>Boundary</i> pada MODWT.....	22
2.6.4 Pemilihan Level Untuk Dekomposisi MODWT	23
2.7 Model <i>Multiscale Autoregressive</i> (MAR)	23
2.8 Transformasi Wavelet Untuk Peramalan Data Deret Waktu Non Stasioner	26

	Halaman
2.8.1 Pemodelan <i>High Frequency</i> (H) Dengan Model MAR	26
2.8.2 Pemodelan <i>Low Frequency</i> (L) Dengan Model Polinomial	27
2.9 Evaluasi Kesesuaian Model.....	28
2.9.1 Pemeriksaan <i>White Noise</i> pada Residual.....	28
2.9.2 Pengujian Kenormalan pada Residual.....	29
2.9.3 Kriteria Ketepatan Model Peramalan	30
 BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Sumber Data.....	31
3.2 Metode Analisis.....	31
 BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Data <i>In-sample</i> dan <i>Out-sample</i>	41
4.2 Pemodelan ARIMA.....	43
4.2.1 Pemeriksaan Stasioneritas.....	43
4.2.2 Penentuan Model ARIMA	44
4.3 Pemodelan Dengan Metode Wavelet	45
4.3.1 Penentuan Level Dekomposisi MODWT	46
4.3.2 Dekomposisi MODWT dan Penentuan Data Dipotong dan Data Tanpa Dipotong Efek Sirkular.....	46
4.3.3 Metode 1 (Dengan Melibatkan Model Polinomial)	47
4.3.4 Metode 2 (Tanpa Melibatkan Model Polinomial).....	59
4.4 Perbandingan Hasil Penerapan Metode 1 dan 2 Dengan Model ARIMA Untuk Peramalan	67
 BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan.....	77
5.2 Saran.....	78
 DAFTAR PUSTAKA	 79
LAMPIRAN	81

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang senantiasa memberikan rahmat, hidayah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “PEMODELAN *TREND* DAN MODEL *MULTISCALE AUTOREGRESSIVE (MAR)* UNTUK PERAMALAN DATA DERET WAKTU NON STASIONER” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Ir. Loekito A. S, M.Agr selaku Dosen Pembimbing I dan Bapak Dr. Ir. Solimun, MS., selaku Dosen Pembimbing II atas bimbingan, masukan, serta bantuan yang telah diberikan.
2. Ibu Ir. Heni Kusdarwati, MS., Ibu Eni Sumarminingsih, SSi., MM., dan Bapak Adji Achmad Rinaldo Fernandes, SSi., MSc. selaku dosen penguji atas saran dan nasihat yang telah diberikan.
3. Bapak Dr. Agus Suryanto, MSc., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya.
4. Ibu Dra. Umu Sa'adah, MSi. atas bimbingan, masukan, nasihat, serta semangat yang telah diberikan.
5. Keluarga tercinta, Phais Empuss, Cientifico Choir, Lembut Community, yang telah memberikan kasih sayang, doa, dan dukungan yang tulus selama ini.
6. Teman-teman Statistika 2004, 2005, 2006 dan 2007 atas dukungan, bantuan dan kebersamaan selama ini.
7. Staf TU Jurusan Matematika yang telah membantu keperluan administrasi.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah membantu dan memberikan dukungan selama penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi perbaikan selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Malang, 7 Januari 2011
Penulis

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Haar <i>Wavelet</i>	16
Gambar 2.2. Skema Algoritma Piramida MODWT	20
Gambar 2.3. Ilustrasi Model MAR untuk $J=4$ dan $A_j=2$	25
Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Penelitian.....	36
Gambar 3.2. Diagram Alir Metode ARIMA	37
Gambar 3.3. Diagram Alir Metode 1	38
Gambar 3.4. Diagram Alir Metode 2	39
Gambar 4.1. Plot data simulasi <i>in-sample</i>	42
Gambar 4.2. Plot data bonds <i>in-sample</i>	42
Gambar 4.3. Plot data harga minyak <i>in-sample</i>	42
Gambar 4.4. Plot data awal dan hasil dekomposisi level 5 data simulasi untuk data tanpa dipotong	48
Gambar 4.5. Plot data asli dan hasil dekomposisi level 5 data simulasi untuk data dipotong	48
Gambar 4.6. Pengujian asumsi normalitas residual model NoCut- POLY+MAR(1)-Haar5.....	51
Gambar 4.7. Pengujian asumsi <i>white noise</i> residual model NoCut- POLY+MAR(1)-Haar5.....	51
Gambar 4.8. Pengujian asumsi normalitas residual model Cut- POLY+MAR(1)-Haar5	52
Gambar 4.9. Pengujian asumsi <i>white noise</i> residual model Cut- POLY+MAR(1)-Haar5	52
Gambar 4.10. Perbandingan peramalan model Cut-POLY+MAR(1) dan ARIMA (0,1,3)	54
Gambar 4.11. Plot data awal dan hasil dekomposisi data bonds tanpa dipotong pada level 4.....	55
Gambar 4.12. Plot data awal dan hasil dekomposisi data bonds dengan dipotong pada level 4.....	56
Gambar 4.13. Plot data awal dan hasil dekomposisi data harga minyak tanpa dipotong pada level 3.....	58
Gambar 4.14. Plot data awal dan hasil dekomposisi data harga minyak dengan dipotong pada level 3.....	58
Gambar 4.15. Pengujian asumsi normalitas residual model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5	62
Gambar 4.16. Pengujian asumsi <i>white noise</i> residual model NoCut- MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5	62

	Halaman
Gambar 4.17 Pengujian asumsi normalitas residual model Cut-MAR(1)-Haar5	62
Gambar 4.18 Pengujian asumsi <i>white noise</i> residual model Cut-MAR(1)-Haar5	63
Gambar 4.19 Perbandingan peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA(0,1,3).....	64
Gambar 4.20 Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan peramalan model wavelet Cut- POLY+MAR(1)-Haar4 dan ARIMA (0,1,3)	70
Gambar 4.21 Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan peramalan model wavelet NoCut- MAR(1)+LAG2-Haar4 dan ARIMA (0,1,1)	71
Gambar 4.22 Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan peramalan model wavelet NoCut- MAR(1)-Haar1 dan ARIMA (0,1,0) atau model <i>random walk</i>	76

DAFTAR TABEL

		Halaman
Tabel 2.1	Banyak Selang Nol pada Filter Sirkuler	19
Tabel 2.2	Koefisien MODWT yang dipengaruhi efek sirkuler pada filter Haar ($L=2$) level $j=1, \dots, 5$	23
Tabel 4.1	Data <i>in-sample</i> dan <i>out-sample</i> studi kasus simulasi, bonds, dan harga minyak	41
Tabel 4.2	Transformasi <i>Box-Cox</i> data simulasi, bonds, dan harga minyak	43
Tabel 4.3	Uji Akar Unit <i>Augmented Dickey-Fuller</i> data simulasi, bonds, dan harga minyak	44
Tabel 4.4	Perhitungan dan penentuan level yang digunakan untuk data simulasi, data bonds dan data harga minyak	46
Tabel 4.5	Input hasil metode <i>stepwise</i> model polinomial dari data tanpa dipotong dan data dengan dipotong	49
Tabel 4.6	Input hasil metode <i>stepwise</i> model MAR(1) dari data tanpa dipotong dan data dengan dipotong	50
Tabel 4.7	Nilai MSE <i>in-sample</i> model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan Cut-POLY+MAR(1)-Haar5	53
Tabel 4.8	Perbandingan peramalan model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan ARIMA(0,1,3)	53
Tabel 4.9	Nilai MSE <i>out-sample</i> model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan ARIMA(0,1,3)	54
Tabel 4.10	Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 1 untuk data simulasi	55
Tabel 4.11	Hasil perbandingan model-model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 1 untuk data bonds	57
Tabel 4.12	Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 1 untuk data harga minyak	59
Tabel 4.13	Input hasil metode <i>stepwise</i> NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5 dan Cut-MAR(1)-Haar5	60

	Halaman
Tabel 4.14 Nilai MSE <i>in-sample</i> model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5 dan Cut-MAR(1)-Haar5.....	61
Tabel 4.15 Perbandingan peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA(0,1,3).....	63
Tabel 4.16 Nilai MSE <i>out-sample</i> model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA(0,1,3).....	64
Tabel 4.17 Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 2 untuk data simulasi	65
Tabel 4.18 Hasil perbandingan model-model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 2 untuk data bonds....	66
Tabel 4.19 Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> dengan menggunakan metode 2 untuk data harga minyak.....	66
Tabel 4.20 Hasil perbandingan antara model ARIMA(0,1,1) dan model- model wavelet dari metode 1 dan 2 yang yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> untuk data harga simulasi.....	67
Tabel 4.21 Model-model peramalan wavelet yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA(0,1,3) untuk data simulasi.....	68
Tabel 4.22 Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dan ARIMA (0,1,3).....	69
Tabel 4.23 Hasil perbandingan antara model ARIMA(0,1,1) dan model- model wavelet dari metode 1 dan 2 yang yang memenuhi asumsi normalitas dan <i>white noise</i> untuk data harga bonds	71
Tabel 4.24 Model-model peramalan wavelet untuk data bonds yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA(0,1,1).....	72

Tabel 4.25 Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4 dan ARIMA (0,1,1)..... 72

Tabel 4.26 Hasil peramalan untuk periode ke depan sebanyak 12 pengamatan untuk data bonds..... 73

Tabel 4.27 Hasil perbandingan antara model ARIMA(0,1,0) atau model *random walk* dan model-model wavelet dari metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data harga minyak..... 74

Tabel 4.28 Model-model peramalan wavelet untuk data harga minyak yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA(0,1,0)..... 75

Tabel 4.29 Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model NoCut-MAR(1)-Haar1 dan ARIMA (0,1,0) 75

Tabel 4.30 Hasil peramalan untuk periode ke depan sebanyak 5 pengamatan untuk data harga minyak..... 76



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Data.....	81
Lampiran 2. Hasil Analisis Pemodelan ARIMA.....	84
Lampiran 3. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Nilai Kesalahan Peramalan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA Untuk Data Simulasi	97
Lampiran 4. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Nilai Kesalahan Peramalan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA Untuk Data Bonds.....	111
Lampiran 5. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Nilai Kesalahan Peramalan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA Untuk Data Harga Minyak.....	122
Lampiran 6. Pendugaan Untuk Transformasi Box-Cox.....	130



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Analisis data deret waktu dapat dilakukan dalam dua domain, yaitu domain waktu seperti ARIMA dan domain frekuensi seperti *Spectral Analysis*, yang merupakan salah satu bentuk transformasi Fourier (Wei, 1994). Transformasi Fourier banyak digunakan dalam analisis deret waktu. Akan tetapi terdapat kekurangan dalam analisis tersebut yaitu membutuhkan data yang stasioner dalam rata-rata, sehingga *trend* yang ada harus dihilangkan terlebih dahulu sebelum transformasi Fourier digunakan (Popoola dkk., 2007).

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, telah muncul metode baru dalam analisis deret waktu, yaitu transformasi *wavelet*. Pada saat ini transformasi tersebut telah banyak digunakan sebagai alternatif penyelesaian analisis deret waktu, dalam domain waktu selain ARIMA. Transformasi ini mendekomposisi sinyal dengan suatu fungsi basis berupa gelombang singkat. Fungsi basis tersebut berasal dari suatu *prototype wavelet* yang disebut gelombang induk (*mother wavelet*) melalui proses skala dan pergeseran. Keuntungan dari transformasi *wavelet* ini yaitu sangat tepat digunakan untuk sinyal-sinyal yang bersifat non stasioner (Pramudita dkk., 2003) karena secara otomatis dapat memisahkan *trend* dari data (Renaud dkk., 2003).

Terdapat beberapa keluarga *wavelet* yang sering digunakan dalam penelitian, antara lain Haar *Wavelet* yang merupakan *wavelet* tertua dan paling sederhana, Daubechies *Wavelet*, Coiflet *Wavelet*, dan Last Assymmetric. Ketiga *wavelet* terakhir memberikan hasil plot penghalus yang hampir sama (Percival dan Walden, 2000). Oleh karena itu dalam penelitian ini, keluarga *wavelet* yang digunakan adalah Haar *Wavelet*. Jenis transformasi metode *wavelet* yang digunakan yaitu *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Hal ini dikarenakan MODWT mampu mengatasi kekurangan metode *Discrete Wavelet Transform* (DWT) yang mensyaratkan $N = 2^j$, dengan N adalah ukuran data deret waktu dan j adalah bilangan integer positif, padahal pada umumnya data deret waktu tidak selalu berkelipatan dua.

Damayanti (2008) telah mengusulkan sebuah metode *wavelet* yang menggunakan model *Multiscale Autoregressive* (MAR) untuk menganalisis data deret waktu yang non stasioner (tanpa distasionerkan terlebih dahulu). Metode *wavelet* tersebut dilakukan sesuai usulan

Renaud dkk. (2003) dan dibandingkan dengan metode ARIMA. Namun dalam aplikasinya, variabel respon dari model polinomial dan model MAR dalam metode wavelet yang dilakukan kurang sesuai dengan usulan Renaud dkk. (2003). Hasil penelitian Damayanti (2008) juga menunjukkan bahwa metode wavelet tidak lebih baik dari metode ARIMA. Berdasarkan hal itu maka dapat disimpulkan bahwa terdapat dua persoalan dalam penelitian tersebut. Persoalan pertama adalah bagaimana menentukan variabel respon dari model polinomial dan model MAR yang sesuai usulan Renaud dkk. (2003). Persoalan kedua adalah menentukan lag-lag terbaik dari koefisien-koefisien skala dan *wavelet* sebagai variabel input dalam model MAR. Penelitian ini dilakukan untuk mengembangkan metode wavelet usulan Damayanti (2008) dalam membentuk model agar diperoleh model yang lebih baik. Dengan adanya penelitian ini, diharapkan model yang dihasilkan mampu memberikan ramalan yang tepat, sehingga dapat dijadikan prosedur alternatif dalam analisis deret waktu.

1.2. Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana prosedur pemodelan *trend* dan model *Multiscale Autoregressive* (MAR) yang sesuai untuk data deret waktu yang non stasioner dalam rata-rata, khususnya apabila data tersebut tidak distasionerkan terlebih dahulu, dengan mengembangkan algoritma yang diusulkan Renaud dkk. (2003) dan Damayanti (2008)?
2. Bagaimana peramalan yang dihasilkan oleh pemodelan *trend* dan model *Multiscale Autoregressive* (MAR) melalui studi kasus pada data simulasi dan riil non stasioner dalam rata-rata jika dibandingkan dengan model ARIMA?

1.3. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini membahas:

1. Keluarga *wavelet* yang digunakan adalah Haar.
2. Data yang digunakan adalah data simulasi dan data sekunder dalam bidang ekonomi (finansial) yang masing-masing non stasioner dalam rata-rata.
3. Model MAR yang dibentuk adalah MAR dengan orde 1 dan 2.

1.4. Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji prosedur pemodelan *trend* dan model *Multiscale Autoregressive* (MAR) yang sesuai untuk data deret waktu yang non stasioner dalam rata-rata, khususnya apabila data tersebut tidak distasionerkan terlebih dahulu, dengan mengembangkan algoritma yang diusulkan Renaud dkk. (2003) dan Damayanti (2008).
2. Mengetahui peramalan yang dihasilkan oleh pemodelan *trend* dan model *Multiscale Autoregressive* (MAR) melalui studi kasus pada data simulasi dan riil non stasioner dalam rata-rata jika dibandingkan dengan model ARIMA.

1.5. Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah dapat memberikan alternatif bagi para peneliti dalam melakukan peramalan data deret waktu yang non stasioner dalam rata-rata, khususnya apabila data tersebut tidak distasionerkan terlebih dahulu, yaitu dengan menggunakan transformasi *wavelet* yang membentuk model MAR. Dari penelitian ini, diharapkan model yang dihasilkan mampu memberikan ramalan yang tepat, sehingga dapat membantu masalah yang berkaitan di berbagai bidang, seperti ekonomi, fisika, demografi, dan sebagainya.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pengertian Deret waktu

Deret waktu merupakan sekumpulan pengamatan yang dibentuk secara berurutan berdasarkan waktu tertentu (Wei, 1994). Data tersebut dilambangkan dengan X_t , di mana t adalah indeks waktu. Satuan waktu dapat berupa tahunan, bulanan atau harian tergantung dari fenomena yang akan dimodelkan.

Banyak persoalan dalam ilmu terapan yang datanya merupakan data deret waktu, misalnya dalam bidang ilmu,

- ekonomi: banyak barang terjual dalam setiap hari, keuntungan perusahaan dalam setiap tahun, total nilai ekspor dalam setiap bulan,
- fisika: curah hujan setiap bulan, temperatur udara setiap hari,
- demografi: pertumbuhan penduduk, mortalitas dan natalitas,
- pengontrolan kualitas: proses pengontrolan kualitas produk, pengontrolan proses produksi,
- biomedis: denyut nadi, proses penyembuhan, pertumbuhan mikroba (Mulyana, 2004).

Dalam analisis deret waktu, asumsi penting yang biasanya digunakan adalah stasioneritas data. Asumsi tersebut digunakan untuk melakukan pengambilan keputusan terhadap struktur dari proses deret waktu. Berikut akan dijelaskan secara rinci mengenai asumsi stasioneritas tersebut.

2.1.1. Stasioneritas dalam Ragam

Data dikatakan stasioner dalam ragam, apabila ragam dari data tidak berfluktuasi dari waktu ke waktu. Jika data tidak stasioner dalam ragam, maka harus ditransformasi terlebih dahulu dengan transformasi Box-Cox yang dinyatakan Ispriyanti (2004) sebagai berikut :

$$W_t(\lambda) = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \log(X_t), \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

di mana λ adalah parameter transformasi dan $t = 0, 1, 2, \dots, n$.

Menurut Anonymous (2006), bentuk alternatif dari transformasi tersebut yang lebih sering digunakan pemakai yaitu:

$$V_t(\lambda) = \frac{W_t(\lambda)}{\{J(\lambda, X)\}^{\frac{1}{n}}} = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda - 1}{\lambda X_t^{\lambda-1}} & , \lambda \neq 0 \\ X_t \log(X_t) & , \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

dan

$$V(\lambda) = \begin{bmatrix} V_1(\lambda) \\ V_2(\lambda) \\ \vdots \\ V_n(\lambda) \end{bmatrix} = Z\beta + \varepsilon_t \quad ; \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

Pendugaan parameter dilakukan dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum dari model $V(\lambda) = Z\beta + \varepsilon_t$ yaitu dengan fungsi *likelihood*:

$$f(V_1(\lambda), V_2(\lambda), \dots, V_n(\lambda), \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1}, \sigma^2, \lambda) \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^n e^{-\frac{[V(\lambda) - Z\beta][V(\lambda) - Z\beta]'}{2\sigma^2}}$$

sehingga didapatkan fungsi *log-likelihood* maksimum yaitu:

$$f(V_n(\lambda), \hat{\beta}, \hat{\sigma}^2, \hat{\lambda}) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right] - \frac{n}{2} \\ \propto -\frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right]$$

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa memaksimumkan dengan nilai yang ditetapkan adalah identik dengan meminimumkan *Sum of Square Error* (SSE) yang diperoleh dari model regresi. Langkah-langkah untuk menduga nilai dapat dilihat selengkapnya pada Lampiran 6.

Pendekatan selang kepercayaan $100(1-\alpha)\%$ untuk λ menurut Ispriyanti (2004) dapat dihitung dengan:

$$SSE^* = SSE(V(\lambda)) \left\{ 1 + \frac{\left(t_{(\alpha/2, v)} \right)^2}{v} \right\} \quad (2.3)$$

$SSE(\lambda)$ adalah SSE minimum dan v adalah derajat bebas dari galat. Dengan membuat grafik, dengan sumbu x adalah harga-harga λ dan sumbu y adalah harga-harga SSE, akan diperoleh suatu kurva dan dengan menarik garis horizontal pada nilai SSE^* pada sumbu y , maka akan diperoleh batas atas dan batas bawah selang untuk λ yang sesuai.

2.1.2. Stasioneritas dalam Rata-rata

Stasioneritas dalam rata-rata dapat dilihat dengan menggunakan uji Akar Unit. Uji yang diperkenalkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller ini merupakan pengujian yang sangat populer. Untuk memudahkan pengertian mengenai *Augmented Dickey-Fuller Test (ADF Test)* dalam uji Akar Unit, pandang model AR(1):

$$X_t = \theta X_{t-1} + u_t \quad (2.4)$$

Jika persamaan (2.4) dikurangi X_{t-1} pada sisi kanan dan kiri maka persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned} X_t - X_{t-1} &= \theta X_{t-1} - X_{t-1} + u_t \\ \Delta X_t &= (\theta - 1)X_{t-1} + u_t \\ \Delta X_t &= \theta^* X_{t-1} + u_t \end{aligned} \quad (2.5)$$

di mana $u_t \sim IID(0, \sigma^2)$

Dari persamaan (2.5) dapat dibuat hipotesis:

$$H_0 : \theta^* = 0 \text{ (deret tidak stasioner)}$$

$$H_1 : \theta^* < 0 \text{ (deret stasioner)}$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$\tau = \frac{\hat{\theta}^*}{SE(\hat{\theta}^*)} \quad (2.6)$$

di mana : $\hat{\theta}^*$ = nilai duga parameter *autoregressive*

$SE(\hat{\theta}^*)$ = *standard error* $\hat{\theta}^*$

$$SE(\hat{\theta}^*) = \frac{\sigma_{(\hat{\theta}^*)}}{\sqrt{n}}$$

$\sigma_{(\hat{\theta}^*)}$ = *ragam* $\hat{\theta}^*$

$\tau \sim \tau_{(\alpha,n)}$ berdasarkan Tabel *Augmented Dickey Fuller* dengan kriteria uji, jika $\tau > \tau_{(\alpha,n)}$ maka H_0 diterima yang berarti deret tidak stasioner dan jika $\tau \leq \tau_{(\alpha,n)}$ maka H_0 ditolak yang berarti deret stasioner. Pada $\alpha = 0.05$, jika *p-value* kurang dari α maka H_0 ditolak, artinya deret stasioner. Sedangkan penerimaan H_0 menunjukkan bahwa deret tidak stasioner, sehingga perlu dilakukan differensiasi (Harris dan Sollis, 2005).

Menurut Hanke dkk. (2003), apabila suatu data tidak stasioner pada nilai tengah, maka data dapat dikonversikan menjadi deret stasioner melalui *differencing* (pembedaan), yaitu deret asli diganti dengan deret selisih. Banyaknya *differencing* yang dilakukan untuk mencapai keadaan stasioner dinotasikan sebagai *d*. Bentuk *differencing* pertama ($d = 1$) adalah sebagai berikut :

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} \quad (2.7)$$

sedangkan bentuk *differencing* kedua ($d = 2$) adalah sebagai berikut :

$$\nabla^2 X_t = \nabla X_t - \nabla X_{t-1} \quad (2.8)$$

di mana :

X_t = pengamatan pada waktu ke-*t*

X_{t-1} = pengamatan pada waktu ke-*t-1*

∇X_t = data hasil *differencing* pertama pada waktu ke-*t*

∇X_{t-1} = data hasil *differencing* pertama pada waktu ke-*t-1*

$\nabla^2 X_t$ = data hasil *differencing* kedua pada waktu ke-*t*

Proses *differencing* dapat dilakukan sampai data hasil *differencing* menunjukkan kondisi stasioner pada nilai tengah.

2.2. Autocorrelation Function (ACF)

Menurut Hanke dkk. (2003), autokorelasi adalah hubungan deret waktu dengan deret waktu itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0,1,2 periode atau lebih. Cryer dan Kung (2008) menjelaskan bahwa koefisien fungsi autokorelasi ρ_k dapat diduga dengan :

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}, \text{ untuk } k=1,2,\dots \quad (2.9)$$

di mana :

r_k = koefisien autokorelasi sampel pada *lag* k

X_t = data pengamatan pada waktu ke- t

\bar{X} = rata-rata data pengamatan

Sedangkan untuk mengukur tingkat keeratan hubungan linier antara data X_t dengan X_{t+k} digunakan autokorelasi parsial (Makridakis dkk., 1999).

2.3. Partial Autocorrelation Function (PACF)

Menurut Cryer dan Kung (2008), autokorelasi parsial merupakan korelasi antara X_t dan X_{t-k} , dengan mengabaikan ketidakbebasan variabel $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$. Untuk deret waktu yang stasioner, autokorelasi parsial pada lag k dinotasikan dengan ϕ_{kk} , dengan persamaan sebagai berikut :

$$\phi_{kk} = \text{corr}(X_t, X_{t-k} | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}) \quad (2.10)$$

dimana :

ϕ_{kk} = koefisien korelasi antara X_t dan X_{t-k} pada kondisi $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$.

Menurut Cryer dan Kung (2008), taksiran dari PACF adalah berdasarkan koefisien autokorelasi pada persamaan *Yule-Walker* untuk k *time lag*, yaitu :

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{k1} + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\
\rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\
&\vdots \\
\rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}
\end{aligned}
\tag{2.11}$$

Dari persamaan (2.11) didapatkan pendugaan nilai PACF sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_j}
\tag{2.12}$$

dengan $\phi_{k,j} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\phi_{k-1,j-k}$, untuk $j=1,2,\dots,k-1$

di mana :

- ϕ_{kk} = koefisien autokorelasi parsial pada lag k
- ρ_k = koefisien autokorelasi pada lag k yang diduga dengan r_k
- ρ_j = koefisien autokorelasi pada lag j yang diduga dengan r_j
- ρ_{k-j} = koefisien autokorelasi pada lag $(k - j)$ yang diduga dengan r_{k-j}

2.4. Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Suatu proses deret waktu dikatakan tidak stasioner jika proses tersebut mempunyai rata-rata dan ragam yang tidak konstan untuk sembarang waktu pengamatan. Model deret waktu yang tidak stasioner dapat dikatakan sebagai proses *Autoregressive Integrated Moving Average* ordo (p,d,q) atau disingkat ARIMA (p,d,q) , di mana p adalah orde dari parameter *autoregressive*, d adalah besaran yang menyatakan berapa kali dilakukan *differencing* pada proses sehingga menjadi proses yang stasioner, dan q adalah orde dari parameter *moving average* (Hanke dkk., 2003).

Cryer dan Kung (2008) merumuskan beberapa model umum ARIMA sebagai berikut:

1. Model AR (p)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t \quad (2.13)$$

2. Model MA (q)

$$X_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.14)$$

3. Model ARMA (p, q)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.15)$$

4. Model ARIMA (p, d, q)

$$W_t = \nabla^d X_t$$

$$W_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.16)$$

dengan,

ϕ = parameter *autoregressive*

θ = parameter *moving average*

p = derajat *autoregressive*

d = derajat *pembedaan (difference)*

q = derajat *moving average*

e_t = sisaan acak (*white noise*)

Pendekatan *Box-Jenkins* menggunakan prosedur pembentukan iteratif yang terdiri identifikasi model, pendugaan parameter, dan penganalisaan sisaan (pemeriksaan model). Jika diperlukan, model awal dimodifikasi dan proses diulangi sampai didapatkan sisaan yang memberikan indikasi bahwa tidak ada lagi modifikasi yang diperlukan (Hanke dkk., 2003).

Untuk menentukan model dalam analisa deret waktu, banyak hal yang perlu diperhatikan. Box and Jenkins secara efektif telah berhasil mencapai kesepakatan mengenai informasi yang diperlukan untuk memahami dan memakai model-model ARIMA untuk deret waktu univariat. Dari dasar pendekatan tersebut dirangkum dalam tiga tahap, yaitu:

1. Identifikasi Model

Ada dua hal yang dilakukan untuk mengidentifikasi model ARIMA, yaitu melihat plot data dan pemeriksaan kestasioneran data.

Menurut Makridakis dkk. (1999), langkah pertama yang penting dalam memilih suatu model deret waktu adalah dengan mempertimbangkan jenis pola data sehingga model yang paling tepat dengan pola tersebut dapat diuji. Jenis pola data tersebut adalah sebagai berikut :

- a. Pola acak, yaitu gerakan yang berubah-ubah sifatnya, tidak teratur dan terjadi secara tiba-tiba.
- b. Pola *trend*, kecenderungan gerak naik atau turun pada data yang terjadi dalam jangka panjang.
- c. Pola musiman, gerak naik dan turun yang terjadi secara periodik (berulang dalam selang waktu yang sama).
- d. Pola siklis, gerakan jangka panjang di sekitar garis *trend*. Gerakan siklis ini bisa terulang setelah jangka waktu tertentu tetapi bisa juga tidak terulang dalam jangka waktu yang sama.

Identifikasi model ARIMA dapat dilakukan dengan membuat plot ACF dan PACF dari data deret waktu stasioner. Menurut Cryer dan Kung (2008), terdapat beberapa macam proses yang terjadi pada data deret waktu:

- a. AR(1), apabila ACF menurun secara eksponensial dan PACF berbeda nyata pada *lag* 1.
- b. AR(2), apabila ACF menurun mengikuti gelombang sinus teredam dan PACF berbeda nyata pada *lag* 1 dan *lag* 2.
- c. MA(1), apabila PACF menurun secara eksponensial dan ACF berbeda nyata pada *lag* 1.
- d. MA(2), apabila PACF berbentuk gelombang sinus teredam dan ACF berbeda nyata pada *lag* 1 dan *lag* 2.
- e. ARMA(1,1), apabila ACF dan PACF mendekati nol secara eksponensial (turun secara eksponensial).

2. Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter merupakan proses untuk mendapatkan nilai parameter dari model sementara yang telah didapatkan. Menurut Wei (1994) pada prinsipnya semua model dalam ARIMA (p,d,q) dapat dikembalikan ke bentuk ARIMA ($p,0,q$). Oleh karena itu, proses pendugaan parameter model ARIMA (p,d,q) dapat mengikuti pendugaan parameter model ARIMA ($p,0,q$). Metode pendugaan parameter yang digunakan adalah *Condition Least Square Estimation*. Perhitungan *Condition Least Square Estimation* adalah dengan

meminimumkan jumlah kuadrat sisaan dengan suatu kondisi tertentu, yaitu sebagai berikut:

$$S_c(\phi, \theta) = \sum_{t=p+1}^n e_t^2 \quad (2.17)$$

di mana e_t = sisaan model ARIMA.

Pada model umum ARIMA (p, d, q) maka $e_t = e_t(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$ untuk $t = p + 1, p + 2, \dots, n$ dengan mengkondisikan bahwa $e_p = e_{p-1} = \dots = e_{1-q} = 0$ maka akan didapatkan parameter $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ dan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ (Cryer dan Kung, 2008).

3. Diagnostik Model

Setelah nilai duga parameter ARIMA didapatkan, maka perlu dilakukan pemeriksaan model untuk membuktikan bahwa model layak digunakan. Diagnostik model dapat diuji dengan uji kelayakan Model *Ljung-Box* (Q), dengan hipotesis :

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

lawan

H_1 : ada salah satu ρ_k yang tidak sama dengan nol

Rumus untuk statistik uji Q adalah :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^k \frac{r_k^2}{n-k}, \quad (2.18)$$

di mana :

n = banyak pengamatan

r_k = koefisien autokorelasi residual pada lag-k

k = lag maksimum

Keputusan untuk menerima hipotesis nol (model layak) didasarkan pada:

1. Jika nilai $Q \leq \chi_{k-p-q}^2$ pada taraf nyata α di mana p dan q adalah orde dari ARIMA.
2. Jika *p-value* dari statistik uji $Q > \alpha$ (Cryer dan Kung, 2008).

2.5. Wavelet

Wavelet merupakan sebutan untuk suatu gelombang kecil yang naik dan turun pada periode waktu tertentu. Sedangkan sebagai pembandingnya adalah gelombang yang besar, seperti fungsi sinus dan kosinus (Percival dan Walden, 2000). Suatu fungsi $\psi(\cdot)$ didefinisikan:

$$1. \int_{-\infty}^{\infty} \psi(u) du = 0 \quad (2.19)$$

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(u) du = 1 \quad (2.20)$$

Secara umum *wavelet* adalah fungsi-fungsi yang mempunyai sifat seperti pada persamaan (2.19) yaitu jika diintegrasikan pada $(-\infty, \infty)$ hasilnya akan sama dengan nol dan integral dari kuadrat fungsi $\psi(\cdot)$ akan sama dengan satu, seperti pada persamaan (2.20).

Dalam transformasi *wavelet* terdapat dua fungsi, yaitu fungsi skala (*father wavelet*) dan fungsi *wavelet* ψ (*mother wavelet*) yang keduanya disebut *parent wavelets*. Beberapa keluarga *wavelet* antara lain, Haar *Wavelet*, Daubechies *Wavelet*, Meyer *Wavelet*, Mexican Hat *Wavelet*, Coiflet *Wavelet*, dan Last Assymmetric (Daubechies, 1992). Semua keluarga *wavelet* tersebut dapat digunakan dalam analisis *wavelet*. Perbedaannya hanya dalam menentukan penskalaan sinyal dan bagaimana *wavelet* didefinisikan. Dalam penelitian ini keluarga *wavelet* yang digunakan adalah Haar karena merupakan *wavelet* tertua dan paling sederhana (Nainggolan, 2006).

Wavelet dapat mengatasi kekurangan Transformasi Fourier (seperti pada *Spectral Analysis*) yang mampu melakukan transformasi dalam domain frekuensi, tetapi menghilangkan informasi yang ada pada domain waktu (Nainggolan, 2006). Hal ini akan menjadi tidak efektif dalam analisis, khususnya untuk data yang nonstasioner. Berbagai permasalahan terapan yang dapat dilakukan dengan transformasi *wavelet*, antara lain pemrosesan signal, kedokteran, pemampatan data, geofisika, astronomi, dan statistika nonparametrik (Popoola dkk., 2007).

Terdapat dua macam transformasi *wavelet*, yaitu *Continuus Wavelet Transform* (CWT) dan *Discrete Wavelet Transform* (DWT). CWT dirancang bekerja pada data deret waktu dengan waktu kontinyu (Percival dan Walden, 2000), pergeserannya dapat dilakukan secara kontinyu (Daubechies, 1992). Berbeda dengan CWT, DWT dirancang

pada data deret waktu dengan waktu diskrit atau integer (biasanya $t=0,1, \dots, N-1$, dimana N menyatakan jumlah deretan data) (Percival dan Walden, 2000) dan perhitungan skala dan pergeserannya hanya dilakukan pada sekelompok skala tertentu (Daubechies, 1992). Salah satu kekurangan dari CWT adalah representasi sinyal yang dihasilkan sering berlebihan (Susilawati, 2009).

2.5.1. Persamaan Skala dan Persamaan Wavelet

Persamaan skala atau persamaan dilatasi (pergeseran) menunjukkan fungsi skala ϕ yang mengalami kontraksi (peregangan) dan pergeseran (Percival dan Walden, 2000), ditulis dengan rumus:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{L-1} g_l \phi(2t - l), \quad (2.21)$$

Dengan $\phi(2t-l)$ adalah fungsi skala $\phi(t)$ yang mengalami pergeseran sumbu waktu dengan langkah l dengan koefisien filter skala g_l dan lebar filter keluarga wavelet L .

Fungsi wavelet ψ didefinisikan :

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l g_l \phi(2t + l - L/2 + 1), \quad (2.22)$$

koefisien g_l harus memenuhi kondisi

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l = \sqrt{2}, \quad (2.23)$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l l^m g_l = 0, \quad (2.24)$$

untuk $m = 0, 1, \dots, (L/2)-1$ dan

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l g_{l+2m} = 0, m \neq 0, \quad (2.25)$$

untuk $m = 1, 2, \dots, (L/2)-1$ dan

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1. \quad (2.26)$$

Menurut Percival dan Walden (2000), hubungan antara koefisien *wavelet* h_l dan koefisien skala g_l adalah

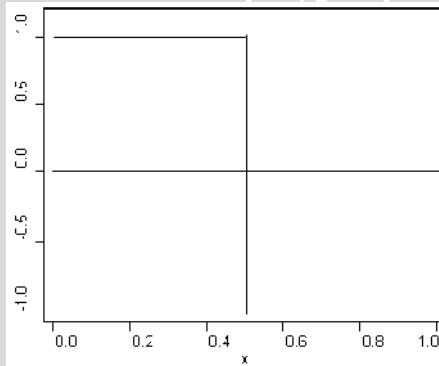
$$h_l = (-1)^{l+1} g_{L-1-l}, \quad (2.27)$$

atau dapat ditulis,

$$g_l = (-1)^l h_{L-1-l}. \quad (2.28)$$

2.5.2. Haar Wavelet

Haar *wavelet* merupakan *wavelet* tertua yang pertama kali ditemukan oleh Alfred Haar pada tahun 1910. Haar *wavelet* ini paling sederhana dibandingkan dengan keluarga *wavelet* yang lain. Pada Gambar 2.1 berikut akan ditunjukkan Haar *wavelet*.



Gambar 2.1. Haar Wavelet

Koefisien filter skala dan koefisien filter *wavelet* yang terdapat Haar didapatkan dengan cara sebagai berikut.

Persamaan filter skala (2.21) untuk Haar *Wavelet* dengan $L=2$ dapat ditulis,

$$\phi(t) = \sqrt{2} (g_0 \phi(2t) + g_1 \phi(2t - 1)). \quad (2.29)$$

Persamaan filter *wavelet* (2.22) untuk Haar *Wavelet* dapat ditulis,

$$\psi(t) = \sqrt{2} (g_0 \phi(2t) - g_1 \phi(2t + 1)). \quad (2.30)$$

Dari persamaan (2.23) dapat ditulis,

$$g_0 + g_1 = \sqrt{2}. \quad (2.31)$$

Persamaan (2.24) dengan $m = 0$ dapat ditulis menjadi,

$$g_0 - g_1 = 0. \quad (2.32)$$

Sedangkan dari persamaan (2.26) dapat dinyatakan,

$$g_0^2 + g_1^2 = 1. \quad (2.33)$$

Sehingga koefisien filter skala untuk Haar *Wavelet* yang memenuhi persamaan (2.31) sampai (2.33) adalah

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ dan } g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.34)$$

Sedangkan untuk koefisien filter *wavelet* adalah

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ dan } h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.35)$$

2.6. Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT) merupakan salah satu bentuk modifikasi dari Transformasi *Wavelet* Diskrit. Menurut Percival dan Walden (2000), transformasi MODWT dalam literatur *wavelet* yang dikenal dengan beberapa nama, antara lain *undecimated-Discrete Wavelet Transform* (DWT), *Shift invariant DWT*, *wavelet frames*, *translation DWT*, *non decimated DWT* sama dengan MODWT yang dapat dikonotasikan sebagai mod-DWT atau modifikasi DWT.

DWT mensyaratkan bahwa data yang digunakan harus memenuhi kelipatan 2^j , dengan j merupakan bilangan integer positif. Akan tetapi pada umumnya data deret waktu mempunyai panjang data yang tidak mengikuti kelipatan tersebut. MODWT mempunyai keuntungan dapat mengeliminasi adanya pengurangan data menjadi setengah data asal (*downsampling*), sehingga dalam MODWT ini juga selalu ada N koefisien wavelet dan koefisien skala pada masing-masing level dari MODWT (Percival dan Walden, 2000).

Definisi 1 (Percival dan Walden, 2000):

Filter wavelet MODWT $\{\tilde{h}_l\}$ melalui $\{\tilde{h}_l\} \equiv h_l / \sqrt{2}$ dan filter skala MODWT $\{\tilde{g}_l\} \equiv g_l / \sqrt{2}$. Sehingga syarat suatu filter *wavelet* harus memenuhi persamaan (2.36),

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \quad \text{dan} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h} \tilde{h}_{l+2m} = 0. \quad (2.36)$$

Begitu juga dengan filter skala harus memenuhi persamaan (2.37),

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 0, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2}, \quad \text{dan} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2m} = 0. \quad (2.37)$$

2.6.1. Konsep MODWT

Tujuan formulasi MODWT adalah untuk mendefinisikan transformasi yang bersifat seperti DWT, akan tetapi tidak mengalami kesulitan dari kesensitifan DWT dalam hal pemilihan titik awal untuk suatu data deret waktu. Sensitifitas ini adalah mengenai *downsampling* dari output filter *wavelet* dan filter skala pada masing-masing step dari algoritma piramida. Dengan mendefinisikan \mathbf{A} merupakan matriks NxN yang berisi filter sirkuler \tilde{g}_l untuk MODWT dan \mathbf{B} merupakan matriks NxN yang berisi filter \tilde{h}_l .

Misalkan untuk level pertama, didefinisikan \mathbf{B}_1 sebagai matriks NxN pada persamaan (2.38), sehingga didapatkan $\mathbf{w}_1 = \mathbf{B}_1 \mathbf{x}$. Dengan analog definisi untuk \mathbf{A}_1 , didapatkan $\mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}$. Bentuk matriks \mathbf{B}_1 ini dapat dilihat seperti pada persamaan (2.38) sebagai berikut :

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 \\ \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 \\ \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Langkah pertama dari MODWT dapat ditulis pada persamaan (2.39) berikut :

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ A_1 \end{bmatrix} x = P_1 x \text{ dengan } P_1 \equiv \begin{bmatrix} B_1 \\ A_1 \end{bmatrix} \text{ dan } P_1^T, \quad (2.39)$$

adalah matriks orthogonal.

Berdasarkan persamaan (2.39), untuk merekonstruksi data \mathbf{x} dari koefisien MODWT jika dekomposisi dilakukan pada level pertama adalah

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = P_1 x \rightarrow x = P_1^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Karena P adalah matriks yang orthogonal, maka $P_1^T = P_1^{-1}$, sehingga

$$x = P_1^T \begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} B_1^T & A_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ v_1 \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Maka didapatkan

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}_1^T \mathbf{w}_1 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{v}_1. \quad (2.42)$$

Suatu filter sirkuler $\{\tilde{h}_l : l = 0, \dots, L-1\}$ dan dengan lebar $2^{j-1}(L-1)+1$ mempunyai deret,

$$\underbrace{\tilde{h}_0, 0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1 \text{ zeroes}} \underbrace{\tilde{h}_1, 0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1 \text{ zeroes}} \dots \underbrace{\tilde{h}_{L-2}, 0, \dots, 0}_{2^{j-1}-1 \text{ zeroes}} \tilde{h}_{L-1}. \quad (2.43)$$

Sesuai dengan persamaan (2.43), banyak nilai nol pada selang filter \tilde{g} untuk filter \tilde{h} adalah seperti pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. Banyak Selang Nol pada Filter Sirkuler

Level (j)	$2^{j-1}-1$
1	0
2	1
3	3
4	7
...	...

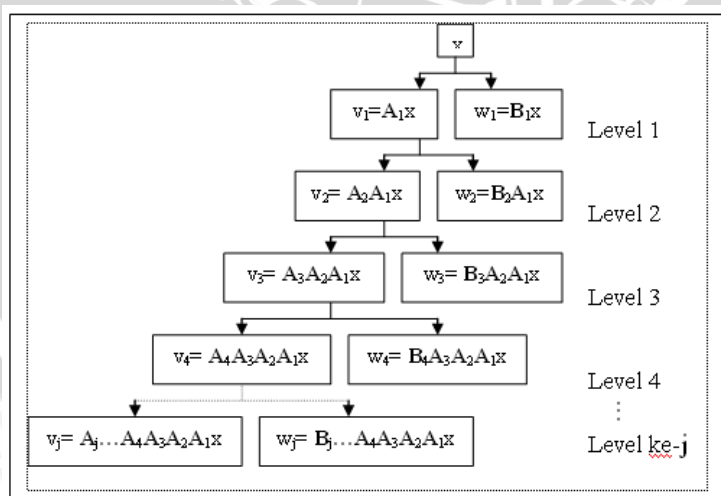
Misalkan level kedua dari matriks B_2 sebagai matriks $N \times N$ untuk $j=2$, $N=12$, dan $L=4$ (berlaku juga untuk A_2 dengan mengganti \tilde{h}_l dengan \tilde{g}_l) didapatkan

$$B_2 = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 \\ \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Koefisien untuk level kedua adalah $w_2=B_2v_1$ dan $v_2=A_2v_1$. Untuk mendapatkan koefisien selanjutnya, dilakukan dengan cara yang sama.

2.6.2. Algoritma Piramida untuk MODWT

Algoritma perhitungan koefisien skala dan koefisien *wavelet* MODWT pada level ke- j yaitu dapat dilakukan dengan menggunakan algoritma piramida Mallat yang dikembangkan untuk MODWT seperti pada Popoola dkk. (2007). Pada Gambar 2.2 berikut akan diperlihatkan algoritma piramida untuk MODWT.



Gambar 2.2. Skema Algoritma Piramida MODWT

Gambar 2.2 mengilustrasikan jika suatu data \mathbf{x} didekomposisi dengan filter *wavelet* dan filter skala akan menghasilkan koefisien *wavelet* dan koefisien skala. Pada level pertama, kedua, dan seterusnya didapatkan:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1 &= \mathbf{B}_1 \mathbf{x} & \text{dan} & & \mathbf{v}_2 &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x} \\ \mathbf{w}_2 &= \mathbf{B}_2 \mathbf{v}_1 & \text{dan} & & \mathbf{v}_2 &= \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{w}_3 &= \mathbf{B}_3 \mathbf{v}_2 & \text{dan} & & \mathbf{v}_3 &= \mathbf{A}_3 \mathbf{v}_2 \\ & \vdots & & & \vdots & \\ \mathbf{w}_j &= \mathbf{B}_j \mathbf{v}_{j-1} & \text{dan} & & \mathbf{v}_j &= \mathbf{A}_j \mathbf{v}_{j-1}. \end{aligned}$$

Jika skema MODWT pada Gambar 2.2 tersebut ditulis dalam bentuk matriks sesuai penjelasan pada sub-bab 2.5.1 sebelumnya, maka transformasi \mathbf{v}_{j-1} dari \mathbf{w}_j dan \mathbf{v}_j menggunakan matriks \mathbf{B}_j dan \mathbf{A}_j berukuran $N \times N$, yaitu

$$\mathbf{w}_j = \mathbf{B}_j \mathbf{v}_{j-1} \text{ dan } \mathbf{v}_j = \mathbf{A}_j \mathbf{v}_{j-1}. \quad (2.45)$$

Prosedur dekomposisi MODWT pada level ke- j yang terdapat pada persamaan (2.45) dapat pula ditulis

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix} = \mathbf{P}_j \mathbf{v}_{j-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_j \\ \mathbf{A}_j \end{bmatrix} \mathbf{v}_{j-1}; \text{ dengan } \mathbf{P}_j \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{B}_j \\ \mathbf{A}_j \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

Persamaan (2.47) yang digunakan untuk mendapatkan \mathbf{v}_{j-1} dari \mathbf{w}_j dan \mathbf{v}_j dapat diekspresikan dengan menggunakan \mathbf{B}_j dan \mathbf{A}_j , yaitu

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{A}_j \mathbf{v}_{j-1} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix} = \mathbf{P}_j \mathbf{v}_{j-1}, \quad (2.47)$$

sehingga

$$\mathbf{v}_{j-1} = \mathbf{P}_j^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Karena \mathbf{P} adalah matriks yang orthogonal, maka $\mathbf{P}_j^T = \mathbf{P}_j^{-1}$, sehingga diperoleh

$$\mathbf{v}_{j-1} = \mathbf{P}_j^T \begin{bmatrix} \mathbf{w}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix}.$$

atau

$$\mathbf{v}_{j-1} = \mathbf{B}_j^T \mathbf{w}_j + \mathbf{A}_j^T \mathbf{v}_j. \quad (2.49)$$

Dengan demikian, rekonstruksi \mathbf{x} pada masing-masing level adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\text{Level 1} & : \mathbf{x} = \mathbf{B}_1^T \mathbf{w}_1 & \text{dan } \mathbf{x} = \mathbf{A}_1^T \mathbf{v}_1 \\
\text{Level 2} & : \mathbf{x} = \mathbf{B}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{w}_2 & \text{dan } \mathbf{x} = \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{v}_2 \\
\text{Level 3} & : \mathbf{x} = \mathbf{B}_3^T \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{w}_3 & \text{dan } \mathbf{x} = \mathbf{A}_3^T \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{v}_3 \\
& \vdots & \vdots \\
\text{Level ke-}j & : \mathbf{x} = \mathbf{B}_j^T \mathbf{A}_{j-1}^T \dots \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{w}_j & \text{dan } \mathbf{x} = \mathbf{A}_j^T \dots \mathbf{A}_3^T \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T \mathbf{v}_j.
\end{aligned}$$

Menggunakan keterangan dari rekonstruksi \mathbf{x} untuk masing-masing level, jika diberikan $\mathbf{v}_0 \equiv \mathbf{x}$, maka persamaan (2.49) akan menghasilkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} = & \mathbf{B}_1^T \mathbf{w}_1 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{B}_2^T \mathbf{w}_2 + \mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_2^T \mathbf{B}_3^T \mathbf{w}_3 + \dots + \\
& \mathbf{A}_1^T \dots \mathbf{A}_{j_0-1}^T \mathbf{B}_{j_0}^T \mathbf{w}_{j_0} + \mathbf{A}_j^T \dots \mathbf{A}_{j_0-1}^T \mathbf{A}_{j_0}^T \mathbf{v}_{j_0}. \quad (2.50)
\end{aligned}$$

2.6.3. Kondisi *Boundary* pada MODWT

Menurut Percival dan Walden (2000), salah satu perhitungan MODWT adalah menggunakan filter sirkuler. Filter sirkuler merupakan operasi filter untuk memperlakukan suatu deret waktu seperti bagian dari deret periodik dengan periode N . Untuk mengetahui efek sirkuler dalam hasil transformasi, maka yang dilakukan pertama adalah menentukan dengan tepat koefisien MODWT mana yang dipengaruhi efek kesirkuleran (*boundary*). Dengan N adalah jumlah data, t adalah waktu lag ke- t , L adalah lebar filter keluarga *wavelet*, j menyatakan level, maka koefisien MODWT yang dipengaruhi oleh efek sirkuler (*boundary*) adalah

$$\mathbf{w}_{j,t} \text{ dan } \mathbf{v}_{j,t} \text{ untuk } t = 0, \dots, \min \{L_j - 2, N - 1\}. \quad (2.51)$$

Koefisien tersebut untuk kemudian dinamakan sebagai koefisien sirkuler MODWT. Pandang rumus (2.51) dengan t bergerak dari 1, maka koefisien sirkuler MODWT adalah

$$\mathbf{w}_{j,t} \text{ dan } \mathbf{v}_{j,t} \text{ untuk } t = 1, \dots, \min \{L_j - 1, N - 1\}. \quad (2.52)$$

Sebagai contoh, untuk koefisien sirkuler filter Haar ($L=2$) pada level (j) pertama hingga level kelima dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Seperti koefisien \mathbf{w}_j dan \mathbf{v}_j dalam DWT, koefisien sirkuler MODWT semuanya terjadi didepan dari \mathbf{w}_j dan \mathbf{v}_j . Karena dimensi dari

vektor ini selalu N dan karena L_j meningkat dengan j , maka proporsi koefisien sirkuler naik sesuai j .

Selain perhitungan menggunakan filter sirkuler juga terdapat perhitungan dengan tipe refleksi. Perhitungan tipe refleksi ini merupakan alternatif untuk mengatasi adanya efek sirkuler pada koefisien hasil dekomposisi (Percival dan Walden, 2000). Namun pada tipe refleksi ini terdapat kekurangan, yaitu karena datanya menjadi $2N$ maka koefisien *wavelet* yang dihasilkan juga sebanyak $2N$. Hal ini akan menyulitkan dalam melakukan analisis deret waktu.

Tabel 2.2. Koefisien MODWT yang dipengaruhi efek sirkuler pada filter Haar ($L=2$) level $j=1, \dots, 5$

L_j	Efek sirkuler untuk $t = 0, \dots, \min \{L_j - 2, N - 1\}$	Efek sirkuler untuk $t = 1, \dots, \min \{L_j - 1, N - 1\}$
$L_1 = (2^1 - 1)(2 - 1) + 1 = 2$	0	1
$L_2 = (2^2 - 1)(2 - 1) + 1 = 4$	2	3
$L_3 = (2^3 - 1)(2 - 1) + 1 = 8$	6	7
$L_4 = (2^4 - 1)(2 - 1) + 1 = 16$	14	15
$L_5 = (2^5 - 1)(2 - 1) + 1 = 32$	30	31

2.6.4. Pemilihan Level Untuk Dekomposisi MODWT

Penentuan level (j) untuk dekomposisi MODWT bergantung pada lebar filter (L) dan ukuran dari data (N). Percival dan Walden (2000) mengatakan bahwa paling sedikit terdapat satu koefisien skala v_j yang bukan merupakan koefisien sirkuler, sehingga kondisi yang harus dipenuhi adalah

$$j < \ln \left(\frac{(N)}{(L - 1)} + 1 \right). \quad (2.53)$$

Dengan j adalah bilangan integer yang menyatakan level, N adalah jumlah data dan L adalah lebar filter keluarga *wavelet*.

2.7. Model Multiscale Autoregressive (MAR)

Terdapat suatu sinyal stasioner $X = (X_1, X_2, \dots, X_t)$ dan diasumsikan akan diramalkan X_{t+1} . Ide dasar yang digunakan adalah menggunakan koefisien yang didapatkan dari hasil dekomposisi yaitu

$\mathbf{w}_{j,t-2^j(k-1)}$ dan $\mathbf{v}_{J,t-2^j(k-1)}$ untuk $k = 1, \dots, A_j$ dan $j = 1, \dots, J$ (Renaud dkk., 2003).

Dalam penelitian ini, tipe prediksi difokuskan pada tipe prediksi *Autoregressive* (AR). Suatu proses AR dengan orde p , $AR(p)$ dapat ditulis sebagai berikut,

$$\hat{X}_{t+1} = \sum_{k=1}^p \hat{\phi}_k X_{t-(k-1)}. \quad (2.54)$$

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{\phi}_1 X_t + \hat{\phi}_1 X_{t-1} + \dots + \hat{\phi}_p X_{t-p+1} \quad (2.55)$$

dalam penggunaan dekomposisi maka prediksi AR tersebut akan menjadi *Multiscale Autoregressive* (MAR) yang diberikan oleh Renaud, dkk. (2003) :

$$\hat{X}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{j,k} w_{j,t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^{A_j} \hat{a}_{J+1,k} v_{J,t-2^j(k-1)} \quad (2.56)$$

dengan,

\hat{X}_{t+1} = nilai prediksi (peramalan) pengamatan ke $t+1$

j = banyak level ; ($j = 1, 2, \dots, J$)

A_j = orde dari model MAR ($k = 1, 2, \dots, A_j$)

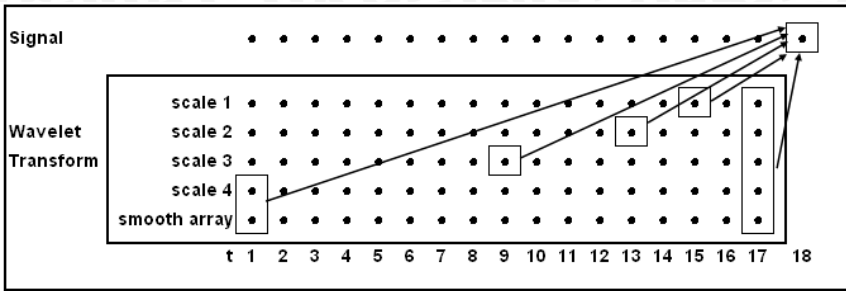
$w_{j,t}$ = nilai koefisien wavelet

$v_{j,t}$ = nilai koefisien skala

$\hat{a}_{j,k}$ = nilai koefisien MAR

Untuk menjelaskan input dan prosedur peramalan data ke $t+1$ pada pemodelan dengan transformasi *wavelet*, Renaud dkk. (2003) mengenalkan suatu proses input dari model MAR yang diberikan dalam ilustrasi pada Gambar 2.3, yang mewakili model tersebut pada level $J=4$, orde $A_j=2$ dan $N=16$.

Gambar 2.3 mengilustrasikan bahwa jika akan dilakukan peramalan pada data ke-18 dengan model MAR orde 2, maka variabel inputnya adalah koefisien *wavelet* level 1 pada $t=17$ dan $t=15$, koefisien *wavelet* level 2 pada $t=17$ dan $t=13$, koefisien *wavelet* level 3 pada $t=17$ dan $t=9$, koefisien *wavelet* level 4 pada $t=17$ dan $t=1$ dan koefisien skala (*smooth*) level 4 pada $t=17$ dan $t=1$. Maka dapat disimpulkan bahwa input yang kedua pada tiap-tiap level adalah $t-2^j$.



Gambar 2.3. Ilustrasi Model MAR untuk $J=4$ dan $A_j=2$

Misalkan untuk $N=50$, $J=4$ ($j = 1, 2, 3, 4$) dan $A_j=2$ ($k=1, 2$), maka berdasarkan persamaan (2.56) dapat ditulis dalam bentuk matriks,

$$\begin{matrix}
 X_1 \\
 X_2 \\
 X_3 \\
 X_4 \\
 X_5 \\
 X_6 \\
 \vdots \\
 X_9 \\
 X_{50}
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 w_0 & w_2 & w_3 & w_4 & w_5 & w_6 & w_{16} & w_0 & w_{16} & a_1 \\
 w_1 & w_1 & w_1 & w_3 & w_1 & w_7 & w_1 & w_{15} & w_1 & a_2 \\
 w_2 & w_0 & w_2 & w_2 & w_2 & w_6 & w_2 & w_{14} & w_2 & a_1 \\
 w_3 & w_1 & w_3 & w_1 & w_3 & w_5 & w_3 & w_{13} & w_3 & a_2 \\
 w_4 & w_2 & w_4 & w_0 & w_4 & w_4 & w_{12} & w_4 & w_{12} & a_1 \\
 w_5 & w_3 & w_5 & w_1 & w_5 & w_3 & w_5 & w_{11} & w_5 & a_2 \\
 \vdots & & & & & & & & & a_1 \\
 w_{48} & w_{46} & w_{48} & w_{44} & w_{48} & w_{41} & w_{48} & w_{32} & w_{48} & a_2 \\
 w_{49} & w_{47} & w_{49} & w_{45} & w_{49} & w_{41} & w_{49} & w_{33} & w_{49} & a_1
 \end{bmatrix}
 \begin{matrix}
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_1 \\
 a_2
 \end{matrix}
 \quad (2.57)$$

Sedangkan model berdasarkan persamaan (2.56) adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{t+1} &= \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^2 \hat{a}_{j,k} w_{j,t-2^j(k-1)} + \sum_{k=1}^2 \hat{a}_{J+1,k} v_{J,t-2^j(k-1)} \\
 &= a_{1,1} w_{1,t} + a_{1,2} w_{1,t-2} + a_{2,1} w_{2,t} + a_{2,2} w_{2,t-4} + a_{3,1} w_{3,t} \\
 &\quad + a_{3,2} w_{3,t-8} + a_{4,1} w_{4,t} + a_{4,1} w_{4,t-16} + a_{5,1} v_{4,t} + a_{5,1} v_{4,t-16} ,
 \end{aligned}$$

atau dapat ditulis dalam bentuk

$$s = A \quad (2.58)$$

dengan

s = data (X_1, X_2, \dots, X_t)

A = koefisien wavelet dan koefisien skala yang menjadi input pada model MAR

= parameter ($1, 1, 1, 2, \dots, 5, 2$).

Untuk menaksir parameter yang terdapat dalam vektor β , dapat diselesaikan dengan persamaan normal $\mathbf{A}'\mathbf{A}\hat{\beta} = \mathbf{A}'\mathbf{s}$ yang mengikuti *Least Square*. Hasil yang diperoleh adalah

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}'\mathbf{s} \quad (2.59)$$

2.8. Transformasi Wavelet untuk Peramalan Data Deret Waktu Non Stasioner

Renaud dkk. (2003) mengatakan bahwa salah satu penyebab adanya ketidakstasioneran pada data deret waktu adalah terdapat adanya *trend*. Dengan dilakukannya transformasi *wavelet*, maka keuntungan yang diperoleh adalah secara otomatis *trend* tersebut dapat terpisah dari sinyal, sehingga peramalan yang dilakukan adalah terhadap bagian yang mengandung *trend* dan juga pada bagian *irregular*. Ide dasar dari hal tersebut yaitu bahwa *trend* mempengaruhi komponen frekuensi rendah atau *Low Frequency* (L), sedangkan komponen frekuensi tinggi atau *High Frequency* (H) tetap stokastik. Oleh karena itu, apabila terdapat *trend* pada suatu sinyal X dapat diuraikan menjadi dua bagian, *Low Frequency* (L) dan *High Frequency* (H):

$$L = v_j \quad (2.60)$$

$$H = X - L = \sum_{j=1}^J w_j \quad (2.61)$$

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{L}_{t+1} + \hat{H}_{t+1} \quad (2.62)$$

Hasil peramalan yang didapatkan merupakan penjumlahan dari dua nilai prediksi seperti pada persamaan (2.62). Kedua nilai prediksi tersebut antara lain komponen *Low Frequency* (L) yang dianalisis dengan model polinomial dan komponen *High Frequency* (H) yang dianalisis dengan model *Multiscale Autoregressive* (MAR). Berikut akan dijelaskan masing-masing pada sub-bab 2.6.

2.8.1. Pemodelan *High Frequency* (H) Dengan Model MAR

Seperti yang telah dijelaskan diatas, dengan dilakukan transformasi wavelet, suatu sinyal akan terpisah dengan *trend* yang dimiliki. Menurut Renaud dkk. (2003), adanya pemisahan *trend* dari sinyal tersebut mengakibatkan nilai rata-rata yang dimiliki komponen

High Frequency (H) adalah nol dan akan dianalisis menggunakan MAR dengan model sebagai berikut,

$$\hat{H}_{t+1} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{A_j} \alpha_{j,k} w_{j,t-2^j(k-1)} \quad (2.63)$$

dengan,

\hat{H}_{t+1} = nilai prediksi (peramalan) *High Frequency* (H) ke $t+1$

j = banyak level ; ($j = 1, 2, \dots, J$)

A_j = orde dari model MAR ($k = 1, 2, \dots, A_j$)

$w_{j,t}$ = nilai koefisien wavelet

$\hat{\alpha}_{j,k}$ = nilai koefisien MAR

2.8.2. Pemodelan *Low Frequency* (L) Dengan Model Polinomial

Salah satu hasil dekomposisi MODWT adalah komponen *Low Frequency* (L) atau disebut juga sebagai sinyal halus. Untuk suatu deret waktu yang mengandung *trend*, peramalan sinyal yang halus dilakukan dengan menggunakan model polinomial (Renaud dkk., 2003). Berikut bentuk umum dari model *trend* polinomial.

$$L_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_p t^p + \varepsilon_t. \quad (2.64)$$

Dalam bentuk matriks dapat disajikan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \vdots \\ L_{n-1} \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1^2 & \dots & 1^p \\ 1 & 2 & 2^2 & \dots & 1^p \\ 1 & 3 & 3^2 & \dots & 1^p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & n-1 & (n-1)^2 & \dots & (n-1)^p \\ 1 & n & n^2 & \dots & n^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dengan,

t = waktu (1, 2, ..., n)

L_t = nilai dari deret waktu

β = parameter dari fungsi polinomial

ε_t = error dalam periode waktu t .

Penaksiran parameter β dapat dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang meminimumkan kuadrat *error*, yaitu seperti pada persamaan berikut,

$$\begin{aligned}\varepsilon' \varepsilon &= (l - \mathbf{T}\beta)'(l - \mathbf{T}\beta) \\ &= l'l - 2\beta'\mathbf{T}'\mathbf{T}l + \beta'\mathbf{T}'\mathbf{T}\beta.\end{aligned}\quad (2.65)$$

Persamaan (2.65) apabila diturunkan terhadap β' dan hasilnya disamakan nol, maka akan diperoleh hasil,

$$\frac{\partial(\varepsilon'\varepsilon)}{\partial\beta'} = 0,$$

atau

$$\frac{\partial(l'l - 2\beta'\mathbf{T}'\mathbf{T}l + \beta'\mathbf{T}'\mathbf{T}\beta)}{\partial(\beta')} = 0,$$

Sehingga didapatkan

$$\beta = (\mathbf{T}'\mathbf{T})^{-1}l + \mathbf{T}'l, \quad (2.66)$$

dengan :

\mathbf{T} = waktu (1,2,..., t)

l = nilai dari deret waktu

β = parameter dari fungsi polinomial

ε = error dalam periode waktu t .

2.9. Evaluasi Kesesuaian Model

Setelah didapatkan model akhir, maka yang selanjutnya dilakukan adalah mengevaluasi kesesuaian model tersebut. Dalam penelitian ini ada 3 hal yang harus dipenuhi, antara lain pemeriksaan *white noise* dari residual, pengujian kenormalan dari residual, dan kriteria ketepatan dari model peramalan yang terbentuk (ditinjau dari MSE model). Berikut akan dibahas mengenai tiga hal tersebut.

2.9.1. Pemeriksaan *White Noise* pada Residual

Untuk mengetahui residual yang *white noise*, dapat dilakukan dengan cara visual berdasarkan plot sampel ACF residual. Jika sampai lag 40 ditemukan 2 atau 3 nilai sampel ACF yang keluar dari batas

sampel ACF, atau ada 1 nilai sampel ACF yang berada jauh dari nilai batas sampel ACF, maka dapat dikatakan bahwa residual belum *white noise*. Nilai batas sampel ACF tersebut dapat ditulis sebagai berikut (Wei, 1994).

$$SE(\hat{\rho}_k) = \sqrt{\frac{1}{n}(1 + 2\hat{\rho}_1^2 + 2\hat{\rho}_2^2 + \dots + 2\hat{\rho}_{k-1}^2)}. \quad (2.67)$$

Dengan n adalah banyaknya pengamatan atau observasi dan $\hat{\rho}_k$ adalah sample ACF pada lag k , $k = 0, 1, 2, \dots$.

2.9.2. Pengujian Normalitas pada Residual

Pengujian normalitas pada residual dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Anderson-Darling*. Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0 : F(x) = F_0(x)$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x).$$

Menurut Kvam dan Vidakovic (2007) metode ini termasuk dalam salah satu uji kenormalan yang mengukur penyimpangan dari *Empirical Distribution Function* (EDF) terhadap *Cumulative Distribution Function* (CDF) yang diasumsikan, dalam hal ini adalah distribusi normal. Bila ada n pengamatan diurutkan $x(i)$, maka EDF $F_n(x)$ didefinisikan sebagai:

$$F_n(x) = \frac{N(x_{(i)} \leq x)}{n}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.68)$$

dimana $N(x_{(i)} \leq x)$ adalah jumlah pengamatan berurut yang kurang dari atau sama dengan x . Untuk n pengamatan diurutkan $x(i)$, statistik uji *Anderson-Darling* adalah:

$$A^2 = -n - s, \text{ dengan}$$

$$s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \{ \ln F_0(x_{(i)}) + \ln[1 - F_0(x_{(n+1-i)})] \}. \quad (2.69)$$

Nilai A^2 hasil perhitungan ini dibandingkan nilai kritis *Anderson-Darling* yang besarnya adalah 1.035, 0.752, dan 0.631 untuk berturut-turut sebesar 1%, 5%, dan 10%. Keputusan yang diambil adalah tolak H_0 jika $A^2 >$ nilai kritis *Anderson-Darling*, sehingga dapat disimpulkan bahwa data tidak menyebar normal.

2.9.3. Kriteria Ketepatan Model Peramalan

Peramalan merupakan suatu kegiatan untuk memperkirakan apa yang terjadi pada masa yang akan datang, sedangkan metode peramalan adalah cara memperkirakan secara kuantitatif apa yang akan terjadi pada masa depan berdasarkan data yang relevan pada masa lalu (Assauri, 1984).

Dalam penelitian ini kriteria yang digunakan untuk mengetahui ketepatan model peramalan adalah *Mean Square Error* (MSE). MSE menyatakan besarnya rata-rata kesalahan kuadrat dari suatu metode peramalan. Fungsinya antara lain untuk membandingkan ketepatan dari dua atau lebih metode yang berbeda dan membantu mencari sebuah model yang optimal. Semakin kecil nilai MSE, maka semakin baik kesimpulan yang didapat. Rumus perhitungannya adalah sebagai berikut.

$$MSE = \sum_{t=1}^n \frac{e_t^2}{n} = \sum_{t=1}^n \frac{(X_t - \hat{X}_t)^2}{n}. \quad (2.70)$$

dengan:

X_t = pengamatan ke- t

e_t = error ke- t

n = jumlah pengamatan

BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data deret waktu yang digunakan dalam penelitian ini antara lain :

1. Data simulasi yang non stasioner dalam rata-rata.
2. Data bulanan hasil surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat (persen pertahun) dari Januari 1994-Mei 2004 yang bersumber dari Hyndman dkk. (2008).
3. Data harga minyak goreng curah Kota Malang Minggu ke-1 Juni 2006-Minggu ke-3 Mei 2007 bersumber dari buku Malang Dalam Angka 2007 yang diterbitkan oleh BPS Kota Malang.

Data lengkap dapat dilihat pada Lampiran 1.

3.2. Metode Analisis

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan data yang digunakan, dalam hal ini adalah data *in-sample*. Data validasi (untuk peramalan) yang digunakan dalam penelitian ini sebesar 10% dari jumlah pengamatan.
 - a. Data simulasi merupakan data yang tidak stasioner dalam rata-rata. Jumlah pengamatan dari data tersebut terdiri dari 200 pengamatan, dibagi menjadi dua bagian yaitu 180 pengamatan sebagai data *in-sample* (data training) dan 20 pengamatan sebagai data *out-sample* (data validasi). Untuk pembentukan data simulasi dilakukan dengan prosedur sebagai berikut:
 - a. Membangkitkan data yang mengandung model AR, yaitu model AR(2) $X_t = 0.8X_{t-1} - 0.4X_{t-2} + e_t$ dengan menggunakan *package STATS* pada *Software R* 2.9.2.
 - b. Menentukan model dari data simulasi yang non stasioner dalam rata-rata, yaitu dengan cara menambahkan trend deterministik pada model AR(2) yaitu sebesar $0.6t$. Model untuk data simulasi yang digunakan adalah $X_t = 0.6t + 0.8X_{t-1} - 0.4X_{t-2} + e_t$.

- b. Data kedua yaitu data bulanan hasil surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat (persen pertahun) dari Januari 1994 – Mei 2004 (untuk selanjutnya disebut sebagai data bonds), yang terdiri dari 125 pengamatan, dibagi menjadi 2 bagian yaitu 113 pengamatan sebagai data *in-sample* (data training) dan 12 pengamatan sebagai data *out-sample* (data validasi).
 - c. Data harga minyak goreng curah Kota Malang Minggu ke-1 Juni 2006 - Minggu ke-3 Mei 2007 (untuk selanjutnya disebut sebagai data harga minyak), yang terdiri dari 50 pengamatan, dibagi atas 2 bagian, yaitu 45 pengamatan sebagai data *in-sample* (data training) dan 5 pengamatan sebagai data *out-sample* (data validasi).
2. Pemodelan dengan metode ARIMA untuk peramalan sebanyak data validasi. Langkah-langkah dalam membentuk model ARIMA tersebut antara lain:
- a. Pemeriksaan stasioneritas data *in-sample* dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - 1). Membuat plot antara data *in-sample* (sebagai sumbu vertikal) dengan periode waktu (sebagai sumbu horisontal).
 - 2). Melakukan pemeriksaan stasioneritas data *in-sample* terhadap ragam dengan melihat nilai λ pada transformasi *Box-Cox*, dikatakan stasioner jika nilai λ sudah mendekati 1. Apabila data belum stasioner terhadap ragam, maka dilakukan transformasi *Box-Cox* menggunakan persamaan (2.1).
 - 3). Melakukan pemeriksaan stasioneritas data terhadap rata-rata dengan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) pada persamaan (2.6) dan jika data tidak stasioner maka dilakukan *differencing*.Melihat plot PACF dan ACF data yang sudah stasioner untuk mengidentifikasi model ARIMA (p,d,q).
 - b. Menentukan model tentatif ARIMA (p,d,q).
 - c. Menduga parameter model ARIMA dan menghitung MSE *in-sample* model berdasarkan persamaan (2.17).
 - d. Menguji kelayakan model ARIMA (p,d,q) menggunakan uji L-Jung Box Q berdasarkan rumus (2.18).

3. Pemodelan dengan menggunakan transformasi wavelet untuk peramalan sebanyak data validasi.
 - a. Menentukan level yang digunakan berdasarkan usulan Percival dan Walden (2000) dengan persamaan (2.53).
 - b. Melakukan dekomposisi dengan MODWT dengan filter Haar (2) pada level yang digunakan untuk mendapatkan koefisien *wavelet* dan skala.
 - c. Memilih lag-lag koefisien *wavelet* dan skala hasil dekomposisi MODWT level yang digunakan seperti yang diusulkan oleh Renaud dkk. (2003).
 - d. Melakukan analisis dengan menggunakan dua cara, yaitu menggunakan data tanpa dipotong efek sirkuler dan data dengan dipotong efek sirkuler. Perhitungan untuk banyaknya efek sirkuler yang dipotong pada data menggunakan persamaan (2.52).
 - e. Untuk mendapatkan hasil peramalan yang terbaik, masing-masing data dikerjakan dengan dua metode, yaitu:
 - a. Metode 1 (Dengan Melibatkan Model Polinomial)
 - 1). Memodelkan lag-lag koefisien *wavelet* dengan menggunakan MAR (orde 1 dan 2) dan koefisien skala dengan menggunakan polinomial. Model untuk meramalkan pengamatan satu periode ke depan (\hat{X}_{t+1}) adalah penjumlahan dari polinomial (\hat{L}_{t+1}) dan MAR (\hat{H}_{t+1}) atau dapat dituliskan sebagai $\hat{X}_{t+1} = \hat{L}_{t+1} + \hat{H}_{t+1}$.
 - 2). Mengaplikasikan metode *stepwise* pada model yang terbentuk untuk memilih input lag koefisien *wavelet* dan koefisien polinomial yang signifikan.
 - 3). Evaluasi kesesuaian model berdasarkan MSE *in-sample* (nilai kesalahan model), distribusi normal dan *white noise* dari residual.
 - 4). Jika tidak terdapat lag yang signifikan pada plot ACF, maka dilanjutkan dengan langkah 4.
 - 5). Jika terdapat lag yang signifikan pada plot ACF, maka dilakukan pembentukan model MAR baru (\hat{H}_{t+1}^*), yaitu penambahan variabel input model

\hat{H}_{t+1} dengan variabel input lag-lag yang signifikan tersebut. Modelnya yaitu

$$\hat{H}_{t+1}^* = \hat{H}_{t+1} + \text{lag} - \text{lag signifikan},$$

sehingga didapatkan model peramalan yang baru,

$$\hat{X}_{t+1}^* = \hat{L}_{t+1} + \hat{H}_{t+1}^*.$$

Pendugaan parameter sesuai dengan \hat{H}_{t+1} yaitu seperti pada persamaan 2.59. Untuk selanjutnya dilakukan kembali langkah c-e.

b. Metode 2 (Tanpa Melibatkan Model Polinomial)

- 1). Memodelkan lag-lag koefisien *wavelet* dan skala dengan menggunakan model MAR pada orde 1 dan 2. Model untuk meramalkan pengamatan satu periode ke depan (\hat{X}_{t+1}) adalah seperti pada persamaan 2.56. Pendugaan parameter menggunakan persamaan 2.59.
- 2). Mengaplikasikan metode *stepwise* pada model MAR yang terbentuk untuk memilih input lag koefisien *wavelet* dan lag koefisien skala yang signifikan.
- 3). Evaluasi kesesuaian model berdasarkan MSE *in-sample* (nilai kesalahan model), distribusi normal dan *white noise* dari residual.
- 4). Jika tidak terdapat lag yang signifikan pada plot ACF, maka dilanjutkan dengan langkah 4.
- 5). Jika terdapat lag yang signifikan pada plot ACF, maka dilakukan pembentukan model MAR baru yaitu penambahan variabel input model (\hat{X}_{t+1}^*) dengan variabel input lag-lag yang signifikan tersebut. Modelnya yaitu

$$\hat{X}_{t+1}^* = \hat{X}_{t+1} + \text{lag} - \text{lag signifikan}.$$

Pendugaan parameter seperti pada persamaan 2.59. Untuk selanjutnya kembali ke langkah c-e.

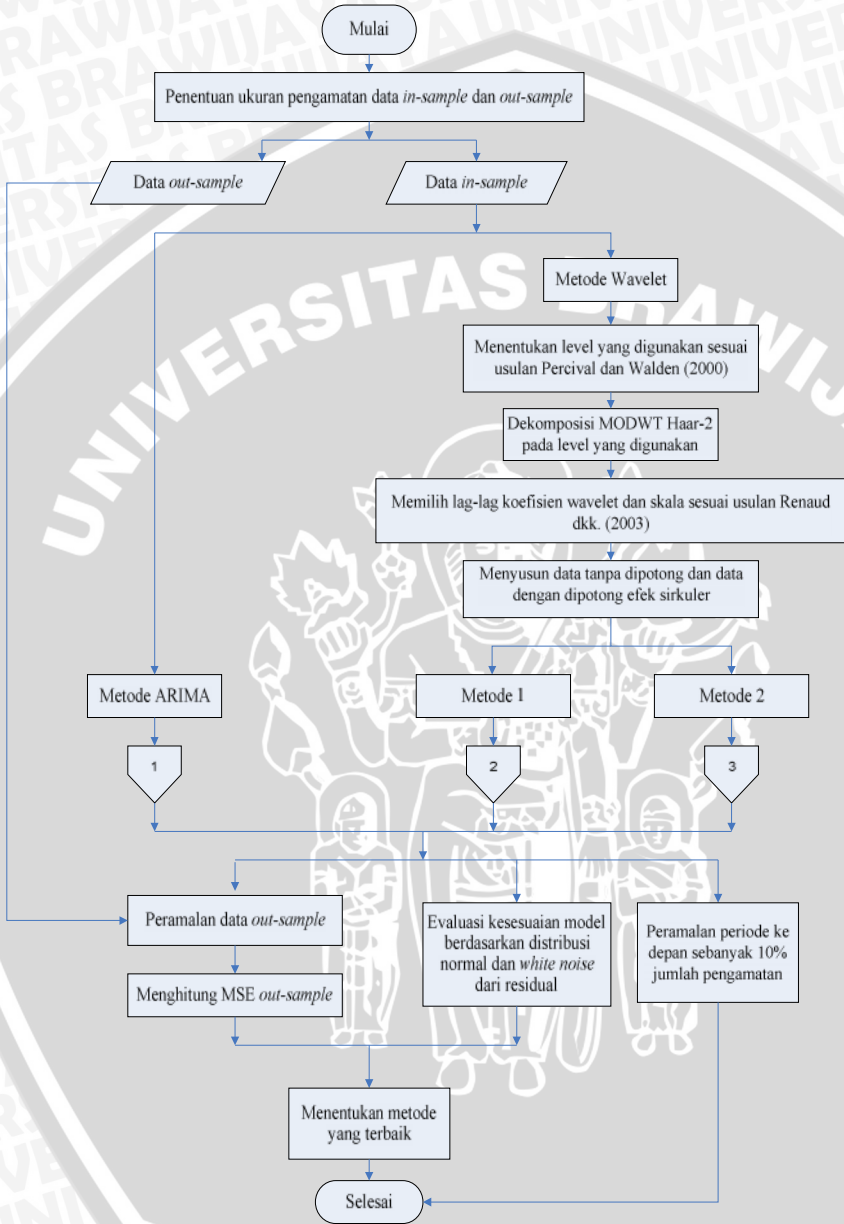
4. Menentukan indikator pemilihan metode terbaik dengan:
 - a. Evaluasi kesesuaian model berdasarkan distribusi normal dan *white noise* dari residual.
 - b. Melakukan peramalan data validasi (*out-sample*) berdasarkan model yang didapat, dan melakukan evaluasi ketepatan peramalan dengan menghitung MSE *out-sample* (nilai kesalahan peramalan). Model dikatakan lebih baik apabila memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* serta memiliki MSE *out-sample* yang lebih kecil. MSE *out-sample* dari kedua metode yang berbeda dibandingkan dengan menggunakan perhitungan rasio

$$\left(1 - \frac{\text{MSE out - sample metode A}}{\text{MSE out - sample metode B}}\right) \times 100\%$$

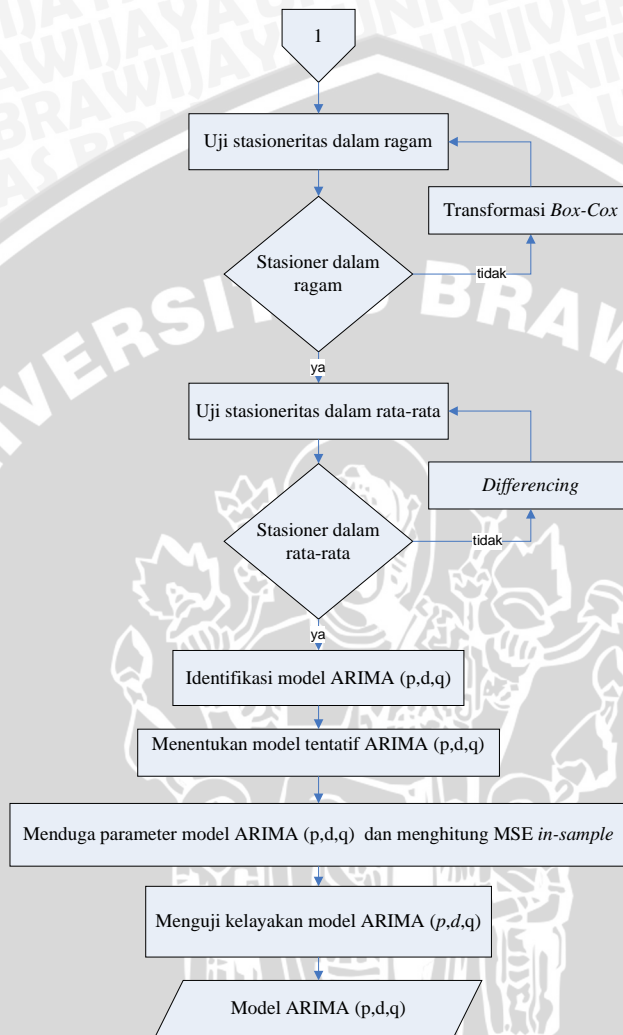
Untuk model wavelet, prosedur peramalan yang dilakukan yaitu:

- 1). Setelah didapatkan data X_{t+1}
 - 2). Data X dengan tambahan data X_{t+1} didekomposisi
 - 3). Setelah didekomposisi, didapatkan koefisien wavelet dan skala.
 - 4). Meramalkan X_{t+2}
 - 5). Setelah mendapatkan data X_{t+2} , dilakukan langkah (1)-(4) hingga data validasi didapatkan semua.
5. Melakukan peramalan untuk periode ke depan sebanyak 10% jumlah pengamatan. Langkah ini hanya dilakukan pada data sekunder, yaitu data bonds dan data harga minyak.

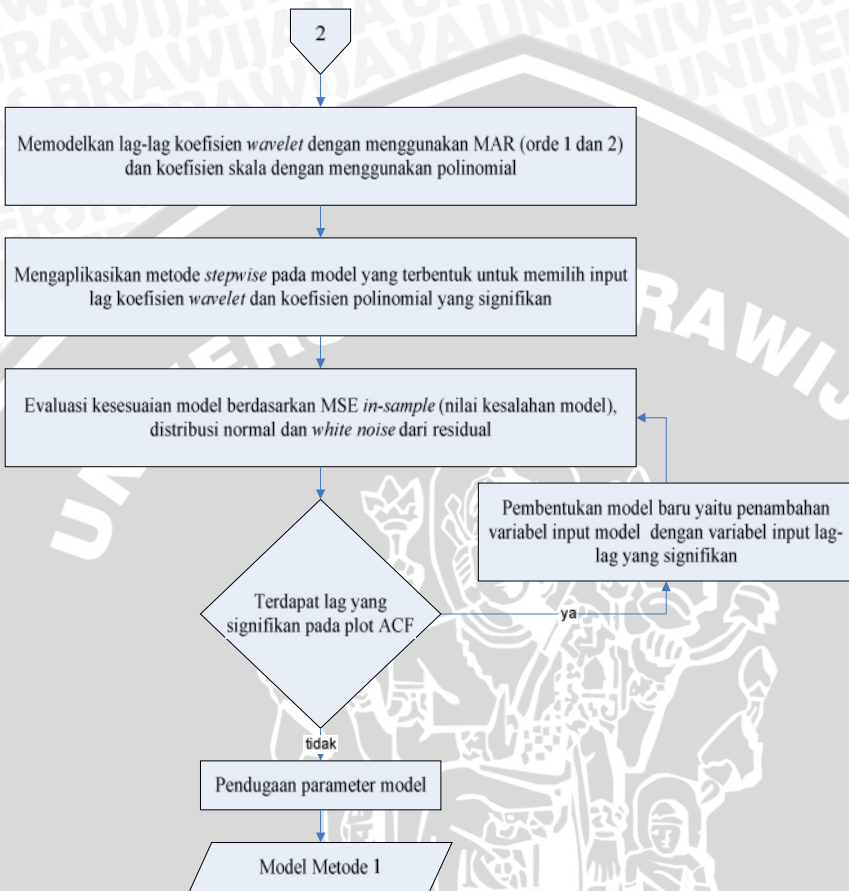
Software yang digunakan dalam penelitian ini adalah EViews 5, Minitab versi 15.0, MS. Excel, dan R 2.9.2 yang dilengkapi *package STATS, WAVELETS*. Secara sistematis metode analisis tersebut dapat dijelaskan dalam diagram alir yang tersaji berturut-turut pada Gambar 3.1-3.4 berikut.



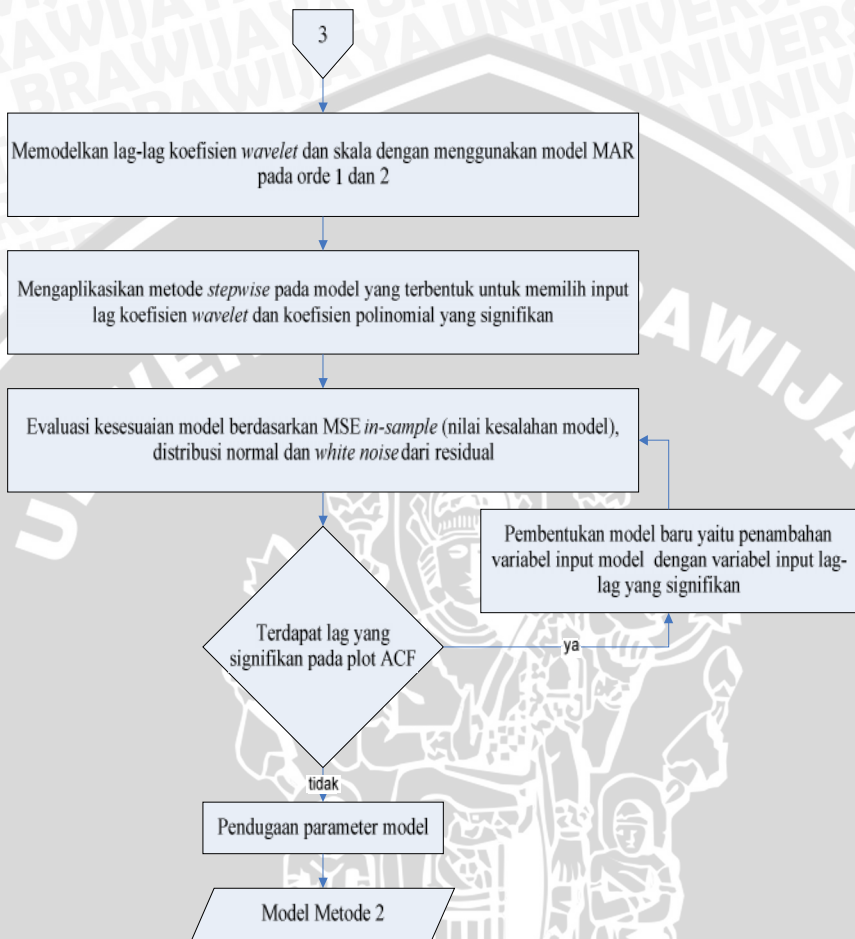
3.1. Diagram Alir Metode Penelitian



3.2. Diagram Alir Metode ARIMA



3.3. Diagram Alir Metode 1



3.4. Diagram Alir Metode 2

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini, pemodelan *trend* dan model *Multiscale Autoregressive* (untuk selanjutnya disebut sebagai MAR), dilakukan pada 3 studi kasus. Studi kasus pertama menggunakan data simulasi yang non stasioner dalam rata-rata yang terdiri dari 200 pengamatan. Untuk studi kasus kedua, digunakan data bulanan hasil surat obligasi Pemerintah Amerika Serikat (persen pertahun) dari Januari 1994 – Mei 2004 (untuk selanjutnya disebut sebagai data bonds) yang terdiri dari 125 pengamatan. Sedangkan untuk studi kasus yang ketiga, digunakan data harga minyak goreng curah Kota Malang Minggu ke-1 Juni 2006 - Minggu ke-3 Mei 2007 (untuk selanjutnya disebut sebagai data harga minyak), yang terdiri dari 50 pengamatan.

Data yang digunakan dibagi menjadi dua bagian, yaitu data *in-sample* dan *out-sample*. Pada sub-bab 4.1 akan dijelaskan mengenai kedua data tersebut.

4.1. Data *In-sample* dan *Out-sample*

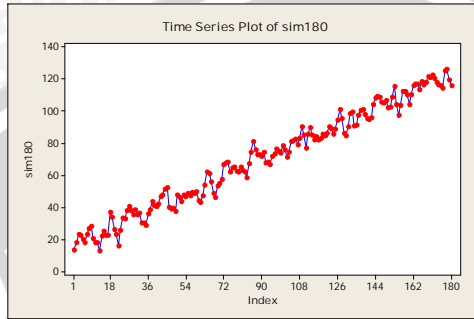
Langkah awal sebelum melakukan analisis dalam penelitian ini yaitu menentukan ukuran pengamatan data *in-sample* dan *out-sample* dari data. Data *out-sample* yang digunakan yaitu sebesar 10% dari jumlah pengamatan dan sisanya digunakan sebagai data *in-sample*. Pada Tabel 4.1 berikut disajikan banyaknya pengamatan dari data *in-sample* dan *out-sample* masing-masing studi kasus yang dibahas.

Tabel 4.1. Data *in-sample* dan *out-sample* studi kasus simulasi, bonds, dan harga minyak

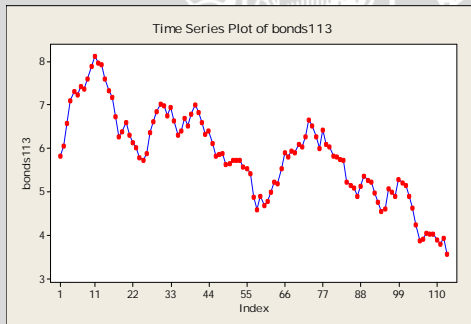
Studi Kasus	Banyak Pengamatan	Data	
		<i>In-sample</i>	<i>Out-sample</i>
Simulasi	200	180	20
Bonds	125	113	12
Harga Minyak	50	45	5

Dari tabel tersebut terlihat bahwa untuk data simulasi dengan ukuran pengamatan sebesar 200, dibagi menjadi dua bagian yaitu 180 pengamatan sebagai data *in-sample* (data training) dan 20 pengamatan sebagai data *out-sample* (data validasi). Pengertian yang sama berlaku

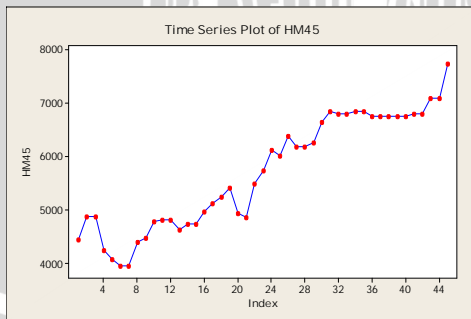
untuk data bonds dan harga minyak. Plot untuk data *in-sample* dari ketiga studi kasus tersebut dapat dilihat berturut-turut pada Gambar 4.1, 4.2 dan 4.3.



Gambar 4.1. Plot data simulasi *in-sample*



Gambar 4.2. Plot data bonds *in-sample*



Gambar 4.3. Plot data harga minyak *in-sample*

Plot data *in-sample* ketiga studi kasus tersebut menunjukkan bahwa data tersebut stasioner dalam ragam (terlihat konstan pada setiap waktu) tetapi non stasioner dalam rata-rata (nilai rata-rata tidak konstan setiap waktu). Untuk studi kasus simulasi, *trend* yang terlihat dalam data simulasi tersebut adalah *trend* linier. Hal ini sesuai dengan tujuan dilakukannya pembentukan data simulasi, yaitu membentuk data yang nonstasioner dalam rata-rata. Kemudian untuk plot data bonds dan harga minyak menunjukkan bahwa kedua data tersebut mempunyai *trend* yang tidak linier.

Ketiga studi kasus data akan dimodelkan dengan tiga metode, antara lain metode ARIMA dan dua metode *wavelet* yang diusulkan. Berikut akan dijelaskan mengenai hal tersebut.

4.2. Pemodelan ARIMA

4.2.1. Pemeriksaan Stasioneritas

Dalam penelitian ini digunakan data yang stasioner dalam ragam, akan tetapi non stasioner dalam rata-rata. Untuk mengetahui apakah ketiga data memenuhi hal tersebut, maka dapat dilakukan dua pemeriksaan, antara lain pemeriksaan stasioneritas dalam ragam dengan melihat nilai λ melalui transformasi *Box-Cox* dan stasioneritas dalam rata-rata dengan uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller*. Pada hasil transformasi *Box-Cox*, didapatkan nilai λ dari ketiga data tersebut berturut-turut 0.78, 1.08 dan 0.80 yang mendekati 1. Menurut Cryer dan Kung (2008), hal ini menunjukkan bahwa ketiga data tersebut telah stasioner dalam ragam. Hasil transformasi *Box-Cox* dapat dilihat pada Lampiran 2 dan disajikan secara singkat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Transformasi *Box-Cox* data simulasi, bonds dan harga minyak

Data		Nilai λ	Batas Bawah	Batas Atas	Kesimpulan
Sebelum Transformasi	Simulasi	0.78	0.54	1.07	Stasioner dalam ragam
	Bonds	1.08	0.22	1.94	
	Harga Minyak	0.80	2.68	-0.96	

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan stasioneritas dalam rata-rata dengan menggunakan uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller*. Hasil

pengujian tersebut dapat dilihat pada Lampiran 2 yang diringkaskan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* data simulasi, bonds dan harga minyak

Data	<i>p-value</i> sebelum differencing	<i>p-value</i> setelah differencing	Kesimpulan
Simulasi	0.8568	0.0000	Stasioner setelah differencing satu kali
Bonds	0.9319	0.0000	
Harga Minyak	0.9539	0.0000	

Dari hasil uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* pada Tabel 4.3, dapat diketahui bahwa kestasioneran dalam rata-rata ketiga data diperoleh setelah dilakukan satu kali *differencing*. Hal tersebut didasarkan pada pendapat Harris dan Sollis (2005) jika *p-value* kurang dari α (dalam hal ini $\alpha = 0.05$) maka H_0 ditolak, artinya deret stasioner.

4.2.2. Penentuan Model ARIMA

Pertama kali yang dilakukan yaitu identifikasi model ARIMA. Proses tersebut dapat dilakukan dengan melihat plot ACF dan PACF dari data yang telah stasioner pada ragam dan rata-rata pada Lampiran 2. Langkah selanjutnya pada penentuan model ARIMA adalah melakukan pendugaan parameter terhadap model ARIMA tentatif yang telah didapatkan. Setelah menduga parameter, dilanjutkan dengan menguji kelayakan model dari model tentatif menggunakan statistik Ljung Box Q seperti pada persamaan (2.18) dan memilih model terbaik berdasarkan MSE *in-sample*. Model terbaik adalah model dengan jumlah parameter paling sedikit, mempunyai MSE *in-sample* yang lebih kecil dan nilai *p-value* Uji Ljung Box Q yang lebih besar dari α (0.05).

Dalam pembahasan ini hanya ditampilkan pendugaan parameter dan MSE *in-sample* dari model terbaik untuk peramalan. Hasil pendugaan parameter dan perhitungan MSE *in-sample* model ARIMA terbaik untuk masing-masing data didapatkan dengan menggunakan bantuan software MINITAB 15.0. Selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 2.

a. Data Simulasi

Plot ACF data simulasi yang stasioner terlihat bahwa nilai autokorelasi berbeda nyata pada lag 3. Sedangkan untuk plot PACF, terdapat nilai autokorelasi yang nyata pada lag 2, dan 3 (dapat dilihat pada Lampiran 2). Dengan dilakukan *overfitting* model (melembihkan parameter model dari yang sebelumnya telah diduga), maka model tentatif untuk data simulasi antara lain ARIMA (1,1,0), ARIMA (2,1,0), ARIMA (3,1,0), ARIMA (0,1,1), ARIMA (0,1,2) dan ARIMA (0,1,3). Berdasarkan hasil pendugaan parameter, perhitungan nilai MSE *in-sample*, dan pengujian kelayakan model, menunjukkan bahwa model ARIMA (0,1,3) merupakan model ARIMA yang terbaik.

b. Data Bonds

Berdasarkan Plot ACF dan PACF data bonds yang stasioner, terlihat bahwa nilai autokorelasi yang berturut-turut terlihat berbeda nyata pada lag 1 (dapat dilihat pada Lampiran 2). Berdasarkan hal tersebut maka model tentatif untuk data bonds antara lain ARIMA (1,1,0), ARIMA (2,1,0), ARIMA (3,1,0), ARIMA (0,1,1), ARIMA (0,1,2) dan ARIMA (0,1,3). Hasil pendugaan parameter, perhitungan nilai MSE *in-sample*, dan pengujian kelayakan model, menunjukkan bahwa model ARIMA (0,1,1) merupakan model ARIMA yang terbaik.

c. Data Harga Minyak

Plot ACF dan PACF dari data bonds menunjukkan bahwa tidak terdapat nilai autokorelasi yang nyata pada semua lag (dapat dilihat pada Lampiran 2). Hal ini menunjukkan bahwa model dari data harga minyak merupakan *random walk*. Sehingga model yang terbentuk adalah ARIMA (0,1,0).

4.3. Pemodelan Dengan Metode Wavelet

Seperti yang sudah dipaparkan dalam Bab III, bahwa terdapat dua metode dalam pemodelan *trend* dan MAR (orde 1 dan 2) yang dilakukan dalam penelitian ini. Metode 1 dilakukan dengan melibatkan model polinomial untuk koefisien skala hasil dekomposisi. Dalam metode ini dilakukan pemodelan fungsi polinomial (*trend*) terhadap koefisien skala dan pemodelan MAR (orde 1 dan 2) terhadap koefisien *wavelet*. Model akhir yang digunakan untuk peramalan merupakan penjumlahan dari analisis model polinomial dan model MAR seperti

pada persamaan (2.62). Sedangkan untuk metode 2 dilakukan tanpa melibatkan model polinomial untuk koefisien skala hasil dekomposisi. Dengan kata lain, koefisien skala dan *wavelet* secara bersama-sama dimodelkan dengan MAR (orde 1 dan 2) seperti pada persamaan (2.56). Berikut uraian mengenai prosedur pemodelan *wavelet* yang dilakukan dalam penelitian ini.

4.3.1. Penentuan Level Dekomposisi MODWT

Langkah pertama dalam mengerjakan kedua metode *wavelet* adalah menentukan level untuk dekomposisi MODWT-Haar berdasarkan usulan Percival dan Walden (2000) dengan persamaan (2.53). Perhitungan dan penentuan level yang digunakan untuk data simulasi, data bonds dan data harga minyak dapat dilihat pada Tabel 4.4 berikut.

Tabel 4.4. Perhitungan dan penentuan level yang digunakan untuk data simulasi, data bonds dan data harga minyak

Data	$j < \ln\left(\frac{(N)}{(L-1)} + 1\right)$	Level yang digunakan
Simulasi	$j < 5.19$	1, 2, 3, 4, 5
Bonds	$j < 4.74$	1, 2, 3, 4
Harga minyak	$j < 3.83$	1, 2, 3

Dari perhitungan level pada Tabel 4.4 tersebut dapat dilihat level yang digunakan untuk data simulasi yaitu level 1 hingga level 5. Level yang digunakan untuk data bonds adalah level 1 hingga level 4. Sedangkan untuk data harga minyak digunakan level 1 hingga level 3.

4.3.2. Dekomposisi MODWT dan Penentuan Data Dipotong dan Data Tanpa Dipotong Efek Sirkular

Langkah selanjutnya dalam pemodelan *wavelet* yaitu melakukan dekomposisi MODWT-Haar untuk berbagai level yang digunakan. Hasil dekomposisi tersebut dianalisis dengan dua cara. Cara pertama, proses pengerjaan dilakukan tanpa mempertimbangkan efek sirkuler, yaitu langsung melakukan pemodelan *trend* dan MAR (orde 1 dan 2), sehingga ukuran data hasil dekomposisi yang dipakai tetap sebesar 180

pengamatan (untuk selanjutnya disebut dengan data tanpa dipotong). Sedangkan untuk cara kedua, proses pengerjaan dilakukan dengan mempertimbangkan efek sirkuler, yaitu sebelum dilakukan pemodelan *trend* dan MAR (orde 1 dan 2), data dipotong terlebih dahulu sebanyak koefisien yang mengandung efek sirkuler (untuk selanjutnya disebut dengan data dipotong).

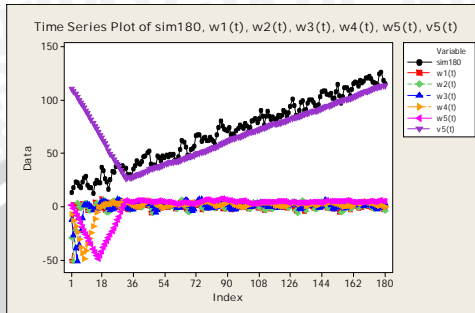
Banyaknya koefisien yang dipengaruhi efek sirkuler tergantung dengan lebar filter (dalam hal ini filter Haar dengan lebar 2) dan level yang digunakan. Banyaknya koefisien yang dipengaruhi efek sirkuler untuk data simulasi, data bonds, dan data harga minyak antara lain berturut-turut 31, 15, dan 7 buah koefisien.

4.3.3. Metode 1 (Dengan Melibatkan Model Polinomial)

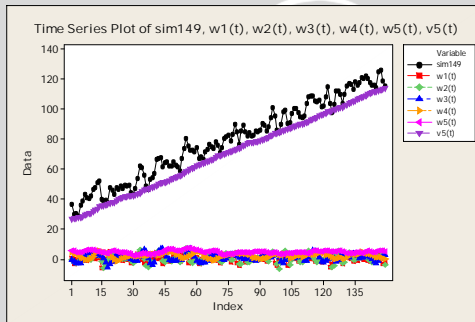
Dalam pembahasan ini, hanya akan ditampilkan proses analisis data simulasi untuk level 5 dengan MAR(1) pada satu model data dipotong dan satu model tanpa dipotong efek sirkuler. Untuk berikutnya, hanya ditampilkan hasil data simulasi, data bonds dan harga minyak secara keseluruhan. Hal ini disebabkan karena untuk level lainnya dan pemodelan MAR(2), secara umum pengerjaannya sama, hanya berbeda pada variabel input yang digunakan.

a. Pengerjaan Data Simulasi Untuk Level 5 Dengan MAR(1) Pada Satu Model Data Dipotong Dan Satu Model Tanpa Dipotong

Seperti yang telah dijelaskan dalam Sub-bab sebelumnya, bahwa hasil dekomposisi tersebut dianalisis dengan dua cara, yaitu data tanpa dipotong dan data dengan dipotong efek sirkuler. Berikut ditampilkan plot antara data awal dengan hasil dekomposisi untuk level 5 untuk data simulasi tanpa dipotong dan dipotong. Plot tersebut berturut-turut dapat dilihat pada Gambar 4.4 dan Gambar 4.5. Dari kedua gambar tersebut terlihat bahwa di bagian awal data terdapat efek sikuler yang akan mengganggu pemodelan polinomial, oleh karena itu dilakukan pengerjaan data dengan cara kedua yang telah dijelaskan.



Gambar 4.4. Plot data awal dan hasil dekomposisi level 5 data simulasi untuk data tanpa dipotong



Gambar 4.5. Plot data asli dan hasil dekomposisi level 5 data simulasi untuk data dipotong

1). Pemodelan Polinomial

Input yang digunakan untuk pemodelan *trend* untuk data simulasi level 5 pada metode 1 ini yaitu koefisien polinomial (t , t^2 , t^3 , t^4 , dan t^5) sebagai penyusun koefisien skala $v_{5,t}$. Seperti yang telah dipaparkan sebelumnya, dalam pembahasan ini hanya akan ditampilkan satu model pada data tanpa dipotong dan satu model dengan dipotong efek sirkuler. Berikut variabel input hasil metode *stepwise* dari model polinomial pada data tanpa dipotong dan data dipotong efek sirkuler. Hasil tersebut disajikan pada Tabel 4.5 berikut.

Tabel 4.5. Input hasil metode *stepwise* model polinomial dari data tanpa dipotong dan data dengan dipotong

Tanpa dipotong (NoCut-POLY)			
Prediktor	Koefisien	T	P
Konstanta	122.564	91.39	0.0000
t	-4.8347	-47.37	0.0000
t^2	0.086095	37.70	0.0000
t^3	-0.00055750	-6.91	0.0000
t^4	0.00000127	24.41	0.0000
Dipotong (Cut-POLY)			
Prediktor	Koefisien	T	P
Konstanta	26.3954	107.85	0.0000
t	0.48756	23.81	0.0000
t^2	0.0031016	6.44	0.0000
t^3	-0.00002457	-29.44	0.0000
t^5	0.00000000	7.01	0.0000

Kedua model polinomial dari Tabel 4.5 dapat dituliskan berturut-turut sebagai berikut.

$$\hat{L}_{t+1} = 123 - 4.83 t + 0.0861 t^2 - 0.000557 t^3 + 0.000001 t^4$$

$$\hat{L}_{t+1} = 26.4 + 0.488 t + 0.00310 t^2 - 0.000025 t^3 + 0.000000 t^5$$

2). Pemodelan MAR

Seperti yang dijelaskan pada sub bab sebelumnya, input yang digunakan untuk MAR (1) pada metode 1 ini yaitu koefisien *wavelet* usulan Renaud dkk. (2003) ($w_{1,t}$, $w_{2,t}$, $w_{3,t}$, $w_{4,t}$, dan $w_{5,t}$). Pada Tabel 4.6 disajikan variabel input hasil *stepwise* pemodelan MAR (1), metode 1 pada satu model data dipotong dan satu model tanpa dipotong.

Kedua model MAR(1) dari Tabel 4.6 dapat dituliskan berturut-turut sebagai berikut.

$$\hat{H}_{t+1} = 1.06 w_{1,t} + 0.731 w_{2,t} + 0.944 w_{3,t} + 1.03 w_{4,t} + 0.896 w_{5,t}$$

$$\hat{H}_{t+1} = 1.33 w_{1,t} + 0.244 w_{2,t} + 0.501 w_{3,t} + 0.476 w_{4,t} + 1.39 w_{5,t}$$

Tabel 4.6. Input hasil metode *stepwise* model MAR(1) dari data tanpa dipotong dan data dengan dipotong

Tanpa dipotong (NoCut-MAR(1))			
Prediktor	Koefisien	T	P
$w_{1,t}$	1.0638	13.26	0.0000
$w_{2,t}$	0.7308	10.19	0.0000
$w_{3,t}$	0.9440	15.61	0.0000
$w_{4,t}$	1.0230	21.19	0.0000
$w_{5,t}$	0.8964	28.93	0.0000
Dipotong (Cut-MAR(1))			
Prediktor	Koefisien	T	P
$w_{1,t}$	1.3345	8.77	0.0000
$w_{2,t}$	0.2435	1.98	0.0000
$w_{3,t}$	0.5012	3.52	0.0000
$w_{4,t}$	0.4759	2.51	0.0000
$w_{5,t}$	1.3927	11.61	0.0000

3). Model Peramalan

Model yang digunakan untuk peramalan pada metode 1 ini merupakan penjumlahan antara analisis polinomial dan analisis MAR. Berdasarkan persamaan (2.62) maka model peramalan dari data tanpa dipotong dan dengan dipotong berturut-turut yaitu,

$$\hat{X}_{t+1} = 123 - 4.83 t + 0.0861 t^2 - 0.000557 t^3 + 0.000001 t^4 + 1.06 w_{1,t} + 0.731 w_{2,t} + 0.944 w_{3,t} + 1.03 w_{4,t} + 0.896 w_{5,t}$$

Model tersebut dapat diartikan bahwa nilai peramalan satu periode ke depan dipengaruhi oleh konstanta sebesar 123, fungsi polinomial hingga derajat 4, dan koefisien *wavelet* level 1, 2, 3, 4, dan 5 pada waktu ke- t .

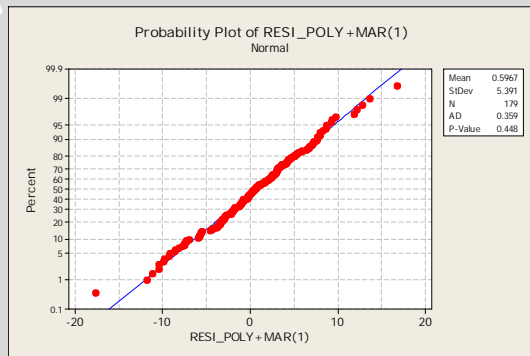
$$\hat{X}_{t+1} = 26.4 + 0.488 t + 0.00310 t^2 - 0.000025 t^3 + 0.000000 t^5 + 1.33 w_{1,t} + 0.244 w_{2,t} + 0.501 w_{3,t} + 0.476 w_{4,t} + 1.39 w_{5,t}$$

Seperti model yang pertama, model kedua dapat diartikan bahwa nilai peramalan satu periode ke depan dipengaruhi oleh konstanta

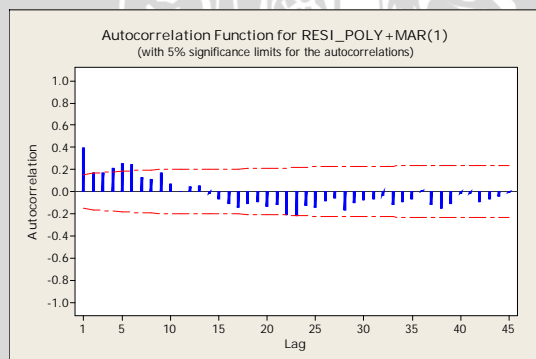
sebesar 26.4, fungsi polinomial hingga derajat 1, 2, 3, dan 5, serta koefisien *wavelet* dari level 1, 2, 3, 4, dan 5 pada waktu ke- t .

4). Evaluasi Kesesuaian Model dan Peramalan

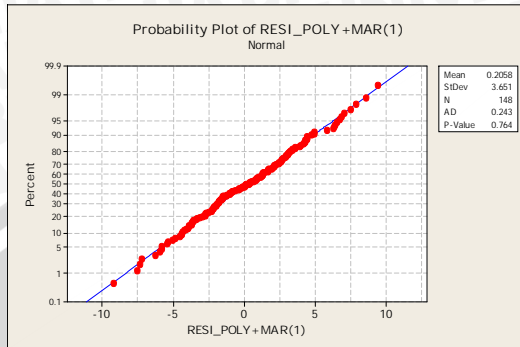
Setelah dilakukan pemodelan, maka langkah selanjutnya adalah mengevaluasi model akhir dengan melihat MSE *in-sample* (nilai kesalahan model) dan menguji asumsi *white noise* serta normalitas dari residual yang dimiliki. Pengujian asumsi normalitas serta *white noise* dari residual kedua model dan perhitungan MSE *in-sample* model dan dapat dilihat berturut-turut pada Gambar 4.6, Gambar 4.7, Gambar 4.8 Gambar 4.9, dan Tabel 4.7.



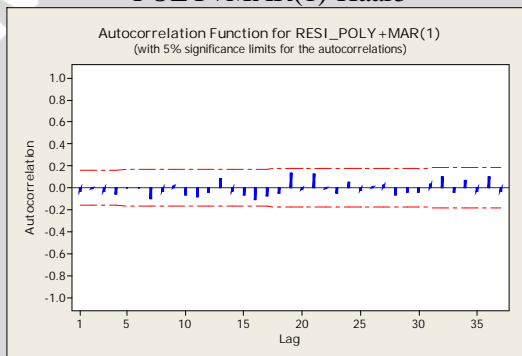
Gambar 4.6. Pengujian asumsi normalitas residual model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5



Gambar 4.7. Pengujian asumsi *white noise* residual model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5



Gambar 4.8. Pengujian asumsi normalitas residual model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5



Gambar 4.9. Pengujian asumsi *white noise* residual model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5

Dari pengujian asumsi normalitas residual, kedua model mempunyai *p-value* statistik *Anderson-Darling* lebih dari 0.05 yaitu berturut-turut sebesar 0.448 dan 0.764, sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua model memenuhi asumsi normalitas. Selanjutnya untuk asumsi *white noise*, model tanpa dipotong efek sirkuler memberikan lag-lag yang keluar garis batas pada plot ACF, sehingga model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5 dapat dikatakan tidak *white noise*. Oleh karena itu, maka dilakukan pembentukan model baru, yaitu model NoCut-POLY+MAR(1) ditambahkan dengan lag-lag yang signifikan dalam plot ACF. Kemudian untuk model dengan dipotong efek sirkuler, Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 pada data simulasi ini memenuhi asumsi *white noise* karena semua lag pada plot ACF telah masuk pada garis batas.

Tabel 4.7. Nilai MSE *in-sample* model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan Cut-POLY+MAR(1)-Haar5

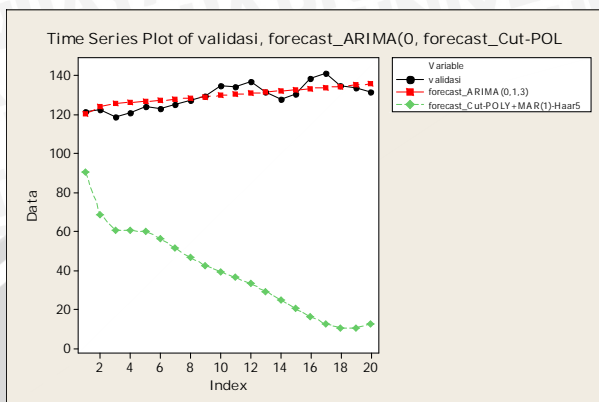
Model	MSE
NoCut-POLY+MAR(1)- Haar5	30.8050
Cut-POLY+MAR(1)-Haar5	14.1458

Dari hasil MSE *in-sample* pada tabel diatas, dapat dilihat bahwa model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 mempunyai MSE *in-sample* yang lebih kecil daripada model NoCut-POLY+MAR(1)-Haar5. Hal tersebut menunjukkan bahwa dalam kasus ini, model dengan dipotong efek sirkuler menghasilkan MSE *in-sample* yang lebih kecil daripada data tanpa dipotong.

Langkah terakhir dalam metode 1 ini yaitu melakukan peramalan data *out-sample*, pemeriksaan MSE *out-sample* (nilai kesalahan peramalan). Langkah ini diaplikasikan pada model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5, karena model tersebut yang memenuhi kedua asumsi. Berikut akan disajikan peramalan model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 pada Tabel 4.8 dan plot peramalan pada Gambar 4.10.

Tabel 4.8. Perbandingan peramalan model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan ARIMA (0,1,3)

t	validasi	forecast		(val-for) ²	forecast		(val-for) ²
		ARIMA (0,1,3)	Cut-POLY+MAR(1)		Cut-POLY+MAR(1)	(val-for) ²	
150	121.269	120.245	90.24069443	1.048547	90.24069443	31.02831	
151	122.26	123.9505	68.63554659	2.857847	68.63554659	53.62445	
152	118.414	125.4452	60.40980699	49.43748	60.40980699	58.00419	
153	120.662	126.0404	60.35273359	28.92717	60.35273359	60.30927	
154	124.266	126.6356	59.83892318	5.615085	59.83892318	64.42708	
155	122.902	127.2308	56.26590335	18.73882	56.26590335	66.6361	
156	125.169	127.8261	51.17702977	7.05994	51.17702977	73.99197	
157	127.239	128.4213	46.29837146	1.397771	46.29837146	80.94063	
158	129.419	129.0165	42.37535691	0.162012	42.37535691	87.04364	
159	134.946	129.6117	39.27750971	28.45463	39.27750971	95.66849	
160	134.041	130.2069	36.29104232	14.70009	36.29104232	97.74996	
161	136.655	130.8021	32.93314724	34.25586	32.93314724	103.7219	
162	131.378	131.3974	29.10496738	0.000375	29.10496738	102.273	
163	127.647	131.9926	24.71448005	18.88413	24.71448005	102.9325	
164	130.397	132.5878	20.14863729	4.799633	20.14863729	110.2484	
165	138.165	133.183	16.02538861	24.82007	16.02538861	122.1396	
166	141.243	133.7782	12.39672615	55.72258	12.39672615	128.8463	
167	134.525	134.3735	10.19329476	0.022963	10.19329476	124.3317	
168	133.485	134.9687	10.3916018	2.201313	10.3916018	123.0934	
169	131.689	135.5639	12.36274006	15.01486	12.36274006	119.3263	



Gambar 4.10. Perbandingan peramalan model Cut-POLY+MAR(1) dan ARIMA (0,1,3)

Dari Gambar 4.10 dapat dilihat bahwa model dalam kasus ini ARIMA (0,1,3) lebih dapat mengikuti pola data daripada model *wavelet* Cut-POLY+MAR(1). Hal tersebut didukung dengan hasil MSE *out-sample* yang dihasilkan. Perhitungan MSE *out-sample* kedua model tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9. Nilai MSE *out-sample* model Cut-POLY+MAR(1)-Haar5 dan ARIMA (0,1,3)

Model	MSE
Cut-POLY+MAR(1)-Haar5	8903.8959
ARIMA (0,1,3)	15.7060

b. Data Simulasi

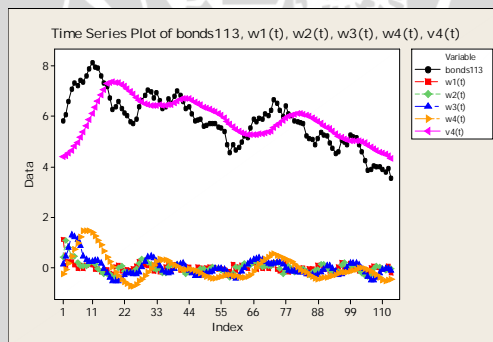
Hasil perbandingan keseluruhan model-model Polinomial+MAR (pemodelan dengan metode 1) yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual untuk data simulasi dapat dilihat pada Tabel 4.10. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada semua level kecuali level 1 dan 2, semua model yang memenuhi kedua asumsi dihasilkan dengan cara kedua (dengan mempertimbangkan efek sirkuler).

Tabel 4.10. Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dengan menggunakan metode 1 untuk data simulasi

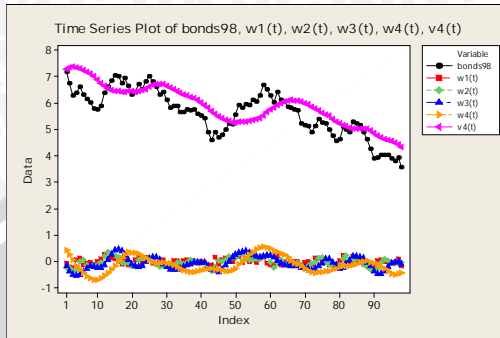
Level	Efek Sirkuler	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Sebut dengan
			Normalitas	White Noise	
3	Dipotong	POLY+MAR(1)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 3
		POLY+MAR(2)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 3
4	Dipotong	POLY+MAR(1)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 4
		POLY+MAR(2)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 4
5	Dipotong	POLY+MAR(1)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 5
		POLY+MAR(2)	ya	ya	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 5

c. Data Bonds

Seperti penjelasan pada bab sebelumnya, proses analisis yang dilakukan pada data bonds secara umum sama dengan analisis pada data simulasi. Dalam hal ini, analisis data bonds akan diberikan secara keseluruhan karena perbedaan hanya terdapat pada level yang digunakan. Berikut akan ditampilkan terlebih dahulu plot data tanpa dipotong dan dengan dipotong efek sirkuler untuk data bonds berturut-turut pada Gambar 4.11 dan Gambar 1.12.



Gambar 4.11. Plot data awal dan hasil dekomposisi data bonds tanpa dipotong pada level 4



Gambar 4.12. Plot data awal dan hasil dekomposisi data bonds dengan dipotong pada level 4

Pada Gambar 4.11 dan Gambar 4.12 terlihat bahwa terdapat kenaikan di bagian awal plot data. Bagian tersebut merupakan bagian yang dipengaruhi efek sirkuler yang akan mengganggu pemodelan polinomial. Oleh karena itu dilakukan pengerjaan data dengan cara kedua (analisis pada data dengan dipotong efek sirkuler) yang telah dijelaskan.

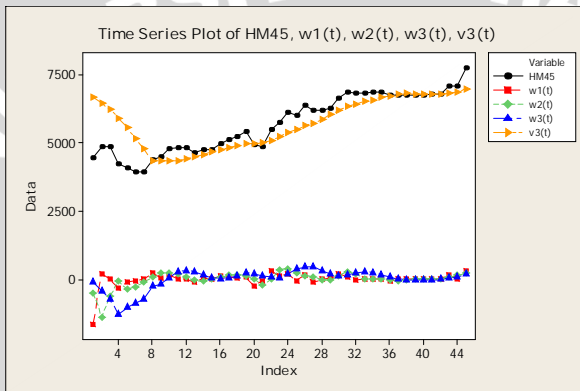
Selanjutnya, pada Tabel 4.11 disajikan hasil analisis data bonds secara keseluruhan untuk metode 1. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada semua level, metode 1 menghasilkan model yang tidak satupun memenuhi asumsi *white noise* dari residual. Hal ini dapat disebabkan karena data bonds yang sama sekali tidak linier (dapat dilihat pada Gambar 4.2), sehingga pemodelan dengan menggunakan metode 1, yaitu memodelkan koefisien skala usulan Renaud dkk. (2003) dengan polinomial menjadi kurang tepat.

Tabel 4.11. Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR menggunakan metode 1 dengan variabel input lag usulan Renaud dkk. (2003) atau terdapat penambahan lag untuk data bonds

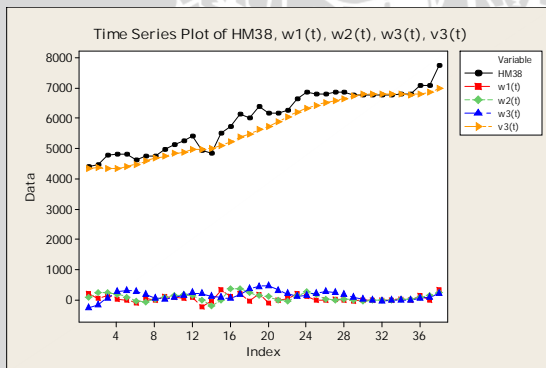
Level	Efek Sirkuler	Model ke-	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Keterangan
				Normalitas	White Noise	
1	Tidak dipotong	1	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		2	POLY+MAR(1)+LAG2	-	-	sama dengan model(1)
		3	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		4	POLY+MAR(2)	-	-	sama dengan model(3)
	Dipotong	5	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		6	POLY+MAR(1)+LAG2	-	-	sama dengan model(5)
		7	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		8	POLY+MAR(2)	-	-	sama dengan model(7)
2	Tidak dipotong	9	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		10	POLY+MAR(1)+LAG2	-	-	sama dengan model(9)
		11	POLY+MAR(2)	-	-	sama dengan model(9)
	Dipotong	12	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		13	POLY+MAR(1)+LAG2	-	-	sama dengan model(12)
		14	POLY+MAR(2)	-	-	sama dengan model(12)
3	Tidak dipotong	15	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		16	POLY+MAR(1)+LAG2	ya	tidak	
		17	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		18	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3+LAG4	-	-	sama dengan model(17)
		19	POLY+MAR(2)	ya	tidak	
		20	POLY+MAR(2)+LAG2	ya	tidak	
		21	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3	-	-	sama dengan model(20)
	Dipotong	22	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
		23	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		24	POLY+MAR(1)+LAG2	ya	tidak	
		25	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		26	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
		27	POLY+MAR(2)	ya	tidak	
		28	POLY+MAR(2)+LAG2	-	-	sama dengan model(27)
4	Tidak dipotong	29	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		30	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
		31	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		32	POLY+MAR(1)+LAG2	ya	tidak	
		33	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		34	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
	Dipotong	35	POLY+MAR(2)	ya	tidak	
		36	POLY+MAR(2)+LAG2	ya	tidak	
		37	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		38	POLY+MAR(2)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
	Dipotong	39	POLY+MAR(1)	ya	tidak	
		40	POLY+MAR(1)+LAG2	ya	tidak	
		41	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	tidak	
		42	POLY+MAR(1)+LAG2+LAG3+LAG4	ya	tidak	
		43	POLY+MAR(2)	-	-	sama dengan model(42)

d. Data Harga Minyak

Prosedur yang dilakukan pada pengerjaan data harga minyak sama seperti halnya mengerjakan data simulasi dan data bonds. Perbedaannya hanya terdapat pada level tertinggi yang digunakan pada data ini yaitu level 3, sehingga berpengaruh pada jumlah data yang dipengaruhi efek sirkuler. Plot data awal dan hasil dekomposisi data tanpa dipotong dan data dipotong pada level 3, dapat dilihat pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14.



Gambar 4.13. Plot data awal dan hasil dekomposisi data harga minyak tanpa dipotong pada level 3



Gambar 4.14. Plot data awal dan hasil dekomposisi data harga minyak dengan dipotong pada level 3

Dalam studi kasus data harga minyak ini akan ditampilkan hasil perbandingan keseluruhan model-model Polinomial+MAR (pemodelan dengan metode 1) yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual dapat dilihat pada Tabel 4.12. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada level 1 dan 2, metode 1 tidak menghasilkan model yang memenuhi kedua asumsi. Sedangkan untuk level 3, didapatkan model yang memenuhi kedua asumsi, baik pengerjaan dengan cara pertama maupun kedua. Banyaknya model yang tidak memenuhi asumsi untuk metode 1 ini dapat disebabkan karena data harga minyak yang sama sekali tidak linier (dapat dilihat pada Gambar 4.2). Oleh karena itu, pemodelan dengan menggunakan metode 1, yaitu memodelkan koefisien skala usulan Renaud dkk. (2003) dengan polinomial menjadi kurang tepat.

Tabel 4.12. Hasil perbandingan model-model Polynomial+MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dengan menggunakan metode 1 untuk data harga minyak

Level	Efek Sirkuler	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Sebut dengan
			Normalitas	White Noise	
3	tanpa dipotong	POLY+MAR(1)-Haar3	ya	ya	NoCut-POLY+MAR(1)-Haar3
	dipotong	POLY+MAR(1)-Haar3	ya	ya	Cut-POLY+MAR(2)-Haar3

4.3.4. Metode 2 (Tanpa Melibatkan Model Polinomial)

Penerapan metode 2 pada dasarnya sama dengan metode 1. Perbedaan utama terletak pada cara memodelkan koefisien skala hasil dekomposisi. Pada metode 2, analisis dilakukan tanpa melibatkan model polinomial untuk menyusun koefisien skala hasil dekomposisi, dengan kata lain pemodelan *trend* dan MAR dilakukan tanpa melibatkan koefisien-koefisien polinomial.

a. Pengerjaan Data Simulasi Untuk Level 5 Dengan MAR(1) Pada Satu Model Data Dipotong Dan Satu Model Tanpa Dipotong

Seperti halnya penerapan metode 1, dalam pembahasan ini, akan ditampilkan hasil dari dua model yaitu satu model dari data tanpa dipotong dan satu model dari data dipotong efek sirkuler dengan metode 2.

1). Pemodelan MAR (Model Peramalan)

Seperti yang dijelaskan pada sub bab sebelumnya, input yang digunakan untuk MAR (1) pada metode 1 ini yaitu koefisien *wavelet* usulan Renaud dkk. (2003) ($w_{1,t}$, $w_{2,t}$, $w_{3,t}$, $w_{4,t}$, $w_{5,t}$ dan $v_{5,t}$). Pada Tabel 4.13 berikut akan disajikan variabel input hasil *stepwise* pemodelan MAR (1) untuk metode 2 pada satu model data tanpa dipotong dan satu model data dipotong. Kedua model MAR(1) dari Tabel 4.13 dapat dituliskan berturut-turut sebagai berikut.

Tabel 4.13. Input hasil metode *stepwise* model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5 dan Cut-MAR(1)-Haar5

Tanpa dipotong (NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5)			
Prediktor	Koefisien	T	P
Tanpa konstantata			
$w_{1,t}$	1.6496	10.9800	0.0000
$w_{3,t}$	1.2189	16.8900	0.0000
$w_{5,t}$	0.9979	25.6800	0.0000
$v_{5,t}$	1.0080	217.8900	0.0000
$w_{1,t-1}$	0.2797	1.8700	0.0630
$w_{4,t-1}$	2.1661	7.6200	0.0000
$w_{3,t-2}$	-0.2206	-2.2500	0.0260
$w_{4,t-2}$	-1.1264	-4.1100	0.0000
Dipotong (Cut-MAR(1)-Haar5)			
Prediktor	Koefisien	T	P
Tanpa konstantata			
$w_{1,t}$	1.4668	9.9200	0.0000
$w_{3,t}$	0.5599	3.8400	0.0000
$w_{4,t}$	0.4095	2.0500	0.0420
$w_{5,t}$	1.2990	7.1700	0.0000
$v_{5,t}$	1.0183	92.3100	0.0000

$$\hat{X}_{t+1} = 1.65 w_{1,t} + 1.22 w_{3,t} + 0.998 w_{5,t} + 1.01 v_{5,t} + 0.280 w_{1,t-1} + 2.17 w_{4,t-1} - 0.221 w_{3,t-2} - 1.13 w_{4,t-2}$$

$$\hat{X}_{t+1} = 1.47 w_{1,t} + 0.560 w_{3,t} + 0.409 w_{4,t} + 1.30 w_{5,t} + 1.02 v_{5,t}$$

Model pertama dapat diartikan bahwa nilai peramalan satu periode ke depan dipengaruhi oleh konstanta sebesar 1.65, dan koefisien *wavelet* dari level 1, 3, 5 pada waktu ke- t , level 1,4 pada waktu lag pertama, level 3,4 pada waktu lag kedua, dan koefisien skala level 5 waktu ke- t . Sedangkan model kedua dapat diartikan bahwa nilai peramalan satu periode ke depan dipengaruhi oleh konstanta sebesar 1.47, dan koefisien *wavelet* level 1, 3, 4, 5 pada waktu ke- t dan koefisien skala level 5 pada waktu ke- t .

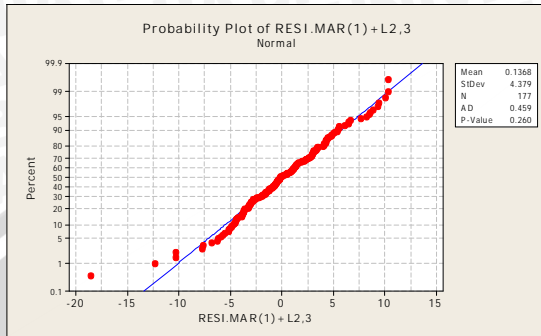
2). Evaluasi Kesesuaian Model dan Peramalan Data *Out-sample*

Setelah dilakukan pemodelan, maka langkah selanjutnya adalah mengevaluasi model akhir dengan menghitung MSE *in-sample* dan menguji asumsi *white noise* serta normalitas dari residual yang dimiliki. Perhitungan MSE *in-sample* dan pengujian asumsi normalitas serta *white noise* dari residual kedua model dapat dilihat berturut-turut pada Tabel 4.14, Gambar 4.15, Gambar 4.16, Gambar 4.17 dan Gambar 4.18. Dari pengujian asumsi normalitas residual, kedua model mempunyai *p-value* statistik *Anderson-Darling* lebih dari 0.05 yaitu berturut-turut sebesar 0.260 dan 0.829, sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua model memenuhi asumsi normalitas. Begitu juga untuk asumsi *white noise*, kedua model pada data simulasi di level 5 ini memenuhi asumsi *white noise* karena semua lag pada plot ACF telah masuk pada garis batas.

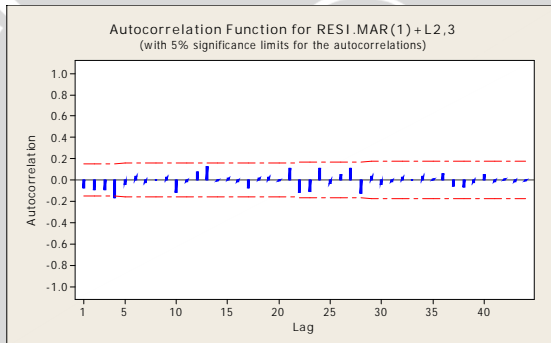
Tabel 4.14. Nilai MSE *in-sample* model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5 dan Cut-MAR(1)-Haar5

Model	MSE
NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5	16.0000
Cut-MAR(1)-Haar5	12.3804

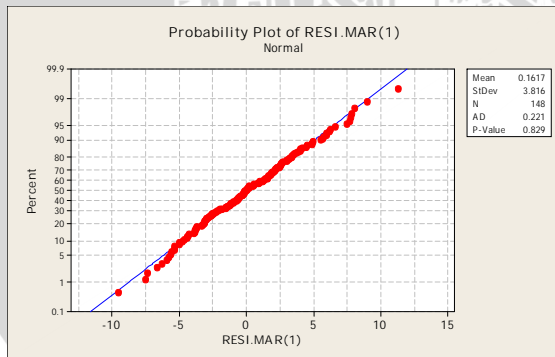
Dari hasil perhitungan MSE *in-sample* pada Tabel 4.14, dapat dilihat bahwa model dengan pemotongan efek sirkuler pada data mampu memberikan nilai MSE *in-sample* yang lebih kecil daripada model pada data tanpa pemotongan. Namun karena kedua model memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual, maka dapat dikatakan bahwa kedua model sesuai.



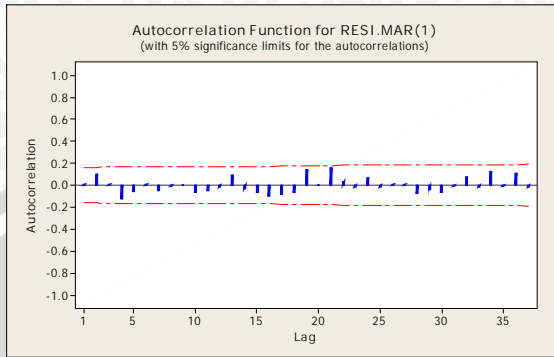
Gambar 4.15. Pengujian asumsi normalitas residual model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5



Gambar 4.16. Pengujian asumsi *white noise* residual model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5



Gambar 4.17. Pengujian asumsi normalitas residual model Cut-MAR(1)-Haar5

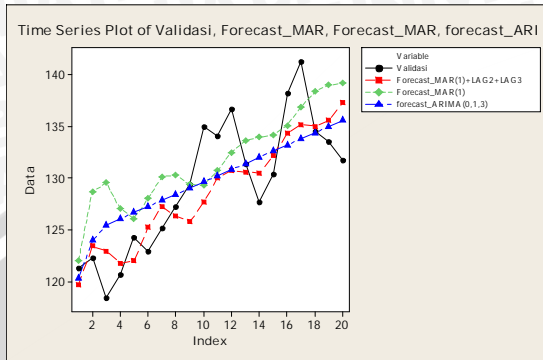


Gambar 4.18. Pengujian asumsi *white noise* residual model Cut-MAR(1)-Haar5

Langkah terakhir dalam metode 2 ini yaitu melakukan peramalan data *out-sample*, dan pemeriksaan MSE *out-sample* (nilai kesalahan peramalan). Langkah ini dilakukan pada kedua model, karena model tersebut yang memenuhi kedua asumsi. Selanjutnya hasil tersebut dibandingkan dengan nilai peramalan *out-sample* dan MSE *out-sample* model ARIMA (0,1,3). Berikut akan disajikan peramalan hasil perbandingan nilai peramalan antara model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5, dan model ARIMA dapat dilihat pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15. Perbandingan peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA (0,1,3)

t	Validasi	Forecast		Residual		Forecast		Residual	
		MAR(1)+LAG2+LAG3	Forecast	MAR(1)	Forecast	ARIMA(0,1,3)	Forecast	ARIMA(0,1,3)	Residual
1	121.2630	119.66C1	1.6099	22.0208	-0.7E1E	120.2450	1.0485		
2	122.2630	123.4146	-1.1546	28.6302	-6.3702	123.9505	2.8578		
3	118.4141	122.93F2	-4.5247	29.5431	-11.1791	125.4453	43.4375		
4	120.5620	121.00C2	-1.0202	26.9930	-6.001E	126.0404	23.9272		
5	124.2650	121.9673	2.2937	26.0775	-1.811E	126.6356	5.6151		
6	122.3020	125.27E7	-2.9757	27.9882	-5.0662	127.2308	13.7388		
7	125.1630	127.2UL7	-2.0317	30.1217	-4.9E27	127.8261	7.0599		
8	127.2390	126.29E4	0.9426	30.2979	3.0E89	128.4213	1.3978		
9	129.4130	125.7647	3.6543	29.3412	0.077E	129.0165	3.620		
10	134.3430	127.64C3	7.3057	29.3112	5.634E	129.6117	23.4546		
11	134.3410	130.C112	4.0298	30.7200	3.321C	130.2069	14.7001		
12	136.3550	130.F9F6	5.9534	32.4596	4.1554	130.8021	34.2559		
13	131.3730	130.C077	0.7900	33.6475	-2.2E97	131.3974	3.0004		
14	127.3470	130.4618	-2.8148	33.9636	-6.316E	131.9926	13.8841		
15	130.3970	132.1513	-1.7543	34.1221	-3.7251	132.5878	4.7996		
16	138.1650	134.3273	3.8377	35.0744	3.090E	133.1830	24.8201		
17	171.2430	136.1724	6.0706	36.8314	4.111E	133.7782	55.7236		
18	134.5250	136.C043	-0.4733	38.3492	-3.8242	134.3736	3.0230		
19	133.4850	136.F938	-2.1038	38.9879	-5.5C29	134.9687	2.2073		
20	131.5890	137.2717	-5.6827	39.1977	-7.5C87	135.5639	15.0149		



Gambar 4.19. Perbandingan peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA (0,1,3)

Dari Gambar 4.19 dapat dilihat bahwa model dalam kasus ini NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5 lebih dapat mengikuti pola data daripada model Cut-MAR(1)-Haar5, dan ARIMA (0,1,3). Hal tersebut didukung dengan hasil MSE out sample yang dihasilkan. Perhitungan MSE ketiga model tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.16.

Tabel 4.16. Nilai MSE *out-sample* model NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5, Cut-MAR(1)-Haar5 dan ARIMA (0,1,3)

Model	MSE
NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar5	12.9452
Cut-MAR(1)-Haar5	25.8870
ARIMA (0,1,3)	15.7060

b. Data Simulasi

Hasil perbandingan keseluruhan model-model MAR (pemodelan dengan metode 2) yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual untuk data simulasi dapat dilihat pada Tabel 4.17. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada semua level kecuali level 1 dan 3, pemodelan menggunakan metode 2, baik dengan cara pertama (tanpa mempertimbangkan efek sirkuler) maupun cara kedua (dengan mempertimbangkan efek sirkuler) ternyata mampu menghasilkan

beberapa model yang memenuhi kedua asumsi. Untuk level 1, model yang memenuhi kedua asumsi hanya dihasilkan dengan cara pertama. Sedangkan untuk level 3, model yang memenuhi kedua asumsi hanya dihasilkan dengan cara kedua. Selain itu, dari tabel juga dapat dilihat bahwa model-model yang sesuai tersebut merupakan model dengan variabel input lag usulan Renaud dkk. (2003) maupun model dengan penambahan lag-lag berdasarkan nilai ACF residual.

Tabel 4.17. Hasil perbandingan model-model MAR yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dengan menggunakan metode 2 untuk data simulasi

Level	Perlakuan Data	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Sebut dengan
			Normalitas	White Noise	
1	Tidak dipotong	MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar 1
	Tidak dipotong	MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar 2
2	dipotong	MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	ya	Cut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar 2
		MAR(2)	ya	ya	Cut-MAR(2)-Haar 2
3	dipotong	MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar 3
		MAR(2)	ya	ya	Cut-MAR(2)-Haar 3
4	Tidak dipotong	MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar 4
	dipotong	MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar 4
		MAR(2)	ya	ya	Cut-MAR(2)-Haar 4
5	Tidak dipotong	MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	ya	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar 5
		MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar 5
	dipotong	MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar 5
		MAR(2)	ya	ya	Cut-MAR(2)-Haar 5

c. Data Bonds

Hasil perbandingan keseluruhan model-model MAR (pemodelan dengan metode 2) yang memenuhi normalitas dan *white noise* dari residual dapat dilihat pada Tabel 4.18. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada semua level kecuali level 2, pemodelan menggunakan metode 2, baik dengan cara pertama (tanpa mempertimbangkan efek sirkuler) maupun cara kedua (dengan mempertimbangkan efek sirkuler) ternyata mampu menghasilkan beberapa model yang memenuhi kedua asumsi. Sedangkan untuk level 2, tidak ada model yang memenuhi asumsi. Selain itu, dari tabel juga dapat dilihat bahwa model-model yang sesuai tersebut merupakan model dengan variabel input lag usulan Renaud dkk. (2003) maupun model dengan penambahan lag-lag berdasarkan nilai ACF residual model.

Tabel 4.18. Hasil perbandingan model-model MAR menggunakan metode 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data bonds

Level	Efek Sirkuler	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Sebut dengan
			Normalitas	White Noise	
1	Tidak Dipotong	MAR(1)	ya	ya	NoCut-MAR(1)-Haar1
	Dipotong	MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar1
3	Tidak Dipotong	MAR(1)+LAG3+LAG3	ya	ya	NoCut-MAR(1)+LAG3+LAG3-Haar3
		MAR(1)+LAG3+LAG3+LAG4	ya	ya	NoCut-MAR(1)+LAG3+LAG3+LAG4-Haar3
	Dipotong	MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar3
		MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar3
		MAR(2)	ya	ya	Cut-MAR(2)-Haar3
		MAR(1)+LAG2	ya	ya	NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4
Tidak Dipotong	MAR(1)+LAG2+LAG3	ya	ya	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar4	
	MAR(2)	ya	ya	NoCut-MAR(2)-Haar4	
Dipotong	MAR(1)	ya	ya	Cut-MAR(1)-Haar4	

d. Data Minyak

Hasil perbandingan keseluruhan model-model MAR (pemodelan dengan metode 2) yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual dapat dilihat pada Tabel 4.19. Tabel tersebut menunjukkan bahwa pada semua level, pemodelan menggunakan metode 2, dengan cara pertama (tanpa mempertimbangkan efek sirkuler) lebih banyak menghasilkan model yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* dari residual dibandingkan dengan cara kedua. Selain itu, dari tabel juga dapat dilihat bahwa model-model yang sesuai tersebut merupakan model dengan variabel input lag usulan Renaud dkk. (2003) maupun model dengan penambahan lag-lag berdasarkan nilai ACF dari residual model.

Tabel 4.19. Hasil perbandingan model-model MAR menggunakan metode 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data harga minyak

Level	Efek Sirkuler	Model	Pemeriksaan Asumsi Residual		Sebut dengan
			Normalitas	White Noise	
1	Tanpa Dipotong	MAR(1)	ya	ya	NoCut-MAR(1)-Haar1
2	Tanpa Dipotong	MAR(1)	ya	ya	NoCut-MAR(1)-Haar2
3	Tanpa Dipotong	MAR(1)	ya	ya	NoCut-MAR(1)-Haar3
	dipotong	MAR(1)+LAG2	ya	ya	Cut-MAR(1)+LAG2-Haar3

4.4. Perbandingan Hasil Penerapan Metode 1 dan 2 Dengan Model ARIMA Untuk Peramalan

a. Data Simulasi

Hasil kedua metode untuk data simulasi menunjukkan bahwa hampir semua model-model yang memenuhi kedua asumsi, dihasilkan oleh pemodelan data dengan metode 2. Pada Tabel 4.20 berikut akan ditampilkan perbandingan antara hasil MSE *out-sample* yang dihasilkan ARIMA dan model-model *wavelet* dari data simulasi dengan metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise*.

Tabel 4.20. Hasil perbandingan antara model ARIMA (0,1,3) dan model-model *wavelet* dari metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data simulasi

No	Model	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>	
		MSE	Rasio terhadap ARIMA	MSE	Rasio terhadap ARIMA
1	ARIMA(0,1,3)	14.3600	1.0000	15.7060	1.0000
2	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 3	14.62736	1.0186	19.9151	1.2680
3	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 3	13.87815	0.9664	19.1934	1.2220
4	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 4	15.7266	1.0952	10.0099	0.6373
5	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 4	12.2112	0.8504	23.3533	1.4869
6	Cut-POLY+MAR(1)-Haar 5	14.1458	0.9851	8903.8959	566.9105
7	Cut-POLY+MAR(2)-Haar 5	9.9819	0.6951	3128.0911	199.1654
8	NoCut-MAR(2)-Haar1	18.1364	1.2630	17.9304	1.1416
9	NoCut-MAR(2)-Haar 2	17.1968	1.1975	15.3374	0.9765
10	Cut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar 2	17.3779	1.2102	24.6826	1.5715
11	Cut-MAR(2)-Haar 2	16.6817	1.1617	14.8844	0.9477
12	Cut-MAR(1)-Haar 3	16.6817	1.1617	26.9810	1.7179
13	Cut-MAR(2)-Haar 3	16.1162	1.1223	27.3748	1.7429
14	NoCut-MAR(2)-Haar 4	15.7655	1.0979	29.3748	1.8703
15	Cut-MAR(1)-Haar 4	16.1162	1.1223	40.6766	2.5899
16	Cut-MAR(2)-Haar 4	14.4610	1.0070	37.7995	2.4067
17	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar 5	19.0874	1.3292	12.9452	0.8242
18	NoCut-MAR(2)-Haar 5	17.2823	1.2035	52.4423	3.3390
19	Cut-MAR(1)-Haar 5	14.4904	1.0091	25.8870	1.6482
20	Cut-MAR(2)-Haar 5	13.2222	0.9208	24.2873	1.5464

Tabel tersebut menunjukkan bahwa terdapat 4 model *wavelet* yang lebih baik daripada model ARIMA (0,1,3). Hal ini dilihat dari nilai

MSE *out-sample* yang dihasilkan oleh 4 model *wavelet* yang lebih kecil daripada model ARIMA (0,1,3), serta rasio MSE *out-sample* keempat model tersebut terhadap model ARIMA (0,1,3) yang kurang dari 1. Rasio tersebut menjelaskan seberapa besar model mampu memperbaiki (mereduksi kesalahan) model ARIMA. Misalkan untuk model nomer 9, dapat dikatakan bahwa model tersebut mampu memperbaiki (mereduksi kesalahan) model ARIMA (0,1,3) sebesar 2.35%, begitu juga untuk model-model lainnya. Dari Tabel 4.23, juga dapat dilihat bahwa 3 dari 4 model yang lebih baik dari ARIMA (0,1,3) tersebut berasal dari hasil pemodelan dengan metode 2 (tanpa melibatkan model polinomial). Selain itu model dengan penambahan lag juga berhasil menjadi model yang lebih baik dari model ARIMA (0,1,3). MSE *out-sample* terkecil dihasilkan oleh data dipotong yaitu model Cut-POLY+MAR(1)-Haar 4.

Penambahan lag-lag dengan berdasarkan nilai ACF residual model (selain lag yang diusulkan Renaud dkk. (2003)) memberikan peluang pada suatu model untuk menjadi model yang lebih baik daripada tanpa penambahan lag. Hal ini berarti bahwa, penambahan lag juga dapat menjadi pertimbangan sebagai variabel input selain variabel input usulan Renaud dkk. (2003) untuk mencari model yang terbaik pada studi kasus yang lain.

Tabel 4.21 menyajikan model-model peramalan *wavelet* untuk data simulasi yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA.

Tabel 4.21. Model-model peramalan *wavelet* yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA (0,1,3) untuk data simulasi

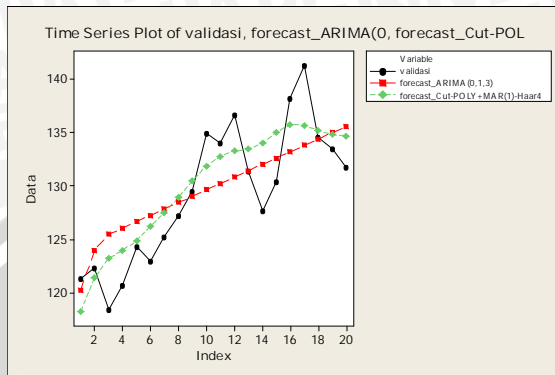
No	Sebut dengan	Model Peramalan	MSE <i>out-sample</i>	Rasio terhadap ARIMA
1	Cut-POLY+MAR(1)-Haar4	$X_{t+1} = 20.8 + 0.598 t + 1.31 w_{1,t} + 0.336 w_{2,t} + 0.651 w_{3,t} + 0.993 w_{4,t}$	10.0010	0.6373
2	NoCut-MAR(2)-Haar 2	$X_{t+1} = 1.43 w_{1,t} + 0.304 w_{2,t} + 0.927 v_{2,t} + 0.0840 v_{2,t-4}$	15.3374	0.9765
3	Cut-MAR(2)-Haar 2	$X_{t+1} = 1.34 w_{1,t} + 0.353 w_{2,t} + 0.786 v_{2,t} + 0.230 v_{2,t-4}$	14.8844	0.9477
4	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar 5	$X_{t+1} = 1.65 w_{1,t} + 1.22 w_{3,t} + 0.998 w_{5,t} + 1.01 v_{5,t} + 0.280 w_{1,t-1} + 2.17 w_{4,t-1} - 0.221 w_{3,t-2} - 1.13 w_{4,t-2}$	12.9452	0.8242

Pada kolom model peramalan *wavelet*, terlihat variabel-variabel input yang signifikan yang mempengaruhi nilai peramalan. Pandang model pertama Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dengan nilai peramalan data ke $t+1$. Model tersebut dipengaruhi oleh konstanta sebesar 20,8, koefisien *wavelet* level 1 ($w_{1,t}$) waktu ke- t , koefisien *wavelet* level 2 ($w_{2,t}$) waktu ke- t , koefisien *wavelet* level 3 ($w_{3,t}$) waktu ke- t , dan koefisien *wavelet* level 4 ($w_{4,t}$) waktu ke- t , dimana koefisien *wavelet* dan koefisien skala pada metode 1 hasil dekomposisi MODWT dari data dipotong efek sirkuler. Dari tabel tersebut juga dapat dilihat rasio untuk model terbaik data simulasi, yaitu model Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 terhadap model ARIMA sebesar 0.6373. Dengan kata lain model tersebut mampu memperbaiki (mereduksi kesalahan) model ARIMA (0,1,3) sebesar 36.27%.

Tabel perbandingan data validasi dengan hasil peramalan data *out-sample* model *wavelet* terbaik Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dan ARIMA (0,1,3) beserta plotnya dapat dilihat berturut-turut pada Tabel 4.22 dan Gambar 4.20.

Tabel 4.22. Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dan ARIMA (0,1,3)

t	validasi	forecast ARIMA (0,1,3)	Residual Forecast	forecast Cut-POLY+MAR(1)-Haar4	Residual Forecast
150	121.269	120.245	1.024	118.2299	3.0391
151	122.26	123.9505	-1.6905	121.3719	0.8881
152	118.414	125.4452	-7.0312	123.1756	-4.7616
153	120.662	126.0404	-5.3784	123.9073	-3.2453
154	124.266	126.6356	-2.3696	124.8717	-0.6057
155	122.902	127.2308	-4.3288	126.2087	-3.3067
156	125.169	127.8261	-2.6571	127.4936	-2.3246
157	127.239	128.4213	-1.1823	128.8820	-1.6430
158	129.419	129.0165	0.4025	130.4437	-1.0247
159	134.946	129.6117	5.3343	131.8402	3.1058
160	134.041	130.2069	3.8341	132.7760	1.2650
161	136.655	130.8021	5.8529	133.2731	3.3819
162	131.378	131.3974	-0.0194	133.4151	-2.0371
163	127.647	131.9926	-4.3456	133.9844	-6.3374
164	130.397	132.5878	-2.1908	135.0152	-4.6182
165	138.165	133.183	4.982	135.7193	2.4457
166	141.243	133.7782	7.4648	135.6633	5.5797
167	134.525	134.3735	0.1515	135.1906	-0.6656
168	133.485	134.9687	-1.4837	134.8081	-1.3231
169	131.689	135.5639	-3.8749	134.6694	-2.9804



Gambar 4.20. Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model *wavelet* Cut-POLY+MAR(1)-Haar 4 dan ARIMA (0,1,3)

Dari plot tersebut terlihat bahwa model *wavelet* Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dapat mengikuti pola data, sehingga dapat dikatakan bahwa model tersebut lebih baik daripada model ARIMA (0,1,3).

b. Data Bonds

Hasil kedua metode untuk data bonds ini menunjukkan bahwa metode 2 menghasilkan lebih banyak model yang memenuhi asumsi daripada metode 1. Hal ini dapat disebabkan karena pola data yang tidak linier, sehingga metode 1 yang memodelkan koefisien skala dengan polinomial, tidak mampu mengikuti fluktuasi data.

Selanjutnya akan ditampilkan perbandingan antara hasil MSE *out-sample* (MSE peramalan) yang dihasilkan ARIMA dan model-model *wavelet* dari data bonds dengan metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* pada Tabel 4.23. Tabel tersebut menunjukkan bahwa terdapat 3 model *wavelet* yang lebih baik daripada model ARIMA (0,1,1). Hal ini dilihat dari nilai MSE *out-sample* yang dihasilkan oleh 3 model *wavelet* yang lebih kecil daripada model ARIMA (0,1,1) dan rasio MSE *out sample* ketiga model terhadap model ARIMA (0,1,1) yang lebih kecil dari 1. Kemudian, juga dapat dilihat bahwa 3 model tersebut berasal dari hasil pemodelan dengan metode 2 (tanpa melibatkan model polinomial). MSE *out-sample* terkecil dihasilkan oleh data tanpa dipotong dengan penambahan lag-lag berdasarkan nilai ACF dari residual pada level 4 yaitu model NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4.

Tabel 4.23. Hasil perbandingan antara model ARIMA (0,1,1) dan model-model *wavelet* dari metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data bonds

No	Model	In sample		Out sample	
		MSE	Rasio terhadap ARIMA	MSE	Rasio terhadap ARIMA
1	ARIMA (0,1,1)	0.0535	1.0000	0.6244	1.0000
2	NoCut-MAR(1)-Haar1	0.1000	1.8692	0.7598	1.2168
3	Cut-MAR(1)-Haar1	0.1000	1.8692	0.7176	1.1492
4	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar3	0.0500	0.9346	0.9363	1.4995
5	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3+LAG4-Haar3	0.0500	0.9346	0.8382	1.3425
6	NoCut-MAR(2)-Haar3	0.0500	0.9346	0.9000	1.4414
7	Cut-MAR(1)-Haar3	0.0500	0.9346	0.8298	1.3289
8	Cut-MAR(2)-Haar3	0.0500	0.9346	0.7833	1.2545
9	NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4	0.0500	0.9346	0.2005	0.3211
10	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar4	0.0400	0.7477	0.3135	0.5021
11	NoCut-MAR(2)-Haar4	0.0500	0.9346	0.9248	1.4810
12	Cut-MAR(1)-Haar4	0.0500	0.9346	0.5998	0.9605

Tabel 4.24 menyajikan model-model peramalan *wavelet* untuk data bonds yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA. Pada kolom model peramalan *wavelet*, terlihat variabel-variabel input yang signifikan yang mempengaruhi nilai peramalan. Ketiga model ini dihasilkan melalui metode 2 (tanpa melibatkan model polinomial). Pandang model pertama NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4 dengan nilai peramalan data ke $t+1$. Model tersebut dipengaruhi oleh koefisien *wavelet* level 1 ($w_{1,t}$) waktu ke- t , dari koefisien *wavelet* level 2 ($w_{2,t}$) waktu ke- t , koefisien *wavelet* level 4 ($w_{4,t}$) waktu ke- t , koefisien skala level 4 ($v_{4,t}$) waktu ke- t , lag 1 dari koefisien *wavelet* level 2 ($w_{2,t-1}$), dan lag 1 dari koefisien *wavelet* level 4 ($w_{4,t-1}$), dimana koefisien *wavelet* dan koefisien skala pada metode 2 ini merupakan hasil dekomposisi MODWT dari data tanpa dipotong efek sirkuler. Kemudian juga dapat dilihat rasio untuk model terbaik data bonds terhadap model ARIMA, yaitu model NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4 sebesar 0.3211. Dengan kata lain model tersebut mampu memperbaiki model (mereduksi kesalahan) model ARIMA (0,1,1) sebesar 67.89%.

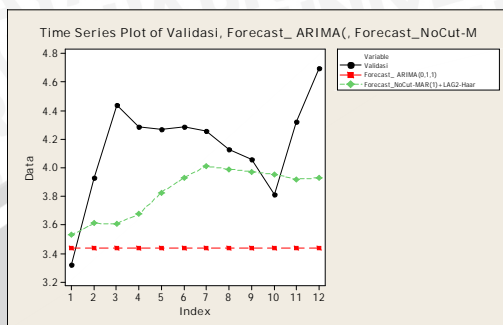
Tabel 4.24. Model-model peramalan *wavelet* untuk data bonds yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA (0,1,1)

No	Sebut dengan	Model Peramalan	MSE	Rasio terhadap
			<i>out-sample</i>	ARIMA
1	NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4	$X_{t+1} = 1.35 w_{1,t} + 0.842 w_{2,t} + 2.81 w_{4,t} + 0.997 v_{4,t} + 1.03 w_{2,t-1} - 1.60 w_{4,t-1}$	0.2005	0.3211
2	NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar4	$X_{t+1} = 1.50 w_{1,t} + 0.712 w_{2,t} + 0.684 w_{3,t} + 1.38 w_{4,t} + 0.805 w_{2,t-1} + 0.995 v_{4,t-2}$	0.3135	0.5021
3	Cut-MAR(1)-Haar4	$X_{t+1} = 1.30 w_{1,t} + 1.09 w_{2,t} + 0.940 w_{3,t} + 0.931 w_{4,t} + 0.993 v_{4,t}$	0.5998	0.9605

Tabel perbandingan data validasi dengan hasil peramalan data *out-sample* model *wavelet* terbaik NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4 dan ARIMA (0,1,1) beserta plotnya dapat dilihat berturut-turut pada Tabel 4.25 dan Gambar 4.21.

Tabel 4.25. Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4 dan ARIMA (0,1,1)

t	validasi	forecast	Residual	forecast	Residual
		ARIMA (0,1,1)	Forecast	NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4	Forecast
114	3.32	3.4358	-0.1158	3.5286	-0.2086
115	3.93	3.4358	0.4942	3.6103	0.3197
116	4.44	3.4358	1.0042	3.6068	0.8332
117	4.29	3.4358	0.8542	3.6765	0.6135
118	4.27	3.4358	0.8342	3.8260	0.4440
119	4.29	3.4358	0.8542	3.9307	0.3593
120	4.26	3.4358	0.8242	4.0112	0.2488
121	4.13	3.4358	0.6942	3.9900	0.1400
122	4.06	3.4358	0.6242	3.9731	0.0869
123	3.81	3.4358	0.3742	3.9527	-0.1427
124	4.32	3.4358	0.8842	3.9202	0.3998
125	4.7	3.4358	1.2642	3.9292	0.7708



Gambar 4.21. Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model *wavelet* NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4 dan ARIMA (0,1,1)

Dari plot tersebut terlihat bahwa model *wavelet* NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar 4 dapat mengikuti pola data, sehingga dapat dikatakan bahwa model tersebut lebih baik daripada model ARIMA (0,1,1).

Langkah terakhir yaitu melakukan peramalan untuk periode ke depan sebanyak 10% jumlah pengamatan. Pada Tabel 4.26 berikut disajikan hasil peramalan periode ke depan sebanyak 12 pengamatan untuk data bonds.

Tabel 4.26. Hasil peramalan untuk periode ke depan sebanyak 12 pengamatan untuk data bonds

t	Forecast_NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4
126	3.9818
127	4.0247
128	4.0561
129	4.089
130	4.0641
131	4.0076
132	3.948
133	3.8822
134	3.8255
135	3.7941
136	3.7831
137	3.7857

c. Data Harga Minyak

Kedua metode untuk data harga minyak ini menghasilkan hampir semua model-model yang memenuhi asumsi yaitu dengan pemodelan data tanpa dipotong dan data dipotong, baik terdapat penambahan lag-lag berdasarkan nilai ACF residual, maupun tidak. Selain itu, dapat juga dilihat bahwa metode 2 menghasilkan lebih banyak model yang memenuhi asumsi daripada metode 1. Hal ini dapat disebabkan karena pola data yang tidak linier seperti data bonds, sehingga metode 1 yang memodelkan koefisien skala dengan polinomial, tidak mampu mengikuti fluktuasi data.

Selanjutnya akan ditampilkan perbandingan antara hasil MSE *out-sample* (MSE peramalan) yang dihasilkan ARIMA dan model-model *wavelet* dari data harga minyak dengan metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* pada Tabel 4.27. Tabel tersebut menunjukkan bahwa terdapat 4 model *wavelet* yang lebih baik daripada model ARIMA (0,1,0) atau model *random walk*. Hal ini dilihat dari nilai MSE *out-sample* yang dihasilkan oleh 4 model *wavelet* yang lebih kecil daripada model *random walk* serta rasio MSE *out-sample* terhadap model ARIMA (0,1,0) atau *random walk* yang lebih kecil dari 1. MSE *out-sample* terkecil dihasilkan oleh data tidak dipotong pada level 1, yaitu model NoCut-MAR(1)-Haar1, sehingga model tersebut merupakan model terbaik pada data harga minyak.

Tabel 4.27. Hasil perbandingan antara model ARIMA (0,1,0) atau model *random walk* dan model-model *wavelet* dari metode 1 dan 2 yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* untuk data harga minyak

No	Sebut dengan	In sample		Out sample	
		MSE	Rasio terhadap ARIMA	MSE	Rasio terhadap ARIMA
1	ARIMA(0,1,0)	64044.1000	1.0000	61626.1599	1.0000
2	NoCut-POLY+MAR(1)-Haar3	46755.2641	0.7300	374192.2766	6.0720
3	Cut-POLY+MAR(2)-Haar3	47041.9850	0.7345	4352817.8889	70.6326
4	NoCut-MAR(1)-Haar1	59416	0.9277	7498.316652	0.1217
5	NoCut-MAR(1)-Haar2	55158.81	0.8613	9977.432715	0.1619
6	NoCut-MAR(1)-Haar3	54767.593	0.8552	15426.09671	0.2503
7	Cut-MAR(1)+LAG2-Haar3	48470.80234	0.7568	6127588.289	99.4316

Tabel 4.28 menyajikan model-model peramalan *wavelet* untuk data harga minyak yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA.

Tabel 4.28. Model-model peramalan *wavelet* untuk data harga minyak yang mempunyai kesalahan peramalan lebih kecil daripada model ARIMA (0,1,0) atau model *random walk*

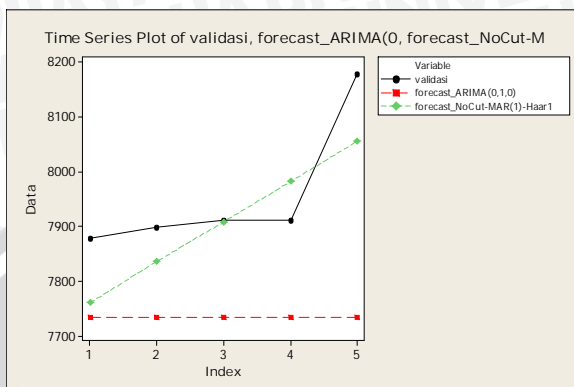
No	Sebut dengan	Model Peramalan	Out-sample	
			MSE	Rasio terhadap ARIMA
1	NoCut-MAR(1)-Haar1	$X_{t+1} = 0.852 w_{1,t} + 1.01 v_{1,t}$	7498.3167	0.1217
2	NoCut-MAR(1)-Haar2	$X_{t+1} = 0.813 w_{1,t} + 1.16 w_{2,t} + 1.01 v_{2,t}$	9977.4327	0.1619
3	NoCut-MAR(1)-Haar3	$X_{t+1} = 0.811 w_{1,t} + 1.12 w_{2,t} + 1.07 w_{3,t} + 1.01 v_{3,t}$	15426.0967	0.2503

Pada kolom model peramalan *wavelet*, terlihat variabel-variabel input yang signifikan yang mempengaruhi nilai peramalan. Keempat model ini didapat melalui metode 2. Pandang model pertama NoCut-MAR(1)-Haar 1 dengan nilai peramalan data ke $t+1$. Model tersebut dipengaruhi oleh koefisien *wavelet* level 1 ($w_{1,t}$) waktu ke- t , dan koefisien skala level 1 ($v_{1,t}$) waktu ke- t , dimana koefisien *wavelet* dan koefisien skala pada metode 2 ini merupakan hasil dekomposisi MODWT dari data tanpa dipotong efek sirkuler. Selain itu, juga dapat dilihat rasio untuk model terbaik data harga minyak terhadap model ARIMA sebesar 0.1217. Dengan kata lain model tersebut mampu memperbaiki (mereduksi kesalahan) model ARIMA (0,1,0) atau *random walk* sebesar 87.83%.

Tabel perbandingan data validasi dengan hasil peramalan data *out-sample* model *wavelet* terbaik NoCut-MAR(1)-Haar1 dan ARIMA (0,1,0) atau model *random walk* beserta plotnya dapat dilihat berturut-turut pada Tabel 4.29 dan Gambar 4.22.

Tabel 4.29. Perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model NoCut-MAR(1)-Haar1 dan ARIMA (0,1,0)

t	validasi	forecast	Residual	forecast	Residual
		ARIMA (0,1,0) atau random walk	Forecast	NoCut-MAR(1)-Haar1	Forecast
46	7876.88	7733.2400	143.6400	7759.9484	116.9316
47	7897.54	7733.2400	164.3000	7835.4377	62.1023
48	7910.74	7733.2400	177.5000	7907.8284	2.9116
49	7910.74	7733.2400	177.5000	7981.1878	-70.4478
50	8177.64	7733.2400	444.4000	8055.2042	122.4358



Gambar 4.22. Plot perbandingan data validasi dengan hasil peramalan model *wavelet* NoCut-MAR(1)-Haar1 dan ARIMA (0,1,0) atau model *random walk*.

Dari plot tersebut terlihat bahwa model *wavelet* Cut-MAR(1)-Haar2 lebih baik daripada model ARIMA (0,1,0) atau model *random walk*.

Langkah terakhir yaitu melakukan peramalan untuk periode ke depan sebanyak 10% jumlah pengamatan. Pada tabel 4.30 berikut disajikan hasil peramalan periode ke depan sebanyak 5 pengamatan untuk data harga minyak.

Tabel 4.30. Hasil peramalan untuk periode ke depan sebanyak 5 pengamatan untuk data harga minyak

t	Forecast_NoCut-MAR(1)-Haar1
51	8129.9090
52	8205.3069
53	8281.4036
54	8358.2058
55	8435.7208

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Kesimpulan yang didapatkan dari hasil dan pembahasan dalam penelitian ini antara lain :

1. Metode 1 dan 2, yang merupakan pengembangan dari algoritma usulan Renaud dkk. (2003) dan Damayanti (2008) mampu menghasilkan model yang memenuhi asumsi normalitas dan *white noise* pada residual. Meskipun demikian, model tersebut tidak selalu menghasilkan MSE yang lebih kecil dari model ARIMA atau dengan kata lain tidak semua model yang dihasilkan lebih baik dari model ARIMA.
2. Aplikasi metode 2 (tanpa melibatkan model polinomial) pada ketiga data ternyata menghasilkan lebih banyak model yang memenuhi asumsi residual daripada metode 1. Hal ini dapat disebabkan karena pola data yang tidak linier, sehingga pemodelan koefisien skala dengan model polinomial menjadi kurang tepat.
3. Penambahan lag-lag yang signifikan pada model selain usulan Renaud dkk. (2003) dan Damayanti (2008) dapat memberikan peluang model tersebut untuk menjadi model yang terbaik atau model yang lebih baik dari model ARIMA.
4. Peramalan dengan kedua metode *wavelet* yang diusulkan dalam penelitian ini memberikan hasil peramalan yang lebih baik dari ARIMA.
5. Model peramalan terbaik, nilai MSE *out-sample* beserta rasio terhadap ARIMA:
 - a. Untuk data simulasi deret waktu non stasioner dalam rata-rata yaitu Cut-POLY+MAR(1)-Haar4 dengan nilai MSE *out-sample* sebesar 10.0010 dan rasio sebesar 0.6373 (model mampu mereduksi kesalahan model ARIMA sebesar 2.35%).
 - b. Untuk data bonds yaitu NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4 dengan nilai MSE *out-sample* sebesar 0.2005 dan rasio sebesar 0.2005 (model mampu mereduksi kesalahan model ARIMA sebesar 67.89%).
 - c. Untuk data harga minyak yaitu NoCut-MAR(1)-Haar1 dengan nilai MSE *out-sample* sebesar 7498.3167 (model mampu mereduksi kesalahan model ARIMA sebesar 87.83%).

5.2. Saran

Dalam penelitian selanjutnya dapat dilakukan beberapa hal sebagai berikut:

1. Analisis dapat dikembangkan dengan menggunakan keluarga *wavelet* yang lain seperti yang disebutkan Daubechies (1992) yaitu *Daubechies Wavelet*, *Meyer Wavelet*, *Mexican Hat Wavelet*, *Coiflet Wavelet*, dan *Last Assymmetric*.
2. Penerapan metode yang diusukan dalam penelitian ini dapat dikembangkan pada data yang non stasioner dalam ragam.



DAFTAR PUSTAKA

- Anonymous. 2006. **Box-Cox Transformation.**
web.thu.edu.tw/wenwei/www/Courses/linmodel/ch4.1.doc.
Tanggal Akses: 11 Januari 2011.
- Assauri, S. 1984. **Teknik dan Metoda Peramalan : Penerapannya dalam Ekonomi dan Dunia Usaha.** Edisi Satu. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.
- Cryer, J.D and S.C. Kung. 2008. **Time Series Analysis.** Second Edition. Springer. New York.
- Damayanti, I. 2008. **Metode Wavelet Untuk Peramalan Time Series yang Non Stasioner.** Tesis yang tidak dipublikasikan, ITS.
- Daubechies, I. 1992. **Ten Lectures on Wavelets, Society for Industrial and Applied Mathematics.** SIAM. Philadelphia.
- Hanke, J.E., D.W. Wichern, dan A.G. Reitsch. 2003. **Peramalan Bisnis.** Edisi Ketujuh. Alih bahasa Devy Anantanur. PT. Prenhallindo. Jakarta.
- Harris, R., and R. Sollis. 2005. **Applied Time Series Modeling and Forecasting.** John Wiley and Sons Inc. New York.
- Hyndman, R.J., B.K. Anne, J.K. Ord, and R.D. Snyder. 2008. **Forecasting With Exponential Smoothing.** The State Space Approach. Springer. Berlin.
- Ispriyanti, D. 2004. **Pemodelan Statistika dengan Transformasi Box Cox.** *http://undip.ac.id.* Tanggal Akses: 17 September 2010.
- Kvam, P.H., and B. Vidakovic. 2007. **Nonparametric Statistics With Application to Science and Engineering.** John Wiley and Sons Inc. New Jersey.
- Makridakis, S., S.C. Wheelwright, dan V.E. McGee. 1999. **Metode dan Aplikasi Peramalan.** Edisi Kedua. Alih Bahasa Hari Suminto. Binarupa Aksara. Jakarta.
- Mulyana. 2004. **Analisis Data Deret Waktu.** Universitas Padjajaran. Bandung.
- Nainggolan. 2006. **Transformasi Wavelet Diskrit.** Universitas Lampung. Lampung.

- Percival, D.B., and A.T. Walden. 2000. **Wavelets Methods for Time Series Analysis**. Cambridge University Press. Cambridge.
- Popoola, A.O., S. Ahmad, and K. Ahmad. 2007. **Fuzzy Wavelet Method for Time Series Analysis**, submitted for the Degree of Doctor of Philosophy from the University of Surrey, England.
- Pramudita, A.A., A.S. Suryadi, dan A.Y. Hercuadi. 2003. **Wavelet Transmultiplex**. Jurnal Elektronika dan Telekomunikasi. 3(3): 15-19.
- Renaud, O., J.L. Stark, and F. Murtagh. 2003. **Prediction Based on Multiscale Decomposition**. **International Journal of Wavelets**, Multiresolution and Information Processing. 1(2): 217-232. Departement d'econometrie Universite de Geneve.
- Susilawati, I. 2009. **Analisis Wavelet**. Alihragam Wavelet Diskret. Universitas Mercu Buana. Yogyakarta.
- Wei, W.W.S. 1994. **Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods**. Addison Wesley Publishing Company Inc. New York.

Lampiran 1. Data

1. Data Simulasi

No	X_t	No	X_t
1	13.396	101	76.331
2	18.406	102	71.352
3	23.465	103	74.634
4	22.683	104	81.089
5	20.105	105	81.967
6	18.034	106	82.930
7	23.255	107	79.053
8	27.200	108	83.499
9	28.734	109	90.543
10	20.801	110	85.193
11	18.213	111	77.031
12	18.259	112	85.783
13	13.207	113	89.890
14	22.287	114	85.356
15	25.487	115	82.407
16	22.914	116	84.599
17	22.637	117	82.431
18	37.087	118	83.350
19	34.363	119	86.050
20	26.441	120	85.082
21	23.278	121	86.497
22	16.433	122	90.681
...
...
...
96	73.712	196	138.165
97	76.762	197	141.243
98	75.285	198	134.525
99	74.166	199	133.485
100	78.651	200	131.689

2. Data Bonds

No	Tahun	Bulan	bonds125
1	1994	Januari	5.83
2		Februari	6.06
3		Maret	6.58
4		April	7.09
5		Mei	7.31
6		Juni	7.23
7		Juli	7.43
8		Agustus	7.37
9		September	7.60
10		Oktober	7.89
11		November	8.12
12		Desember	7.96
13	1995	Januari	7.93
14		Februari	7.61
15		Maret	7.33
16		April	7.18
17		Mei	6.74
18		Juni	6.27
19		Juli	6.38
20		Agustus	6.60
...
...
...
121	2004	Januari	4.13
122		Februari	4.06
123		Maret	3.81
124		April	4.32
125		Mei	4.70

Sumber: Hyndman, R.J., B.K. Anne, J.K. Ord, dan R.D. Snyder. 2008. *Forecasting with exponential smoothing. The state space approach*. Berlin: Springer.

3. Data Harga Minyak

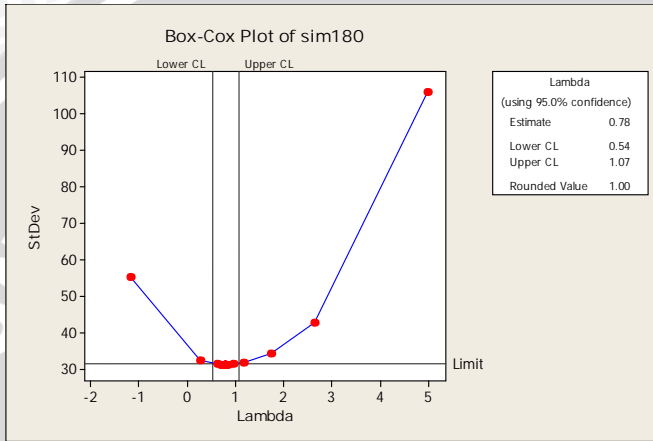
No	Bulan	Minggu	HM53
1	Juni-2006	1	4450.51
2		2	4871.25
3		3	4871.25
4		4	4240.32
5	Juli	1	4078.47
6		2	3949.88
7		3	3949.88
8		4	4392.81
9		5	4472.45
10	Agustus	1	4782.12
11		2	4815.41
12		3	4815.41
13		4	4629.92
14	September	1	4739.54
15		2	4739.54
16		3	4974.24
17		4	5120.93
18	Oktober	1	5239.22
19		2	5411.28
20		3	4942.62
21		4	4855.38
22		5	5497.02
...
...
...
...
49	Mei-2007	2	7910.74
50		3	8177.64

Sumber : Malang Dalam Angka 2007. Badan Pusat Statistik Malang.

Lampiran 2. Hasil Analisis Pemodelan ARIMA

1. Data Simulasi

Transformasi *Box-Cox*



Sebelum dilakukan *differencing*

Null Hypothesis: SIM180 has a unit root

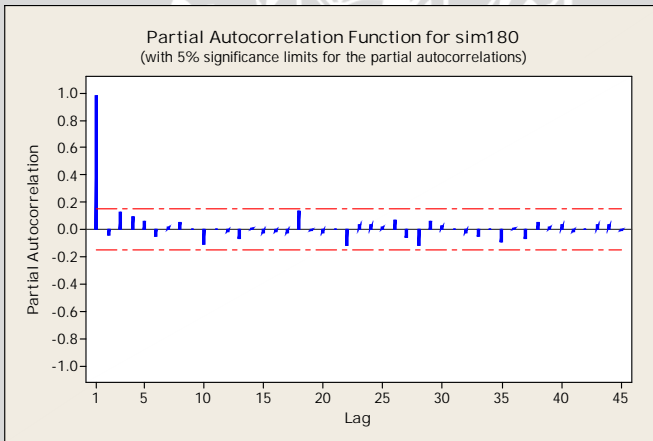
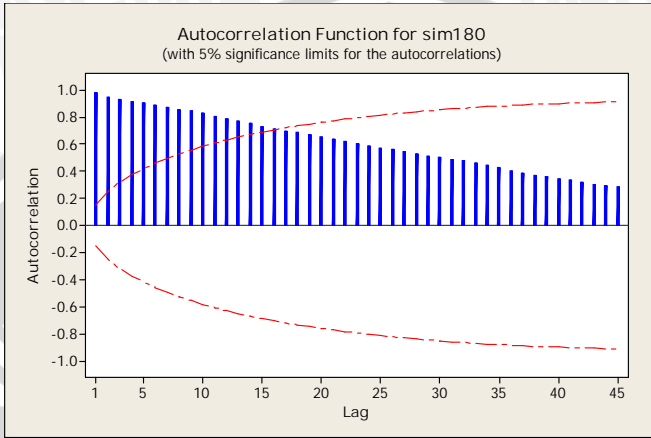
Exogenous: Constant

Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.642063	0.8568
Test critical values:		
1% level	-3.467633	
5% level	-2.877823	
10% level	-2.575530	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Lampiran 2. (Lanjutan)



Lampiran 2. (Lanjutan)

Setelah dilakukan *differencing* 1 kali

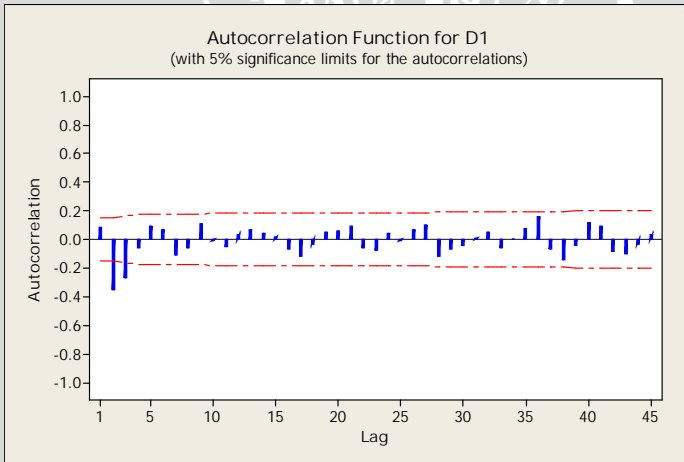
Null Hypothesis: D(SIM180) has a unit root

Exogenous: Constant

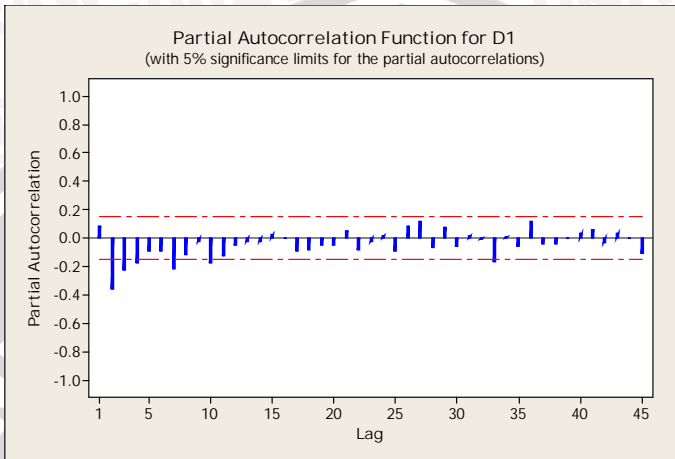
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.71279	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.467633	
5% level	-2.877823	
10% level	-2.575530	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Lampiran 2. (Lanjutan)



Model ARIMA (0,1,3)

ARIMA Model: sim180

Estimates at each iteration

Iteration	SSE		Parameters			
0	3415.08	0.100	0.100	0.100	0.674	
1	3034.03	0.085	0.250	0.179	0.612	
2	2735.70	0.115	0.400	0.265	0.589	
3	2590.89	0.151	0.475	0.298	0.594	
4	2552.95	0.162	0.494	0.304	0.595	
5	2534.03	0.170	0.506	0.304	0.595	
6	2525.06	0.202	0.524	0.253	0.595	
7	2525.02	0.204	0.523	0.254	0.595	
8	2524.86	0.203	0.523	0.254	0.595	
9	2524.86	0.203	0.523	0.254	0.595	

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type		Coef	SE Coef	T	P
MA	1	0.2033	0.0759	2.68	0.008
MA	2	0.5227	0.0722	7.24	0.000
MA	3	0.2538	0.0763	3.32	0.001
Constant		0.59522	0.01710	34.80	0.000

Lampiran 2. (Lanjutan)

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 180, after differencing 179

Residuals: SS = 2513.86 (backforecasts excluded)
MS = 14.36 DF = 175

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	9.9	18.5	34.7	42.8
DF	8	20	32	44
P-Value	0.275	0.557	0.339	0.524

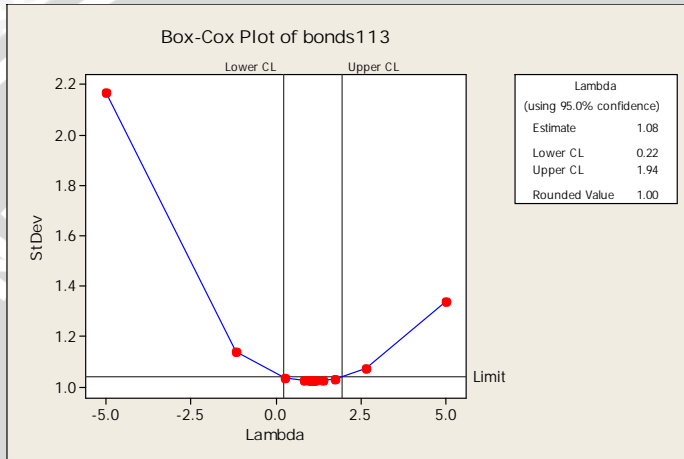
Forecasts from period 180

Period	Forecast	95% Limits		Actual
		Lower	Upper	
181	120.245	112.815	127.675	
182	123.951	114.451	133.450	
183	125.445	115.730	135.160	
184	126.040	116.324	135.757	
185	126.636	116.918	136.353	
186	127.231	117.512	136.950	
187	127.826	118.106	137.546	
188	128.421	118.700	138.142	
189	129.016	119.294	138.739	
190	129.612	119.888	139.335	
191	130.207	120.483	139.931	
192	130.802	121.077	140.528	
193	131.397	121.671	141.124	
194	131.993	122.265	141.720	
195	132.588	122.859	142.317	
196	133.183	123.453	142.913	
197	133.778	124.047	143.510	
198	134.373	124.641	144.106	
199	134.969	125.235	144.702	
200	135.564	125.829	145.299	

Lampiran 2. (Lanjutan)

2. Data Bonds

Transformasi *Box-Cox*



Sebelum dilakukan *differencing*

Null Hypothesis: BONDS113 has a unit root

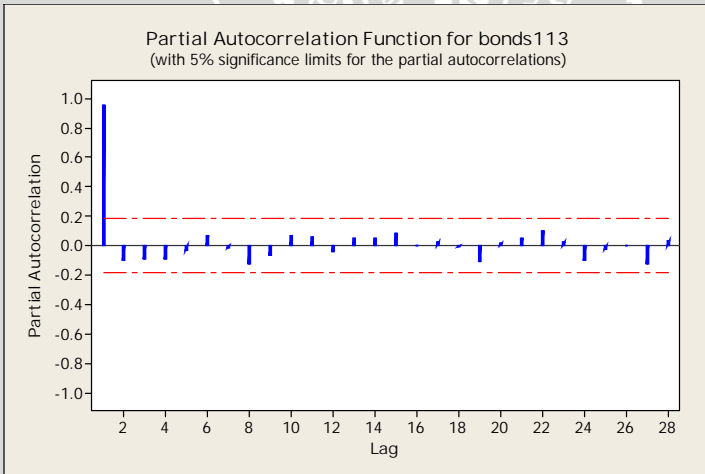
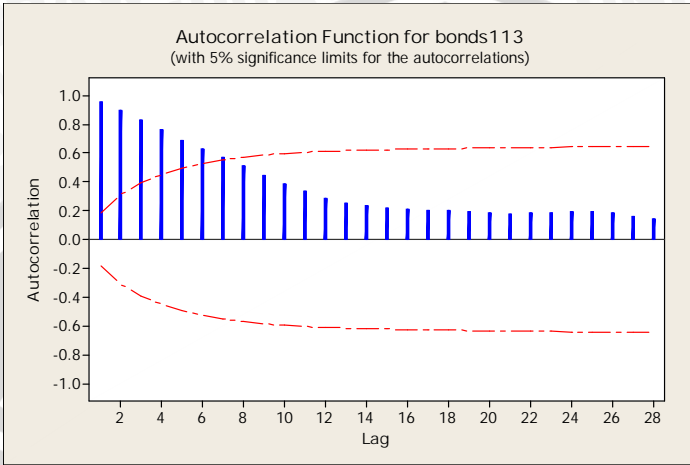
Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.217067	0.9319
Test critical values:		
1% level	-3.489659	
5% level	-2.887425	
10% level	-2.580651	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Lampiran 2. (Lanjutan)



Lampiran 2. (Lanjutan)

Setelah dilakukan *differencing* 1 kali

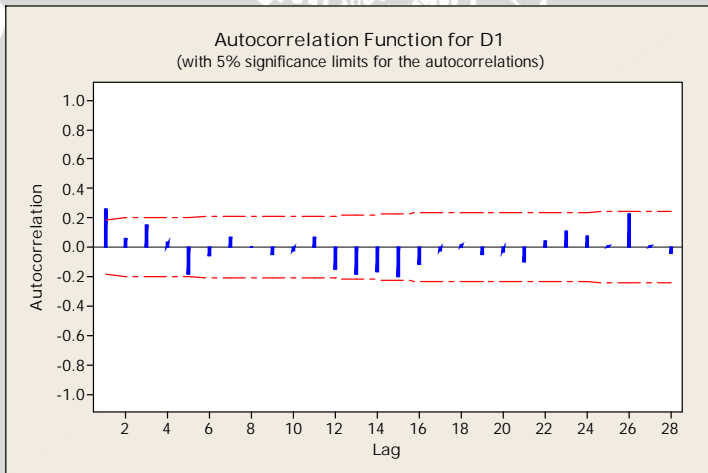
Null Hypothesis: D(BONDS113) has a unit root

Exogenous: Constant

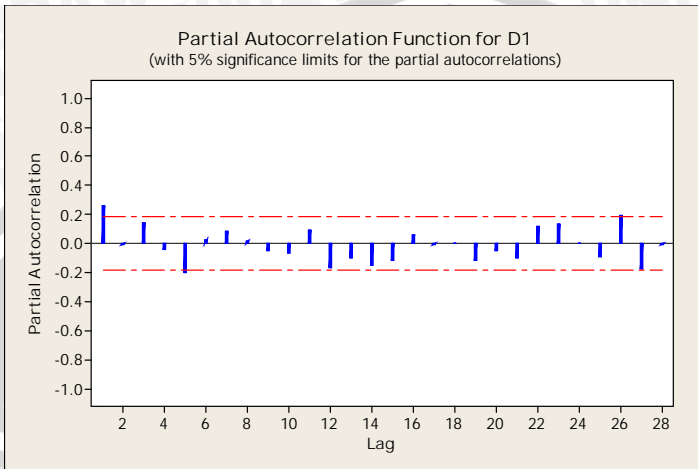
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.887208	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.490210
	5% level	-2.887665
	10% level	-2.580778

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Lampiran 2. (Lanjutan)



Model ARIMA(0,1,1)

ARIMA Model: bonds113

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters
0	6.83969	0.100
1	6.26525	-0.050
2	5.98532	-0.200
3	5.93954	-0.283
4	5.93932	-0.289
5	5.93932	-0.289
6	5.93932	-0.289

Relative change in each estimate less than 0.0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
MA 1	-0.2892	0.0927	-3.12	0.002

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 113, after differencing 112

Residuals: SS = 5.93819 (backforecasts excluded)
MS = 0.05350 DF = 111

Lampiran 2. (Lanjutan)

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

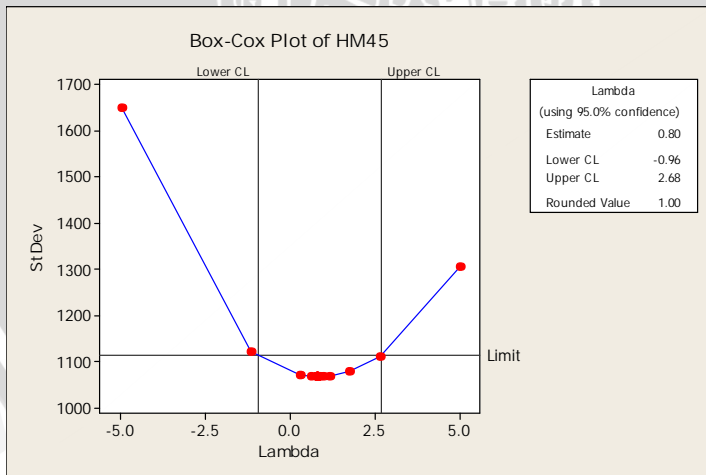
Lag	12	24	36	48
Chi-Square	12.4	24.0	46.6	59.7
DF	11	23	35	47
P-Value	0.333	0.404	0.091	0.101

Forecasts from period 113

Period	Forecast	95% Limits		Actual
		Lower	Upper	
114	3.43575	2.98233	3.88918	
115	3.43575	2.69596	4.17555	
116	3.43575	2.49289	4.37862	
117	3.43575	2.32639	4.54512	
118	3.43575	2.18181	4.68970	
119	3.43575	2.05226	4.81925	
120	3.43575	1.93383	4.93768	
121	3.43575	1.82409	5.04742	
122	3.43575	1.72136	5.15015	
123	3.43575	1.62444	5.24707	
124	3.43575	1.53246	5.33905	
125	3.43575	1.44472	5.42679	

3. Data Harga Minyak

Transformasi *Box-Cox*



Lampiran 2. (Lanjutan)

Sebelum dilakukan *differencing*

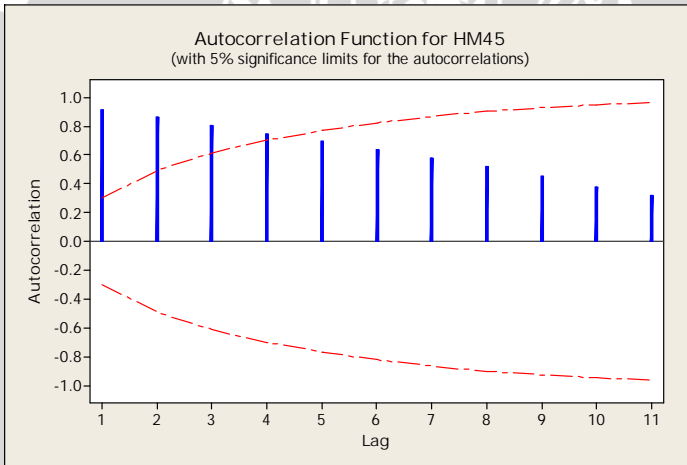
Null Hypothesis: HM45 has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.005606	0.9539
Test critical values:		
1% level	-3.588509	
5% level	-2.929734	
10% level	-2.603064	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Lampiran 2. (Lanjutan)

Setelah dilakukan *differencing* 1 kali

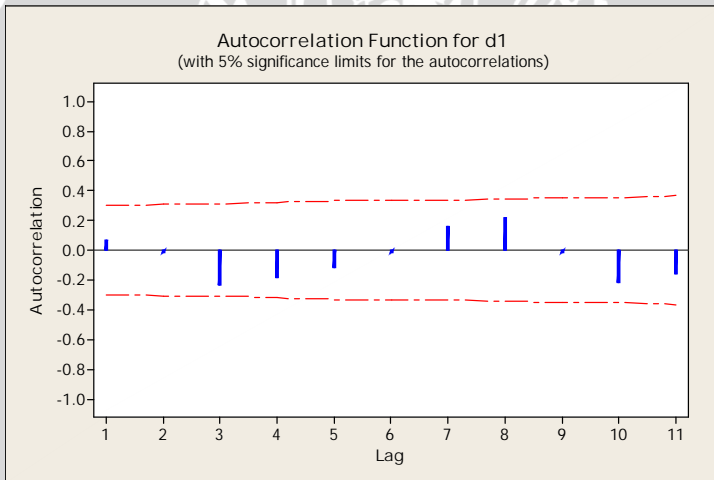
Null Hypothesis: D(HM45) has a unit root

Exogenous: Constant

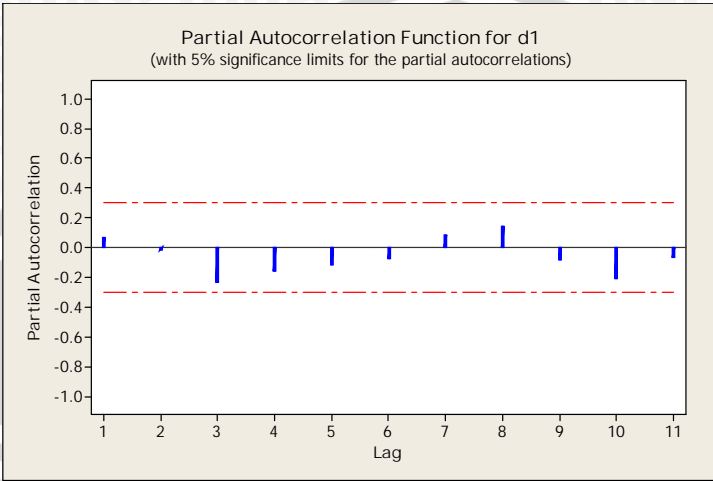
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=9)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.678295	0.0000
Test critical values:		
	1% level	-3.592462
	5% level	-2.931404
	10% level	-2.603944

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.



Lampiran 2. (Lanjutan)



Model ARIMA (0,1,0) atau *Random Walk*

$$X_t = X_{t-1} + a_t$$

dengan $a_t = \text{white noise}$

Lampiran 3. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Nilai Kesalahan Peramalan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA untuk Data Simulasi

1. Cut-POLY+MAR(1)-Haar4

POLY

Stepwise Regression: L(t) versus t, t2, t3, t4, t5

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is L(t) on 5 predictors, with N = 165

Step	1
Constant	20.79
t	0.5977
T-Value	307.24
P-Value	0.000
S	1.19
R-Sq	99.83
R-Sq(adj)	99.83

Regression Analysis: L(t) versus t

The regression equation is

$$L(t) = 20.8 + 0.598 t$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	20.7913	0.1862	111.68	0.000
t	0.597707	0.001945	307.24	0.000

S = 1.19023 R-Sq = 99.8% R-Sq(adj) = 99.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	133731	133731	94399.28	0.000
Residual Error	163	231	1		
Total	164	133962			

Lampiran 3. (Lanjutan)

Unusual Observations

Obs	t	L(t)	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
46	46	45.175	48.286	0.117	-3.111	-2.63R
47	47	45.614	48.884	0.116	-3.269	-2.76R
48	48	46.555	49.481	0.115	-2.927	-2.47R
54	54	50.672	53.067	0.108	-2.395	-2.02R
55	55	51.178	53.665	0.107	-2.487	-2.10R
56	56	51.717	54.263	0.107	-2.546	-2.15R
71	71	65.666	63.228	0.096	2.437	2.05R
72	72	66.826	63.826	0.095	3.000	2.53R
73	73	67.216	64.424	0.095	2.792	2.35R
74	74	67.537	65.022	0.094	2.516	2.12R

R denotes an observation with a large standardized residual.

MAR(1)

Stepwise Regression: H(t) versus w1(t-1), w2(t-1), w3(t-1), w4(t-1)

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is H(t) on 4 predictors, with N = 164
 N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 165

Step	1	2	3	4
No constant				
w4(t-1)	1.25	1.23	1.01	0.99
T-Value	8.47	10.21	8.70	8.75
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000
w1(t-1)		1.36	1.46	1.31
T-Value		9.17	10.78	9.19
P-Value		0.000	0.000	0.000
w3(t-1)			0.72	0.65
T-Value			5.85	5.28
P-Value			0.000	0.000
w2(t-1)				0.34
T-Value				2.87
P-Value				0.005

Lampiran 3. (Lanjutan)

S	5.40	4.40	4.00	3.92
Mallows Cp	147.9	44.0	10.2	4.0

Regression Analysis: H(t) versus w1(t-1), w2(t-1), w3(t-1), w4(t-1)

The regression equation is

$$H(t) = 1.31 w1(t-1) + 0.336 w2(t-1) + 0.651 w3(t-1) + 0.993 w4(t-1)$$

164 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.3139	0.1430	9.19	0.000
w2(t-1)	0.3358	0.1171	2.87	0.005
w3(t-1)	0.6510	0.1233	5.28	0.000
w4(t-1)	0.9932	0.1135	8.75	0.000

S = 3.91665

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	4392.2	1098.0	71.58	0.000
Residual Error	160	2454.4	15.3		
Total	164	6846.6			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	1702.9
w2(t-1)	1	437.3
w3(t-1)	1	1077.2
w4(t-1)	1	1174.8

Unusual Observations

Obs	w1(t-1)	H(t)	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
3	-0.14	14.314	0.368	0.421	13.946	3.58R
4	7.22	10.909	13.126	1.186	-2.217	-0.59 X
7	-1.58	-7.354	1.268	0.809	-8.622	-2.25R
11	-0.38	12.361	4.691	0.941	7.670	2.02R
31	0.60	0.096	9.721	0.678	-9.625	-2.49R
57	1.27	14.109	4.859	0.627	9.251	2.39R
71	3.42	15.383	7.580	0.633	7.803	2.02R

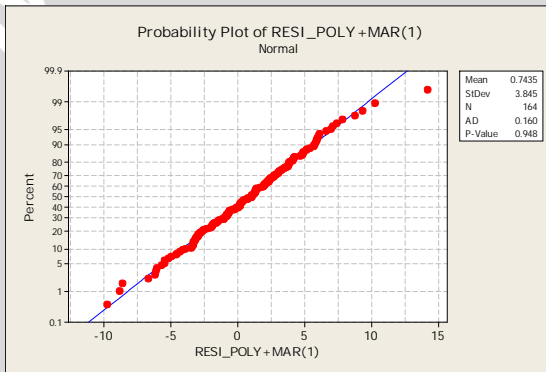
Lampiran 3. (Lanjutan)

97	-4.08	6.141	-1.690	0.706	7.831	2.03R
139	3.45	0.138	9.331	0.664	-9.193	-2.38R
162	-0.86	6.873	-1.631	0.432	8.504	2.18R

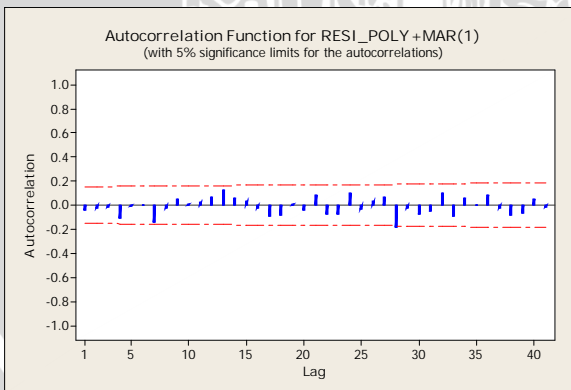
R denotes an observation with a large standardized residual.

X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi White Noise Residual



Lampiran 3. (Lanjutan)

2. NoCut-MAR(2)-Haar 2

Stepwise Regression: sim180 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is sim180 on 6 predictors, with N = 175
N(cases with missing observations) = 5 N(all cases) = 180

Step	1	2	3	4
No constant				
v2(t-1)	1.0154	1.0107	1.0090	0.9271
T-Value	182.95	237.76	236.43	24.49
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000
w1(t-1)		1.58	1.47	1.43
T-Value		11.24	9.98	9.76
P-Value		0.000	0.000	0.000
w2(t-1)			0.27	0.30
T-Value			2.24	2.50
P-Value			0.026	0.013
v2(t-5)				0.084
T-Value				2.18
P-Value				0.031
S	5.63	4.29	4.24	4.20
Mallows Cp	137.0	8.1	5.0	2.3

Regression Analysis: sim180 versus w1(t-1), w2(t-1), v2(t-1), v2(t-5)

The regression equation is
 $\text{sim180} = 1.43 w1(t-1) + 0.304 w2(t-1) + 0.927 v2(t-1) + 0.0840 v2(t-5)$

175 cases used, 5 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.4288	0.1464	9.76	0.000
w2(t-1)	0.3037	0.1214	2.50	0.013
v2(t-1)	0.92711	0.03785	24.49	0.000
v2(t-5)	0.08401	0.03858	2.18	0.031

Lampiran 3. (Lanjutan)

$$S = 4.19512$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1062408	265602	15091.83	0.000
Residual Error	171	3009	18		
Total	175	1065417			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	22046
w2(t-1)	1	35069
v2(t-1)	1	1005209
v2(t-5)	1	83

Unusual Observations

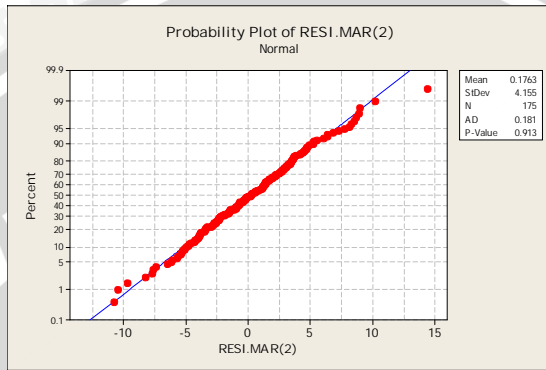
Obs	w1(t-1)	sim180	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
6	-1.3	18.034	25.735	2.859	-7.701	-2.51R
7	-1.0	23.255	23.065	1.797	-0.190	0.05 X
18	-0.1	37.087	22.744	0.240	14.343	3.42R
22	-1.6	16.433	26.135	0.716	-9.702	-2.35R
26	-0.4	38.067	29.134	0.785	8.933	2.17R
46	0.6	40.418	51.220	0.381	-10.802	-2.59R
50	-0.8	48.091	39.243	0.497	8.848	2.12R
64	3.4	62.415	53.939	0.536	8.476	2.04R
72	1.3	67.067	56.873	0.438	10.194	2.44R
154	3.4	104.317	114.802	0.713	-10.485	-2.54R
177	-0.9	125.314	116.652	0.618	8.662	2.09R

R denotes an observation with a large standardized residual.

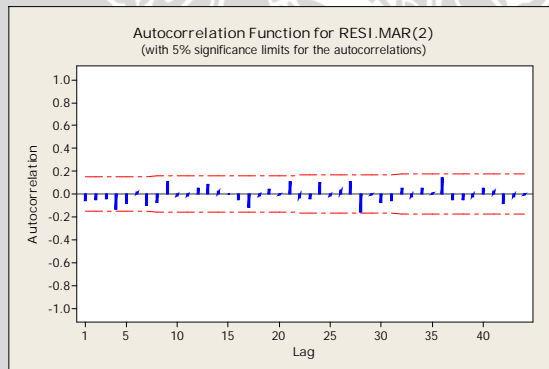
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 3. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



3. Cut-MAR(2)-Haar 2

Stepwise Regression: `sim177` versus `w1(t-1)`, `w2(t-1)`, ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is `sim177` on 6 predictors, with N = 172
N(cases with missing observations) = 5 N(all cases) = 177

Lampiran 3. (Lanjutan)

Step	1	2	3	4
No constant				
v2(t-1)	1.0153	1.0106	0.8203	0.7856
T-Value	182.06	236.18	12.47	12.00
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000
w1(t-1)		1.57	1.49	1.34
T-Value		11.10	10.56	9.01
P-Value		0.000	0.000	0.000
v2(t-5)			0.196	0.230
T-Value			2.90	3.42
P-Value			0.004	0.001
w2(t-1)				0.35
T-Value				2.92
P-Value				0.004
S	5.65	4.31	4.22	4.13
Mallows Cp	146.2	15.3	8.6	2.2

Regression Analysis: sim177 versus w1(t-1), w2(t-1), v2(t-1), v2(t-5)

The regression equation is

$$\text{sim177} = 1.34 \text{ w1(t-1)} + 0.353 \text{ w2(t-1)} + 0.786 \text{ v2(t-1)} + 0.230 \text{ v2(t-5)}$$

172 cases used, 5 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.3373	0.1484	9.01	0.000
w2(t-1)	0.3534	0.1209	2.92	0.004
v2(t-1)	0.78556	0.06544	12.00	0.000
v2(t-5)	0.22988	0.06723	3.42	0.001

S = 4.13266

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1060942	265235	15530.00	0.000

Lampiran 3. (Lanjutan)

Residual Error	168	2869	17
Total	172	1063811	

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	22041
w2(t-1)	1	35719
v2(t-1)	1	1002983
v2(t-5)	1	200

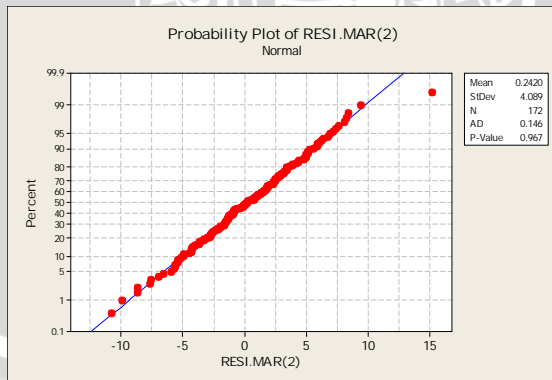
Unusual Observations

Obs	w1(t-1)	sim177	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
15	-0.14	37.087	21.997	0.368	15.090	3.67R
16	7.22	34.363	36.033	1.234	-1.670	-0.42 X
19	-1.58	16.433	25.125	0.797	-8.692	-2.14R
43	0.60	40.418	50.376	0.497	-9.958	-2.43R
61	3.37	62.415	54.218	0.540	8.197	2.00R
69	1.27	67.067	57.729	0.539	9.338	2.28R
83	3.42	81.049	72.673	0.660	-8.376	2.05R
89	1.28	67.732	76.443	0.402	-8.711	-2.12R
151	3.45	104.317	115.119	0.713	-10.802	-2.65R

R denotes an observation with a large standardized residual.

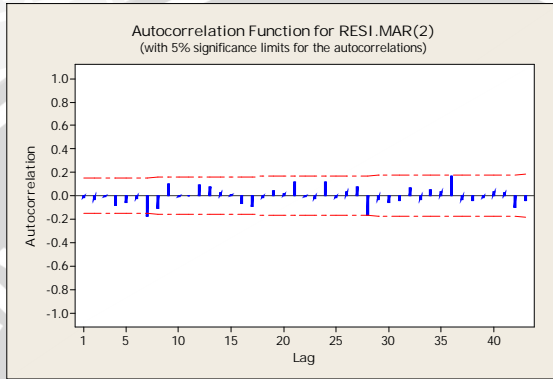
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Lampiran 3. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi *White Noise Residual*



4. NoCut-MAR(1) + LAG2 + LAG3-Haar 5

Stepwise Regression: **sim180** versus **w1(t-1), w2(t-1), ...**

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is **sim180** on 18 predictors, with N = 177
N(cases with missing observations) = 3 N(all cases) = 180

Step	1	2	3	4	5	6
No constant						
v5(t-1)	1.003	1.020	9.951	9.205	3.175	2.236
T-Value	44.00	79.23	15.84	17.60	4.10	3.54
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
w4(t-2)		2.078	1.348	1.193	1.035	1.019
T-Value		19.48	15.13	15.88	16.25	19.85
P-Value		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
v5(t-2)			-8.94	-8.20	-2.16	-1.23
T-Value			-14.22	-15.65	-2.79	-1.94
P-Value			0.000	0.000	0.006	0.054
w3(t-1)				0.826	1.104	1.183
T-Value				9.18	13.93	18.38
P-Value				0.000	0.000	0.000

Lampiran 3. (Lanjutan)

w5(t-1)					0.726	0.813
T-Value					9.35	12.85
P-Value					0.000	0.000

w1(t-1)						1.50
T-Value						9.68
P-Value						0.000

S	22.5	12.7	8.64	7.10	5.80	4.68
---	------	------	------	------	------	------

Step	7	8	9	10
No constant				

v5(t-1)	1.0106	1.0103	1.0096	1.0083
T-Value	209.30	223.43	230.40	231.37
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000

w4(t-2)	1.024	1.039	1.764	1.763
T-Value	19.81	21.42	8.38	8.49
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000

v5(t-2)				
T-Value				
P-Value				

w3(t-1)	1.234	1.103	1.009	1.012
T-Value	20.78	17.96	15.47	15.73
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000

w5(t-1)	0.916	0.915	0.979	0.979
T-Value	26.27	28.01	26.85	27.21
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000

w1(t-1)	1.54	1.72	1.82	1.79
T-Value	10.01	11.58	12.41	12.36
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000

w1(t-3)		0.423	0.420	0.417
T-Value		5.02	5.14	5.18
P-Value		0.000	0.000	0.000

w4(t-3)			-0.77	-0.77
T-Value			-3.53	-3.58
P-Value			0.001	0.000

Lampiran 3. (Lanjutan)

w1(t-2)	0.33
T-Value	2.37
P-Value	0.019

S	4.71	4.41	4.27	4.22
---	------	------	------	------

Regression Analysis: sim180 versus w1(t-1), w3(t-1), ...

The regression equation is

$$\begin{aligned} \text{sim180} = & 1.65 \text{ w1}(t-1) + 1.22 \text{ w3}(t-1) + 0.998 \text{ w5}(t-1) + 1.01 \\ & \text{v5}(t-1) + 0.280 \text{ w1}(t-2) + 2.17 \text{ w4}(t-2) - 0.221 \text{ w3}(t-3) - \\ & 1.13 \text{ w4}(t-3) \end{aligned}$$

177 cases used, 3 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.6496	0.1503	10.98	0.000
w3(t-1)	1.21888	0.07216	16.89	0.000
w5(t-1)	0.99792	0.03886	25.68	0.000
v5(t-1)	1.00803	0.00463	217.89	0.000
w1(t-2)	0.2797	0.1494	1.87	0.063
w4(t-2)	2.1661	0.2844	7.62	0.000
w3(t-3)	-0.22062	0.09793	-2.25	0.026
w4(t-3)	-1.1264	0.2744	-4.11	0.000

S = 4.47113

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	8	1062956	132870	6646.48	0.000
Residual Error	169	3378	20		
Total	177	1066335			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	22372
w3(t-1)	1	19790
w5(t-1)	1	46806
v5(t-1)	1	964830
w1(t-2)	1	114
w4(t-2)	1	8708
w3(t-3)	1	0
w4(t-3)	1	337

Lampiran 3. (Lanjutan)

Unusual Observations

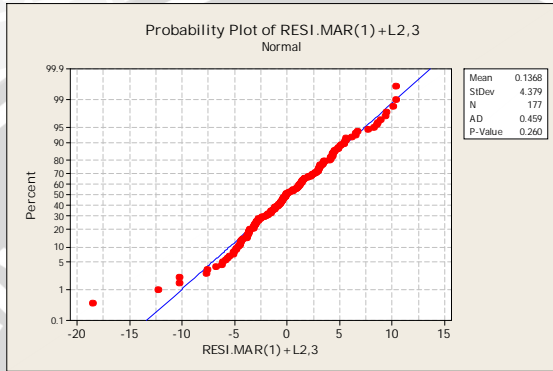
Obs	w1(t-1)	sim180	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
4	2.5	22.683	41.180	2.634	-18.498	-5.12RX
5	-0.4	20.105	13.414	2.832	6.690	1.93 X
6	-1.3	18.034	20.086	2.216	-2.052	-0.53 X
7	-1.0	23.255	24.308	2.830	-1.053	-0.30 X
8	2.6	27.200	27.768	2.164	-0.568	-0.15 X
9	2.0	28.734	29.226	2.274	-0.493	-0.13 X
10	0.8	20.801	14.285	2.688	6.517	1.82 X
11	-4.0	18.213	20.064	2.398	-1.851	-0.49 X
12	-1.3	18.259	21.392	2.016	-3.133	-0.79 X
13	0.0	13.207	20.916	1.663	-7.709	-1.86 X
14	-2.5	22.287	12.192	1.542	10.095	2.41R
15	4.5	25.487	23.931	1.775	1.556	0.38 X
16	1.6	22.914	26.040	1.862	-3.126	-0.77 X
17	-1.3	22.637	22.120	1.797	0.518	0.13 X
18	-0.1	37.087	31.743	1.776	5.344	1.30 X
19	7.2	34.363	38.143	2.025	-3.780	-0.95 X
20	-1.4	26.441	29.637	1.912	-3.196	-0.79 X
22	-1.6	16.433	26.715	1.504	-10.282	-2.44R
26	-0.4	38.067	28.659	1.030	9.407	2.16R
46	0.6	40.418	52.683	0.490	-12.265	-2.76R
50	-0.8	48.091	37.790	0.501	10.302	2.32R
72	1.3	67.067	56.698	0.531	10.370	2.34R
154	3.4	104.317	114.564	0.767	-10.248	-2.33R
177	-0.9	125.314	115.964	0.604	9.351	2.11R

R denotes an observation with a large standardized residual.

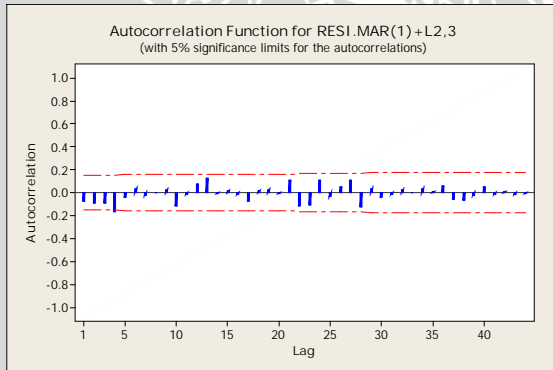
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 3. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



Lampiran 4. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Nilai Kesalahan Peramalan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA untuk Data Bonds

1. NoCut-MAR(1)+LAG2-Haar4

Stepwise Regression: bonds113 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is bonds113 on 10 predictors, with N = 111
N(cases with missing observations) = 2 N(all cases) = 113

Step	1	2	3	4	5	6
No constant						
v4(t-1)	0.9890	0.9952	0.9929	0.9944	0.9962	0.9966
T-Value	64.80	122.35	161.69	235.59	268.85	276.23
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
w3(t-1)		2.40	1.75	0.94	0.95	0.71
T-Value		16.71	13.50	8.16	9.46	5.30
P-Value		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
w4(t-1)			0.817	0.986	0.990	1.954
T-Value			9.14	15.58	17.88	5.31
P-Value			0.000	0.000	0.000	0.000
w2(t-1)				1.70	1.30	1.29
T-Value				11.04	8.58	8.77
P-Value				0.000	0.000	0.000
w1(t-1)					1.28	1.16
T-Value					5.81	5.31
P-Value					0.000	0.000
w4(t-2)						-0.89
T-Value						-2.65
P-Value						0.009
S	0.952	0.507	0.382	0.263	0.230	0.224
Step	7	8				
No constant						

Lampiran 4. (Lanjutan)

v4(t-1)	0.9966	0.9966
T-Value	285.90	282.33
P-Value	0.000	0.000
w3(t-1)	0.35	
T-Value	1.92	
P-Value	0.058	
w4(t-1)	2.29	2.81
T-Value	6.12	10.63
P-Value	0.000	0.000
w2(t-1)	0.93	0.84
T-Value	4.92	4.54
P-Value	0.000	0.000
w1(t-1)	1.32	1.35
T-Value	6.05	6.11
P-Value	0.000	0.000
w4(t-2)	-1.17	-1.60
T-Value	-3.44	-6.22
P-Value	0.001	0.000
w2(t-2)	0.71	1.03
T-Value	2.91	5.83
P-Value	0.004	0.000
S	0.216	0.219

Regression Analysis: bonds113 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

The regression equation is

$$\text{bonds113} = 1.35 \text{ w1}(t-1) + 0.842 \text{ w2}(t-1) + 2.81 \text{ w4}(t-1) + 0.997 \text{ v4}(t-1) + 1.03 \text{ w2}(t-2) - 1.60 \text{ w4}(t-2)$$

111 cases used, 2 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.3476	0.2206	6.11	0.000

Lampiran 4. (Lanjutan)

w2(t-1)	0.8422	0.1856	4.54	0.000
w4(t-1)	2.8054	0.2638	10.63	0.000
v4(t-1)	0.996616	0.003530	282.33	0.000
w2(t-2)	1.0292	0.1765	5.83	0.000
w4(t-2)	-1.5999	0.2571	-6.22	0.000

S = 0.218780

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	3902.40	650.40	13588.38	0.000
Residual Error	105	5.03	0.05		
Total	111	3907.43			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	3.06
w2(t-1)	1	22.27
w4(t-1)	1	57.88
v4(t-1)	1	3813.89
w2(t-2)	1	3.45
w4(t-2)	1	1.85

Unusual Observations

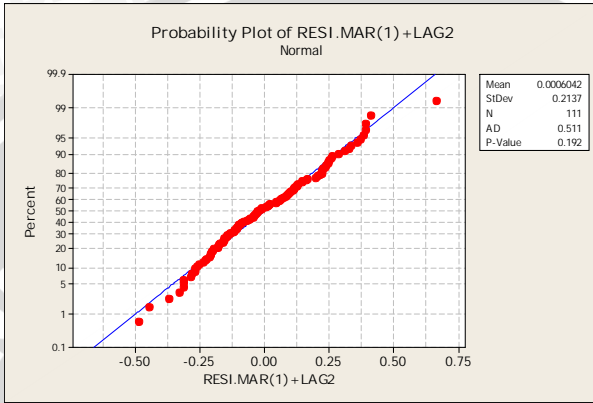
Obs	w1(t-1)	bonds113	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
3	0.12	6.5800	6.1981	0.1455	0.3819	2.34RX
4	0.26	7.0900	7.2692	0.1150	-0.1792	-0.96 X
5	0.26	7.3100	7.1439	0.0962	0.1661	0.85 X
9	-0.03	7.6000	7.6430	0.0968	-0.0430	-0.22 X
57	-0.06	4.8700	5.3579	0.0322	-0.4879	-2.25R
77	-0.13	6.4200	5.7558	0.0415	0.6642	3.09R
84	-0.01	5.2300	5.6754	0.0250	-0.4454	-2.05R

R denotes an observation with a large standardized residual.

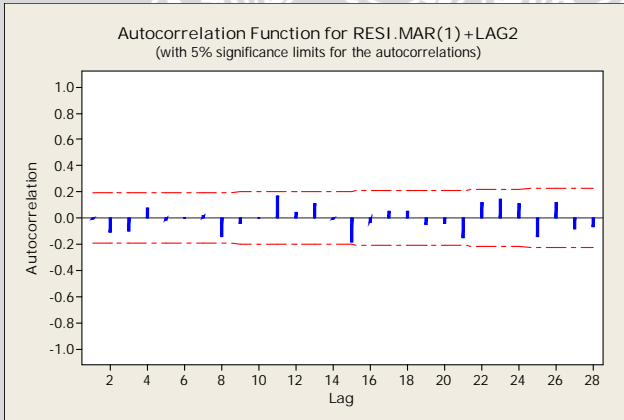
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 4. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



Lampiran 4. (Lanjutan)

2. NoCut-MAR(1)+LAG2+LAG3-Haar4

Stepwise Regression: bonds113 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is bonds113 on 15 predictors, with N = 110
 N(cases with missing observations) = 3 N(all cases) = 113

Step	1	2	3	4	5	6
No constant						
v4(t-1)	0.9865	0.9939	0.9910	0.9946	0.9958	0.1389
T-Value	65.78	123.85	171.69	233.07	267.59	0.50
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.615
w3(t-1)		2.36	1.67	0.93	0.98	0.98
T-Value		16.55	13.54	7.83	9.44	9.83
P-Value		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
w4(t-1)			0.851	0.987	0.989	1.290
T-Value			10.11	15.52	17.85	11.66
P-Value			0.000	0.000	0.000	0.000
w2(t-1)				1.73	1.19	1.25
T-Value				9.56	6.50	7.06
P-Value				0.000	0.000	0.000
w1(t-1)					1.34	1.22
T-Value					5.90	5.53
P-Value					0.000	0.000
v4(t-3)						0.86
T-Value						3.11
P-Value						0.002
S	0.933	0.499	0.358	0.264	0.230	0.221

Lampiran 4. (Lanjutan)

Step	7	8
No constant		
v4(t-1)		
T-Value		
P-Value		
w3(t-1)	0.98	0.68
T-Value	9.87	5.16
P-Value	0.000	0.000
w4(t-1)	1.339	1.383
T-Value	25.25	26.31
P-Value	0.000	0.000
w2(t-1)	1.26	0.71
T-Value	7.18	3.00
P-Value	0.000	0.003
w1(t-1)	1.20	1.50
T-Value	5.54	6.60
P-Value	0.000	0.000
v4(t-3)	0.9961	0.9955
T-Value	279.41	291.16
P-Value	0.000	0.000
w2(t-2)		0.80
T-Value		3.24
P-Value		0.002
S	0.220	0.211

Regression Analysis: bonds113 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

The regression equation is

$$\begin{aligned} \text{bonds113} = & 1.50 \text{ w1}(t-1) + 0.712 \text{ w2}(t-1) + 0.684 \text{ w3}(t-1) + \\ & 1.38 \text{ w4}(t-1) \\ & + 0.805 \text{ w2}(t-2) + 0.995 \text{ v4}(t-3) \end{aligned}$$

110 cases used, 3 cases contain missing values

Lampiran 4. (Lanjutan)

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.5015	0.2274	6.60	0.000
w2(t-1)	0.7121	0.2372	3.00	0.003
w3(t-1)	0.6835	0.1325	5.16	0.000
w4(t-1)	1.38291	0.05256	26.31	0.000
w2(t-2)	0.8048	0.2482	3.24	0.002
v4(t-3)	0.995451	0.003419	291.16	0.000

S = 0.210654

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	3859.52	643.25	14495.80	0.000
Residual Error	104	4.62	0.04		
Total	110	3864.13			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	5.58
w2(t-1)	1	1.91
w3(t-1)	1	39.52
w4(t-1)	1	33.64
w2(t-2)	1	17.10
v4(t-3)	1	3761.77

Unusual Observations

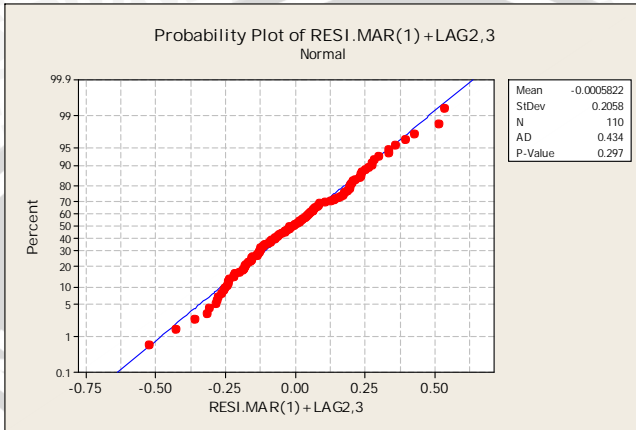
Obs	w1(t-1)	bonds113	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
4	0.26	7.0900	7.0226	0.1270	0.0674	0.40 X
5	0.26	7.3100	7.2765	0.0975	0.0335	0.18 X
6	0.11	7.2300	7.1874	0.0983	0.0426	0.23 X
27	0.08	6.3700	5.8589	0.0420	0.5111	2.48R
57	-0.06	4.8700	5.3927	0.0294	-0.5227	-2.51R
77	-0.13	6.4200	5.8872	0.0452	0.5328	2.59R
84	-0.01	5.2300	5.6577	0.0235	-0.4277	-2.04R
96	0.03	5.0700	4.6464	0.0306	0.4236	2.03R

R denotes an observation with a large standardized residual.

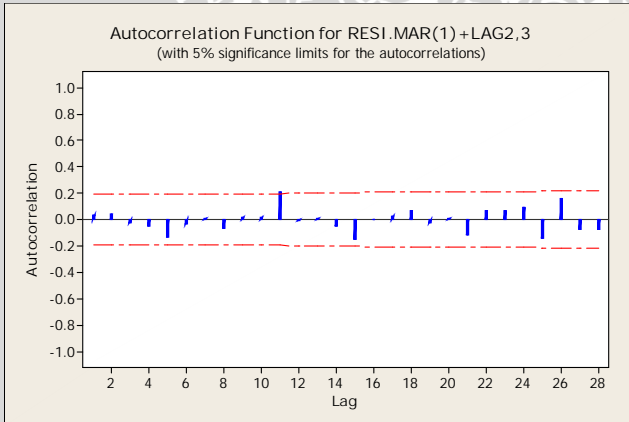
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 4. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



Lampiran 4. (Lanjutan)

3. Cut-MAR(1)-Haar4

Stepwise Regression: bonds98 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is bonds98 on 5 predictors, with N = 97
N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 98

Step	1	2	3	4	5
No constant					
v4(t-1)	0.9472	0.9746	0.9852	0.9905	0.9926
T-Value	94.64	135.25	154.15	197.24	223.44
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
w3(t-1)		1.89	1.55	1.33	0.94
T-Value		10.79	9.66	10.46	6.96
P-Value		0.000	0.000	0.000	0.000
w4(t-1)			0.733	0.839	0.931
T-Value			6.06	8.81	10.87
P-Value			0.000	0.000	0.000
w1(t-1)				1.89	1.30
T-Value				7.88	5.43
P-Value				0.000	0.000
w2(t-1)					1.09
T-Value					5.27
P-Value					0.000
S	0.587	0.396	0.338	0.263	0.232
Mallows Cp	522.7	184.6	108.7	30.8	5.0

Regression Analysis: bonds98 versus w1(t-1), w2(t-1), ...

The regression equation is

$$\begin{aligned} \text{bonds98} = & 1.30 \text{ w1(t-1)} + 1.09 \text{ w2(t-1)} + 0.940 \text{ w3(t-1)} + \\ & 0.931 \text{ w4(t-1)} \\ & + 0.993 \text{ v4(t-1)} \end{aligned}$$

97 cases used, 1 cases contain missing values

Lampiran 4. (Lanjutan)

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	1.2976	0.2392	5.43	0.000
w2(t-1)	1.0905	0.2068	5.27	0.000
w3(t-1)	0.9399	0.1351	6.96	0.000
w4(t-1)	0.93139	0.08565	10.87	0.000
v4(t-1)	0.992596	0.004442	223.44	0.000

S = 0.231566

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	5	3118.32	623.66	11630.58	0.000
Residual Error	92	4.93	0.05		
Total	97	3123.25			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	46.05
w2(t-1)	1	75.77
w3(t-1)	1	132.92
w4(t-1)	1	186.42
v4(t-1)	1	2677.16

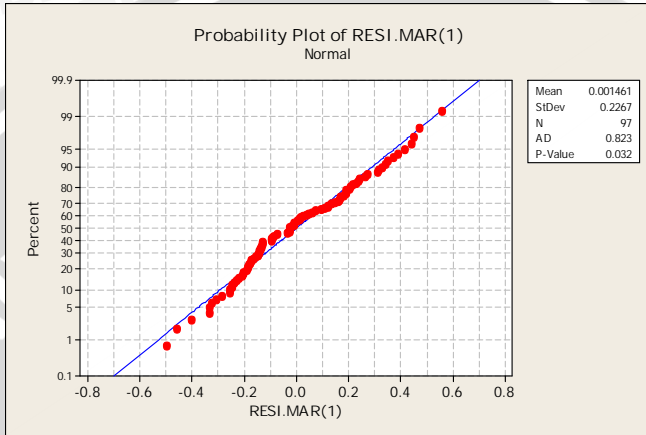
Unusual Observations

Obs	w1(t-1)	bonds98	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
42	-0.060	4.8700	5.3643	0.0323	-0.4943	-2.16R
62	-0.130	6.4200	5.8615	0.0629	0.5585	2.51R
81	0.030	5.0700	4.5985	0.0345	0.4715	2.06R

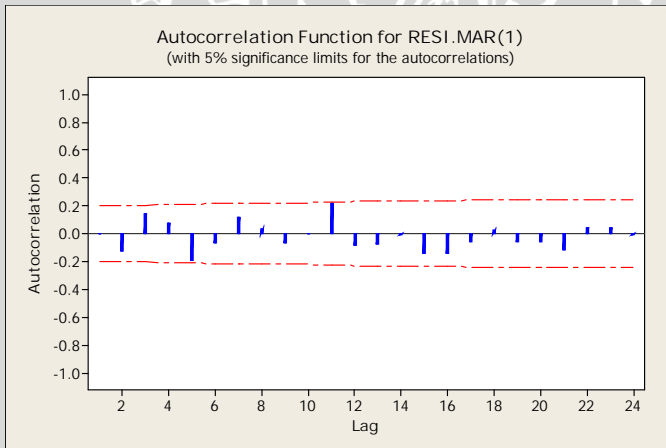
R denotes an observation with a large standardized residual.

Lampiran 4. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



Lampiran 5. Hasil Analisis Pemodelan Wavelet yang Mempunyai Kesalahan Lebih Kecil Daripada Model ARIMA untuk Data Harga Minyak

1. No Cut-MAR(1)-Haar1

Stepwise Regression: HM45 versus w1(t-1), v1(t-1)

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05

Response is HM45 on 2 predictors, with N = 44
 N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 45

Step	1	2
No constant		
v1(t-1)	1.0115	1.0129
T-Value	114.50	158.48
P-Value	0.000	0.000
w1(t-1)		0.85
T-Value		6.34
P-Value		0.000
S	337	244
Mallows Cp	40.2	2.0

Regression Analysis: HM45 versus w1(t-1), v1(t-1)

The regression equation is
 $HM45 = 0.852 w1(t-1) + 1.01 v1(t-1)$

44 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	0.8523	0.1343	6.34	0.000
v1(t-1)	1.01288	0.00639	158.48	0.000

S = 243.753

Lampiran 5. (Lanjutan)

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	1492411258	746205629	12559.06	0.000
Residual Error	42	2495460	59416		
Total	44	1494906719			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	49373
v1(t-1)	1	1492361886

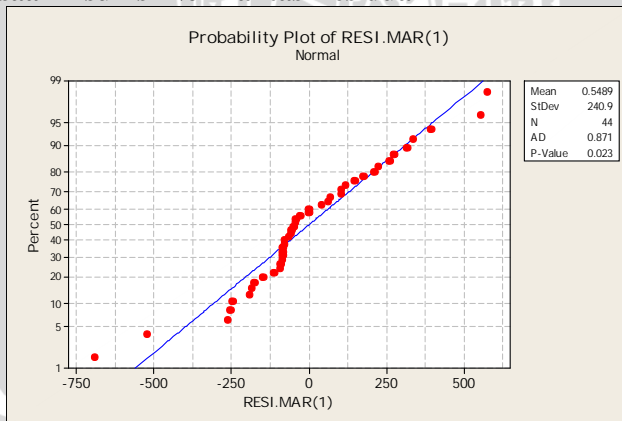
Unusual Observations

Obs	w1(t-1)	HM45	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
2	-1641	4871.3	4771.4	222.6	99.9	1.01 X
4	-0	4240.3	4934.0	31.1	-693.7	-2.87R
20	86	4942.6	5467.2	36.3	-524.5	-2.18R
22	-44	5497.0	4924.9	31.7	572.1	2.37R
45	-0	7733.2	7183.8	45.3	549.5	2.29R

R denotes an observation with a large standardized residual.

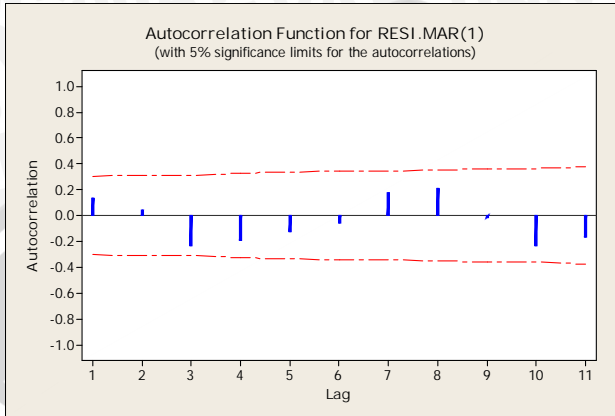
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Lampiran 5. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Normalitas Residual



2. NoCut-MAR(1)-Haar2

Stepwise Regression: HM45 versus $w1(t-1)$, $w2(t-1)$, $v2(t-1)$

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-Remove: 0.05

Response is HM45 on 3 predictors, with N = 44
N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 45

Step	1	2	3
No constant			
$v2(t-1)$	1.0095	1.0110	1.0126
T-Value	76.21	118.45	158.64
P-Value	0.000	0.000	0.000
$w2(t-1)$		1.36	1.16
T-Value		7.85	8.62
P-Value		0.000	0.000
$w1(t-1)$			0.81
T-Value			5.85
P-Value			0.000
S	505	326	243
Mallows Cp	143.6	35.2	3.0

Lampiran 5. (Lanjutan)

Regression Analysis: HM45 versus w1(t-1), w2(t-1), v2(t-1)

The regression equation is

$$\text{HM45} = 0.813 \text{ w1}(t-1) + 1.16 \text{ w2}(t-1) + 1.01 \text{ v2}(t-1)$$

44 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	0.8131	0.1390	5.85	0.000
w2(t-1)	1.1571	0.1343	8.62	0.000
v2(t-1)	1.01263	0.00638	158.64	0.000

S = 243.300

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	1492479731	497493244	8404.34	0.000
Residual Error	41	2426988	59195		
Total	44	1494906719			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	49373
w2(t-1)	1	2718385
v2(t-1)	1	1489711973

Unusual Observations

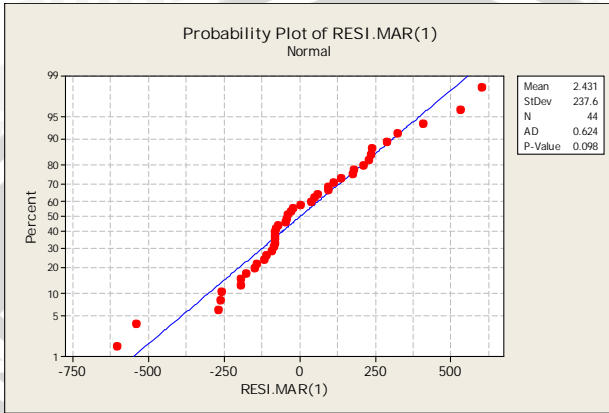
Obs	w1(t-1)	HM45	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
2	-1641	4871.3	4762.0	222.4	109.3	1.11 X
3	210	4871.3	4692.0	198.0	179.3	1.27 X
4	-0	4240.3	4844.6	88.7	-604.3	-2.67R
20	86	4942.6	5482.5	39.0	-539.9	-2.25R
22	-44	5497.0	4894.6	42.3	602.4	2.51R
45	-0	7733.2	7203.5	48.8	529.7	2.22R

R denotes an observation with a large standardized residual.

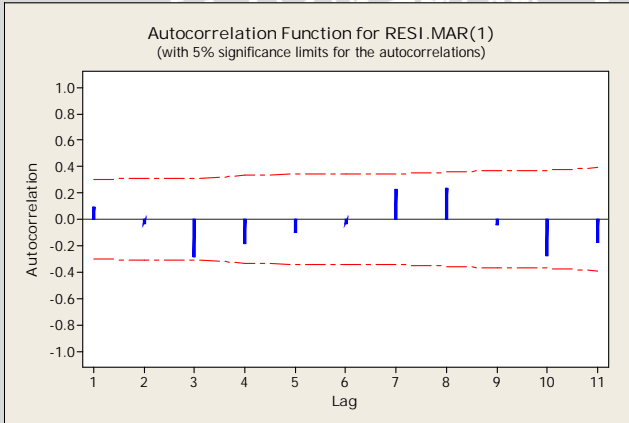
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 5. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi White Noise Residual



3. NoCut-MAR(1)-Haar3

Stepwise Regression: HM45 versus $w_1(t-1)$, $w_2(t-1)$, $w_3(t-1)$, $v_3(t-1)$

Alpha-to-Enter: 0.05 Alpha-to-Remove: 0.05
Response is HM45 on 4 predictors, with N = 44
N(cases with missing observations) = 1 N(all cases) = 45

Lampiran 5. (Lanjutan)

Step	1	2	3	4
No constant				
v3(t-1)	1.0061	1.0076	1.0107	1.0124
T-Value	51.04	82.59	117.08	156.81
P-Value	0.000	0.000	0.000	0.000
w3(t-1)		1.56	1.09	1.07
T-Value		8.38	7.25	9.56
P-Value		0.000	0.000	0.000
w2(t-1)			1.31	1.12
T-Value			6.57	7.31
P-Value			0.000	0.000
w1(t-1)				0.81
T-Value				5.78
P-Value				0.000
S	751	465	329	245
Mallows Cp	360.9	110.7	35.5	4.0

Regression Analysis: HM45 versus w1(t-1), w2(t-1), w3(t-1), v3(t-1)

The regression equation is

$$HM45 = 0.811 w1(t-1) + 1.12 w2(t-1) + 1.07 w3(t-1) + 1.01 v3(t-1)$$

44 cases used, 1 cases contain missing values

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
w1(t-1)	0.8111	0.1402	5.78	0.000
w2(t-1)	1.1191	0.1530	7.31	0.000
w3(t-1)	1.0725	0.1121	9.56	0.000
v3(t-1)	1.01239	0.00646	156.81	0.000

S = 245.447

Lampiran 5. (Lanjutan)

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	4	1492496945	373124236	6193.51	0.000
Residual Error	40	2409774	60244		
Total	44	1494906719			

Source	DF	Seq SS
w1(t-1)	1	49373
w2(t-1)	1	2718385
w3(t-1)	1	8318093
v3(t-1)	1	1481411094

Unusual Observations

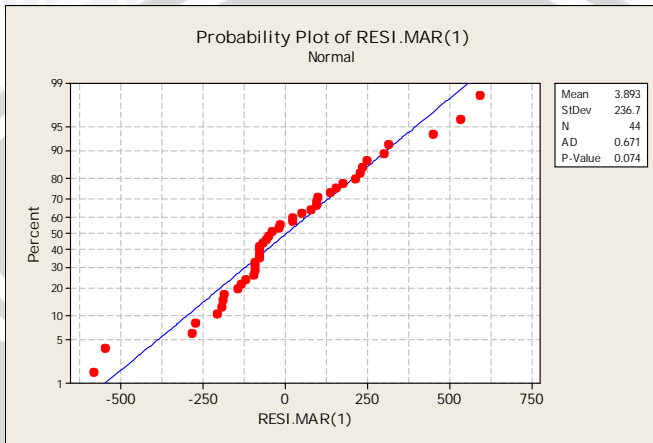
Obs	w1(t-1)	HM45	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
2	-1641	4871.3	4777.1	226.1	-94.1	0.99 X
3	210	4871.3	4717.7	205.5	-153.5	1.14 X
4	-0	4240.3	4822.5	98.6	-582.2	-2.59R
5	-315	4078.5	4273.5	150.6	-195.0	-1.01 X
20	86	4942.6	5489.5	41.4	-546.9	-2.26R
22	-44	5497.0	4908.1	49.6	588.9	2.45R
45	-0	7733.2	7201.8	49.4	531.4	2.21R

R denotes an observation with a large standardized residual.

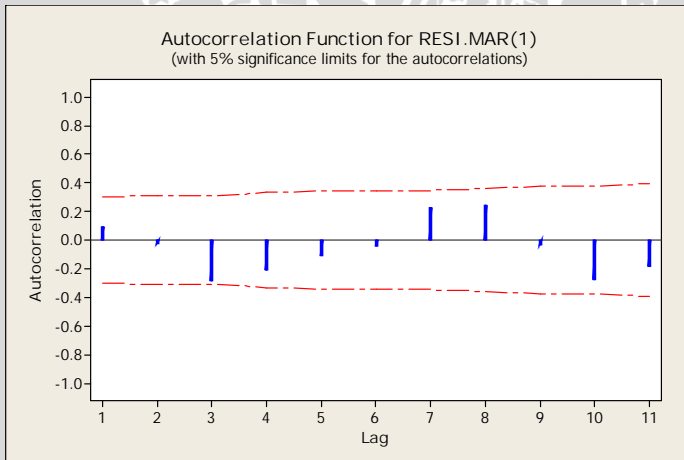
X denotes an observation whose X value gives it large leverage.

Lampiran 5. (Lanjutan)

Pemeriksaan Asumsi Normalitas Residual



Pemeriksaan Asumsi *White Noise* Residual



Lampiran 6. Pendugaan Untuk Transformasi Box-Cox

Menurut Ispriyanti (2004), bentuk transformasi Box-Cox didefinisikan:

$$W_t(\lambda) = \begin{cases} \frac{X_t^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \log(X_t), \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

di mana λ adalah parameter transformasi dan $t = 0, 1, 2, \dots, n$.

Bentuk alternatif transformasi tersebut yang lebih sering digunakan pemakai menurut Anonymous (2006) yaitu:

$$V_t(\lambda) = \frac{W_t(\lambda)}{\{J(\lambda, X)\}^{\frac{1}{n}}} \quad \text{dengan}$$

$$\dot{X} = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n} = \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{\frac{1}{n}} \text{ rata-rata geometrik dari } X_1, X_2, \dots, X_n,$$

$$\text{dan } \{J(\lambda, X)\}^{\frac{1}{n}} = \left\{ \left(\prod_{i=1}^n X_i \right)^{\lambda-1} \right\}^{\frac{1}{n}} = \dot{X}^{\lambda-1}, \text{ maka}$$

$$V_t(\lambda) = \begin{cases} \frac{X_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda \dot{X}^{\lambda-1}}, \lambda \neq 0 \\ \dot{X} \log(X_t), \lambda = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$V(\lambda) = \begin{bmatrix} V_1(\lambda) \\ V_2(\lambda) \\ \vdots \\ V_n(\lambda) \end{bmatrix} = Z\beta + \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2)$$

Pendugaan parameter dilakukan dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum dari model $V(\lambda) = Z\beta + \varepsilon_t$ yaitu dengan fungsi:

$$f(V_1(\lambda), V_2(\lambda), \dots, V_n(\lambda), \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1}, \sigma^2, \lambda) \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^n e^{-\frac{[V(\lambda) - Z\beta][V(\lambda) - Z\beta]}{2\sigma^2}}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

a. Pendugaan parameter β

$$\frac{\partial f(V(\lambda)\beta, \sigma^2, \lambda)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \left[-\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - Z\beta)' (V(\lambda) - Z\beta) \right]}{\partial \beta} = 0$$

$$(Z'Z)\beta = Z'V(\lambda)$$

$$\hat{\beta} = (Z'Z)^{-1}Z'V(\lambda)$$

b. Pendugaan parameter σ^2

$$\frac{\partial f(V(\lambda)\hat{\beta}, \sigma^2, \lambda)}{\partial \sigma^2} = 0$$

$$\frac{\partial \left[-\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - Z\hat{\beta})' (V(\lambda) - Z\hat{\beta}) \right]}{\partial \sigma^2} = 0$$

$$\frac{\partial \left[-\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))' (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda)) \right]}{\partial \sigma^2} = 0$$

$$-\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))' (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{2(\sigma^2)^2} = 0$$

$$\frac{n}{2\sigma^2} = \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))' (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{2(\sigma^2)^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))' (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))}{n} = \frac{SSE(V(\lambda))}{n}$$

Lampiran 6. (Lanjutan)

c. Pendugaan parameter λ

Penduga kemungkinan maksimum $\hat{\lambda}$ untuk λ merupakan penduga yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood*. Sehingga $\hat{\lambda}$ memaksimumkan fungsi

$$\begin{aligned}\log f(V(\lambda)\hat{\beta}, \hat{\sigma}^2, \lambda) &= -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right] \\ &\quad - \frac{n}{2SSE(V(\lambda))} (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda))' (V(\lambda) - \hat{V}(\lambda)) \\ &= -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right] - \frac{n}{2} \\ &\quad \propto -\frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right]\end{aligned}$$

Berdasarkan uraian diatas didapatkan fungsi *log-likelihood* maksimum sebesar $-\frac{n}{2} \log \left[\frac{SSE(V(\lambda))}{n} \right]$.

Secara umum langkah untuk mendapatkan nilai λ antara lain:

1. Memilih λ dari kisaran yang telah ditetapkan (umumnya (-2,2) atau (-1,1))
2. Membuat model $V(\lambda) = Z\beta + \varepsilon$ untuk masing-masing λ , dengan V seperti pada persamaan (2). Dari model regresi ini didapatkan nilai SSE dan langkah 2 ini dilakukan terus menerus pada setiap λ yang ditetapkan sehingga diperoleh beberapa SSE.
3. Membuat plot antara SSE dan λ .
4. Memilih λ yang meminumkan SSE sebagai penduga λ .