PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS *DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION*

SKRIPSI

Oleh:
IVANDANI DIAN SUPITRA
0310940029-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2008

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS *DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION*

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Oleh:
IVANDANI DIAN SUPITRA
0310940029-94

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2008

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS *DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION*

Oleh:
IVANDANI DIAN SUPITRA
0310940029-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 13 Pebruari 2008
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Pembimbing I	Pembimbing II
Dra. Endang Wahyu H., M.Si.	**Isnani Darti., S.Si., M.Si.**
NIP. 131 960 432	**NIP. 132 300 226**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, M.Sc
NIP. 132 126 049

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**: IVANDANI DIAN SUPITRA**
NIM	**: 0310940029 - 94**
Jurusan	**: MATEMATIKA**

Penulisan Skripsi Berjudul :

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS *DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION*

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi dari Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam Skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 13 Pebruari 2008
Yang menyatakan,

(IVANDANI DIAN SUPITRA)
NIM. 0310940029 - 94

PENENTUAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS *DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION*

ABSTRAK

Premi bersih tahunan suatu asuransi jiwa dapat ditentukan menggunakan prinsip ekivalensi. Akan tetapi penentuan premi berdasar prinsip ini sangat beresiko karena tidak ada dana cadangan bila sewaktu-waktu perusahaan asuransi menghadapi resiko. Untuk mengatasi masalah tersebut premi tahunan dapat dicari menggunakan fungsi utilitas. Pada skripsi ini fungsi utilitas yang digunakan bertipe *decreasing absolute risk aversion*, berarti bahwa perusahaan asuransi lebih berani menerima resiko ketika kekayaan meningkat.

Dibandingkan dengan premi bersih tahunan yang diperoleh menggunakan prinsip ekivalensi, maka besar persentase premi tahunan yang diperoleh menggunakan fungsi utilitas pada masing-masing kontrak asuransi jiwa semakin meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah santunan pada tingkat kekayaan yang sama. Hal ini berarti bahwa santunan yang besar memerlukan *safety loading* yang besar karena santunan yang besar memiliki resiko yang besar pula. Akan tetapi, meningkatnya kekayaan menyebabkan penurunan *safety loading* pada tiap-tiap premi kontrak asuransi jiwa.

Kata kunci : *decreasing absolute risk aversion*, premi tahunan

DETERMINATION OF LIFE INSURANCE ANNUAL PREMIUM BY EMPLOYING DECREASING ABSOLUTE RISK AVERSION UTILITY FUNCTION

ABSTRACT

Net annual premium of life insurance can be determined by equivalency principle. Yet, the determination of premium based on this principle has a high risk since there is no safety loading if the insurer faces risk anytime. To solve this problem, annual premium can be determined by using utility function. In this final project, utility function which is used is utility function with the type decreasing absolute risk aversion. It means that the insurer would be have power to accept the risk when the wealth increase.

Comparing with the net annual premium gained by equivalency principle, the percentage of annual premium gained by utility function for each contract of life insurance increase by the increase of the number of compensation paid by the insurer for the same wealth level. Thus, a big compensation needs a big safety loading since the compensation possesses big risk as well. Nevertheless, the increase of the wealth causes the decrease of safety loading for each premium contract of the life insurance

Keywords : annual premium, decreasing absolute risk aversion

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan nikmatNya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Solawat dan salam bagi Rosulullah Muhammad SAW.

Pada penulisan skripsi ini, banyak dukungan dan bantuan yang penulis terima. Oleh sebab itu, penulis ingin berterima kasih kepada

1. Dra. Endang Wahyu H, M.Si. selaku pembimbing I atas bimbingan, dorongan semangat, waktu yang diberikan selama penulisan skripsi ini.
2. Isnani Darti., S.Si.,M.Si. selaku pembimbing II atas segala bimbingan, motivasi, nasehat, dan kesempatan yang diberikan kepada penulis.
3. Dr. Agus Suryanto, M.Sc selaku ketua jurusan matematika.
4. Dr. Wuryansari Muharini K, M.Si selaku ketua program studi matematika.
5. Drs. Sobri Abusini, MT selaku penasehat akademik atas nasehat dan pengarahan selama penulis menjalani perkuliahan.
6. Seluruh staf dosen jurusan matematika yang telah memberikan bekal ilmu selama penulis menjalani perkuliahan.
7. Bapak, ibu, atas segala doa, kasih sayang, motivasi, didikannya, dukungannya serta atas segala sesuatunya.
8. Mbak Diana W, Alyon Puguh S, dan Asri W atas ide dan bantuan yang diberikan kepada penulis.
9. Semua teman-teman matematika 2003 dan teman-teman Bendungan Sigura-gura v/26 atas segala dukungan dan motivasinya.
10. Semua pihak yang tidak dapat dituliskan satu-persatu, yang sudah membantu penulis dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari kesalahan atau kekurangan. Oleh sebab itu, saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan oleh penulis. Akhir kata, semoga tulisan ini bermanfaat bagi penulis khususnya dan semua pihak pada umumnya.

Malang,13 Pebruari 2008

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman
HALAMAN JUDUL i
LEMBAR PENGESAHAN ii
LEMBAR PERNYATAAN iii
ABSTRAK iv
ABSTRACT v
KATA PENGANTAR vi
DAFTAR ISI vii
DAFTAR TABEL ix
DAFTAR LAMPIRAN xi

BAB I PENDAHULUAN
1.1. Latar Belakang 1
1.2. Rumusan Masalah 2
1.3. Batasan Masalah 2
1.4. Tujuan 2

BAB II TINJAUAN PUSTAKA
2.1. Ruang *Sample* 3
2.2. Peluang Suatu Kejadian 3
2.3. Peubah Acak 3
2.4. Nilai Harapan Atau Ekspektasi 4
2.5. *The Future Lifetime of Life Aged (x)* 4
2.6. *The Curtate Future Lifetime of (x)* 4
2.7. Hukum De Moivre 5
2.8. Bunga Majemuk 5
2.9. Anuitas Tertentu 6
2.10. Asuransi dan Asuransi Jiwa 6
2.11 Tipe-Tipe Asuransi Jiwa Sederhana 7
2.10. 2.11.1 Asuransi Seumur Hidup 7
2.11. 2.11.2 Asuransi Berjangka 8
2.12. 2.11.3 *Pure Endowment* 8
2.13. 2.11.4 *Endowment* 8
2.12. Anuitas Hidup 9
2.12.1 Anuitas Seumur Hidup 9
2.12.2 Anuitas Hidup Berjangka *n* Tahun 10
2.13. Fungsi Utilitas 10

2.13.1 Utilitas Marginal 10
2.13.2 Kriteria Fungsi Utilitas 10
2.14. Nilai Harapan Fungsi Utilitas dan *Risk Aversion* 11

BAB III PEMBAHASAN
3.1. Perhitungan premi bersih tahunan Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan Prinsip Ekivalensi 13
3.1.1 Asuransi Seumur Hidup 13
3.1.2 Asuransi Berjangka 13
3.1.3 *Pure Endowment* 14
3.1.4 *Endowment* 15
3.2. Penerapan Fungsi Utilitas DARA Dalam Penentuan Harga Premi 15
3.2.1. Prinsip *Equivalent Utility* 15
3.2.2. Penentuan Premi Tahunan Dengan Fungsi Utilitas 18
3.3. Contoh Perhitungan Premi Bersih Tahunan Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan Prinsip Ekivalensi 20
3.3.1. Asuransi Seumur Hidup 20
3.3.2. Asuransi Berjangka 21
3.3.3. *Pure Endowment* 21
3.3.4. *Endowment* 22
3.4. Contoh Perhitungan Premi Tahunan Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan fungsi utilitas 23
3.4.1 Asuransi Seumur Hidup 23
3.4.2 Asuransi Berjangka 25
3.4.3 *Pure Endowment* 27
3.4.4 *Endowment* 28

BAB IV PENUTUP
4.1. Kesimpulan 31
4.2. Saran 31

DAFTAR PUSTAKA 33
LAMPIRAN 35

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 3.1. Premi bersih tahunan asuransi seumur hidup (dalam ribuan rupiah) 21
Tabel 3.2. Premi bersih tahunan asuransi berjangka (dalam ribuan rupiah)........ 21
Tabel 3.3. Premi bersih tahunan *pure endowment* (dalam ribuan rupiah)........ 22
Tabel 3.4. Premi bersih tahunan *endowment* (dalam ribuan rupiah)........ 22
Tabel 3.5. Premi tahunan asuransi seumur hidup dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)........ 23
Tabel 3.6. Premi tahunan asuransi seumur hidup dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)........ 24
Tabel 3.7. Premi tahunan asuransi seumur hidup dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)........ 24
Tabel 3.8. Premi tahunan asuransi berjangka dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)........ 26
Tabel 3.9. Premi tahunan asuransi berjangka dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)........ 26
Tabel 3.10. Premi tahunan asuransi berjangka dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)........ 26
Tabel 3.11. Premi tahunan *pure endowment* dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)........ 27
Tabel 3.12. Premi tahunan *pure endowment* dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)........ 28
Tabel 3.13. Premi tahunan *pure endowment* dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)........ 28
Tabel 3.14. Premi tahunan *endowment* dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)........ 29
Tabel 3.15. Premi tahunan *endowment* dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)........ 29
Tabel 3.16. Premi tahunan *endowment* dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)........ 30

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman
Lampiran 1. Perhitungan Asuransi Seumur Hidup 35
Lampiran 2. Perhitungan Asuransi Berjangka 37
Lampiran 3. Perhitungan *Pure Endowment* 40
Lampiran 4. Perhitungan *Endowment* 43

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Asuransi jiwa adalah usaha kerja sama dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah satu anggotanya. Setiap orang yang mengasuransikan jiwanya pada suatu perusahaan asuransi berarti sepakat terhadap suatu kontrak tertulis (yang biasa disebut polis asuransi) antara tertanggung dengan perusahaan asuransi tersebut. Di dalam kontrak tersebut disebutkan besarnya pembayaran berkala yang dibayarkan pemegang polis kepada perusahaan asuransi untuk menjaga suatu polis agar tetap berlaku (atau yang biasa disebut premi asuransi), jadwal pembayaran, dan santunan yang akan dibayarkan perusahaan bila suatu peristiwa yang disepakati dalam polis terjadi (atau *claim*). Besar santunan tergantung atas besarnya premi dan besar premi sendiri dipengaruhi oleh peluang meninggal, tingkat suku bunga, serta biaya yang harus dikeluarkan oleh pihak asuransi (Sembiring,1986).

Premi bersih dapat ditentukan dengan menggunakan prinsip ekivalensi $E(L)=0$. Pada prinsipnya E adalah lambang dari nilai harapan (ekspektasi) dan L atau *loss* merupakan perbedaan antara nilai tunai santunan *(claim)* dan nilai tunai pembayaran (premi) (Gerber,1997). Akan tetapi pembayaran premi hanya dengan premi bersih sangat beresiko bagi perusahaan asuransi karena tidak ada dana cadangan *(safety loading)* yang bisa digunakan bila sewaktu-waktu perusahaan asuransi menghadapi resiko. Untuk mengatasi masalah tersebut, besar premi dapat ditentukan menggunakan fungsi utilitas. Di dalam ilmu ekonomi, utilitas adalah ukuran kepuasan seseorang setelah mengkonsumsi barang dan jasa (Dumairy,1991).

Fungsi utilitas dilambangkan dengan $u(w)$ dimana w melambangkan jumlah kekayaan. Fungsi utilitas yang digunakan harus memenuhi $u'(w)>0$ dan $u''(w)>0$. Dengan fungsi utilitas ini dapat diketahui perilaku dari perusahaan asuransi dalam menghadapi situasi yang beresiko. Derajat dari penolakan resiko (*Risk Aversion*) perusahaan asuransi dapat diukur dengan $-\dfrac{u''(w)}{u'(w)}$.

Wulandari (2005) menyatakan bahwa hasil perhitungan premi pada contoh asuransi jiwa sederhana meningkat tajam dengan semakin besarnya santunan yang dihitung dengan fungsi utilitas yang C*onstant Absolute Risk Aversion* (CARA). Hal ini disebabkan karena fungsi utilitas menilai bahwa santunan yang besar menunjukkan resiko yang sangat tinggi. Berdasarkan masalah tersebut di atas, dalam skripsi ini akan dibahas dan dianalisa perhitungan premi dengan menggunakan fungsi utilitas yang *Decreasing Absolute Risk Aversion* (DARA), dimana perusahaan asuransi lebih berani menerima resiko jika kekayaan meningkat.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, didapat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan besar premi bersih tahunan dengan prinsip ekivalensi pada tiap-tiap jenis kontrak asuransi jiwa ?
2. Bagaimana menentukan besar premi tahunan menggunakan fungsi utilitas pada masing-masing jenis kontrak asuransi jiwa ?
3. Bagaimana pengaruh *decreasing absolute risk aversion* terhadap besar premi ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan dalam skripsi ini adalah:

1. Asuransi jiwa yang dibahas adalah asuransi jiwa sederhana dengan jumlah pembayaran premi sama tiap tahun dan santunan terdiri dari pembayaran tunggal.
2. *Loss* bagi perusahaan asuransi merupakan peubah acak diskrit.

1.4 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. Menentukan besar premi bersih tahunan dengan prinsip ekivalensi pada tiap-tiap jenis kontrak asuransi jiwa.
2. Menentukan besar premi tahunan menggunakan fungsi utilitas pada masing-masing jenis kontrak asuransi jiwa.
3. Menganalisa pengaruh *decreasing absolute risk aversion* terhadap besar premi.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Ruang *Sample*

Ruang *sample* adalah gugus semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan. Ruang *sample* biasanya dilambangkan dengan S. Jika suatu ruang *sample* mengandung titik yang berhingga banyaknya, maka ruang *sample* tersebut disebut ruang *sample* diskret, tetapi jika mengandung titik yang tak terhingga banyaknya, maka ruang *sample* tersebut disebut ruang *sample* kontinu. Sementara itu kejadian adalah himpunan bagian dari ruang *sample.* (Walpole,1995).

2.2 Peluang Suatu Kejadian

Bila suatu percobaan dapat menghasilkan $n(S)$ macam hasil dalam ruang *sample* dan bila tepat ada $n(A)$ hasil dalam kejadian A, maka peluang kejadian A adalah

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \qquad (2.1)$$

(Walpole,1995).

2.3 Peubah Acak

Suatu fungsi bernilai real yang harganya ditentukan oleh setiap anggota dalam ruang *sample* disebut peubah acak. Peubah acak yang didefinisikan pada ruang *sample* diskret disebut peubah acak diskret, sedangkan peubah acak yang didefinisikan pada ruang *sample* kontinu disebut peubah acak kontinu (Walpole,1995).

2.4 Nilai harapan atau Ekspektasi

Nilai harapan atau ekspektasi dari Z, dinotasikan $E(Z)$, dengan distribusi peluang $p(z)$ didefinisikan sebagai

$$E(Z)=\sum_{z\in Z} z\, p(z) \text{ jika } Z \text{ peubah acak diskrit} \qquad (2.2)$$

$$E(Z)=\int_{-\infty}^{\infty} z\, p(z)\, dz \text{ jika } Z \text{ peubah acak kontinu} \qquad (2.3)$$

(Thomas,1988).

2.5 *The Future Lifetime of a Life Aged* (x)

Misal seseorang berusia x, dinamakan *a life aged* x yang dinotasikan dengan (x), dan T adalah *future life time* orang tersebut, maka $x+T$ menyatakan usia orang tersebut meninggal. T adalah peubah acak dengan fungsi distribusi kumulatif

$$G(t)=\Pr(T\le t),\ t\ge 0\,. \qquad (2.4)$$

$G(t)$ merepresentasikan peluang seseorang akan meninggal dalam t tahun. Jika ${}_t q_x$ peluang seseorang berusia x tahun akan meninggal dalam t, maka didapat relasi

$$G(t) = {}_t q_x \qquad (2.5)$$

$$1-G(t) = 1- {}_t q_x \qquad (2.6)$$

$$1-G(t) = {}_t p_x \qquad (2.7)$$

dengan ${}_t p_x$ melambangkan seseorang yang berusia x tahun akan hidup selama t tahun (Gerber,1997).

2.6 *The Curtate Future Life Time of* (x)

Didefinisikan $K=[[T]]$ sebagai angka tahun lengkap mendatang seseorang yang berusia (x) atau *curtate future lifetime of* (x). K adalah bilangan bulat terbesar yang bernilai kurang dari atau sama dengan *T*. Distribusi peluang dari peubah acak K adalah

$$\Pr(K=k)=\Pr(k\le T\le k+1)= {}_k p_x q_{x+k} \text{ untuk } k=0,1,\ldots \qquad (2.8)$$

dengan ${}_{k}p_{x}q_{x+k}$ adalah peluang seseorang yang berusia (x) akan hidup sampai usia $x+k$ dan meninggal satu tahun kemudian (Gerber,1997).

2.7 Hukum De Moivre

De Moivre mempostulasikan ω sebagai usia maksimum yang akan dilalui manusia. Diasumsikan T berdistribusi secara seragam antara usia 0 sampai usia $\omega - x$ sehingga hal ini memberikan persamaan

$$\Pr(T = t) = g(t) = \frac{1}{\omega - x} \quad untuk\ 0 < t < \omega - x \qquad (2.9)$$

(Gerber,1997).

2.8 Bunga Majemuk

Bunga majemuk adalah suatu perhitungan bunga dimana besar pokok jangka investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan besar bunga yang diperoleh (Futami,1993). Misalkan p menyatakan pokok, dan i menyatakan tingkat bunga setahun. Pada akhir tahun pertama, jumlah bunga dan pokoknya adalah $p_1 = p(1+i)$. Pada akhir tahun kedua besar bunga dan pokoknya adalah $p_1 + ip_1 = p(1+i)^2$. Dengan jalan yang sama diperoleh jumlah pokok dengan bunganya pada akhir tahun ke n adalah

$$p_n = p(1+i)^n \qquad (2.10)$$

(Sembiring,1986).

Pada bunga majemuk didefinisikan faktor diskon yang dinotasikan sebagai

$$v = \frac{1}{1+i}, \qquad (2.11)$$

(Futami,1993)

sehingga (2.10) dapat ditulis sebagai

$$p_n = pv^{-n} \qquad (2.12)$$

(Sembiring,1986).

2.9 Anuitas Tertentu

Anuitas tertentu adalah pembayaran berkala yang dilakukan selama jangka waktu tertentu. Nilai anuitas tertentu dari *n* pembayaran sebesar satu unit tiap akhir tahun adalah

$$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \ldots + v^n = \frac{1 - v^n}{i} . \tag{2.13}$$

Jika pembayaran dilakukan pada permulaan tahun sebesar satu unit tiap kali pembayaran selama *n* tahun, maka nilai tunainya disebut dengan nilai tunai anuitas awal, dan didapat

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \ldots + v^{n-1} = \frac{1 - v^n}{iv} . \tag{2.14}$$

Jika (2.13) dibandingkan dengan (2.14) maka

$$v\ddot{a}_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} \tag{2.15}$$

(Sembiring,1986).

2.10 Asuransi dan Asuransi Jiwa

Asuransi adalah sebuah sistem untuk meminimalkan kehilangan finansial dengan menyalurkan resiko kehilangan dari seseorang atau badan usaha ke lainnya. Pada dasarnya asuransi jiwa adalah usaha kerjasama dari sejumlah orang yang sepakat memikul kesulitan keuangan bila terjadi musibah terhadap salah satu anggotanya (Sembiring,1986). Dibawah kontrak asuransi jiwa, pembayaran santunan terdiri dari pembayaran tunggal yang disebut *sum insured.* Nilai tunai dari pembayaran santunan dinotasikan dengan Z, sedangkan ekspektasi dari nilai pembayaran ($E(Z)$) adalah premi tunggal bersih dari kontrak. Premi ini tidak bisa merefleksikan resiko yang akan ditanggung oleh perusahaan asuransi (Gerber,1997).

Adapun komponen – komponen penting dalam asuransi jiwa adalah:

1 Tertanggung

Tertanggung adalah orang atau individu atau badan hukum yang memiliki kepentingan keuangan terhadap barang atau properti yang dipertanggungjawabkan sehingga ia memiliki hak untuk membeli proteksi asuransi (http://www.araksa.com/about_ins.html#1).

2 Penanggung

Penanggung adalah perusahaan asuransi yang akan memberikan ganti rugi kepada tertanggung atas kerugian yang dideritanya sesuai dengan polis yang diterbitkannya (http://www.araksa.com/about_ins.html#1).

3 Polis Asuransi

Polis merupakan kesepakatan tertulis antara penanggung dan tertanggung yang berisi kondisi yang berlaku, serta data-data obyek pertanggungan (http://www.araksa.com/about_ins.html#1).

4 Santunan

Santunan adalah sejumlah uang pertanggungan pada polis asuransi jiwa yang dapat dibayarkan kepada penerima santunan saat peserta asuransi atau tertanggung mati (http://www.answers.com/topic/death-benefit#after_ad1).

5 Penerima Santunan

Penerima santunan adalah seorang atau beberapa orang yang ditunjuk dalam polis asuransi untuk menerima santunan (http://www.info-pedia.com/lifeinsurance.html).

6 Premi Asuransi

Premi adalah pembayaran berkala yang dibayarkan pemegang polis kepada perusahaan asuransi untuk menjaga suatu polis agar tetap berlaku. (http://www.info-pedia.com/lifeinsurance.html).

2.11 Tipe-Tipe Asuransi Jiwa Sederhana

2.11.1 Asuransi Seumur Hidup

Asuransi seumur hidup memberi pembayaran satu unit pada akhir tahun kematian. Pada kontrak ini pembayaran ditentukan selagi waktu pembayaran $(k+1)$ acak. Nilai tunainya

$$Z = v^{k+1}. \tag{2.16}$$

Premi tunggal bersih dinotasikan dengan

$$A_x = E(v^{k+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} \, {}_k p_x q_{x+k} \tag{2.17}$$

(Gerber,1997).

2.11.2 Asuransi Berjangka

Asuransi berjangka merupakan bentuk asuransi yang paling sederhana. Di bawah kontrak ini santunan akan dibayarkan jika tertanggung meninggal selama jangka waktu tertentu.

Sebagai contoh, pembayaran sebesar satu unit akan dibayarkan jika kematian terjadi selama n tahun pertama, dengan waktu pembayaran di akhir tahun kematian, maka diperoleh nilai tunai

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & untuk\ k = 0,1,\ldots,n-1 \\ 0 & untuk\ k \geq n \end{cases} \quad . \tag{2.18}$$

Peubah acak Z menjangkau nilai $v, v^2, v^3, \ldots$ dan distribusi dari K

$$\Pr(Z = v^{k+1}) = \Pr(K = k) = {}_k p_x q_{x+k} \tag{2.19}$$

dan premi tunggal bersih dinotasikan dengan

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = E(v^{k+1}) = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_k p_x q_{x+k} \tag{2.20}$$

(Gerber,1997).

2.11.3 *Pure Endowment*

Pure endowment menyediakan satu unit santunan hanya jika tertanggung hidup pada tahun ke n yang telah disepakati. Nilai tunai dari santunan tersebut adalah

$$Z = \begin{cases} 0 & untuk\ k = 0,1,\ldots,n-1 \\ v^k & untuk\ k \geq n \end{cases} \quad . \tag{2.21}$$

Premi tunggal bersih dinotasikan dengan

$$A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} = E(v^n) = v^n\ {}_n p_x \tag{2.22}$$

(Gerber,1997).

2.11.4 *Endowment*

Istilah *endowment* di sini berbeda dengan *pure endowment*. *Endowment* merupakan perpaduan asuransi berjangka dengan *pure endowment*. Jadi bila tertanggung meninggal selama jangka waktu asuransi, misal n tahun, maka kepada penerima santunan akan dibayarkan santunan sebesar satu unit, sedang bila dia mencapai usia *x+n* maka kepadanya juga akan dibayarkan santunan sebesar satu unit pada akhir tahun ke *x+n* (Sembiring,1986). Nilai tunai santunan adalah

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & untuk\ k = 0,1,\ldots,n-1 \\ v^n & untuk\ k \geq n \end{cases} \tag{2.23}$$

Premi tunggal bersih dinotasikan dengan $A_{x:\overline{n}|}$. Misal (2.18) dinotasikan dengan Z_1 dan (2.21) dinotasikan dengan Z_2, maka

$$Z = Z_1 + Z_2 \tag{2.24}$$

sehingga

$$A_{x:\overline{n}|} = A^1_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} \tag{2.25}$$

(Gerber,1997).

2.12 Anuitas Hidup

Anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan hidup matinya seseorang disebut anuitas hidup. Jadi anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan selama seseorang masih hidup. Pembayaran hanya dilakukan bila pada waktu pembayaran jatuh, orang tersebut masih hidup (Sembiring,1986).

2.12.1 Anuitas Seumur Hidup

Misal anuitas seumur hidup menyediakan pembayaran tahunan satu unit selama penerima santunan masih hidup. Pembayaran dilakukan pada waktu *0,1,…,k*. Nilai tunai dari pembayaran adalah

$$Y = 1 + v + v^2 + \ldots + v^k = \ddot{a}_{\overline{k+1}|} \ . \tag{2.26}$$

Distribusi peluang dari peubah acak diberikan oleh

$$\Pr(Y = \ddot{a}_{\overline{k+1}|}) = \Pr(K = k) = {}_k p_x q_{x+k} \ untuk\ k = 0,1,2,\ldots \tag{2.27}$$

Nilai tunggal bersih adalah nilai harapan dari (2.26), dinotasikan dengan $\ddot{a}_x$, diperoleh

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{k+i}|}\ {}_k p_x q_{x+k} \tag{2.28}$$

(Gerber,1997).

2.12.2 Anuitas Hidup Berjangka *n* Tahun

Nilai tunai dari anuitas hidup berjangka n tahun adalah

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} & untuk\ k = 0,1,...,n-1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} & untuk\ k = n, n+1, n+2,... \end{cases} . \tag{2.29}$$

Sama halnya dengan (2.28) premi tunggal bersih dari anuitas berjangka *n* tahun, $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, adalah

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ {}_k p_x\, q_{x+k} + \ddot{a}_{\overline{n}|}\ {}_n p_x \tag{2.30}$$

atau

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k\ {}_k p_x \tag{2.31}$$

(Gerber,1997).

2.13 Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas menjelaskan besarnya utilitas (kepuasan, kegunaan) yang diperoleh seseorang dari mengkonsumsi suatu barang atau jasa. Pada umumnya semakin banyak jumlah suatu barang yang dikonsumsi semakin besar utilitas yang diperoleh, kemudian mencapai puncaknya pada jumlah konsumsi tertentu, sesudah itu justru menjadi berkurang bila jumlah barang yang dikonsumsi terus bertambah (Dumairy, 1999).

2.13.1 Utilitas Marginal

Utilitas marginal adalah utilitas tambahan yang diperoleh konsumen berkenaan satu unit tambahan barang yang dikonsumsinya. Secara matematik, jika $u(w)$ menunjukkan fungsi utilitas total, maka utilitas marginal ditunjukkan dengan $u'(w)$ (Dumairy, 1999).

2.13.2 Kriteria Fungsi Utilitas

Beberapa kriteria untuk memilih fungsi utilitas telah dikembangkan, diantaranya adalah :

1. $u(w)$ dengan w adalah jumlah kekayaan merupakan fungsi naik pada selang $(0,\infty)$, dengan kata lain $u^{'}(w)>0$. Ini berarti utilitas marginal selalu positif,
2. $u(w)$ berbentuk *concave,* artinya $u^{''}(w)<0$. Ini menunjukkan bahwa utilitas marginal merupakan fungsi yang menurun terhadap kekayaan,
3. $u(w)$ terbatas ke atas, artinya ada z sedemikian sehingga $u(w)<z$ seberapapun besarnya w,
4. *absolute risk aversion* menurun selama kekayaan meningkat yang dihitung dengan menggunakan

$$ra(w)=-\frac{u^{''}(w)}{u^{'}(w)} \qquad (2.32)$$

(http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed83/83144.pdf).

Jika (2.32) menghasilkan fungsi turun, maka (2.32) menunjukkan *Decreasing Absolute Risk Aversion (DARA)* (http://en.wikipedia.org/wiki/Risk_averse).

2.14 Nilai Harapan Fungsi Utilitas dan *Risk Aversion*

Di dalam menghadapi pilihan, seseorang dikategorikan menjadi tiga, yaitu :

1. *Risk neutral*, apabila $E(u(w))=u(E(w))$ (2.33)
2. *Risk loving* , apabila $E(u(w))>u(E(w))$ (2.34)
3. *Risk averse,* apabila $E(u(w))<u(E(w))$. (2.35)

Seorang *risk averse* mempunyai sifat *risk aversion*. *Risk aversion* adalah keengganan seseorang untuk menerima tawaran dengan pembayaran yang tidak pasti daripada tawaran lain dengan pembayaran yang lebih pasti tetapi dengan nilai harapan yang lebih kecil (http://en.wikipedia.org/wiki/Risk_averse).

BAB III
PEMBAHASAN

Di dalam bab ini dibahas tentang perhitungan premi bersih tahunan asuransi jiwa sederhana menggunakan prinsip ekivalensi $E(L)=0$ dan penentuan besar premi tahunan menggunakan prinsip *equivalent utility* serta menganalisa pengaruh *decreasing absolute risk aversion* terhadap besar premi.

3.1 Perhitungan Premi Bersih Tahunan Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan Prinsip Ekivalensi

3.1.1 Asuransi Seumur Hidup

Misalkan suatu asuransi seumur hidup memberi santunan sebesar C pada akhir tahun kematian. Premi bersih tahunan yang dibayarkan sebesar P_x. Waktu pembayaran santunan $(k+1)$ adalah acak, maka *loss* bagi perusahaan asuransi adalah

$$L = C\,v^{k+1} - P_x\,\ddot{a}_{\overline{k+1|}}\,. \tag{3.1}$$

Dengan menggunakan prinsip ekivalensi $E(L)=0$ didapat premi bersih tahunan

$$E\left(C\,v^{k+1} - P_x\,\ddot{a}_{\overline{k+1|}}\right) = 0 \tag{3.2}$$

$$C\,E\left(v^{k+1}\right) - P_x\,E\left(\ddot{a}_{\overline{k+1|}}\right) = 0 \tag{3.3}$$

$$P_x = C\,\frac{E\left(v^{k+1}\right)}{E\left(\ddot{a}_{\overline{k+1|}}\right)}\,. \tag{3.4}$$

Berdasarkan persamaan (2.17) dan (2.28) maka didapat

$$P_x = C\,\frac{A_x}{\ddot{a}_x}\,. \tag{3.5}$$

3.1.2 Asuransi Berjangka

Misalkan suatu asuransi berjangka n tahun memberi pembayaran sebesar C pada akhir tahun kematian. Premi bersih tahunan yang dibayarkan sebesar $P^{1}_{x:\overline{n|}}$ dimana x adalah usia seseorang yang membeli kontrak asuransi. Waktu pembayaran santunan $(k+1)$ adalah acak, maka *loss* bagi perusahaan asuransi dinyatakan sebagai

$$L=\begin{cases} C\,v^{k+1}-P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|} & untuk\ k=0,1,...,n-1 \\ -P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{n}|} & untuk\, k\geq n \end{cases} . \tag{3.6}$$

$$L=C\,v^{k+1}-P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|}-P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{n}|} \tag{3.7}$$

dengan menggunakan prinsip ekivalensi $E(L)=0$ didapat

$$E\,(C\,v^{k+1}-P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|}-P^{1}_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{\overline{n}|}\ )=0 \tag{3.8}$$

$$E(\ C\,v^{k+1})-P^{1}_{x:\overline{n}|}\ E\ (\ \ddot{a}_{\overline{k+1}|}+\ddot{a}_{\overline{n}|}\ )=0 \tag{3.9}$$

$$P^{1}_{x:\overline{n}|}=C\,\frac{E(\ v^{k+1})}{E\ (\ \ddot{a}_{\overline{k+1}|}+\ddot{a}_{\overline{n}|}\ )} . \tag{3.10}$$

Dari persamaan (2.20), dan (2.30) didapat

$$P^{1}_{x:\overline{n}|}=C\,\frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} . \tag{3.11}$$

3.1.3 *Pure Endowment*

Misalkan suatu *pure endowment* berjangka *n* tahun memberi pembayaran sebesar *C* unit pada akhir tahun kematian. Premi bersih tahunan yang dibayarkan sebesar $P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$ dengan *x* adalah usia pemegang polis dan waktu pembayaran santunan $(k+1)$ adalah acak, maka *loss* bagi perusahaan asuransi dapat dinyatakan sebagai

$$L=\begin{cases} -P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\ddot{a}_{\overline{k+1}|} & untuk\ k=0,1,...,n-1 \\ C\,v^{n}-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\,\ddot{a}_{\overline{n}|} & untuk\, k\geq n \end{cases} \tag{3.12}$$

$$L=-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\ddot{a}_{\overline{k+1}|}+C\,v^{n}-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\,\ddot{a}_{\overline{n}|} \tag{3.13}$$

dengan prinsip ekivalensi $E(L)=0$ didapat

$$E\,(-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\ddot{a}_{\overline{k+1}|}+C\,v^{n}-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}\,\ddot{a}_{\overline{n}|}\,)=0\ , \tag{3.14}$$

$$E(\ C\,v^{n}\ )-P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}E\,(\ddot{a}_{\overline{n}|}+\ddot{a}_{\overline{k+1}|}\ )=0\,, \tag{3.15}$$

$$P_{\overset{1}{x:\overline{n|}}} = C \frac{E(\ v^n\ )}{E\ (\ \ddot{a}_{\overline{k+1|}} + \ddot{a}_{\overline{n|}}\ )}. \tag{3.16}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.22) dan (2.30) maka didapatkan

$$P_{\overset{1}{x:\overline{n|}}} = C \frac{A_{\overset{1}{x:\overline{n|}}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}. \tag{3.17}$$

3.1.4 *Endowment*

Misalkan suatu *endowment* berjangka n tahun memberi pembayaran sebesar C unit pada akhir tahun kematian. Premi bersih tahunan yang dibayarkan sebesar $P_{x:\overline{n|}}$ dengan x adalah usia pemegang polis dan waktu pembayaran santunan $(k+1)$ adalah acak, maka *loss* bagi perusahaan asuransi dinyatakan sebagai

$$L = \begin{cases} Cv^{k+1} - P_{x:\overline{n|}}\ddot{a}_{\overline{k+1|}} & untuk\ k = 0,1,\ldots,n-1 \\ C\,v^n - P_{x:\overline{n|}}\,\ddot{a}_{\overline{n|}} & untuk\, k \geq n \end{cases}. \tag{3.18}$$

$$L = Cv^{k+1} - P_{x:\overline{n|}}\ddot{a}_{\overline{k+1|}} + \ C\,v^n - P_{x:\overline{n|}}\,\ddot{a}_{\overline{n|}} \tag{3.19}$$

dengan prinsip ekivalensi $E(L) = 0$ didapat

$$E(L) = E(Cv^{k+1} - P_{x:\overline{n|}}\ddot{a}_{\overline{k+1|}} + \ C\,v^n - P_{x:\overline{n|}}\,\ddot{a}_{\overline{n|}}) = 0 \tag{3.20}$$

$$C(E(v^{k+1}) + E(\ v^n\ )) - P_{x:\overline{n|}}E(\ddot{a}_{\overline{k+1|}} + \ddot{a}_{\overline{n|}}) = 0 \tag{3.21}$$

$$P_{x:\overline{n|}} = C \frac{E(v^{k+1}) + E(\ v^n\ )}{E(\ddot{a}_{\overline{k+1|}} + \ddot{a}_{\overline{n|}})}. \tag{3.22}$$

Dengan persamaan (2.20), (2.22) dan (2.30) maka didapatkan persamaan

$$P_{x:\overline{n|}} = C \frac{A^1_{x:\overline{n|}} + A_{\overset{1}{x:\overline{n|}}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}. \tag{3.23}$$

3.2 Penerapan Fungsi Utilitas DARA Dalam Penentuan Harga Premi

3.2.1 Prinsip *Equivalent Utility*

Pada dasarnya prinsip *equivalent utility* menyelesaikan persamaan

$$E(u(w)) = E(u(w-L)) \tag{3.24}$$

dimana *u* adalah fungsi utilitas yang memenuhi kriteria fungsi utilitas pada subbab (2.13.2). Bila resiko yang harus ditanggung oleh perusahaan asuransi dilambangkan dengan *R* dan besar premi yang diterima perusahaan asuransi dilambangkan dengan *pr*, maka (3.24) menjadi

$$E(u(w)) = E(u(w-(R-pr)) \tag{3.25}$$

$$E(u(w)) = E(u(w-R+pr)) . \tag{3.26}$$

Untuk mengaplikasikan prinsip ini dalam pencarian besar premi, harus dibandingkan antara situasi ketika perusahaan asuransi menerima premi sebesar *pr* dan menanggung resiko sebesar *R* dengan keadaan ketika perusahaan asuransi tidak mendapat keduanya. Dengan kata lain, nilai harapan dari kedua kondisi harus dibandingkan. Pada persamaan di atas, ruas kiri persamaan menyatakan keadaan ketika perusahaan asuransi tidak harus menanggung resiko. Sementara itu pada ruas kanan menyatakan keadaan perusahaan asuransi ketika harus menanggung resiko sebesar *R*.

Diasumsikan fungsi utilitas yang digunakan adalah fungsi eksponensial

$$u(w) = 1 - e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}} \tag{3.27}$$

(http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed83/83144.pdf),

dengan *w* adalah jumlah kekayaan, dan *b* adalah sembarang bilangan positif. Fungsi ini harus memenuhi kriteria fungsi utilitas yang terdapat pada subbab (2.13.2), yaitu :

1. $u^{'}(w) > 0$ pada selang $(0,\infty)$

$$u(w) = 1 - e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}$$

$$u'(w) = \frac{e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}}{2b\sqrt{\frac{w}{b}}}$$

karena $w \in (0,\infty)$, maka $u'(w) > 0$, sehingga kriteria (1) terpenuhi.

2. $u(w)$ berbentuk *concave*, artinya $u''(w) < 0$

$$u''(w) = -\frac{e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}(1+\sqrt{\frac{w}{b}})}{4wb\sqrt{\frac{w}{b}}}$$

maka $u''(w) < 0$ sehingga kriteria (2) terpenuhi

3. $u(w)$ terbatas ke atas, artinya ada z sedemikian sehingga $u(w) < z$ seberapapun besarnya w

$$\lim_{w\to\infty} u(w) = \lim_{w\to\infty}(1-e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})$$

$$= \lim_{w\to\infty}(1-e^{-\infty})$$

$$= (1-\frac{1}{e^{\infty}})$$

$$= (1-\frac{1}{\infty})$$

= 1-0

= 1

$\lim_{w\to\infty} u(w) = 1$, sehingga pasti ada z sedemikian sehingga $1 < z$, maka kriteria (3) terpenuhi

4. *absolute risk aversion* menurun selama kekayaan meningkat

$$ra(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = \frac{1+\sqrt{\frac{w}{b}}}{2w}.$$

Jika diambil $w_1, w_2 \in (0,\infty)$ dengan $w_1 < w_2$, maka $ra(w_1) > ra(w_2)$, sehingga $ra(w)$ adalah suatu fungsi turun. Jadi $u(w)$ adalah *decreasing absolute risk aversion*, sehingga kriteria (4) terpenuhi.

3.2.2 Penentuan Premi Tahunan Dengan Fungsi Utilitas

Diasumsikan perusahaan asuransi memiliki kekayaan sebesar *w*. Perusahaan asuransi harus menanggung santunan sebesar *C* dan *P* adalah besar premi tahunan yang harus dibayarkan oleh pihak tertanggung. Bila nilai *w*, *C*, dan tingkat suku bunga diketahui, maka untuk mencari besar *P* untuk tiap-tiap kontrak dapat menggunakan persamaan (3.24) dengan *R* sebesar nilai tunai dari *C* dan *pr* adalah nilai tunai dari *P*.

1. Asuransi Seumur Hidup

Penentuan premi tahunan menggunakan fungsi utilitas bagi asuransi seumur hidup harus memenuhi persamaan (3.24). Dengan menggunakan fungsi utilitas pada persamaan (3.27) maka terbentuk persamaan

$$E(1-e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = E(1-e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}}) \qquad (3.28)$$

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = E(e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})\,. \qquad (3.29)$$

Oleh karena *loss* harus memenuhi persamaan (3.1) maka persamaan (3.28) menjadi

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = E(e^{-\sqrt{\frac{w-C\,v^{k+1}-P_s\,\ddot{a}_{\overline{k+1|}}}{b}}})\,. \qquad (3.30)$$

Dengan menggunakan definisi nilai harapan pada (2.2) serta distribusi peubah acak *K* pada (2.8), maka persamaan (3.30) menjadi

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = \frac{1}{\omega-x}\sum_{k=o}^{n-1}(e^{-\sqrt{\frac{w-C\,v^{k+1}+P_s\,\ddot{a}_{\overline{k+1|}}}{b}}}) \qquad (3.31)$$

dengan P_s adalah besar premi tahunan asuransi seumur hidup.

2. Asuransi Berjangka

Suatu kontrak asuransi berjangka *n* tahun bagi seseorang berusia *x* tahun dengan santunan sebesar *C* yang akan diberikan pada akhir tahun kematian, besar premi tahunan dapat ditentukan menggunakan fungsi utilitas. Bila fungsi utilitas yang digunakan adalah fungsi utilitas pada (3.27), maka harus memenuhi persamaan (3.24) sehingga terbentuk persamaan

$$E(1-e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=E(1-e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})$$

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=E(e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})\,. \qquad (3.32)$$

Loss harus memenuhi persamaan (3.6). Dengan menggunakan definisi nilai harapan pada (2.2) dan distribusi peluang peubah acak *K* memenuhi (2.8), maka persamaan (3.32) menjadi

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=\frac{1}{\omega-x}\sum_{k=o}^{n-1}(e^{-\sqrt{\frac{w-C\,v^{k+1}+P_b\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|}}{b}}})+(1-\frac{n}{\omega-x})e^{-\sqrt{\frac{w+P_b\,\ddot{a}_{\overline{n}|}}{b}}} \qquad (3.33)$$

dimana P_b adalah besar premi tahunan asuransi berjangka.

3. *Pure Endowment*

Kontrak *pure endowment* berjangka *n* tahun bagi seseorang berusia *x* akan memberikan santunan sebesar *C*, yang dibayarkan pada akhir tahun kematian. Dengan menggunakan fungsi utilitas pada (3.27), dan persamaan (3.24), maka terbentuk persamaan

$$E(1-e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=E(1-e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})$$

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=E(e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})\,. \qquad (3.34)$$

Loss harus memenuhi persamaan (3.12). Dengan menggunakan definisi nilai harapan pada (2.2) dan distribusi peluang peubah acak *K* memenuhi (2.8), maka persamaan menjadi

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=\frac{1}{\omega-x}\sum_{k=o}^{n-1}(e^{-\sqrt{\frac{w+P_p\ddot{a}_{\overline{k+1}|}}{b}}})+(1-\frac{n}{\omega-x})e^{-\sqrt{\frac{w-C\,v^{n}+P_p\ddot{a}_{\overline{n}|}}{b}}} \qquad (3.35)$$

dimana P_p adalah besar premi tahunan *pure endowment*.

4. *Endowment*

Kontrak *endowment* berjangka *n* tahun bagi seseorang berusia *x* akan memberikan santunan sebesar *C*, yang dibayarkan pada akhir tahun kematian. Dengan menggunakan fungsi utilitas pada (3.27), dan dengan menggunakan persamaan (3.24) terbentuk persamaan

$$E(1-e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}})=E(1-e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}})$$

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = E(e^{-\sqrt{\frac{w-L}{b}}}).$$

Loss harus memenuhi persamaan (3.18). Dengan menggunakan definisi nilai harapan pada (2.2) dan distribusi peluang peubah acak *K* memenuhi (2.8), maka persamaan menjadi

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{b}}}) = \frac{1}{\omega - x}\sum_{k=o}^{n-1}(e^{-\sqrt{\frac{w-Cv^{k+1}+P_e\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|}}{b}}}) + (1-\frac{n}{\omega - x})e^{-\sqrt{\frac{w-Cv^{n}+P_e\,\ddot{a}_{\overline{n}|}}{b}}} \tag{3.36}$$

dimana P_e adalah besar premi tahunan untuk *endowment*.

3.3 Contoh Perhitungan Premi Bersih Tahunan Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan Prinsip Ekivalensi

Misalkan seseorang yang berusia 40 tahun membeli suatu kontrak asuransi jiwa sederhana. P_x adalah besar premi bersih tahunan yang harus dibayarkan oleh orang tersebut. Diasumsikan kematian pemegang polis mengikuti hukum De Moivre dengan $\omega = 99$, sehingga ${}_k p_x\, q_{x+k} = \frac{1}{\omega - x}$ dan ${}_k p_x = 1 - \frac{n}{\omega - x}; k \geq n$. Bila suku bunga pada saat itu sebesar i=10%, maka didapat v sebesar $v = \frac{1}{1+10\%}$. Besar premi untuk tiap-tiap jenis kontrak asuransi jiwa sederhana dapat ditentukan seperti berikut ini.

3.3.1 Asuransi Seumur Hidup

Dari penjelasan di atas diperoleh jangka waktu asuransi seumur hidup sebesar $n = \omega - x = 99 - 40 = 59$ dimana x adalah usia pemegang polis. Dengan (3.5) didapat

$$P_{40} = C\frac{A_{40}}{\ddot{a}_{40}}. \tag{3.37}$$

Premi bersih tahunan asuransi seumur hidup berjangka 59 tahun dengan nilai santunan berbeda yang dihitung menggunakan persamaan (3.37) diberikan di Tabel 3.1 berikut ini.

Tabel 3.1. Premi bersih tahunan asuransi seumur hidup
(dalam ribuan rupiah)

no	Santunan C	Premi bersih tahunan
1	5.000	92,361
2	10.000	184,722
3	15.000	277,083
4	20.000	369,445
5	25.000	461,806

3.3.2 Asuransi Berjangka

Diasumsikan seseorang pada subbab 3.3 tersebut membeli kontrak asuransi berjangka 20 tahun, maka jangka waktu asuransi berjangka $n= 20$. Dengan (3.11) didapat

$$P^{1}_{40:\overline{20}|} = C\frac{A^{1}_{40:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{20}|}} . \qquad (3.38)$$

Premi bersih tahunan asuransi berjangka 20 tahun dengan nilai santunan berbeda yang dihitung dengan persamaan (3.38) diberikan di Tabel 3.2.

Tabel 3.2. Premi Bersih Tahunan Asuransi Berjangka
(dalam ribuan rupiah)

no	Santunan C	Premi bersih tahunan
1	5.000	86,593
2	10.000	173,187
3	15.000	259,780
4	20.000	346,374
5	25.000	432,967

3.3.3 *Pure Endowment*

Diasumsikan seseorang tersebut membeli kontrak *pure endowment* 20 tahun, maka jangka waktu *pure endowment* $n = 20$. Dengan (3.17) didapat

$$P_{40:\overline{20}|}^{\;\;\;1} = C\,\frac{A_{40:\overline{20}|}^{\;\;\;1}}{\ddot{a}_{40:\overline{20}|}}\,. \qquad (3.39)$$

Premi bersih tahunan *pure endowment* 20 tahun dengan nilai santunan berbeda yang diperoleh dari persamaan (3.39) diberikan di tabel 3.3.

Tabel 3.3. Premi Bersih Tahunan *Pure Endowment*
(dalam ribuan rupiah)

no	Santunan C	Premi bersih tahunan
1	5.000	58,962
2	10.000	117,927
3	15.000	176,891
4	20.000	235,855
5	25.000	294,818

3.3.4 *Endowment*

Diasumsikan seseorang tersebut membeli kontrak *endowment* 20 tahun, maka jangka waktu *endowment n=20*. Dengan (3.23) didapat

$$P_{40:\overline{20}|} = C\,\frac{A^{1}_{40:\overline{20}|} + A_{40:\overline{20}|}^{\;\;\;1}}{\ddot{a}_{40:\overline{20}|}}\,. \qquad (3.40)$$

Premi bersih tahunan *endowment* 20 tahun dengan nilai santunan berbeda yang dihitung dengan persamaan (3.40) diberikan pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4. Premi Bersih Tahunan *Endowment*
(Dalam Ribuan Rupiah)

no	Santunan C	Premi bersih tahunan
1	5.000	145,557
2	10.000	291,114
3	15.000	436,671
4	20.000	582,228
5	25.000	727,785

3.4 Contoh Perhitungan Premi Tahunan Untuk Asuransi Jiwa Sederhana Menggunakan Fungsi Utilitas

Besar premi tahunan permasalahan pada subbab 3.3 untuk masing-masing jenis asuransi jiwa sederhana dapat ditentukan menggunakan fungsi utilitas yang memenuhi persamaan (3.26).

3.4.1 Asuransi Seumur Hidup

Perhitungan premi tahunan asuransi seumur hidup menggunakan fungsi utilitas harus memenuhi persamaan (3.31). Dengan $n=\omega-x=99-40=59$ dan diasumsikan besar $b=10^3$, maka didapat

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{10^3}}})=\frac{1}{59}\sum_{k=o}^{58}e^{-\sqrt{\frac{w-C(0.91)^{k+1}+P_s\,\ddot{a}_{\overline{k+1}|}}{10^3}}} . \qquad (3.41)$$

Di Tabel 3.5 sampai dengan 3.7 diberikan premi tahunan untuk tingkat kekayaan *w* dan besar santunan yang berbeda-beda. Perhitungan dilakukan menggunakan software *mathematica 5.1*. (dapat dilihat pada lampiran 1).

Tabel 3.5. Premi Tahunan Asuransi Seumur Hidup Dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan P_x	Premi tahunan P_s	Persentase premi tahunan $h=\frac{P_s}{P_x}\times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	92,36	98,45	106,59%	6,59%
2	10.000	184,72	210,95	114,20%	14,20%
3	15.000	277,08	340,95	123,05%	23,05%
4	20.000	369,45	493,06	133,46%	33,46%
5	25.000	461,81	673,55	145,85%	45,85%

Tabel 3.6. Premi Tahunan Asuransi Seumur Hidup Dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan P_x	Premi tahunan P_s	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_s}{P_x} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	92,36	96,46	104,44%	4,44%
2	10.000	184,72	201,92	109,31%	9,31%
3	15.000	277,08	317,77	114,68%	14,68%
4	20.000	369,45	445,69	120,64%	20,64%
5	25.000	461,81	587,70	127,26%	27,26%

Tabel 3.7. Premi Tahunan Asuransi Seumur Hidup Dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan P_x	Premi tahunan P_s	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_s}{P_x} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	92,36	95,63	103,54%	3,54%
2	10.000	184,72	198,32	107,36%	7,36%
3	15.000	277,08	308,91	111,49%	11,49%
4	20.000	369,45	428,38	115,95%	15,95%
5	25.000	461,81	557,87	120,80%	20,80%

Premi bersih tahunan merupakan premi yang dihitung hanya berdasar peluang kematian tertanggung dan tingkat suku bunga. Premi ini dihitung dengan prinsip ekivalensi $E(L) = 0$, sedangkan premi tahunan adalah premi yang selain berdasar peluang kematian dan tingkat suku bunga, juga memperhatikan *safety loading* yang digunakan bila perusahaan asuransi harus menanggung resiko.

Safety loading merupakan dana cadangan yang digunakan perusahaan asuransi bila sewaktu-waktu harus menghadapi resiko atau terjadi klaim (harus membayar santunan). *Safety loading* didapat dengan menghitung $\frac{P_s - P^{1}_{x:\overline{n}|}}{P_b} \times 100\%$.

Dari hasil perhitungan premi di atas, tampak bahwa *safety loading* selalu meningkat bila jumlah santunan meningkat. Dari perhitungan premi menggunakan fungsi utilitas, tampak bahwa besar premi tidak proporsional untuk jumlah santunan yang berbeda. Santunan sebesar 5.000.000 untuk kekayaan sebesar 100.000.000 mempunyai *safety loading* sebesar 6,59%, sedangkan santunan sebesar 25.000.000 mempunyai *safety loading* sebesar 45,85%. Hal ini disebabkan karena santunan sebesar 5.000.000 memberikan resiko yang kecil bagi perusahaan asuransi. Sementara itu santunan sebesar 25.000.000 memberikan resiko yang harus diperhitungkan bagi perusahaan asuransi.

Dari tabel 3.5 - 3.7 di atas, tampak bahwa bila semakin besar kekayaan perusahaan asuransi, maka *safety loading* akan semakin kecil. Hal ini disebabkan karena perusahaan asuransi bertipe *decreasing absolute risk aversion,* dimana perusahaan asuransi akan lebih berani menerima resiko bila kekayaan meningkat. Sebagai contoh, *safety loading* bagi santunan sebesar 25.000.000 adalah 45,85% untuk kekayaan sebesar 100.000.000, sedangkan bagi kekayaan sebesar 200.000.000, *safety loading* sebesar 27,26%, dan 20,80% bagi kekayaan sebesar 300.000.000.

3.4.2 Asuransi Berjangka

Perhitungan premi tahunan untuk asuransi berjangka harus memenuhi (3.24). dengan (3.33) dan diasumsikan besar $b = 10^3$, maka didapat

$$E\left(e^{-\sqrt{\frac{w}{10^3}}}\right) = \frac{1}{59}\sum_{k=o}^{19} e^{-\sqrt{\frac{w - C(0.91)^{k+1} + P_b\, \ddot{a}_{\overline{k+1|}}}{10^3}}} + \frac{39}{59} e^{-\sqrt{\frac{w + P_b\, \ddot{a}_{\overline{20|}}}{10^3}}} . \qquad (3.42)$$

Premi tahunan untuk tingkat kekayaan *w* serta santunan berbeda diberikan di Tabel 3.8 sampai 3.10. Perhitungan dilakukan menggunakan *software mathematica 5.1* (dapat dilihat pada lampiran 2).

Tabel 3.8. Premi Tahunan Asuransi Berjangka Dengan w=100.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$	Premi tahunan P_b	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_b}{P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	86,59	93,31	107,76%	7,76%
2	10.000	173,19	202,07	116,68%	6,68%
3	15.000	259,78	329,96	127,01%	27,01%
4	20.000	346,37	481,84	139,11%	39,11%
5	25.000	432,97	664,25	153,42%	53,42%

Tabel 3.9. Premi Tahunan Asuransi Berjangka Dengan w=200.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$	Premi tahunan P_b	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_b}{P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	86,59	91,12	105,22%	5,22%
2	10.000	173,19	192,15	110,95%	10,95%
3	15.000	259,78	304,58	117,25%	17,25%
4	20.000	346,37	430,20	124,20%	24,20%
5	25.000	432,97	571,13	131,91%	31,91%

Tabel 3.10. Premi Tahunan Asuransi Berjangka Dengan w=300.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}$	Premi tahunan P_b	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_b}{P^{1}_{x:\overline{n}\rceil}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	86,59	90,21	104,17%	4,17%
2	10.000	173,19	188,19	108,66%	8,66%
3	15.000	259,78	294,86	113,50%	13,50%
4	20.000	346,37	411,25	118,73%	18,73%

5	25.000	432,97	538,58	124,39%	24,39%

Sebagaimana perhitungan premi pada asuransi seumur hidup, *safety loading* bagi asuransi berjangka juga meningkat seiring dengan meningkatnya santunan. Santunan 5.000.000 memberi *safety loading* sebesar 7,76% dan santunan 25.000.000 memberi 53,42% untuk tingkat kekayaan sebesar 100.000.000. Besar premi tahunan juga semakin turun selama kekayaan perusahaan meningkat. Hal ini menunjukkan bahwa perusahaan asuransi bertipe *decreasing absolute risk aversion.*

3.4.3 *Pure Endowment*

Perhitungan premi tahunan untuk *pure endowment* harus memenuhi (3.24). Dengan (3.35) dan diasumsikan besar $b = 10^3$, maka didapat

$$E(e^{-\sqrt{\frac{w}{10^3}}}) = \frac{1}{59}\sum_{k=o}^{19}(e^{-\sqrt{\frac{w+P_p\,\ddot{a}_{\overline{20}|}}{10^3}}}) + \frac{39}{59}e^{-\sqrt{\frac{w-C\,(0.91)^{k+1}+P_p\,\ddot{a}_{\overline{20}|}}{10^3}}} \quad . \quad (3.43)$$

Setelah dilakukan perhitungan menggunakan software *mathematica 5.1* (dapat dilihat pada lampiran 3) didapat premi tahunan untuk tingkat kekayaan *w* serta santunan yang berbeda dan ditabulasikan sebagai berikut

Tabel 3.11. Premi Tahunan *Pure Endowment* Dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{x:\overline{n}|}^{\;1}$	Premi tahunan P_p	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_p}{P_{x:\overline{n}|}^{\;1}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	58,96	59,22	100.44%	0,44%
2	10.000	117,93	118,95	100,87%	0,87%
3	15.000	176,89	179,18	101,29%	1,29%
4	20000	235,86	239,89	101,71%	1,71%
5	25.000	294,82	301,07	102,12%	2,12%

Tabel 3.12. Premi Tahunan *Pure Endowment* Dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}$	Premi tahunan P_p	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_p}{P_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	58,96	59,17	100,35%	0,35%
2	10.000	117,93	118,75	100,70%	0,70%
3	15.000	176,89	178,73	101,04%	1,04%
4	20.000	235,86	239,11	101,38%	1,38%
5	25.000	294,82	299,88	101,72%	1,72%

Tabel 3.13. Premi Tahunan *Pure Endowment* Dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}$	Premi tahunan P_p	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_p}{P_{\overset{1}{x:\overline{n}|}}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	58,96	59,14	100,30%	0,30%
2	10.000	117,93	118,63	100,60%	0,60%
3	15.000	176,89	178,47	100,90%	0,90%
4	20.000	235,86	238,66	101,19%	1,19%
5	25.000	294,82	299,17	101,48%	1,48%

Safety loading bagi *pure endowment* naik selama santunan naik. Hanya saja kenaikan *safety loading* bagi kontrak *pure endowment* di atas tidak sebesar pada asuransi seumur hidup dan berjangka. Sebagai contoh, santunan 5.000.000 mempunyai *safety loading* sebesar 0,35%, sedangkan santunan sebesar 25.000.000 memiliki *safety loading* sebesar 1,72% dengan kekayaan 200.000.000.

3.4.4 *Endowment*

Perhitungan premi tahunan untuk *endowment* harus memenuhi (3.24). Dengan (3.36) dan diasumsikan besar $b = 10^3$, maka didapat :

$$E\left(e^{-\sqrt{\frac{w}{10^3}}}\right)=\frac{1}{59}\sum_{k=o}^{19}\left(e^{-\sqrt{\frac{w-C(0.91)^{k+1}+P_e\ \ddot{a}_{\overline{20|}}}{10^3}}}\right)+\frac{39}{59}e^{-\sqrt{\frac{w-C(0.91)^{n}+P_e\ \ddot{a}_{\overline{20|}}}{10^3}}}. \quad (3.44)$$

Setelah dilakukan perhitungan menggunakan *software mathematica 5.1* (dapat dilihat pada lampiran 4) didapat premi tahunan untuk tingkat kekayaan *w* serta santunan yang berbeda dan ditabulasikan sebagai berikut

Tabel 3.14. Premi Tahunan E*ndowment* Dengan *w*=100.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{\overline{x:n|}}$	Premi tahunan P_e	Persentase premi tahunan $h=\frac{P_e}{P_{\overline{x:n|}}}\times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	145,56	150,92	103,68%	3,68%
2	10.000	291,11	314,24	107,94%	7,94%
3	15.000	436,67	493,10	112,92%	12,92%
4	20.000	582,23	691,64	118,79%	18,79%
5	25.000	727,79	915,51	125,79%	25,79%

Tabel 3.15. Premi Tahunan *Endowment* Dengan *w*=200.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{\overline{x:n|}}$	Premi tahunan P_e	Persentase premi tahunan $h=\frac{P_e}{P_{\overline{x:n|}}}\times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	145,56	149,16	102,48%	2,48%
2	10.000	291,11	306,25	105,20%	5,20%
3	15.000	436,67	472,54	108,21%	8,21%
4	20.000	582,23	649,52	111,56%	11,56%
5	25.000	727,79	839,02	115,28%	15,28%

Tabel 3.16. Premi Tahunan *Endowment* Dengan *w*=300.000 (dalam ribuan rupiah)

No	Santunan C	Premi bersih tahunan $P_{x:\overline{n}\rceil}$	Premi tahunan P_e	Persentase premi tahunan $h = \frac{P_e}{P_{x:\overline{n}\rceil}} \times 100\%$	*Safety Loading*
1	5.000	145,56	148,44	101,98%	1,98%
2	10.000	291,11	303,08	104,11%	4,11%
3	15.000	436,67	464,71	106,42%	6,42%
4	20.000	582,23	634,19	108,93%	8,93%
5	25.000	727,79	812,56	111,65%	11,65%

Sebagaimana pada kontrak asuransi yang lain, semakin besar santunan, semakin besar pula *safety loading*, semakin meningkat kekayaan, maka perusahaan asuransi semakin berani menerima resiko. Hal ini tampak dari *safety loading* yang semakin turun bila kekayaan meningkat. Sebagai contoh, santunan sebesar 15.000.000 dengan kekayaan sebesar 200.000.000 pada Tabel 3.15 di atas mempunyai *safety loading* sebesar 8,21%. Apabila kekayaan meningkat menjadi 300.000.000, maka *safety loading* turun menjadi 6,42%.

Dari table 3.5 – 3.16 di atas, tampak bahwa asuransi berjangka mempunyai *safety loading* paling besar. Hal ini terjadi karena kontrak asuransi berjangka memberikan peluang sebesar $\frac{n}{\omega - x} = \frac{20}{59}$ bagi perusahaan asuransi untuk membayar santunan sebesar $C\,v^{k+1}$. Sementara itu *pure endowment* mempunyai *safety loading* terkecil karena dengan kontrak ini, peluang perusahaan asuransi untuk membayar sebesar $C\,v^{k+1}$ hanya $\frac{1}{\omega - x} = \frac{1}{59}$. Selain itu, tampak bahwa kontrak *endowment* memiliki harga premi yang paling besar. Hal ini disebabkan karena perusahaan asuransi harus membayar santunan, baik ketika tertanggung meninggal dalam *n* tahun masa kontrak maupun ketika tertanggung hidup sampai usia $x+n$

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari penulisan skripsi ini dapat disimpulkan bahwa:

1. Besar premi bersih tahunan menggunakan prinsip ekivalensi adalah P_x untuk asuransi seumur hidup, $P^{1}_{x:\overline{n}|}$ untuk asuransi berjangka, $P_{x:\overline{n}|}^{\;\;1}$ untuk *pure endowment*, dan $P_{x:\overline{n}|}$ untuk *endowment*.
2. Besar premi tahunan untuk masing-masing kontrak asuransi jiwa menggunakan fungsi utilitas adalah P yang memenuhi persamaan $E(u(w)) = E(u(w - L))$, dimana L adalah *loss* masing-masing kontrak asuransi.
3. Besar persentase premi tahunan pada masing-masing kontrak asuransi jiwa semakin meningkat seiring dengan meningkatnya jumlah santunan pada tingkat kekayaan yang sama. Hal ini berarti bahwa santunan yang besar memerlukan *safety loading* yang besar karena santunan yang besar memiliki resiko yang besar pula. Akan tetapi, meningkatnya kekayaan menyebabkan penurunan *safety loading* pada tiap-tiap premi kontrak asuransi jiwa. Hal ini disebabkan karena perusahaan asuransi merupakan perusahaan yang bertipe *decreasing absolute risk aversion* sehingga perusahaan asuransi lebih berani menerima resiko ketika kekayaan meningkat. Dari perhitungan premi diketahui asuransi berjangka mempunyai *safety loading* paling besar. Sedangkan *pure endowment* mempunyai *safety loading* terkecil

4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya dapat dicari besar premi tahunan untuk kasus dimana *loss* perusahaan asuransi adalah peubah acak kontinu, yang berarti pembayaran santunan dibayarkan tepat pada saat kematian.

DAFTAR PUSTAKA

Dumairy.1999. Matematika Terapan Untuk Bisnis dan Ekonomi, BPFE-Yogyakarta, Yogyakarta.

Futami, T. 1993. Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1.Gatot Herlianto. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center. Jepang.

Gerber, H.U.1997. Life Insurance Mathematics, Springer, Third Edition, Swiss.

http://www.araksa.com/about_ins.html#1
tanggal akses : 4 Maret 2007

http://www.answers.com/topic/death-benefit#after_ad1
tanggal akses ; 4 Maret 2007

http://www.info-pedia.com/lifeinsurance.html
tanggal akses : 4 Maret 2007

http://en.wikipedia.org/wiki/Risk_averse
tanggal akses : 2 Pebruari 2007

http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed83/83144.pdf.
tanggal akses : 2 Pebruari 2007

Sembiring.1986. Asuransi I, Karunika, Universitas Terbuka. Jakarta

Thomas, G.B.1988. Peluang Dengan Statistika Terapannya, ITB, Bandung.

Walpole, R.E.1995. Pengantar Statistika, PT. Gramedia. Jakarta

Wulandari, D. 2005. Penentuan Premi Dengan Prinsip Ekivalensi dan Fungsi *Utility* Berbasis *Loss* Bagi Perusahaan Asuransi, Skripsi jurusan matematika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya, Malang.

Lampiran 1 - Asuransi Seumur Hidup

b = 10^3; w = 100000; c = 5000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[$1/59 * \sum_{k=0}^{58} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$,

{P, 886.4243979119568` }], {w, 100000, 500000, 100000}]

```
{{P → 98.4502}, {P → 96.4569},
 {P → 95.6338}, {P → 95.1595}, {P → 94.8425}}
```

b = 10^3; w = 100000; c = 10000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[$1/59 * \sum_{k=0}^{58} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$,

{P, 2988.853877901671` }], {w, 100000, 500000, 100000}]

```
{{P → 210.947}, {P → 201.916},
 {P → 198.321}, {P → 196.284}, {P → 194.935}}
```

b = 10^3; w = 100000; c = 15000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[$1/59 * \sum_{k=0}^{58} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$,

{P, 5151.45` }], {w, 100000, 500000, 100000}]

```
{{P → 340.947}, {P → 317.768},
 {P → 308.911}, {P → 303.977}, {P → 300.745}}
```

```
w = 100000; b = 10^3; c = 20000; v = 1/1.1;
Table[
```

$$\text{FindRoot}\left[1/59 * \sum_{k=0}^{58} e^{-\sqrt{\left(w-c\, v^{k+1}+P \sum_{j=0}^{k} v^j\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},\right.$$

```
  {P, 7315.89}],
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

{{P → 493.064}, {P → 445.687},
 {P → 428.383}, {P → 418.921}, {P → 412.791}}

```
b = 10^3; w = 100000; c = 25000; v = 1/1.1;
Table[
```

$$\text{FindRoot}\left[1/59 * \sum_{k=0}^{58} e^{-\sqrt{\left(w-c\, v^{k+1}+P \sum_{j=0}^{k} v^j\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},\right.$$

```
  {P, 9480.3879138501620` }], {w, 100000, 500000, 100000}]
```

{{P → 673.545}, {P → 587.695},
 {P → 557.871}, {P → 541.888}, {P → 531.653}}

Lampiran 2 – Asuransi berjangka

```
b = 10^3; w = 100000; c = 5000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},\ \{P,\ 0`\}],$$

```
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

```
{{P → 93.3123}, {P → 91.1153},
 {P → 90.2073}, {P → 89.6839}, {P → 89.3341}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 10000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},\ \{P,\ 0`\}],$$

```
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

```
{{P → 202.068}, {P → 192.145},
 {P → 188.189}, {P → 185.945}, {P → 184.459}}
```

b = 10^3; w = 100000; c = 15000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w - c\, v^{k+1} + P \sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w + P \sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}, \{P, 0`\}],$$

{w, 100000, 500000, 100000}]

{{P → 329.955}, {P → 304.58},
{P → 294.855}, {P → 289.431}, {P → 285.875}}

b = 10^3; w = 100000; c = 20000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w - c\, v^{k+1} + P \sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w + P \sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},$$

{P, 346, 3736220`}], {w, 100000, 500000, 100000}]

{{P → 481.839}, {P → 430.197},
{P → 411.25}, {P → 400.87}, {P → 394.139}}

```
b = 10^3; w = 100000; c = 25000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}, \{P, 0`\}],$$

```
 {w, 100000, 500000, 100000}]

{{P → 664.249}, {P → 571.132},
 {P → 538.577}, {P → 521.085}, {P → 509.867}}
```

Lampiran 3 – *Pure Endowment*

```
b = 10^3; w = 100000; c = 5000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}\text{, \{P, 100`\}],}$$

```
 {w, 100000, 500000, 50000}]
```

```
{{P → 59.221}, {P → 59.1706}, {P → 59.1412},
 {P → 59.1214}, {P → 59.107}, {P → 59.0959},
 {P → 59.0869}, {P → 59.0796}, {P → 59.0734}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 10000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}\text{,}$$

```
  {P, 135.9044617926884`}], {w, 100000, 500000, 50000}]
```

```
{{P → 118.95}, {P → 118.75}, {P → 118.634},
 {P → 118.556}, {P → 118.498}, {P → 118.454},
 {P → 118.419}, {P → 118.39}, {P → 118.365}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 15000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
  1/59 * Sum[E^-Sqrt[(w + P Sum[v^j, {j, 0, k}])/b], {k, 0, 19}] +
    39/59 * E^-Sqrt[(w - c v^20 + P Sum[v^j, {j, 0, 19}])/b] == E^-Sqrt[w/b], {P, 0`}],
 {w, 100000, 500000, 50000}]
```

$$\frac{1}{59}*\sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} + \frac{39}{59}*e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$$

```
{{P → 179.175}, {P → 178.733}, {P → 178.474},
 {P → 178.299}, {P → 178.171}, {P → 178.073},
 {P → 177.993}, {P → 177.928}, {P → 177.873}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 20000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
  1/59 * Sum[E^-Sqrt[(w + P Sum[v^j, {j, 0, k}])/b], {k, 0, 19}] +
    39/59 * E^-Sqrt[(w - c v^20 + P Sum[v^j, {j, 0, 19}])/b] == E^-Sqrt[w/b], {P, 0`}],
 {w, 100000, 500000, 50000}]
```

$$\frac{1}{59}*\sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} + \frac{39}{59}*e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$$

```
{{P → 239.886}, {P → 239.11}, {P → 238.655},
 {P → 238.347}, {P → 238.122}, {P → 237.948},
 {P → 237.808}, {P → 237.693}, {P → 237.596}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 25000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
```

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w+P\sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} + 39/59 * e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},$$

```
  {P, 2001.5481797445264`}], {w, 100000, 500000, 50000}]
```

```
{{P → 301.072}, {P → 299.877}, {P → 299.173},
 {P → 298.697}, {P → 298.348}, {P → 298.078},
 {P → 297.861}, {P → 297.682}, {P → 297.531}}
```

Lampiran 4 – *Endowment*

b = 10^3; w = 100000; c = 5000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w - c\,v^{k+1} + P \sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w - c*v\text{^}20 + P \sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},\ \{P,\ 150\}],$$

{w, 100000, 500000, 100000}]

```
{{P → 150.916}, {P → 149.159},
 {P → 148.435}, {P → 148.017}, {P → 147.738}}
```

b = 10^3; w = 100000; c = 10000; v = 1/1.1;

Table[

FindRoot[

$$1/59 * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w - c\,v^{k+1} + P \sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} +$$

$$39/59 * e^{-\sqrt{\left(w - c*v\text{^}20 + P \sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}},$$

{P, 314.2398169419635\` }], {w, 100000, 500000, 100000}]

```
{{P → 314.24}, {P → 306.254},
 {P → 303.082}, {P → 301.286}, {P → 300.098}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 15000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
  1/59 * Sum[E^(-Sqrt[(w - c v^(k+1) + P Sum[v^j, {j, 0, k}])/b]), {k, 0, 19}] +
   39/59 * E^(-Sqrt[(w - c*v^20 + P Sum[v^j, {j, 0, 19}])/b]) == E^(-Sqrt[w/b]),
  {P, 2001.5481797445264`}],
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

$$\frac{1}{59}\sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{k+1}+P\sum_{j=0}^{k} v^j\right)/b}}+\frac{39}{59}\, e^{-\sqrt{\left(w-c\,v^{20}+P\sum_{j=0}^{19} v^j\right)/b}} = e^{-\sqrt{w/b}}$$

```
{{P → 493.096}, {P → 472.539},
 {P → 464.708}, {P → 460.35}, {P → 457.499}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 20000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
  1/59 * Sum[E^(-Sqrt[(w - c v^(k+1) + P Sum[v^j, {j, 0, k}])/b]), {k, 0, 19}] +
   39/59 * E^(-Sqrt[(w - c*v^20 + P Sum[v^j, {j, 0, 19}])/b]) == E^(-Sqrt[w/b]), {P, 0}],
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

```
{{P → 691.644}, {P → 649.521},
 {P → 634.193}, {P → 625.824}, {P → 620.408}}
```

```
b = 10^3; w = 100000; c = 25000; v = 1/1.1;
Table[
 FindRoot[
  1/59 * Sum[E^-Sqrt[(w - c v^(k+1) + P Sum[v^j, {j, 0, k}])/b], {k, 0, 19}] +
    39/59 * E^-Sqrt[(w - c*v^20 + P Sum[v^j, {j, 0, 19}])/b] == E^-Sqrt[w/b], {P, 700`}],
 {w, 100000, 500000, 100000}]
```

$$\mathbf{1/59} * \sum_{k=0}^{19} e^{-\sqrt{\left(w - c\, v^{k+1} + P \sum_{j=0}^{k} v^{j}\right)/b}} + \mathbf{39/59} * e^{-\sqrt{\left(w - c * v^{\wedge}20 + P \sum_{j=0}^{19} v^{j}\right)/b}} == e^{-\sqrt{w/b}}$$

```
{{P → 915.51}, {P → 839.018},
 {P → 812.557}, {P → 798.402}, {P → 789.348}}
```