PENDEKATAN *PENALIZED* SPLINE PADA REGRESI NONPARAMETRIK

SKRIPSI

Oleh:
FITRIYATUS SHOLIHAH
0410950021 – 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2008

PENDEKATAN *PENALIZED* SPLINE PADA REGRESI NONPARAMETRIK

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Oleh:
FITRIYATUS SHOLIHAH
0410950021 – 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2008

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PENDEKATAN *PENALIZED* SPLINE PADA REGRESI NONPARAMETRIK

Oleh:
FITRIYATUS SHOLIHAH
0410950021 – 95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 8 Juli 2008
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Statistika

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr.Ir.Ni Wayan Surya W., M.S	**Ir. Soepraptini, M.Sc**
NIP. 130 935 079	**NIP. 130 518 968**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, M.Sc
NIP. 132 126 049

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	**: Fitriyatus Sholihah**
NIM	**: 0410950021 – 95**
Jurusan	**: Matematika**
Penulisan skripsi berjudul	**: PENDEKATAN *PENALIZED* SPLINE PADA REGRESI NONPARAMETRIK**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala risiko.**

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 8 Juli 2008
Yang menyatakan,

<u>Fitriyatus Sholihah</u>
NIM. 0410950021- 95

PENDEKATAN *PENALIZED* SPLINE PADA REGRESI NONPARAMETRIK

ABSTRAK

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menduga pola hubungan antara dua peubah atau lebih. Salah satu pendekatan untuk menentukan kurva regresi $g(x_i)$ adalah pendekatan nonparametrik. Ada beberapa macam teknik *smoothing* dalam pendekatan nonparametrik untuk menduga kurva regresi, salah satunya dengan menggunakan regresi spline dengan pendekatan *penalized* spline (P–Spline). P–Spline merupakan *piecewise polynomial* yang memiliki sifat tersegmen. P–Spline lebih fleksibel dan dapat dipakai untuk contoh berukuran besar. Pada penelitian ini akan dimodelkan pertumbuhan berat badan balita umur 0–60 bulan dengan regresi *penalized* spline. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, diambil dari Poli Tumbuh Kembang Balita RSUD Dr. Soetomo Surabaya, yaitu berat badan balita yang dicatat setiap bulan (umur 0–60 bulan). Dari pendugaan model pertumbuhan yang optimal menunjukkan bahwa pertumbuhan berat badan balita cenderung naik dengan bertambahnya umur walaupun berfluktuasi.

Kata Kunci : *penalized, smoothing, piecewise polynomial*

PENALIZED SPLINE APPROACH ON NONPARAMETRIC REGRESSION

ABSTRACT

Regression analysis is one of the statistic methods used for estimating functional relationship among two variables or more. Nonparametric approach is one of the approach to determine the $g(x_i)$ regression curve. There are some smoothing techniques to estimate the regression curve, one of them is using spline regression with penalized spline approach (P–Spline). P–Spline is piecewise polynomial with a segment function. P–Spline has a flexible form and it can be used for a large sample. The purpose of the research is to build a mathematical model for the increase of weight in infants ages 0–60 months. The data being used in the research is the secondary data taken from "Poli Tumbuh Kembang Balita RSUD Dr. Soetomo Surabaya ", in which the weight of every infant is noted every month (as age 0– 60 months). It can be conluded that the growth of the infant's weight tends to increase as the age is getting older although it fluctuated.

Keyword : penalized, smoothing, piecewise polynomial

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim,

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *"Pendekatan Penalized Spline Pada Regresi Nonparametrik"* sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains dalam bidang Statistika. Oleh karena itu penulis mengucapkan rasa hormat dan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Ir. Ni Wayan Surya Wardhani, M.S, selaku Dosen Pembimbing I atas arahan serta nasehat yang telah diberikan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini
2. Ibu Ir. Soepraptini, M.Sc, selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan pengarahan dan masukan dengan sabar kepada penulis selama penyusunan skripsi ini
3. Dr. Agus Suryanto, M.Sc, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
4. Bapak Dr. Ir. Solimun, M.S, Ibu Eni Sumarminingsih, S.Si., M.M dan Bapak Prof. Dr. Ir. Loekito Adi S. M.Agr. selaku Dosen Penguji
5. Bapak dan Ibu Dosen Statistika atas didikan selama kuliah hingga penulis bisa menyelesaikan kuliah
6. Bapak, ibu, kakak, adik, nenek, keponakanku, mas Aan, dini, dan seluruh keluarga yang senantiasa mendoakan dan membantu penulis mencapai yang terbaik
7. Teman-teman Program Studi Statistika 2004 dan teman-teman Kertosentono 64 yang telah memberikan dukungan, semangat dan bantuan
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah banyak membantu selama penulisan skripsi ini

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan mengingat keterbatasan kemampuan penulis. Untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis mengharap kritik dan saran. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan penulis.

Malang, Juli 2008

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menentukan hubungan antara dua peubah atau lebih. Misalkan *Y* adalah peubah respon dan *X* adalah peubah penjelas untuk *n* pengamatan, maka hubungan antar peubah tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,..., n \tag{1.1}$$

dengan *y* adalah peubah respon, $g(x_i)$ merupakan fungsi atau kurva regresi dan ε_i adalah galat acak yang diasumsikan menyebar normal dan saling bebas dengan rata-rata nol dan ragam σ^2.

Terdapat dua pendekatan yang sering dipakai dalam menentukan kurva regresi $g(x_i)$, yakni pendekatan parametrik dan nonparametrik. Hampir semua prosedur pengujian hipotesis parameter berdasarkan pada asumsi bahwa contoh berasal dari populasi normal. Apabila asumsi kenormalan tersebut tidak terpenuhi, maka kemungkinan yang bisa dilakukan yaitu melakukan transformasi data sehingga data tersebut mendekati bentuk sebaran normal atau dengan menggunakan pendekatan lain, misalnya pendekatan nonparametrik. Conover dan Iman (1981) mengatakan bahwa statistika nonparametrik merupakan metode analisis data disertai asumsi yang tidak mengikat dibandingkan dengan uji parametrik.

Dalam model regresi nonparametrik, belum ada asumsi terhadap bentuk kurva regresi $g(x_i)$. Kurva regresi diasumsikan mulus *(smooth)*, sehingga lebih menjamin fleksibilitas yang tinggi dalam menduga kurva regresi. Ada beberapa teknik *smoothing* dalam regresi nonparametrik antara lain menggunakan histogram, penduga kernel, penduga deret orthogonal, penduga spline, penduga *K–NN*, deret fourier, dan wavelet (Eubank, 1988). Dalam hal ini penulis menggunakan model regresi nonparametrik, khususnya regresi *penalized* spline. Regresi *Penalized* Spline (P–Spline) adalah suatu pendekatan baru yang populer untuk teknik *smoothing*. P–Spline merupakan *piecewise polynomial* yaitu polinomial yang memiliki sifat tersegmen yang mulus dan lebih fleksibel, artinya dapat digunakan untuk pendugaan model dari data asli tanpa disertai asumsi yang mengikat. Teknik *smoothing* untuk penduga P-Spline dapat diperoleh dengan meminimumkan fungsi PLS (*Penalized Least Square*) (Ruppert, 2002).

Poli Tumbuh Kembang RSUD Dr. Soetomo Surabaya merupakan sebuah instansi yang didirikan oleh RSUD Dr. Soetomo di bawah naungan Departemen Kesehatan Kota Surabaya yang bertugas untuk menangani segala bentuk permasalahan tumbuh kembang anak. Salah satu permasalahan yang ditangani adalah tentang pemantauan pertumbuhan balita khususnya di Kota Surabaya dan sekitarnya. Pertumbuhan balita merupakan salah satu hal penting yang perlu diperhatikan karena pertumbuhan berat badan pada balita akan naik seiring dengan bertambahnya umur. Oleh karena itu dibutuhkan suatu gambaran yang dapat digunakan sebagai acuan pemantauan tumbuh kembang balita. Pada penelitian ini akan dimodelkan pertumbuhan berat badan balita umur 0 – 60 bulan dengan regresi *penalized* spline.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana fungsi pendekatan P-Spline pada regresi nonparametrik ?
2. Bagaimana model pertumbuhan balita umur 0–60 bulan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya ?
3. Bagaimana memilih model spline terbaik dengan parameter penghalus λ optimal ?

1.3 Tujuan

Penelitian ini bertujuan untuk :

1. Mengetahui fungsi pendekatan P–Spline pada regresi nonparametrik
2. Menentukan model pertumbuhan balita umur 0 – 60 bulan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya

1.4 Batasan Masalah

Batasan penelitian ini adalah:

1. Model pertumbuhan balita ini didekati dengan penduga P–Spline dengan tetap memperhatikan kemulusan kurva
2. Data hanya memuat satu peubah penjelas berdasarkan GCV(λ) dan MSE(λ) minimum sebagai kriteria pemilihan model terbaik pada orde linier, kuadratik dan kubik

1.5 Manfaat

Manfaat penelitian ini adalah:

1. Memberikan metode penyelesaian alternatif untuk model regresi nonparametrik.
2. Sebagai alat pertimbangan bagi RSUD Dr. Soetomo Surabaya dalam membuat laporan ke Departemen Kesehatan dan Badan Pusat Statistik (BPS) tentang tumbuh kembang balita setiap tahunnya
3. Pendugaan model yang diperoleh dapat dijadikan gambaran sebagai acuan dalam pemantauan pertumbuhan balita umur 0– 60 bulan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Parametrik

Regresi parametrik merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah penjelas dengan peubah respon di mana semua asumsi parametrik yang ada terpenuhi. Ada beberapa model regresi yang sering digunakan diantaranya adalah regresi linier, regresi polinomial, regresi logistik, regresi eksponensial, dan regresi pertumbuhan.

2.1.1 Regresi Linier

Bentuk hubungan antar dua peubah yakni peubah penjelas *(X)* dengan peubah respon *(Y)* secara matematis dapat dituliskan dalam model regresi linier sebagai berikut:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_j + \varepsilon \quad ; \; j = 1,2,\ldots,p \qquad (2.1)$$

di mana : β_0 = *intersep*, yakni penduga bagi peubah respon

X_j = peubah penjelas ke – j

β_j = *slope*, yakni koefisien pengganda peubah penjelas X_j terhadap peubah repon Y

ε = galat acak

$E(\varepsilon) = 0$; $Var(\varepsilon) = \sigma_\varepsilon^2$; $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_u) = 0$ untuk i dan u= 1,2,...n ; $i \neq u$

Jika model regresi hanya dibentuk oleh satu peubah penjelas dikenal dengan nama regresi linier sederhana *(simple linier regression),* maka persamaan (2.1) akan menjadi:

$$Y = \beta_0 + \beta_j X_j + \varepsilon$$

Sedangkan untuk peubah yang lebih dari satu sering disebut regresi linier berganda *(multiple linier regression),* sehingga persamaan (2.1) menjadi:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_p X_p + \varepsilon$$

2.1.2 Regresi Polinomial

Regresi polinomial merupakan model regresi linier yang dibentuk dengan menjumlahkan pengaruh masing – masing peubah penjelas yang dipangkatkan meningkat sampai orde ke – *m*. Secara umum model polinomial ditulis dalam bentuk:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p}\sum_{r=1}^{m-1} \beta_{j.r} X_j^r + \varepsilon \qquad (2.2)$$

di mana : β_0 = *intersep*, yakni penduga bagi peubah respon

X_j^r = peubah penjelas ke – *j* pada orde ke - *r*

β_j = *slope*, yakni koefisien pengganda peubah penjelas X_j pada orde ke – *r* terhadap peubah repon *Y*

ε = galat acak

$E(\varepsilon) = 0$; $Var(\varepsilon) = \sigma_\varepsilon^2$; $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_u) = 0$ untuk *i* dan *u*= 1,2,...n ; $i \neq u$

Model regresi polinomial mempunyai struktur yang sama dengan model regresi linier berganda. Artinya, setiap pangkat atau orde peubah penjelas pada model regresi polinomial(kuadratik, kubik, kuartet, dan seterusnya) merupakan transformasi peubah awal dan dipandang sebagai peubah penjelas baru dalam model linier berganda.

2.1.3 Regresi Logistik

Sudjana (1992) mengatakan bahwa bentuk yang paling sederhana dari model logistik adalah:

$$\hat{Y} = \frac{1}{ab^X} \qquad (2.3)$$

Untuk $\hat{Y}$ yang tidak sama dengan nol, persamaan (2.3) dapat ditulis sebagai $\frac{1}{\hat{Y}} = ab^X$ atau bisa juga ditulis:

$$\log(\frac{1}{\hat{Y}}) = \log a + (\log b)X$$

yang merupakan model linier dalam peubah-peubah X dan $\log(\frac{1}{Y})$.

2.1.4 Regresi Eksponensial

Model eksponensial merupakan model regresi linier dengan persamaan sebagai;

$$\hat{Y} = ab^{X} \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) bisa juga ditulis dalam bentuk logaritma:

$$\log(\hat{Y}) = \log a + (\log b).X$$

Jika $Y' = \log(\hat{Y}), a' = \log a, b' = \log b$ maka diperoleh model $\hat{Y}' = a' + b'.X$, sehingga nilai a' dan b' dapat dicari dengan rumus:

$$\log a = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} - (\log b)(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n})$$

$$\log b = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} X_i \log Y_i) - (\sum_{i=1}^{n} X_i)(\sum_{i=1}^{n} \log Y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}$$

2.1.5 Regresi Pertumbuhan

Regresi pertumbuhan sering digunakan dalam menganalisis data sebagai hasil pengamatan mengenai pertumbuhan. Persamaan dari model pertumbuhan adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = ae^{bX} \tag{2.5}$$

Persamaan (2.5) juga bisa ditulis dengan bilangan logaritma Napir dengan rumus:

$$\ln \hat{Y} = \ln a + bX$$

dan logaritma biasa dengan rumus:

$$\log \hat{Y} = \log a + 0.4343\ bX$$

2.1.6 Asumsi Klasik Regresi Parametrik

Asumsi klasik regresi merupakan syarat suatu hasil analisis regresi dapat dikatakan BLUE *(Best Linier Unbiased Estimator).* Asumsi regresi linier klasik antara lain:

- Model yang dispesifikasikan dengan benar
- Tidak terjadi heteroskedastisitas pada ragam galat
- Tidak terjadi multikolinieritas antara peubah penjelas
- Galat tidak mengalami autokorelasi
- Galat menyebar normal dengan rata-rata nol dan memiliki suatu regam tertentu

1. Uji Heteroskedastisitas

Ghozali (2005) mengatakan bahwa uji heteroskedastisitas bertujuan menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan ragam galat dari satu pengamatan ke pengamatan lain. Jika ragam galat tetap maka disebut homoskedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas. Hipotesis yang melandasi pengujian heteroskedastisitas adalah:

Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_n^2$ (homoskedastisitas)

H_1 : paling tidak ada satu $\sigma_n^2 \neq \sigma^2$ (heteroskedastisitas)

Ada beberapa uji statistik yang dapat digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya heteroskedastisitas.

a. Uji Park

Park mengemukakan metode bahwa s_i^2 merupakan fungsi dari peubah penjelas yang dinyatakan dalam persamaan:

$$\sigma_1^2 = \alpha . X_i . \beta \quad (2.6)$$

Persamaan ini dijadikan linier dalam bentuk persamaan logaritma sehingga menjadi:

$$\ln \sigma_i^2 = \alpha + \beta \ln X_i + \varepsilon_i$$

Karena s_i^2 umumnya tidak diketahui, maka dapat diduga dengan menggunakan U_t dan persamaan menjadi:

$$\ln U_i^2 = \alpha + \beta \ln X_i + \varepsilon_i$$

Apabila koefisien parameter β dari persamaan regresi signifikan secara statistik ($p - value \leq \alpha$) berarti data pada model empiris yang diduga terdapat heteroskedastisitas dan sebaliknya jika koefisien parameter β dari persamaan regresi tidak signifikan secara statistik ($p - value > \alpha$) maka asumsi homoskedastisitas pada model regresi tidak dapat ditolak.

b. Uji Glejser

Uji glejser dilakukan dengan meregresikan nilai absolut galat terhadap peubah penjelasnya dengan persamaan regresi:

$$|U_t| = \alpha + \beta \ln X_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Apabila nilai peubah penjelas signifikan secara statistik mempengaruhi peubah respon ($p - value \leq \alpha$) berarti ada indikasi terjadi heteroskedastisitas.

2. Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas bertujuan untuk menguji apakah pada model regresi ditemukan ada korelasi antar peubah penjelas. Model regresi yang baik seharusnya tidak terjadi korelasi antar peubah penjelas. Jika peubah penjelas saling berkorelasi, maka peubah-peubah ini tidak ortogonal. Peubah ortogonal adalah peubah penjelas yang nilai korelasi antar peubah penjelas sama dengan nol. Untuk mendeteksi ada tidaknya multikolinieritas di dalam model regresi adalah sebagai berikut;

a. Nilai R^2 yang dihasilkan oleh model regresi empiris sangat tinggi tetapi secara individual peubah penjelas banyak yang tidak signifikan mempengaruhi peubah respon
b. Menganalisis matriks korelasi peubah penjelas. Jika antar peubah penjelas ada korelasi yang cukup tinggi (umumnya 0.90), maka ada indikasi terjadi multikolinieritas.
c. Melihat nilai *tolerance* dan *variance inflation factor* (VIF). Jika nilai *tolerance* < 0.10 atau nilai VIF > 10 maka menunjukkan adanya multikolinieritas (Ghozali,2005)

3. Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi bertujuan menguji apakahmodel regresi linier ada korelasi antara kesalahan pengganggu pada periode t dengan kesalahan pengganggu pada periode t-1. Autokorelasi muncul karena pengamatan yang berurutan sepanjang waktu berkaitan satu sama lainnya. Salah satu cara yang bisa digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya autokorelasi adalah uji *Durbin-Watson* .

Hipotesis:

Ho :Tidak ada autokorelasi (r = 0)
H_1 : Ada autokorelasi ($r \neq 0$)

Statistiki uji:

$$d_{hitung} = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \qquad (2.8)$$

di mana: d_{hitung} = statistik uji untuk uji *Durbin-Watson*
e_t = kesalahan pengganggu pada periode t
e_{t-1} = kesalahan pengganggu pada periode t-1

Tabel 2.1 Kriteria Pengujian *Durbin – Watson*

Daerah Pengujian	Keterangan
$0 < d_{hitung} < dl$	Tolak *Ho* : Terdapat autokorelasi positif
$dl < d_{hitung} < du$	Tanpa kesimpulan
$du < d_{hitung} < 4 - du$	Terima *Ho* : Tidak terdapat autokorelasi
$4 - du < d_{hitung} < 4 - dl$	Tanpa kesimpulan
$d_{hitung} \geq 4 - du$	Tolak *Ho* : Terdapat autokorelasi negatif

4. Uji Kenormalan

Menurut Yitnosumarto (1993), sebaran normal banyak digunakan dalam berbagai penelitian di bidang biologi, fisika, sosial dan berbagai bidang yang lain. Hampir semua prosedur pengujian hipotesis parameter berdasarkan pada asumsi bahwa contoh berasal dari populasi normal (Sudjana, 1992).

Statistik uji yang bisa digunakan untuk menguji asumsi kenormalan data diantaranya adalah *Anderson–Darling, Ryan–Joiner* dan *Kolmogorov–Smirnov* (Walpole dan Myers, 1986). Hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

Ho : Galat menyebar normal
H_1 : Galat tidak menyebar normal

Kriteria pengujian yang biasa dipakai adalah nilai *p(p-value)*, di mana jika nilai *p* dari uji yang dipakai lebih kecil dari alpha yang ditetapkan, maka *Ho* ditolak. Sehingga dapat dikatakan bahwa galat tersebut tidak mengikuti sebaran normal.

a. Uji *Anderson–Darling*

Pada uji *Anderson–Darling* dilakukan pengujian terhadap fungsi sebaran kumulatif empiris *(Cumulative Empirical Distribution Function)* yang didasarkan pada fungsi sebaran dari contoh. Sebaran empiris menduga fungsi sesungguhnya dari data tersebut sehingga akan mendekati nilai sebenarnya.

Uji ini menggunakan statistik uji $\boldsymbol{A^2}$ yang didapatkan dari persamaan:

$$A^2_{hitung} = -n - k \tag{2.9}$$

dengan $k = \sum_{i=1}^{n} \left(-\frac{1}{n} \log W(X_i) + \log(1 - W(X_i)) \right)$

di mana: n = ukuran contoh

$W(X_i)$ = fungsi sebaran kumulatif normal baku

i = 1, 2, ..., n

Titik kritis = A_α

Tabel Titik kritis uji *Anderson Darling* berdasarkan pada tingkat α dapat dilihat pada Lampiran 2. Untuk pengambilan keputusan berdasarkan A^2_{hitung}, apabila $A^2_{hitung} > A^2_\alpha$ maka Ho ditolak dan sebaliknya jika $A^2_{hitung} \leq A^2_\alpha$ maka Ho diterima.

b. Uji *Ryan–Joiner*

Pengujian kenormalan data dilakukan dengan cara menentukan linieritas terdekat pada suatu plot data yakni dengan menghitung koefisien korelasi antara nilai amatan dengan penduganya dari sebaran data yang diamati. Rumus korelasi yang dipakai dalam uji *Ryan–Joiner* adalah:

$$Rp = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(b_i - \bar{b})}{\sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2 (b_i - \bar{b})^2}} \tag{2.10}$$

di mana: $b_i = 4.91(P_i^{0.34} - (1-P_i)^{0.14})$

$$P_i = \frac{i - \frac{3}{4}}{n + \frac{1}{4}}$$

n = ukuran contoh

i = 1, 2, ..., n

Jika data berasal dari sebaran normal maka pola penyebaran data akan mendekati sebuah garis linier dengan *Rp* (koefisien korelasi) yang cukup besar. Apabila $Rp >$ *Central Value* maka *Ho* ditolak dan sebaliknya jika $Rp \leq$ *Central Value* maka *Ho* diterima, namun jika data berasal dari sebaran tidak normal (sebaran lain) maka plot korelasi data tidak terlalu besar.

Tabel titik kritis uji *Ryan - Joiner* adalah nilai *Central Value* berdasarkan pada ukuran contoh dan tingkat α dapat dilihat pada Lampiran 2.

c. Uji *Kolmogorov –Smirnov*

Uji *Kolmogorov–Smirnov* merupakan suatu uji *Goodness Of Fit* yang didasarkan pada *Chi-Square* dengan nilai maksimum 1 dan nilai minimum 0. Uji ini menggunakan fungsi peluang kumulatif contoh dan fungsi peluang kumulatif distribusi normal. Hipotesis yang melandasi pengujian adalah:

Ho : $F(y) = Fo(y)$

H_1 : $F(y) \neq Fo(y)$

Statistik uji ini adalah jarak tegak maksimum antar fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal atau disebut juga D_n.

$$D_n = Max\left|F_n(y) - F_o(y)\right| \qquad (2.11)$$

di mana: D_n = jarak tegak maksimum antar fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_n(y)$ = fungsi peluang kumulatif contoh

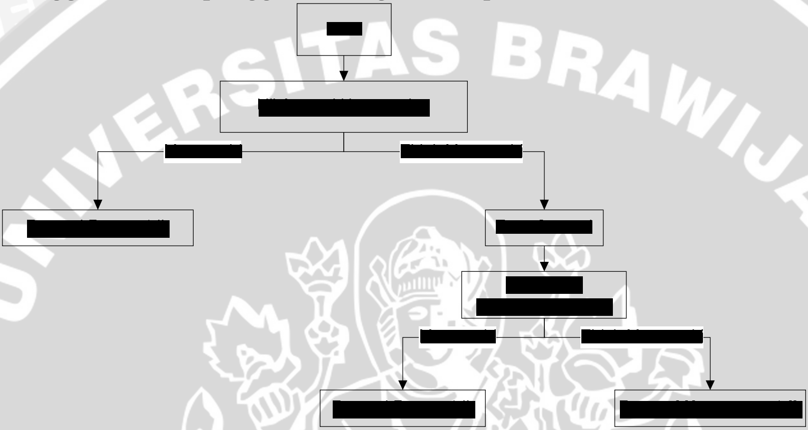
$F_o(y)$ = fungsi peluang kumulatif distribusi normal

Tabel titik kritis uji *Kolmogorov-Smirnov* berdasarkan pada ukuran contoh dan tingkat α dapat dilihat pada Lampiran 2. Sedangkan kriteria keputusan berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah menolak *Ho* jika $D_n > D_n(\alpha)$, tetapi jika $D_n \leq D_n(\alpha)$ maka *Ho* diterima. Uji ini memberikan informasi adanya ketidaksamaan model *(lack of fit)* bila menolak *Ho*. Uji *Kolmogorov-Smirnov* ini kurang mampu mendeteksi adanya penyimpangan pada ujung–ujung sebaran data misalnya kemencengan kurva.

Jika asumsi kenormalan galat tidak terpenuhi, maka salah satu cara untuk mengatasinya adalah melalui transformasi data. Dengan transformasi data diharapkan kestabilan ragam galat akan terpenuhi. Steel dan Torrie (1991) mengatakan bahwa ada beberapa macam transformasi yang sering digunakan dalam perancangan percobaan, yaitu: transformasi akar, transformasi logaritma, dan transformasi arcsin.

- Transformasi Akar
  Transformasi ini digunakan bila data berupa bilangan bulat dan kecil antara 15 - 100. Transformasi akar disarankan untuk persentase yang terletak antara 0 – 20 atau 80 – 100, di mana untuk 80 – 100 dikurangkan dulu dari 100 sebelum dilakukan transformasi. Bila kisaran nilai persentase antara 30 – 70 tidak perlu dilakukan transformasi. Bila nilai pengamatan sangat kecil, transformasi akar cenderung berlebihan karena nilai–nilai yang telah ditransformasi akan menghasilkan nilai tengah yang kecil. Sehingga disarankan menggunakan transformasi $\sqrt{Y + 1/2}$ bila nilai pengamatan kurang dari 10 atau bahkan kurang dari 15
- Transformasi Algoritma
  Transformasi ini digunakan pada bilangan – bilangan positif yang mempunyai kisaran besar lebih dari 100. Transformasi ini tidak dapat digunakan untuk nilai 0. Bila nilai pengamatan kurang dari 10, maka digunakan transformasi log (Y+1)
- Transformasi Arrcsin
  Transformasi ini biasanya diterapkan pada data binom yang dinyatakan sebagai pecahan desimal atau persentase.

Kegunaan dari transformasi adalah mengubah skala pengukuran asal ke dalam skala pengukuran baru sesuai transformasi yang digunakan sehingga diperoleh data yang memiliki sebaran galat mendekati sebaran normal. Tetapi jika dengan transformasi ternyata asumsi kenormalan sebaran galat tetap tidak terpenuhi, maka bisa digunakan prosedur nonparametrik. Berikut adalah skema yang menggambarkan penggunaan regresi nonparametrik:



Gambar 2.1. Skema Penggunaan Regresi Berdasarkan Sifat Data

2.2 Penduga P–Spline

Regresi nonparametrik merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara peubah respon dan peubah penjelas di mana terjadi perubahan perilaku pada plot data, sehingga belum diketahui bentuk fungsi yang tepat. Misalkan peubah respon *Y* dan peubah penjelas *X* diperoleh dari amatan berpasangan $(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)$ yang mengikuti model regresi:

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \qquad i = 1,2,....,n \tag{2.12}$$

di mana : y_i = berat badan ke – *i* (kg)

$g(x_i)$ = fungsi nonparametrik

x_i = umur ke – *i* (bulan)

ε_i = galat acak

Pendekatan menggunakan regresi nonparametrik memiliki kelebihan dibanding dengan regresi parametrik. Kelebihan dari regresi nonparametrik yaitu karena bentuk kurva $g(x_i)$ tidak diketahui sebelumnya, maka $g(x_i)$ diasumsikan sebagai fungsi mulus *(smooth)*. Pendekatan ini lebih fleksibel karena dapat digunakan untuk pendugaan model dari data asli tanpa disertai asumsi yang mengikat (Eubank, 1988). Menurut Daniel (1989), prosedur nonparametrik digunakan apabila data tidak memenuhi asumsi parametrik.

Ruppert (2002) mengatakan bahwa P–Spline memiliki banyak kesamaan dengan *smoothing* spline, kelebihan P-Spline terletak pada lokasi penempatan knot. Pada P–Spline penempatan knot telah ditentukan, yaitu berada pada kuantil contoh dari nilai *unique* peubah bebas $\{x_i\}$, sehingga dapat digunakan untuk ukuran contoh yang besar, lebih mudah perhitungan matematika dan lebih efektif karena tidak membutuhkan knot yang banyak.

Pendugaan fungsi regresi g pada persamaan (2.12) dengan pendekatan *Generalized* Spline dapat dinyatakan sebagai:

$$\boldsymbol{g(x_i) = \sum_{k=0}^{M} \beta_k \phi_k (x)} \qquad (2.13)$$

dengan $\beta = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_M)^T$ menunjukkan vektor koefisien regresi

$$\text{dan } \boldsymbol{\phi_k(x)} = \begin{cases} x^k & ,untuk \ \ 0 \le k \le p \\ (x_k - \xi_{k-p}) & ,untuk \ \ p+1 \le k \le M \end{cases} \qquad (2.14)$$

$$\text{dengan } (x_k - \xi_{k-p})_+^p = \begin{cases} (x_k - \xi_K)^p & , x \ge \xi_{k-p} \\ 0 & , x < \xi_{k-p} \end{cases}$$

di mana:
- β = koefisien regresi
- β_k = *slope* pada peubah x_k
- x_k = peubah penjelas ke – k
- ξ_{k-p} = knot ke – (*k-p)* pada peubah x_k
- M = $p + K$
- p = orde polinomial
- K = banyaknya knot
- k = 1, 2, ..., p

2.3 Fungsi Pemulus Dalam P–Spline

Menurut Hall dan Opsomer (2003), fungsi pemulus merupakan penduga fungsi yang mampu memetakan data dengan baik serta mempunyai ragam yang kecil. Hal ini adalah dasar pembentukan fungsi pemulus spline. Oleh karena itu pada *n* amatan, $g(x_i)$ dapat diperoleh dengan meminimumkan fungsi PLS *(Penalized Least Square).*

$$\boldsymbol{PLS = n^{-1}\underbrace{\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - g(x_i)\}^2}_{\textit{Term 1}} + \underbrace{\lambda\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+k}^{2}}_{\textit{Term 2}}\ ,\lambda \geq 0} \qquad (2.15)$$

dengan M adalah jumlah dari orde polinomial (*p*) dan banyaknya knot (*K*).

Dari persamaan (2.15)*, Term1* merupakan *The Residual Sum Of Square* (RSS) atau jumlah kuadrat galat, yakni sebuah fungsi jarak antara data dan penduga. Sedangkan *Term2* merupakan *Penalizes Roughness Of The Function*, yakni ukuran kemulusan atau kekasaran kurva dalam memetakan data, dan λ adalah parameter penghalus, yaitu pengontrol keseimbangan antara kecocokan terhadap data dan kemulusan kurva.

2.4 Pemilihan Parameter Penghalus (λ) Optimal

Parameter λ merupakan pengontrol keseimbangan antara kecocokan terhadap data dan kemulusan kurva. Jika λ besar maka penduga fungsi yang diperoleh akan semakin mulus sedangkan jika λ kecil maka penduga fungsi yang diperoleh akan semakin kasar. Oleh karena itu, dalam memilih nilai λ diharapkan nilainya optimal. Pemilihan λ optimal sangat penting agar penduga yang diperoleh juga optimal. Untuk memilih penduga $g(x_i)$ terbaik diperlukan kriteria pengujian atas penduga sehingga didapatkan model yang terbaik. Eubank (1988) menyebutkan kriteria pengujian atas penduga tersebut adalah:

a. Rata – rata Kuadrat Galat (*Mean Square Error* - MSE)

Kriteria pengujian atas penduga yang paling sederhana adalah rata – rata kuadrat galat pada nilai λ optimal.

$$MSE(\lambda) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\{y_i - g(x_i)\}^2 \text{ , untuk } i = 1, 2, ..., n \qquad (2.16)$$

b. *Generalized Cross Validation* (GCV)

Menurut Fahrmeir dan Tuhtz (1994), GCV merupakan modifikasi dari *Cross – Validation* (CV) dimana λ optimal dapat diperoleh dengan meminimumkan fungsi CV.

$$CV(\lambda) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i - g(x_i)}{1-h_{ii.\lambda}}\right\}$$

di mana, $h_{ii.\lambda}$ adalah elemen diagonal ke – i dari matriks $H(\lambda)$ dan kriteria GCV pada nilai λ optimal didefinisikan sebagai:

$$\boldsymbol{GCV(\lambda) = \frac{MSE(\lambda)}{\{1 - n^{-1}tr(H(\lambda))\}}} \tag{2.17}$$

Kedua kriteria pengujian pada persamaan (2.16) dan (2.17) memiliki nilai yang minimum, sehingga model regresi spline dapat dikatakan memiliki λ yang optimal. Menurut Sasmitoadi (2005) mengatakan bahwa nilai kedua kriteria tersebut tidak selalu sama. Artinya nilai MSE (λ) minimum belum tentu GCV (λ) juga minimum, begitu juga sebaliknya. Dalam hal ini, model regresi terbaik dipilih berdasarkan kriteria pengujian atas penduga yang minimum dengan prioritas GCV (λ) baru kemudian MSE (λ), karena GCV (λ) merupakan kriteria pengujian atas penduga untuk λ yang terboboti.

2.5 Pemilihan Banyaknya Knot (*K*) Optimal

Untuk menduga fungsi P–Spline diperlukan banyaknya knot (*K*) yang optimal. Knot adalah suatu titik fokus dalam fungsi spline, sehingga kurva yang terbentuk tersegmen pada titik tersebut. Letak knot dalam P–Spline, berada pada kuantil contoh dari nilai tunggal dari peubah penjelas X . Dengan knot ke–*k* adalah kuantil ke–*j* dari nilai tunggal peubah penjelas, dimana $j = nk / (n+1)$ yang dibulatkan pada bilangan bulat terdekat. Artinya knot pada *penalized* spline terletak pada nilai tunggal peubah bebas yang membagi segugus amatan menjadi $(K+1)$ bagian yang sama.

Pada penelitian ini, algoritma yang digunakan untuk memilih banyaknya K optimal adalah *algoritma Myopic*, dimana untuk menentukan banyaknya knot yang akan dihitung dapat dilakukan dengan metode *Ruppert*. Dalam metode *Ruppert*, banyaknya K yang akan dihitung telah ditentukan berdasarkan pada *persentil* data yaitu 5, 10, 20, 40, 80, dan 120, namun nilai K yang digunakan dari rangkaian percobaan tersebut adalah yang kurang dari ($n_{tunggal} - p - 1$) atau $K < (n_{tunggal} - p - 1)$, dimana $n_{tunggal}$ adalah banyaknya nilai tunggal dari peubah penjelas(Ruppert *et al.*, 2003).

2.6 Kuantil

Kuantil atau fraktil adalah nilai yang kurang darinya terdapat sejumlah pecahan atau persentase tertentu dari seluruh amatan. Kuantil terbagi menjadi 3 macam yakni *persentil*, *desil* dan *kuartil*.

a. Persentil adalah nilai yang digunakan untuk membagi segugus amatan menjadi 100 bagian yang sama (dilambangkan dengan $P_1, P_2, ..., P_{99}$) di mana 1% dari seluruh data bernilai kurang dari P_1, 2% bernilai kurang dari P_2, …, dan 99% bernilai kurang dari P_{99}

b. Desil adalah nilai yang digunakan untuk membagi segugus amatan menjadi 10 bagian yang sama (dilambangkan dengan $D_1, D_2, ..., D_9$) di mana 10% dari seluruh data bernilai kurang dari D_1, 20% bernilai kurang dari D_2, …, dan 90% bernilai kurang dari D_9

c. Kuartil adalah nilai yang digunakan untuk membagi segugus amatan menjadi 4 bagian yang sama (dilambangkan dengan Q_1, Q_2 dan Q_3) di mana 25% dari seluruh data bernilai kurang dari Q_1, 50% bernilai kurang dari Q_2 dan 75% bernilai kurang dari Q_3 (Walpole, 1995).

2.7 Pengujian Signifikansi Koefisien Regresi

Pengujian signifikansi koefisien regresi bertujuan untuk mengetahui apakah kurva regresi yang terbentuk dapat menggambarkan data yang sebenarnya dan layak digunakan. Wendelberger dalam Eubank (1988) membahas analisa diagnostik untuk spline dan menganjurkan penggunaan prosedur probabilitas normal dalam pengujian signifikansi koefisien regresi spline. Salah satu pengujian yang bisa dilakukan untuk menguji signifikansi koefisien regresi spline adalah uji simultan (uji *F*).

Uji simultan digunakan untuk memeriksa signifikansi koefisien regresi spline pada model persamaan (2.5) dengan hipotesis sebagai berikut:

Ho : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = ... = \beta_n = 0$

H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_i \neq 0$, i = 1, 2, ..., n

Kutner, Nachtsheim dan Neter (2004) mengatakan bahwa Prosedur pengujian signifikansi koefisien biasanya diberikan pada tabel analisis ragam yang disajikan pada Tabel 2.2

Tabel 2.2 Analisis Ragam Untuk Pemeriksaan Signifikansi Koefisien Regresi

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah kuadrat	Kuadrat Rata-Rata	F_{hitung}
Regresi Galat	k $n - k$	SSR SSE	$MSR = SSR / k$ $MSE = SSE / n-k$	MSR / MSE
Total	n	SST		

dengan ketentuan sebagai berikut:

- *Sum Square Regression* (Jumlah Kuadrat Regresi)

  $$SSR = \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Y} \quad (2.18)$$

- *Sum Square Error* (Jumlah Kuadrat Galat)

  $$SSE = \boldsymbol{Y}^T \boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Y} \quad (2.19)$$

- *Sum Square Total* (Jumlah Kuadrat Total)

  $$SST = \boldsymbol{Y}^T \boldsymbol{Y} \quad (2.20)$$

- $$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\hat{\beta}^T X^T Y / k}{Y^T Y - \hat{\beta}^T X^T Y / n-k} \quad (2.21)$$

Kriteria pengambilan keputusan adalah menolak *Ho* jika $F_{hitung} > F_{\alpha(k,n-k)}$ dengan n=banyaknya nilai tunggal dan k=banyaknya koefisien regresi yang terbentuk. Apabila *Ho* ditolak, maka dapat dikatakan terdapat satu atau lebih koefisien regresi yang tidak sama dengan nol.

2.8 Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi (R^2) merupakan ukuran ketelitian atau ketepatan model regresi menunjukkan besarnya kontribusi *X* terhadap perubahan *Y*. Semakin tinggi nilai R^2 semakin baik model regresi yang terbentuk.

$$\boldsymbol{R}^2 = \frac{\boldsymbol{SSR}}{\boldsymbol{SST}} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Y}}{\boldsymbol{Y}^T \boldsymbol{Y}} \quad \text{atau}$$

$$\boldsymbol{R}^2_{Adj} = \boldsymbol{1} - \frac{\boldsymbol{SSR}}{\boldsymbol{SST}} = \frac{\boldsymbol{Y}^T \boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Y}}{\boldsymbol{Y}^T \boldsymbol{Y}} \qquad (2.22)$$

2.9 Definisi Tumbuh Kembang Balita

Pertumbuhan dan perkembangan merupakan proses yang terjadi pada makhluk hidup. Istilah tumbuh kembang mencakup dua peristiwa yang sifatnya berbeda, yaitu pertumbuhan dan perkembangan. Pertumbuhan *(growth)* berkaitan dengan masalah perubahan dalam besar, jumlah, ukuran atau dimensi tingkat sel organ maupun individu. Sedangkan perkembangan *(development)* adalah bertambahnya kemampuan *(skill)* dalam struktur dan fungsi tubuh yang lebih kompleks dalam pola yang teratur dan dapat diramalkan sebagai hasil dari proses pematangan, sehingga dapat disimpulkan bahwa pertumbuhan mempunyai dampak terhadap aspek fisik, sedangkan perkembangan berkaitan dengan pematangan fungsi organ atau individu. Walaupun demikian, kedua proses tersebut terjadi bersamaan pada setiap individu.

Pertumbuhan balita merupakan salah satu hal penting yang perlu diperhatikan. Berat badan balita akan naik menjadi 2 kali berat badan waktu lahir pada balita umur 5 bulan, menjadi 3 kali lipat berat badan lahir pada umur 1 tahun, dan menjadi 4 kali lipat berat badan lahir pada umur 2 tahun. (Soetiningsih, 1995). Ini membuktikan bahwa pertumbuhan yang ditandai dengan bertambahnya berat badan, tinggi badan, dan lingkar kepala terjadi secara cepat pada waktu lahir hingga umur 5 tahun (Aritonang, 2000).

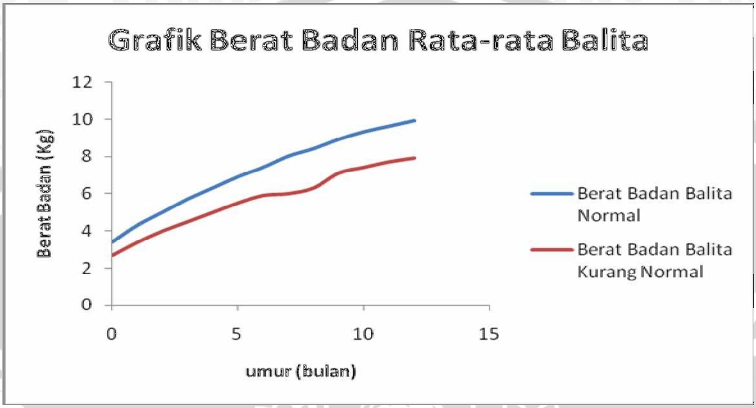
Pertumbuhan berat badan pada balita akan naik seiring dengan bertambahnya umur. Pertambahan berat badan mengikuti perkembangan berbagai jaringan dan organ tubuh manusia. Artinya, pertambahan berat badan keseluruhan mengikuti berat masing-masing organ dan jaringan. Peubah yang biasa diukur untuk menilai pertumbuhan adalah berat badan (BB), panjang badan (PB) atau tinggi badan (TB), lingkar lengan atas (LILA), lingkar kepala (LK), lingkar dada (LD), dan lapisan lemak bawah kulit (LLBK).

Sekartini (2008) mengatakan bahwa berat badan lahir bayi dikatakan normal jika berkisar antara 2.5 sampai 3.8 kg. Menurut Direktorat Gizi, Departemen Kesehatan RI (2004) menggambarkan berat badan rata-rata balita umur 0 – 12 bulan sebagai berikut:

Tabel 2.3 Rata-rata Berat Badan Balita 0-12 Bulan

Umur	Berat (Kg)	
	Normal	Kurang
Lahir	3.4	2.7
0-1 bulan	4.3	3.4
2 bulan	5	4
3 bulan	5.7	4.5
4 bulan	6.3	5
5 bulan	6.9	5.5
6 bulan	7.4	5.9
7 bulan	8	6
8 bulan	8.4	6.3
9 bulan	8.9	7.1
10 bulan	9.3	7.4
11 bulan	9.6	7.7
12 bulan	9.9	7.9

Dari Tabel 2.3 dapat dibuat grafik pertambahan berat badan rata-rata balita umur 0 – 12 bulan sebagai berikut:



Gambar 2.2 Grafik Rata-rata Berat Badan Balita 0-12 Bulan

Aisya (2008) mengatakan bahwa periode penting dalam tumbuh kembang anak adalah masa balita. Karena pada masa ini pertumbuhan dasar yang akan mempengaruhi dan menentukan perkembangan anak selanjutnya. Pada masa balita ini perkembangan kemampuan berbahasa, kreativitas, kesadaran sosial, emosional dan intelegensinya berjalan sangat cepat dan merupakan landasan bagi perkembangan selanjutnya. Perkembangan yang optimal sangat dipengaruhi oleh peranan lingkungan dan interaksi antara anak dan orang tua / orang dewasa lainnya. Interaksi sosial diusahakan sesuai dengan kebutuhan anak pada berbagai tahap perkembangan, bahkan sejak bayi dalam kandungan. Ada beberapa tahap perkembangan yang harus dicapai pada anak umur tertentu yang selengkapnya dapat disajikan pada Lampiran 3.

Pada penelitian ini akan dimodelkan pertumbuhan berat badan balita umur 0 – 60 bulan dengan regresi *penalized* spline. Data yang dipakai merupakan data *time series* berat badan 5 balita laki – laki dan 4 balita perempuan umur 0 – 60 bulan dari 3 kelurahan yang berbeda di Kecamatan Sidosermo Surabaya yang diambil dari Poli Tumbuh Kembang Balita RSUD Dr. Soetomo Surabaya. Berat badan balita yang menjadi ukuran contoh diambil berdasarkan berat badan lahir yang relatif homogen, sehingga memungkinkan untuk mengetahui pertumbuhan berat badan pada balita seiring dengan bertambahnya umur.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Data

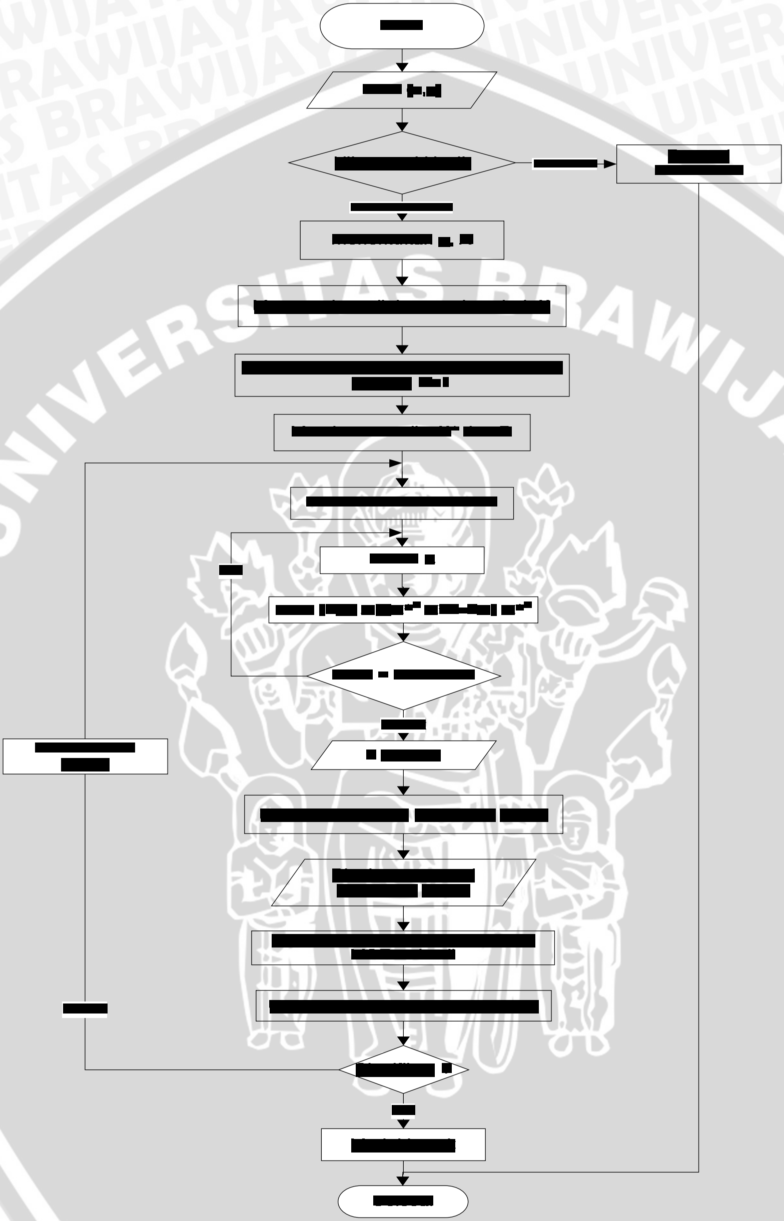
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, diambil dari Poli Tumbuh Kembang Balita RSUD Dr. Soetomo Surabaya. Untuk balita laki – laki sebanyak 305 amatan, sedangkan untuk balita perempuan sebanyak 244 amatan. Data selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 1. Peubah yang digunakan adalah umur (bulan) sebagai peubah penjelas dan berat badan (kg) sebagai peubah respon.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah analisis data adalah sebagai berikut:

1. Memasukkan data (x_i, y_i), $i = 1, 2, ..., n$
2. Menguji asumsi klasik regresi parametrik
3. Menentukan orde polinomial (*p*) dan banyaknya knot (*K*)
4. Mendefinisikan kuantil contoh dari nilai tunggal $\{x_i\}_{n=1}^{n}$ yang diurutkan dari nilai yang terkecil ke nilai yang terbesar berdasarkan banyaknya knot (*K+1*)
5. Membuat matriks $\boldsymbol{X}^*$ dan matriks $\boldsymbol{D}$ sesuai persamaan (4.1) dan (4.4)
6. Mendapatkan nilai parameter penghalus λ yang meminimumkan nilai GCV sesuai persamaan (2.17)
7. Menduga model *tentative* regresi spline untuk masing – masing orde yang memiliki nilai GCV terkecil
8. Memilih model *tentative* sebagai model spline terbaik berdasarkan nilai MSE (λ) minimum sesuai dengan persamaan (2.16)
9. Menguji signifikansi parameter model spline terbaik dan koefisien determinasi sesuai dengan persamaan (2.18), (2.19), (2.20), (2.21) dan (2.22)

Tahapan dalam pendugaan parameter model regresi nonparametrik melalui pendekatan P–Spline dikerjakan dengan bantuan *software* SPSS 12.0 dan S–Plus 2000.



Gambar 3.1 Diagram Alir Pembentukan Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan *Penalized* Spline

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pendekatan P–Spline

Fungsi *penalized* spline untuk n amatan berpasangan $(x_1, y_1),(x_2, y_2),...,(x_n, y_n)$ mengikuti model regresi $g(x_i)$ pada persamaan (2.13) dengan pendekatan *Generalized* Spline dapat ditulis sebagai berikut:

$$g(x_n) = \beta_0 x_n^0 + \beta_1 x_n^1 + \beta_2 x_n^2 + ... + \beta_p x_n^p + \beta_{p+1}(x_n - \xi_1)_+^p + ... + \beta_{p+K}(x_n - \xi_K)_+^p$$

Dimisalkan $\phi_k(x) = \phi(x \mid \xi_{k-p})$ untuk $k \geq p+1$, maka fungsi *penalized* spline dapat ditulis:

$$g(x_n) = \beta_0\phi_0(x_1) + \beta_1\phi_1(x_n) + \beta_2\phi_2(x_n) + ... + \beta_p\phi_p(x_n) + \beta_{p+1}(x_n \mid \xi_1)_+^p + ... + \beta_{p+K}\phi(x_n \mid \xi_K)$$

untuk lebih memudahkan dalam perhitungan maka didefinisikan suatu matriks ***X**** memiliki elemen basis – basis fungsi sebagai:

$$\boldsymbol{X}^*_{\boldsymbol{n+K}} = \begin{bmatrix} \phi_0(x_1) & \phi_1(x_1) & \cdots & \phi_p(x_1) & \phi(x_1 \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_1 \mid \xi_K) \\ \phi_0(x_2) & \phi_1(x_2) & \cdots & \phi_p(x_2) & \phi(x_2 \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_2 \mid \xi_K) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_0(x_n) & \phi_1(x_n) & \cdots & \phi_p(x_n) & \phi(x_n \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_n \mid \xi_K) \end{bmatrix} \qquad (4.1)$$

Fungsi *penalized* spline untuk n amatan dapat dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} g(x_1) \\ g(x_2) \\ \vdots \\ g(x_n) \end{bmatrix}} = \underset{n(n+k)}{\begin{bmatrix} \phi_0(x_1) & \phi_1(x_1) & \cdots & \phi_p(x_1) & \phi(x_1 \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_1 \mid \xi_K) \\ \phi_0(x_2) & \phi_1(x_2) & \cdots & \phi_p(x_2) & \phi(x_2 \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_2 \mid \xi_K) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_0(x_n) & \phi_1(x_n) & \cdots & \phi_p(x_n) & \phi(x_n \mid \xi_1) & \cdots & \phi(x_n \mid \xi_K) \end{bmatrix}} \underset{(n+k)\times 1}{\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p+K} \end{bmatrix}}$$

Sehingga $\boldsymbol{g(x_i)} = \boldsymbol{X}^*\beta$ (4.2)

Bentuk pendugaan dari $g(x;\beta, M)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{x_i}) = \boldsymbol{X}^*\hat{\beta}$$

nilai $\hat{\beta}$ didapatkan dengan. meminimumkan fungsi PLS *(Penalized Least Square)* pada persamaan (2.15) dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Mengubah $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - g(x_i)\}^2$ dalam bentuk matriks

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - g(x_i)\}^2 = \frac{1}{n}(Y - g(x_i))^T(Y - g(x_i))$$

$$= \frac{1}{n}(Y - X^*\beta)^T(Y - X^*\beta) \tag{4.3}$$

b. Mengubah fungsi *penalized* $\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+k}^2$ dalam bentuk matriks

$$\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+1}^2 = \beta_{p+1}^2 + \beta_{p+2}^2 + \dots + \beta_M^2$$

Diketahui matriks D adalah suatu matriks diagonal, yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\underset{(M+1)\times(M+1)}{D} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & a_{p+1.p+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & & a_{M+1,M+1} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

dengan $a_{11} = a_{22} = \dots = a_{pp} = a_{p+1,p+1} = 0$

$a_{p+2,p+2} = \dots = a_{M+1,M+1} = 1$

Sehingga fungsi *penalized* $\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+k}^2$ dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai:

$$\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+k}^{2} = \underset{1\times(M+1)}{\begin{bmatrix}\beta_0 & \beta_1 & \cdots & \beta_p & \cdots & \beta_M\end{bmatrix}} \underset{(M+1)\times(M+1)}{\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & a_{p+1,p+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & & a_{M+1,M+1}\end{bmatrix}} \underset{(M+1)\times 1}{\begin{bmatrix}\beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \\ \vdots \\ \beta_M\end{bmatrix}}$$

$$= \beta^{T}\boldsymbol{D}\beta \qquad (4.5)$$

c. Dengan menggabungkan fungsi persamaan (4.3) dan (4.5) maka diperoleh bentuk matriks fungsi PLS *(Penalized Least Square)*

$$\boldsymbol{PLS} = \boldsymbol{n}^{-1}\sum_{i=1}^{n}\{\boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_i})\}^2 + \lambda\sum_{k=1}^{M-p}\beta_{p+k}^{2} \qquad (4.6)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{PLS} &= \frac{1}{n}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_i}))^{T}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_i})) + \lambda\beta^{T}\boldsymbol{D}\beta \\ &= \frac{1}{n}(\boldsymbol{Y}^{T} - \beta^{T}\boldsymbol{X}^{*T})(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}^{*}\beta) + \lambda\beta^{T}\boldsymbol{D}\beta \\ &= \frac{1}{n}(\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{X}^{*}\beta - \beta^{T}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y} + \beta^{T}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*}\beta) + \lambda\beta^{T}\boldsymbol{D}\beta \\ &= \frac{1}{n}(\boldsymbol{Y}^{T}\boldsymbol{Y} - 2\beta^{T}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y} + \beta^{T}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*}\beta) + \lambda\beta^{T}\boldsymbol{D}\beta\end{aligned}$$

Kemudian menurunkan fungsi PLS untuk mendapatkan $\hat{\beta}$

$$\frac{\partial(\boldsymbol{PLS})}{\partial\hat{\beta}} = \frac{1}{n}(0 - 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*}\beta) + 2\lambda\boldsymbol{D}\beta = \mathbf{0}$$

$$-2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y} + 2\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*}\beta + 2n\lambda\boldsymbol{D}\beta = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*}\beta + n\lambda\boldsymbol{D}\beta = \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}$$

$$(\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*} + n\lambda\boldsymbol{D})\beta = \boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}$$

$$\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*} + n\lambda\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}$$

Sehingga bentuk pendugaan dari $\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{x_i})$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{x};\beta,\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{X}^{*}\hat{\beta}$$

dengan $\hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*} + n\lambda\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}$ (4.7)

Atau bentuk pendugaan dari $\boldsymbol{g(x_i)}$ dapat dituliskan sebagai:

$$\boldsymbol{g(x_i) = X^*(X^{*T}X^* + n\lambda D)^{-1}X^{*T}Y} \tag{4.8}$$

Dalam menentukan nilai GCV, suatu kriteria untuk λ akan dibatasi pada kelas penduga linier yaitu:

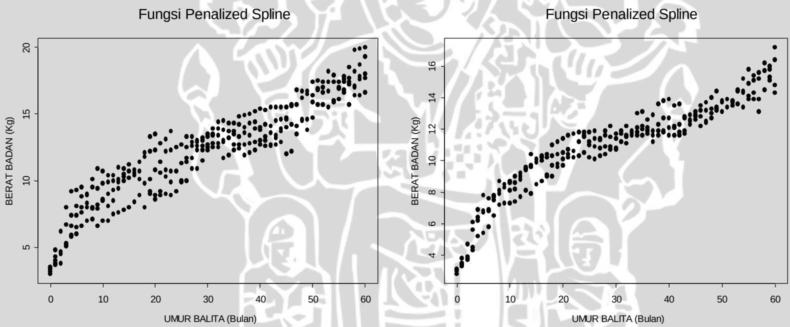
$$\boldsymbol{\hat{g}(x_i) = H(\lambda).Y} \tag{4.9}$$

Dari persamaan (4.8) dan persamaan (4.9) diperoleh:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H(\lambda)} &= \boldsymbol{\hat{g}(x_i).Y^{-1}} \\ &= \boldsymbol{X^*(X^{*T}X^* + n\lambda D)X^{*T}Y.Y^{-1}} \\ &= \boldsymbol{X^*(X^{*T}X^* + n\lambda D)X^{*T}}\end{aligned} \tag{4.10}$$

4.2 Sebaran Data

Untuk memberikan gambaran tentang data pertumbuhan balita laki – laki dan perempuan dibuat plot data seperti tampak pada gambar berikut:



(a) (b)

Gambar 4.1 Plot Data Pertumbuhan Balita Umur 0-60 Bulan (a) Balita Laki – laki dan (b) Balita Perempuan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya.

Dari Gambar 4.1 terlihat bahwa plot data membentuk pola tertentu tetapi belum diketahui bentuk pola yang tepat, sehingga dibutuhkan sebuah pengujian untuk mengetahui pola sebaran dari data tersebut. Untuk mengetahui bentuk pola sebaran dari data pada Gambar 4.1, maka akan terlebih dahulu dicoba pengujian parameter regresi parametrik antara lain regresi linier, regresi polinomial, regresi logistik, regresi eksponensial, dan regresi pertumbuhan. Dari kelima model regresi parametrik hanya model regresi pertumbuhan yang menghasilkan kesimpulan bahwa parameter β dari persamaan regresi signifikan secara statistik dengan nilai R^2 sebesar 0.479 pada balita laki-laki dan 0.421 pada balita perempuan. Ini menunjukkan hanya 47,9 % model dapat menjelaskan data berat badan laki-laki dan 42.1 % model dapat menjelaskan data berat badan perempuan yang sebenarnya. Lebih jelasnya bisa dilihat pada Lampiran 4.

Setelah didapatkan model regresi, hasil analisis yang diperoleh tidak bisa langsung diinterpretasi. Model regresi harus diuji apakah sudah memenuhi asumsi klasik atau tidak. Dari hasil analisis (Lampiran 5) dapat dilihat bahwa secara umum data berat badan balita memenuhi asumsi klasik regresi yang ada kecuali asumsi kenormalan. Pada asumsi kenormalan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dan transformasi akar didapatkan nilai *p-value* lebih kecil dari alpha (0.05) maka diputuskan menolak *Ho*. Artinya galat pada data pertumbuhan balita baik laki-laki maupun perempuan tidak mengikuti sebaran normal, sehingga untuk meningkatkan besarnya R^2 akan dianalisis dengan menggunakan prosedur regresi nonparametrik dengan alasan:

- Data tidak bisa menggunakan regresi parametrik karena dari pengujian parameter regresi parametrik didaparkan β tidak signifikan secara statistik dengan nilai rata-rata R^2 kecil (R^2<0.5)
- Data tidak memenuhi asumsi kenormalan pada regresi parametrik
- Contoh yang diambil bersifat acak dan kontinyu
- Contoh yang diambil berukuran besar sehingga memungkinkan untuk menerapkan metode kuantil dalam menentukan banyaknya knot

Prosedur nonparametrik merupakan salah satu cara yang bisa digunakan untuk mengetahui sebaran pola dari data. Dari gambar 4.1 terlihat bahwa pertumbuhan berat badan balita cenderung naik searah dengan bertambahnya umur.

4.3 Pemilihan Parameter Penghalus (λ), Banyaknya Knot dan Orde Polinomial Optimal

Setelah menentukan peubah penjelas dan peubah respon maka akan ditentukan parameter penghalus, banyaknya knot dan orde polinomial yang optimal berdasarkan kriteria GCV (λ). Pada penelitian ini, K yang akan dihitung telah ditentukan yaitu 5, 10, 20, 40 di mana $K < (n_{tunggal} - p - 1)$.

Dari hasil *running* program pemilihan λ, banyaknya knot dan orde polinomial optimal dengan bantuan *software* S-PLUS dapat dilihat bahwa dengan λ yang kecil diperoleh plot model pertumbuhan balita yang kasar, demikian sebaliknya dengan semakin besar nilai λ maka diperoleh plot model pertumbuhan balita yang semakin mulus *(smooth)*. Ini membuktikan bahwa jika λ besar maka penduga fungsi yang diperoleh akan semakin mulus sedangkan jika λ kecil maka penduga fungsi yang diperoleh akan semakin kasar. Lebih jelasnya dapat dilihat pada Lampiran 8.

Parameter λ optimal diperoleh dari λ yang menghasilkan nilai GCV minimum. λ optimal untuk masing-masing knot dapat dilihat pada Tabel 4.1, Tabel 4.2, dan Tabel 4.3 berturut – turut untuk orde linier, kuadratik, dan kubik.

Tabel 4.1. Parameter penghalus (λ) optimal pada orde linier

Balita Laki-laki			Balita Perempuan		
K	λ Optimal	GCV (λ)	*K*	λ Optimal	GCV (λ)
5	0	1.313	5	0.1	0.441
10	**0.1**	**1.255**	10	0.1	0.415
20	0.1	1.256	**20**	**0.1**	**0.414**
40	0.3	1.257	40	0.3	0.415

Tabel 4.2. Parameter penghalus (λ) optimal pada orde kuadratik

Balita Laki-laki			Balita Perempuan		
K	λ Optimal	GCV (λ)	*K*	λ Optimal	GCV (λ)
5	4.7	1.270	**5**	**7.1**	**0.413**
10	**5.6**	**1.254**	10	7.8	0.414
20	0	1.287	20	0	0.425
40	0.1	1.282	40	0.1	0.424

Tabel 4.3 Parameter penghalus (λ) optimal pada orde kubik

Balita Laki-laki			Balita Perempuan		
K	λ Optimal	GCV (λ)	*K*	λ Optimal	GCV (λ)
5	856.7	1.254	5	1082.6	0.474
10	21.9	1.251	10	73.2	1.416
20	12.9	1.254	20	12.9	0.417
40	**53.4**	**1.247**	**40**	**319.9**	**0.413**

Dari Tabel 4.1 dapat diketahui bahwa pada balita laki-laki nilai GCV paling minimum adalah 1.255 terletak pada knot 10 dan λ =0.1, sedangkan pada balita perempuan nilai GCV paling minimum adalah 0.414 yang terletak pada knot 20 dan λ =0.1. Untuk Tabel 4.2 dapat dilihat pada balita laki-laki nilai GCV paling minimum adalah 1.254 yang terletak pada knot 10 dan λ =5.6, sedangkan pada balita perempuan nilai GCV paling minimum adalah 0.413 yang terletak pada knot 5 dan λ =7.1. Dan pada Tabel 4.3 untuk balita laki-laki nilai GCV paling minimum adalah 1.247 yang terletak pada knot 40 dan λ =53.4, sedangkan pada balita perempuan nilai GCV paling minimum untuk adalah 0.413 yang terletak pada knot 40 dan λ =319.9. Ini berarti bahwa pada balita laki – laki untuk orde linier, kubik dan kuadratik model terbaik berturut – turut terletak pada knot 10, 10 dan 40. Sedangkan untuk balita perempuan terletak pada knot 20, 5 dan 40.

4.4 Pemilihan Model Terbaik

Model regresi terbaik dipilih berdasarkan kriteria minimum MSE (λ). Dari hasil analisis pemilihan λ optimal untuk masing-masing knot pada orde linier, kubik dan kuadratik diperoleh banyaknya knot (*K*) optimal disajikan pada Tabel 4.4 dan Tabel 4.5.

Tabel 4.4. Nilai MSE (λ) untuk Masing-Masing Orde Polinomial pada Balita Laki-laki

p	*K*	λ Optimal	GCV (λ)	MSE (λ)
Linier (1)	**10**	**0.1**	**1.255**	**1.180**
Kuadratik (2)	10	5.6	1.253	1.186
Kubik (3)	40	53.4	1.247	1.847

Tabel 4.5. Nilai MSE (λ) untuk Masing-Masing Orde Polinomial pada Balita Perempuan

p	*K*	λ Optimal	GCV (λ)	MSE (λ)
Linier (1)	**20**	**0.1**	**0.414**	**0.378**
Kuadratik (2)	5	7.1	0.413	0.391
Kubik (3)	40	319.9	0.413	0.382

Dari Tabel 4.4 dan Tabel 4.5 terlihat bahwa model regresi spline terbaik adalah yang menghasilkan MSE terkecil. Untuk balita laki-laki model spline terbaik terletak pada orde linier dengan banyaknya knot 10 dan λ =0.1 dan untuk balita perempuan terletak pada orde linier dengan banyaknya knot 20 dan λ =0.1.

4.5 Pembentukan Model Terbaik

Pendugaan model $\hat{g}(x_i)$ untuk model terbaik diperoleh knot dan nilai $\hat{\beta}$ yang dapat dilihat pada Lampiran 9, sehingga bentuk pendugaan model pertumbuhan balita laki-laki adalah:

$$\begin{aligned}\hat{g}(x_i) = {} & 3.326 + 0.818\, x_i - 0.550\,(x_i - 5.454) + 0.099\,(x_i - 10.909) + 0.068\,(x_i - 16.364) \\ & - 0.111\,(x_i - 21.818) - 0.026\,(x_i - 27.273) - 0.001\,(x_i - 32.727) \\ & - 0.002\,(x_i - 38.182) - 0.001\,(x_i - 43.636) + 0.113\,(x_i - 49.091) - 0.004 \\ & (x_i - 54.545)\end{aligned}$$

$\hat{g}(x_i)$ adalah *piecewise* polinomial yang dapat ditulis pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Pendugaan model pertumbuhan balita laki-laki umur 0 – 60 bulan

Umur (Bulan)	$\hat{g}(x_i)$
$x_i \le 5.454$	$3.326 + 0.818\, x_i$
$5.454 < x_i < 10.909$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454)$
$10.909 < x_i < 16.364$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909)$
$16.364 < x_i < 21.818$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364)$
$21.818 < x_i < 27.273$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818)$
$27.273 < x_i < 32.727$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273)$
$32.727 < x_i < 38.182$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273) - 0.001(x_i - 32.727)$
$38.182 < x_i < 43.636$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273) - 0.001(x_i - 32.727) - 0.002(x_i - 38.182)$
$43.636 < x_i < 49.091$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273) - 0.001(x_i - 32.727) - 0.002(x_i - 38.182) + 0.001(x_i - 43.636)$
$49.091 < x_i < 54.545$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273) - 0.001(x_i - 32.727) - 0.002(x_i - 38.182) + 0.001(x_i - 43.636) + 0.113(x_i - 49.091)$
$x_i \ge 54.545$	$3.326 + 0.818\, x_i - 0.550(x_i - 5.454) + 0.099(x_i - 10.909) + 0.068(x_i - 16.364) - 0.111(x_i - 21.818) - 0.026(x_i - 27.273) - 0.001(x_i - 32.727) - 0.002(x_i - 38.182) + 0.001(x_i - 43.636) + 0.113(x_i - 49.091) - 0.004(x_i - 54.545)$

Model pertumbuhan balita laki-laki pada Tabel 4.6 dapat disederhanakan menjadi:

$$\hat{g}(x_i) = \begin{cases} 3.326 + 0.818\, x_i & x_i < 5.454 \\ 6.325 + 0.268\, x_i & 5.454 < x_i < 10.909 \\ 5.245 + 0.367\, x_i & 10.909 < x_i < 16.364 \\ 4.132 + 0.435\, x_i & 16.364 < x_i < 21.818 \\ 5.554 + 0.324\, x_i & 21.818 < x_i < 27.273 \\ 5.263 + 0.298\, x_i & 27.273 < x_i < 32.727 \\ 3.29 + 0.297\, x_i & 32.272 < x_i < 38.182 \\ 2.322 + 0.296\, x_i & 38.182 < x_i < 43.636 \\ -12.912 + 0.629\, x_i & 43.636 < x_i < 49.091 \\ -21.473 + 0.742\, x_i & 49.091 < x_i < 54.545 \\ -23.322 + 0.738\, x_i & x_i \geq 54.545 \end{cases}$$

Dari model $\hat{g}(x_i)$ didapatkan kesimpulan berat badan rata-rata balita laki-laki umur 0 – 60 bulan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya seperti yang tersaji pada tabel berikut ini:

Tabel 4.7 Rata-rata berat badan balita laki-laki umur 0 – 60 bulan

Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)
0	3.3	16	11.1	32	14.8	48	17.3
1	4.1	17	11.5	33	13.1	49	17.9
2	5.0	18	12.0	34	13.4	50	15.6
3	5.8	19	12.4	35	13.7	51	16.4
4	6.6	20	12.8	36	14.0	52	17.1
5	7.4	21	13.7	37	14.3	53	17.9
6	6.6	22	12.7	38	14.6	54	18.6
7	8.2	23	13.0	39	13.9	55	17.3
8	8.5	24	13.3	40	14.2	56	18.0
9	8.7	25	13.7	41	14.5	57	18.7
10	9.0	26	14.0	42	14.8	58	19.5
11	9.3	27	14.3	43	15.1	59	20.2
12	9.6	28	13.6	44	14.8	60	20.9
13	10.0	29	13.9	45	15.4		
14	10.4	30	14.2	46	16.1		
15	10.8	31	14.5	47	16.7		

Pendugaan model pertumbuhan balita perempuan umur 0 – 60 bulan:

$$\begin{aligned}\hat{g}(x_i) = {} & 3.005 + 0.261\,x_i + 0.107\,(x_i - 2.857) + 0.213\,(x_i - 5.714) + 0.150\,(x_i - 8.571) \\ & + 0.013\,(x_i - 11.429) + 0.053\,(x_i - 14.286) - 0.005\,(x_i - 17.143) + 0.033\,(x_i - 20) \\ & + 0.104\,(x_i - 22.857) + 0.008\,(x_i - 25.714) - 0.063\,(x_i - 28.571) - 0.026 \\ & (x_i - 31.429) + 0.056\,(x_i - 34.286) + 0.017\,(x_i - 37.143) + 0.028\,(x_i - 40) \\ & - 0.087\,(x_i - 42.857) - 0.037\,(x_i - 45.714) + 0.004\,(x_i - 48.571) - 0.042 \\ & (x_i - 51.429) - 0.013\,(x_i - 54.286) - 0.051\,(x_i - 57.143)\end{aligned}$$

$\hat{g}(x_i)$ adalah *piecewise* polinomial yang juga dapat ditulis:

Tabel 4.8 Pendugaan model pertumbuhan balita perempuan umur 0 – 60 bulan

Umur (Bulan)	$\hat{g}(x_i)$
$x_i \leq 2.857$	$3.005 + 0.261\,x_i$
$2.857 < x_i < 5.714$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857)$
$5.714 < x_i < 8.571$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714)$
$8.571 < x_i < 11.429$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571)$
$11.429 < x_i < 14.286$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + ... – 0.013(x_i – 11.429)$
$14.286 < x_i < 17.143$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + ...+ 0.053(x_i –14.286)$
$17.143 < x_i < 20$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) +...– 0.005(x_i –17.146)$
$20 < x_i < 22.857$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + ...+ 0.033(x_i –20)$
$22.857 < x_i < 25.714$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + ...+ 0.104(x_i –22.857)$
$25.714 < x_i < 28.571$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...+ 0.008(x_i –25.714)$
$28.571< x_i < 31.429$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ..- 0.063(x_i –28.571)$
$31.429 < x_i < 34.286$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.026(x_i –31.429)$
$34.286 < x_i < 37.143$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...+0.056(x_i –34.286)$
$37.143 < x_i < 40$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...+ 0.017(x_i –37.143)$
$40 < x_i < 42.857$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...+ 0.028(x_i –40)$
$42.857 < x_i < 45.714$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.087(x_i –42.857)$
$45.714 < x_i < 48.571$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.037(x_i –45.714)$
$48.571 < x_i < 51.429$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...+ 0.004(x_i –48.571)$
$51.429 < x_i < 54.286$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.042(x_i –51.429)$
$54.286 < x_i < 57.143$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.013(x_i –54.286)$
$x_i \geq 57.143$	$3.005 + 0.261\,x_i – 0.107(x_i – 2.857) + 0.213(x_i – 5.714) + 0.150(x_i – 8.571) – 0.013(x_i – 11.429) + ...- 0.051(x_i –57.143)$

Model pertumbuhan balita perempuan pada Tabel 4.8 dapat disederhanakan menjadi:

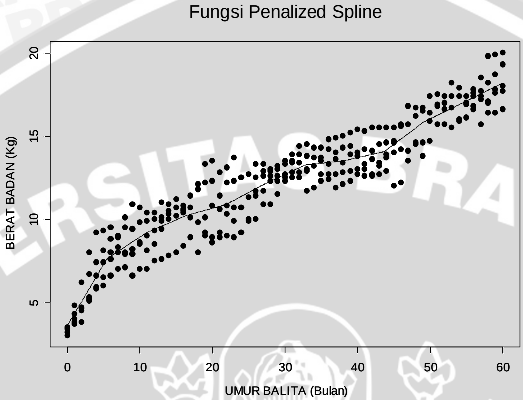
$$\hat{g}(x_i) = \begin{cases} 3.005 + 0.261\ x_i & x_i < 2.857 \\ 2.699 + 0.368\ x_i & 2.857 < x_i < 5.714 \\ 2.218 + 0.581\ x_i & 5.714 < x_i < 8.571 \\ 0.932 + 0.731\ x_i & 8.571 < x_i < 11.429 \\ 0.481 + 0.718\ x_i & 11.429 < x_i < 14.286 \\ 0.324 + 0.581\ x_i & 14.286 < x_i < 17.143 \\ 0.310 + 0.526\ x_i & 17.146 < x_i < 20 \\ -0.95 + 0.589\ x_i & 20 < x_i < 22.857 \\ -9.827 + 0.903\ x_i & 22.857 < x_i < 25.714 \\ -7.927 + 0.711\ x_i & 25.714 < x_i < 28.571 \\ -9.827 + 0.728\ x_i & 28.571 < x_i < 31.429 \\ -0.01 + 0.349\ x_i & 31.429 < x_i < 34.286 \\ -9.93 + 0.628\ x_i & 34.286 < x_i < 37.143 \\ -9.561 + 0.585\ x_i & 37.143 < x_i < 40 \\ -3.681 + 0.413\ x_i & 40 < x_i < 42.857 \\ 0.048 + 0.295\ x_i & 42.857 < x_i < 45.714 \\ 1.739 + 0.228\ x_i & 45.714 < x_i < 48.571 \\ 1.545 + 0.252\ x_i & 48.571 < x_i < 51.429 \\ 0.705 + 0.25\ x_i & 51.429 < x_i < 54.286 \\ 0.411 + 0.257\ x_i & 54.286 < x_i < 57.143 \\ 0.325 + 0.266\ x_i & x_i \geq 57.143 \end{cases}$$

Dari model *g*(x_i) kesimpulan berat badan rata-rata balita perempuan umur 0 – 60 bulan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya seperti yang tersaji pada tabel berikut ini:

Tabel 4.9 Rata-rata berat badan balita perempuan umur 0 – 60 bulan

Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)	Umur (Bln)	BB (Kg)
0	3.0	13	9.8	26	10.6	39	13.3	52	13.7
1	3.3	14	10.5	27	11.3	40	13.8	53	14.0
2	3.5	15	9.0	28	12.0	41	13.3	54	14.2
3	3.8	16	9.6	29	11.0	42	13.7	55	14.5
4	4.2	17	10.2	30	12.0	43	12.7	56	14.8
5	4.5	18	9.8	31	12.7	44	13.0	57	15.0
6	5.7	19	10.3	32	11.2	45	13.3	58	15.8
7	6.3	20	10.8	33	11.5	46	12.2	59	16.0
8	6.7	21	11.4	34	11.9	47	12.5	60	16.3
9	7.5	22	12.0	35	12.1	48	12.7		
10	8.2	23	10.9	36	12.7	49	13.9		
11	8.9	24	11.8	37	13.3	50	14.1		
12	9.1	25	12.7	38	12.7	51	14.4		

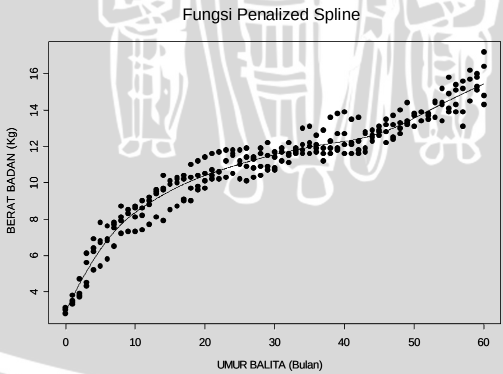
Kurva model pertumbuhan balita laki-laki dengan pendekatan P–Spline pada orde linier dengan banyaknya knot 10 dan λ =0.1 dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 4.2. Pendugaan model pertumbuhan balita laki-laki

Dari Gambar 4.2 terlihat bahwa untuk balita laki-laki pertumbuhan berat badannya naik searah dengan bertambahnya umur walaupun terjadi secara fluktuasi. Berat badan balita laki – laki di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya cenderung mengalami penurunan pada sekitar umur 20 sampai 30 bulan, kemudian naik dan kembali turun pada umur 40 sampai 50 bulan.

Sedangkan plot pendugaan model pertumbuhan balita perempuan dengan pendekatan P–Spline pada orde linier dengan banyaknya knot 20 dan λ = 0.1 dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 4.3. Pendugaan model pertumbuhan balita perempuan

Dari Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa untuk balita perempuan di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya pertumbuhan berat badan cenderung naik seiring dengan bertambahnya umur walaupun terjadi penurunan berat badan pada sekitar umur 30 bulan sampai 50 bulan.

Penurunan berat badan pada umur 20 – 50 bulan disebabkan karena pada umur ini balita sudah mulai aktif bergerak mulai dari lari, melompat sampai berbicara beberapa kata, sehingga membutuhkan asupan gizi yang lebih untuk dapat mengimbangi tahap perkembangan kemampuan berbahasa, kreativitas, kesadaran sosial, emosional dan intelegensinya.

4.6 Pengujian Signifikansi Koefisien Regresi

Pengujian signifikansi koefisien regresi ini bertujuan untuk mengetahui apakah kurva regresi yang terbentuk dapat menggambarkan data yang sebenarnya. Alpha yang dibunakan adalah 0.05. Hasil pengujian signifikansi koefisien regresi:

Tabel 4.10 Analisis Ragam Pemeriksaan Signifikansi Koefisien Regresi Untuk Balita Laki-laki

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah kuadrat	Kuadrat Rata-Rata	F_{hitung}	*p-value*
Regresi	12	49361.56	4113.46	537.15	5.26E-46
Galat	47	359.93	7.66		
Total	59	83188.76			

$R^2 = 0.9926$

Dari Tabel 4.10 diperoleh nilai *P-Value* $< \alpha$ maka *Ho* ditolak artinya terdapat satu atau lebih koefisien regresi yang tidak sama dengan nol dan 99.26% model dapat menjelaskan data yang sebenarnya.

Tabel 4.11 Analisis Ragam Pemeriksaan Signifikansi Koefisien Regresi Untuk Balita Perempuan

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah kuadrat	Kuadrat Rata-Rata	F_{hitung}	*p-value*
Regresi	22	31318.95	1423.59	571.72	2.21E-40
Galat	37	92.34	2.49		
Total	59	31414.13			

$R^2 = 0.9970$

Sedangkan Dari Tabel 4.11 diperoleh nilai *p-value* < α maka *Ho* ditolak artinya terdapat satu atau lebih koefisien regresi yang tidak sama dengan nol dan 99.7 % model dapat menjelaskan data yang sebenarnya. Sehingga bisa disimpulkan bahwa pembentukan model pertumbuhan balita laki-laki dan perempuan umur 0 – 60 bulan layak digunakan.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang bisa diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penduga fungsi regresi nonparametrik dengan pendekatan *penalized* spline adalah:

   $$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x};\beta,\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{X}^{*}\hat{\beta} \text{ dengan } \hat{\beta} = (\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{X}^{*} + \boldsymbol{n}\lambda\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{X}^{*T}\boldsymbol{Y}$$

2. Model terbaik untuk balita laki-laki terletak pada orde linier dengan K=10 dan λ = 0.1 dengan persamaan regresi:

$$\hat{g}(x_i) = \begin{cases} 3.326 + 0.818\,x_i & x_i < 5.454 \\ 6.325 + 0.268\,x_i & 5.454 < x_i < 10.909 \\ 5.245 + 0.367\,x_i & 10.909 < x_i < 16.364 \\ 4.132 + 0.435\,x_i & 16.364 < x_i < 21.818 \\ 5.554 + 0.324\,x_i & 21.818 < x_i < 27.273 \\ 5.263 + 0.298\,x_i & 27.273 < x_i < 32.727 \\ 3.29 + 0.297\,x_i & 32.272 < x_i < 38.182 \\ 2.322 + 0.296\,x_i & 38.182 < x_i < 43.636 \\ -12.912 + 0.629\,x_i & 43.636 < x_i < 49.091 \\ -21.473 + 0.742\,x_i & 49.091 < x_i < 54.545 \\ -23.322 + 0.738\,x_i & x_i \geq 54.545 \end{cases}$$

   Sedangkan model terbaik untuk balita perempuan terletak pada orde kubik dengan K=20 dan λ = 0.1 dengan persamaan regresi:

$$\hat{g}(x_i) = \begin{cases} 3.005 + 0.261\,x_i & x_i < 2.857 \\ 2.699 + 0.368\,x_i & 2.857 < x_i < 5.714 \\ 2.218 + 0.581\,x_i & 5.714 < x_i < 8.571 \\ 0.932 + 0.731\,x_i & 8.571 < x_i < 11.429 \\ 0.481 + 0.718\,x_i & 11.429 < x_i < 14.286 \\ 0.324 + 0.581\,x_i & 14.286 < x_i < 17.143 \\ 0.310 + 0.526\,x_i & 17.146 < x_i < 20 \\ -0.95 + 0.589\,x_i & 20 < x_i < 22.857 \\ -9.827 + 0.903\,x_i & 22.857 < x_i < 25.714 \\ -7.927 + 0.711\,x_i & 25.714 < x_i < 28.571 \\ -9.827 + 0.728\,x_i & 28.571 < x_i < 31.429 \\ -0.01 + 0.349\,x_i & 31.429 < x_i < 34.286 \\ -9.93 + 0.628\,x_i & 34.286 < x_i < 37.143 \\ -9.561 + 0.585\,x_i & 37.143 < x_i < 40 \\ -3.681 + 0.413\,x_i & 40 < x_i < 42.857 \\ 0.048 + 0.295\,x_i & 42.857 < x_i < 45.714 \\ 1.739 + 0.228\,x_i & 45.714 < x_i < 48.571 \\ 1.545 + 0.252\,x_i & 48.571 < x_i < 51.429 \\ 0.705 + 0.25\,x_i & 51.429 < x_i < 54.286 \\ 0.411 + 0.257\,x_i & 54.286 < x_i < 57.143 \\ 0.325 + 0.266\,x_i & x_i \geq 57.143 \end{cases}$$

5.2 Saran

Saran yang bisa diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah:

1. Membuat selang kepercayaan bagi fungsi regresi nonparametrik dengan pendekatan *penalized* spline
2. Menggunakan peubah penjelas lebih dari satu dan orde yang lebih tinggi sehingga dapat diketahui pengaruhnya terhadap pola perubahan nilai MSE dan GCV
3. Sebaiknya data balita yang dipakai pada penelitian ini lebih banyak dan diambil dari beberapa kecamatan di Kota Surabaya, sehingga bisa digunakan sebagai acuan dalam pemantauan pertumbuhan balita umur 0 – 60 bulan.

DAFTAR PUSTAKA

Aisya. 2008. *Fase Pertumbuhan Balita*. www.infoibu.com/obj/12/1/08 . Akses : 10 Juni 2008

Aritonang, I. 2000. *Pemantauan Balita*. Kanisius. Yogyakarta.

Daniel, W. 1997. *Elementary Statistics : A Step By Step Approach*. Third Edition. Brown Publishers. USA.

Direktorat Gizi. 2004. *Data Berat Badan dan Tinggi Badan Rata-Rata Balita*. Departemen Kesehatan RI. Jakarta.

Eubank, R. M. 1988. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker. New York.

Fahrmeir, L. dan G. Tuhtz. 1994. *Multivariate Statistical Modelling Based In Generalized Linier Models*. Springer – Verlag. New York.

Ghozali, I. 2005. *Aplikasi Analisis Mulitivariate Dengan Program SPSS*. Universitas Diponegoro. Semarang.

Hall, P. dan J.D. Opsomer. 2003. *Theory For P–Spline Regression*. Biomet.oxfordjournals.org/egi/content/abstract/92/1/105. Akses:15 Januari 2008.

Kutner, M.H. , C.V. Nachtsheim, dan J. Neter. 2004. *Applied Linier Regression Models*. 4th Edition. Mc. Graw – Hill Companies, Inc. New York.

Poli Tumbuh Kembang Balita RSUD Dr. Soetomo Surabaya. 2007. *Data Tumbuh Kembang Balita Laki-laki dan Perempuan*. Surabaya.

Ruppert, D. 2002. *Selecting The Number of Knots for P–Splines*. Journal of Computational and Graphical Statistics. Vol. 11 : 735 – 757.

Ruppert, D. W. M. P. dan R.J. Carroll. 2003. *Semiparametric Regression*. Cambridge University Press. New York.

Sasmitoadi, D. 2005. *Kajian Penggunaan Knot dan Orde Pada Regresi Spline.* Program Studi Statistika. Jurusan Matematika. Fakultas MIPA. Universitas Brawijaya. Malang.

Sekartini, R. 2008. *Berbobot Lebih Belum Tentu Sehat.* www.infoibu.com/obj/12/1/08 : Akses : 10 Juni 2008

Sudjana. 1992. *Metode Statistika*. Edisi Kelima. Tarsito. Bandung.

Soetiningsih. 1995. *Tumbuh Kembang Balita*. Kedokteran EGC. Jakarta.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. *Prinsip dan Prosedur Statistika.* PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Walpole, E. R. dan Myers R. 1986. *Probability and Statistics For Engineers and Scientist.* 4th Edition. Macmillain Publishing Company. New York.

Walpole, R. D. 1995. *Pengantar Statistika (diterjemahkan oleh:Bambang Sumantri).* PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Yitnosumarto, S. 1993. *Percobaan, Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya.* PT. Gramedia Pustaka utama. Jakarta.

Lampiran 1. Data Pertumbuhan Balita (Kg) di Kecamatan Sidosermo Kota Surabaya.

Balita Laki - Laki	Umur (Bulan)																				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Balita A	3.3	4	4.7	5.4	6.3	6.8	7.3	8	8.3	8.2	8.5	9	9.3	9.4	10.3	10.2	10.5	10.7	11.8	12.2	12.3	11.4
Balita B	3.4	4.3	5	5.7	6.7	7.3	7.9	8.2	8.5	10.9	10.7	10.4	10.4	11	10.9	10.7	10.8	11.4	12.1	13.3	13.5	12.8
Balita C	3.5	4.8	5.2	6	6.8	7.7	8	8.1	8.4	9.4	9.8	8.5	10	10.1	10.5	11.2	10.4	10.1	9.8	10.8	10.8	10.6
Balita D	3.4	4.3	5.1	5.5	6.5	6.9	7.5	8.5	8.7	9.2	8.6	8.1	8.5	9.9	10	10.2	10.6	10.7	9.8	9.2	8.9	9.2
Balita E	3.5	4.7	5.3	6.1	6.9	7.8	7.7	8.7	8.7	10.2	10.7	10.7	11.5	11.6	12.8	11.8	12.4	11.9	12.8	12.9	12.6	12.9

Balita Laki - Laki	Umur (Bulan)																				
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
Balita A	12.2	12.3	12.5	12.7	12.5	12.6	12.6	13.2	13.3	13.5	14.4	14.5	14.3	14.3	14.2	14	15	15.2	15.4	15.3	15.5	15.5
Balita B	13.1	13.7	12.5	12.7	13.3	12.9	13	12.3	12.5	12.5	12.5	11.7	11.9	12.3	12.7	12.7	12.1	12.3	12.7	12.6	12.6	13.2
Balita C	10.8	10.7	10.7	11.3	11.4	11.7	12.3	12.6	13.5	13.5	13.9	13.8	13.7	13.5	14.8	14.9	14.3	14.4	13.8	13.3	13.6	13.4
Balita D	10.3	9.9	9.2	9.9	10	10.9	10.9	11.5	12.7	12.7	13.4	12.9	13.2	12.7	12.4	11.9	12.8	12.9	13	13	12.7	12.7
Balita E	13.3	12.9	12.2	12.5	12.7	13.3	12.9	13	12.3	12.3	12.8	13	13.2	13.7	13.3	13.6	13.4	13.9	14	14.2	14.1	14.5

Balita Laki - Laki	Umur (Bulan)																
	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Balita A	15.5	15.5	15.6	15.7	16.2	16.7	17.4	17.5	17.4	17.4	17.4	17	17.8	17.7	18.2	18.7	19.3
Balita B	13.7	14.6	15.7	16.8	16.7	16.5	16.4	16.8	16.6	16	16	17.4	16.8	17.2	17.1	17.6	18
Balita C	13.9	14	14.2	14.1	14.5	14.6	14.7	16.9	17	17.9	17.9	16.9	17.6	18.5	19.8	19.9	20
Balita D	12.9	12	12.2	13.5	14.6	13.8	15.9	15.7	15.7	15.9	15.9	16.1	16.6	15.7	16.4	16.4	17.6
Balita E	14.6	14.7	15.7	16.8	16.7	16.5	16.4	16.8	16.6	16.7	16	17.4	17.4	17.4	17	17.8	17.7

Lampiran 1 (Lanjutan)

Balita Perempuan	Umur (Bulan)																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Balita A	3.1	3.5	3.9	4.3	5.2	5.4	5.8	6.5	7.2	7.3	7.3	7.4	7.7	8.1	7.9	8.5	8.7	9	9	9.8	9.7	10.2
Balita B	3	3.4	3.7	5.6	6.2	6.7	6.8	7.7	8.7	8.3	8.1	8.2	8.8	9.5	10.4	10.1	10.3	9.1	9.7	9.6	10.1	10.4
Balita C	3.3	3.8	4.7	6.1	6.9	7.8	7.6	7.8	8.1	8.5	8.6	8.6	9.2	9.6	9.7	9.9	10	10.2	10.3	10.4	10.5	10.7
Balita D	2.8	3.3	3.8	4.5	6.4	6.8	6.9	7.5	7.9	8.5	8.7	9	9	9.4	9.6	10.1	10.2	10.4	11	11.2	11.4	11.6

Balita Perempuan	Umur (Bulan)																					
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
Balita A	10.6	11.2	11.8	11.2	11.4	11.3	11.6	11.5	11.7	11.9	12.2	11.8	13	13.1	12.6	12.9	13.6	13.8	13.9	13.5	13.6	12.8
Balita B	10.2	11.2	11.5	11	10.9	11.4	11.9	12.2	11.4	11.7	11.5	11.9	12.1	12.2	11.7	11.9	12.3	12.7	12.7	12.1	12.3	12.7
Balita C	10.6	10.3	10.5	10.2	10.1	10.3	10.4	10.9	10.7	11.7	11.1	11.6	11.6	11.6	12.1	11.6	11.9	11.9	12.1	12.2	11.8	11.9
Balita D	11.7	11.8	11.6	11.8	11.9	10.8	10.9	10.7	10.8	11.2	11.6	11.7	11.8	12	11.9	11.2	11.6	11.8	11.6	11.6	11.6	11.7

Balita Laki - Laki	Umur (Bulan)																
	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Balita A	12.9	13.1	13.2	13.7	14	14.4	13.8	13.9	13.5	13.6	14.4	14.9	15.1	15.2	15.7	16	17.2
Balita B	12.6	12.6	12.8	12.4	12.7	13.3	13.7	13.9	13.8	14.5	14.3	14.1	13.9	13.1	14.5	15.3	14.3
Balita C	12.5	12.9	12.2	12.5	13	13.2	13.1	13.4	13.5	13.6	13.4	13.9	14.3	13.9	14.5	15.1	16.4
Balita D	12.3	12.8	13.5	13.2	13.3	13.4	13.7	13.4	13.7	14.4	15.2	15.8	15.4	15.6	16.2	15.8	14.8

Lampiran 2. Tabel Titik Kritis Uji *Anderson – Darling*, Uji *Ryan – Joiner* dan *Kolmogorov – Smirnov*

Tabel Titik Kritis Uji *Anderson Darling*

α	0.1	0.05	0.025
Titik kritis : A_α	0.631	0.752	0.873

Tabel Titik Kritis Uji *Ryan - Joiner*

n	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
4	0.8591	0.8734	0.8318
5	0.9033	0.8804	0.8320
10	0.9347	0.9180	0.8840
15	0.9506	0.9383	0.9110
20	0.9600	0.9503	0.9290
25	0.9662	0.9582	0.9408
30	0.9707	0.9639	0.9490
40	0.9767	0.9715	0.9597
50	0.9807	0.9764	0.9664
60	0.9807	0.9764	0.9664
75	0.9865	0.9835	0.9757

Tabel Titik Kritis Uji *Kolmogorof Smirnov*

α	0.1	0.05	0.025
Titik kritis : D_n	$1.63/\sqrt{n}$	$1.36/\sqrt{n}$	$1.22/\sqrt{n}$

Lampiran 3. Tahap Pertumbuhan dan Perkembangan Balita

PERTUMBUHAN DAN PERKEMBANGAN BALITA				
UMUR	MOTORIK KASAR	MOTORIK HALUS	KOMUNIKASI/BICARA	SOSIAL/KEMANDIRIAN
1 bl	Tangan & kaki bergerak aktif	Kepala menoleh ke samping kanan dan kiri	Bereaksi terhadap bunyi lonceng	Menatap wajah ibu/pengasuh.
2 bl	Mengangkat kepala ketika tengkurap		Bersuara	Tersenyum Spontan
3 bl	Kepala tegak ketika didudukan	Memegang mainan	Tertawa/ Berteriak	Memandang tangannya
4 bl	Tengkurap-terlentang sendiri			
5 bl		Meraih, menggapai	Menoleh ke suara	Meraih mainan
6 bl	Duduk tanpa berpegangan			Memasukkan biskuit ke mulut
7 bl		Mengambil mainan dengan tangan kanan dan kiri	Bersuara ma, ma…	
8 bl	Berdiri berpegangan			
9 bl		Menjimpit		Melambaikan tangan
10 bl		Memukul mainan di kedua tangan		Bertepuk tangan
11 bl			Memanggil Mama, Papa	Menunjuk, meminta
12 bl	Berdiri tanpa berpegangan	Memasukkan mainan		Bermain dengan orang lain

Lampiran 3. (Lanjutan)

15 bl	Berjalan	Mencoret-coret	Berbicara 2 kata	Minum dari gelas
1,5 th	Lari naik tanggaMenendang bola	Menumpuk 2 mainan	Berbicara beberapa kata (mimik, pipis)	Memakai sendok, menyuapi boneka
2 th		Menumpuk 4 mainan	Menunjuk gambar (bola,kucing) Menggabungkan beberapa kata (mama pipis) Menunjuk bagian tubuh (mata, mulut)	Melepas pakaian,Memakai pakaian,Menyikat gigi
2,5 th	Melompat			Mencuci tangan dan mengeringkan tangan
3 th		Menggambar garis tegak	Menyebutkan warna benda, menyebutkan penggunaan benda (gelas untuk minum)	Menyebutkan nama teman,Memakai baju kaos
3,5 th	Berdiri 1 kaki	Menggambar lingkaran, menggambar tanda tambah, Menggambar manusia (kepala,badan , kaki)		
4 th				Memakai baju tanpa dibantu
4,5 th				Bermain kartu, menyikat gigi tanpa dibantu
5 th			Menghitung mainan	

Lampiran 4. Pengujian Parameter Untuk Regresi Parametrik

1. Pada Balita Laki – laki

- Regresi Linier Sederhana

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_LK          Method.. LINEAR

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,23085
R Square             ,26648
Adjusted R Square    ,26604
Standard Error      1,30197

          Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square
Regression       1     3333,0952        3333,0952
Residuals      303      513,6226           1,6951

F =    1966,28395       Signif F =  ,1510

---------- Variables in the Equation -----------
Variable     B      SE B    Beta      T     Sig T
Umur_Bal  ,187756 ,004234 ,930848  44,343  ,1120
Constant)6,798805 ,147286          46,160  ,0110
```

- Regresi Polinomial Kuadratik

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_LK         Method.. QUADRATI

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,23735
R Square             ,17862
Adjusted R Square    ,17782
Standard Error      1,24339

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       2        3379,8208        1689,9104
Residuals      302         466,8970           1,5460

F =    1093,07388       Signif F =  ,5100

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                  B          SE B        Beta           T  Sig T

Umur_Bal            ,272488       ,015934   1,350929     17,101  ,0120
Umur_B_1           -,001412       ,000257   -,434298     -5,498  ,1130
(Constant)         5,965608       ,206772                28,851  ,0750
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

- Regresi Polinomial Kubik

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_LK          Method.. CUBIC

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,15964
R Square             ,22091
Adjusted R Square    ,22013
Standard Error     1,00534

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      MeanSquare

Regression       3        3542,4943       1180,8314
Residuals      301         304,2235          1,0107

F =    1168,31937       Signif F =  ,1200

-------------------- Variables in the Equation -------------------

Variable                    B          SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal              ,637894      ,031553  3,162525     20,217  ,7800
Umur_B_1             -,016764      ,001228  5,155473    -13,654  ,0510
Umur_B_2              ,000171  1,3445E-05  3,011297     12,687  ,0340
(Constant)           4,214483      ,216802               19,439  ,0060
```

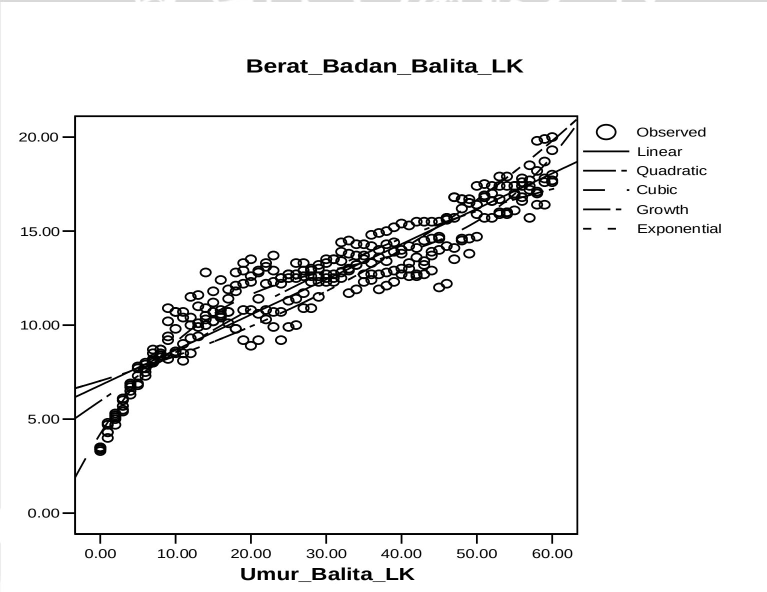
- Regresi Pertumbuhan

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_LK          Method.. GROWTH

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,47094
R Square             ,49753
Adjusted R Square    ,49773
Standard Error       ,17186

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       1        28,113100       28,113100
Residuals      303         8,949507         ,029536

F =     951,81440       Signif F =  ,0000

-------------------- Variables in the Equation -------------------

Variable                    B          SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal              ,017243      ,000559   ,870936     30,851  ,0000
(Constant)           1,950825      ,019442              100,341  ,0000
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

- Regresi Eksponensial

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_LK         Method.. EXPONENT

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,17094
R Square             ,25853
Adjusted R Square    ,25773
Standard Error       ,17186

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       1        28,113100        28,113100
Residuals      303         8,949507          ,029536

F =     951,81440       Signif F =  ,01120

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                    B          SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal              ,017243      ,000559    ,870936    30,851  ,0440
(Constant)           7,034489      ,136764               51,435  ,0571
```



Lampiran 4. (Lanjutan)

2. Pada Balita Perempuan

- Regresi Linier Sederhana

```
Berat_Badan_Balita_PR          Method.. LINEAR

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,12941
R Square             ,16380
Adjusted R Square    ,16324
Standard Error      1,09354

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       1        1835,3689       1835,3689
Residuals      242         289,3906          1,1958

F =    1534,80909       Signif F =  ,0610

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                  B         SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal            ,155771      ,003976    ,929409     39,177  ,1110
(Constant)         6,283435      ,138309                45,430  ,4400
```

- Regresi Polinomial Kuadratik

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_PR          Method.. QUADRATI

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,25143
R Square             ,20522
Adjusted R Square    ,20444
Standard Error       ,91411

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       2        1923,3822       961,69108
Residuals      241         201,3774          ,83559

F =    1150,91167       Signif F =  ,41120

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                  B         SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal            ,285787      ,013097   1,705155     21,821  ,4200
Umur_B_1           -,002167      ,000211   -,802001    -10,263  ,0940
(Constant)         5,004938      ,169956                29,448  ,0523
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

- Regresi Polinomial Kubik

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_PR        Method.. CUBIC

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,97578
R Square             ,95214
Adjusted R Square    ,95154
Standard Error       ,65094

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       3        2023,0658       674,35527
Residuals      240         101,6937          ,42372

F =    1591,49728       Signif F =  ,0000

-------------------- Variables in theEquation -------------------

Variable             B         SE B       Beta          T     Sig T
Umur_Bal          ,605592     ,022841  3,613273    26,513  ,0000
Umur_B_1        -,015603     ,000889  5,774720   -17,555  ,0000
Umur_B_2         ,000149  9,7332E-06  3,171739    15,338  ,0000
(Constant)      3,472350     ,156945              22,125  ,0000
```

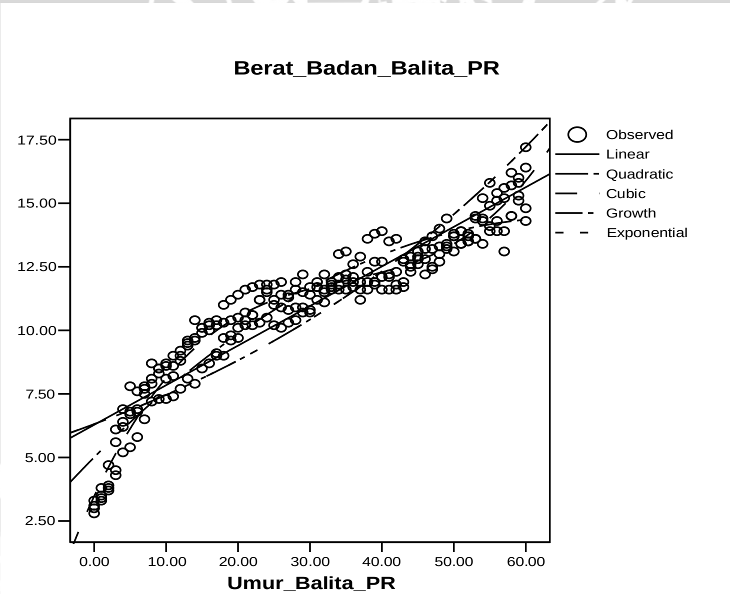
- Regresi Pertumbuhan

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_PR       Method.. GROWTH

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,44882
R Square             ,42050
Adjusted R Square    ,41935
Standard Error       ,18415

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       1        21,155801       21,155801
Residuals      242         8,206802         ,033912

F =     623,83666       Signif F =  ,0000

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                   B         SE B       Beta          T  Sig T

Umur_Bal            ,016724     ,000670    ,848824    24,977  ,0000
(Constant)         1,842439     ,023291               79,104  ,0000
```

Lampiran 4. (Lanjutan)

- Regresi Eksponensial

```
Dependent variable.. Berat_Badan_Balita_PR     Method.. EXPONENT

Listwise Deletion of Missing Data

Multiple R           ,14882
R Square             ,32050
Adjusted R Square    ,31935
Standard Error       ,18415

            Analysis of Variance:

                DF   Sum of Squares      Mean Square

Regression       1        21,155801        21,155801
Residuals      242         8,206802          ,033912

F =     623,83666       Signif F =  ,1100

-------------------- Variables in the Equation --------------------

Variable                  B          SE B        Beta          T  Sig T

Umur_Bal            ,016724       ,000670     ,848824     24,977  ,0650
(Constant)         6,311913       ,147013                 42,934  ,1400
```



Lampiran 5. Pengujian Asumsi Klasik Regresi Parametrik

1. Untuk Balita Laki-laki

Coefficients(a)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	6,799	,147		46,16	,491		
	Umur_Balita_LK	,188	,004	,931	44,34	,114	1,000	1,000

a Dependent Variable: Berat_Badan_Balita_LK

Model Summary(b)

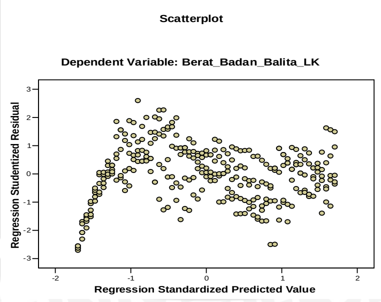
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,931(a)	,866	,866	1,30197	1,273

a Predictors: (Constant), Umur_Balita_LK
b Dependent Variable: Berat_Badan_Balita_LK

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
	N	305
Normal Parameters(a,b)	Mean	,0000000
	Std. Deviation	1,29982614
Most Extreme Differences	Absolute	,046
	Positive	,039
	Negative	-,046
	Kolmogorov-Smirnov Z	1.861
	Asymp. Sig. (2-tailed)	,549

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.



Lampiran 5. (Lanjutan)

2. Untuk Balita Perempuan

Coefficients(a)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
1	(Constant)	6,283	,138		45,430	,000		
	Umur_Balita_PR	,156	,004	,929	39,177	,000	1,000	1,000

a Dependent Variable: Berat_Badan_Balita_PR

Model Summary(b)

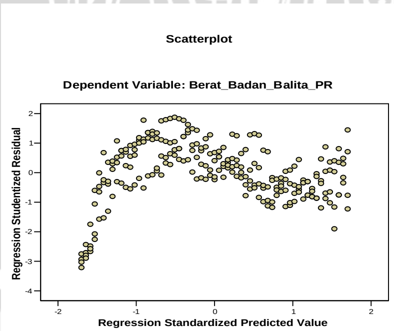
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,929(a)	,864	,863	1,09354	,683

a Predictors: (Constant), Umur_Balita_PR
b Dependent Variable: Berat_Badan_Balita_PR

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
	N	244
Normal Parameters(a,b)	Mean	,0000000
	Std. Deviation	1,09128718
Most Extreme Differences	Absolute	,057
	Positive	,037
	Negative	-,057
	Kolmogorov-Smirnov Z	,897
	Asymp. Sig. (2-tailed)	,396

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.



Lampiran 6. Program S-Plus 2000 Untuk Memilih Parameter Penghalus, Banyaknya Knot dan Orde Polinomial Optimal dengan Kriteria GCV Minimum

```
guant<-function(penjelas,P)
{
		r<-quantile(penjelas,seq(0,1,by=1/P))
		return(r)
}
gcvps<-function(respon,penjelas,orde,bnyknot)
{
		n<-length(respon)
		y<-respon
		p<-orde
		K<-bnyknot
		h<-0
		k<-1
		penjelasbaru<-sort(unique(penjelas))
		w<-guant(penjelasbaru,K+1)
		cat("orde=",p,"\n")
		cat("quantile(",1/(K+1),")=",w,"\n")
		cat("banyak knot=",K,"\n")
		for(i in 1:K)
		{
		   cat("knot[",i,"]=",w[i+1],"\n")
		}
		z1<-matrix(0,n,p+1)
		for(i in 1:p)
		{
		   z1[,i]<-penjelas^(i-1)
		   z1[,p+1]<-penjelas^(p)
		}
		z2<-matrix(0,n,K)
		for(i in 1:K)
		{
		   z2[,i]<-trun(penjelas,w[i+1],p)
		}
x<-cbind(z1,z2)
d1<-matrix(0,p+1,p+K+1)
d2<-matrix(0,K,p+1)
d3<-diag(K)
d4<-cbind(d2,d3)
d<-rbind(d1,d4)
cat("lambda		GCV			\n")
repeat
{
		if(h==0)
		{
		   e<-n*h*d
		   f1<-(t(x)%*%x)+e
		   f2<-ginverse(f1)
```

Lampiran 6. (Lanjutan)

```
            beta<-f2%*%t(x)%*%y
            s<-x%*%f2%*%t(x)
            mstar<-x%*%beta
            ASR<-(t(y-mstar)%*%(y-mstar))/n
            GCV<-ASR/(1-((1/n)*(sum(diag(s)))))^2
            GCVbaru<-GCV
        }
        else
        {
            e<-n*h*d
            f1<-(t(x)%*%x)+e
            f2<-ginverse(f1)
            beta<-f2%*%t(x)%*%y
            s<-x%*%f2%*%t(x)
            mstar<-x%*%beta
            ASR<-(t(y-mstar)%*%(y-mstar))/n
            GCV<-ASR/(1-((1/n)*(sum(diag(s)))))^2
            if(GCV>GCVbaru)break
                    GCVbaru<-GCV
        }
cat(format(h)," ",GCV,"\n")
h<-h+0.1
}
lambdaoptml<-(h-0.1)
return(lambdaoptml,GCVbaru)
}
```

Lampiran 7. Program Pembentukan Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan *Penalized* Spline

```
pspline.K.knot<-function(respon,penjelas,orde,lambda,BnykKnot)
{
  Y<-as.vector(respon)
  X<-as.vector(penjelas)
  n<-length(Y)
  p<-orde
  K<-BnykKnot
  k<-lambda
  penjelasbaru<-sort(unique(X))
  n1<-length(penjelasbaru)
  w<-guant(penjelasbaru,K+1)
    cat("orde:",p,"\n")
  cat("quantile(",1/(K+1),")=",w,"\n")
  cat("BnykKnot:",K,"\n")
  for(i in 1:K)
  {
   cat("tknot[",i,"]=",w[i+1],"\n")
  }
  z1<-matrix(0,n,p+1)
    for(i in 1:p)
    {
      z1[,i]<-X^(i-1)
      z1[,p+1]<-X^(p)
    }
  z2<-matrix(0,n,K)
    for(i in 1:K)
    {
      z2[,i]<-trun(x,w[i+1],p)
    }
  x<-cbind(z1,z2)
  d1<-matrix(0,p+1,p+K+1)
  d2<-matrix(0,K,p+1)
  d3<-diag(K)
  d4<-cbind(d2,d3)
  d<-rbind(d1,d4)
  e<-n*k*d
  f1<-(t(x)%*%x)+e
  f2<-ginverse(f1)
  beta<-f2%*%t(x)%*%Y
  s<-x%*%f2%*%t(x)
  yfits<-x%*%beta
  res<-Y-yfits
  error<-(Y-yfits)
  MSE<-(t(error)%*%(error))/n
 GCV<-MSE/(1-((1/n)*(sum(diag(s)))))^2
  ybar<-sum(Y)/n
  SStot<-t(Y)%*%Y
  SSreg<-t(beta)%*%t(x)%*%Y
```

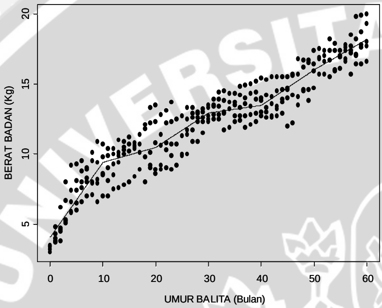
Lampiran 7. (Lanjutan)

```
SSres<-t(res)%*%res
  Rsq<-SSreg/SStot
  dbreg<-K+2
  MSreg<-SSreg/dbreg
  dbres<-n1-(K+2)
  MSres<-SSres/dbres
  dbtot<-dbreg+dbres
  Fhit<-MSreg/MSres
  Ftab<-qf(0.95,dbreg,dbres)
  q<-seq(min(X),max(X),length=1000)
  q1<-sort(unique(q))
  w1<-guant(q1,K+1)
  Q1<-matrix(0,1000,p+1)
  for(i in 1:p)
  {
    Q1[,i]<-q^(i-1)
    Q1[,p+1]<-q^(p)
 }
  Q2<-matrix(0,1000,K)
  for(i in 1:K)
    {
      Q2[,i]<-trun(q,w1[i+1],p)
    }
  Q<-cbind(Q1,Q2)
  f<-Q%*%beta
  cat("\n GCV=",format(GCV))
  cat("\n MSE=",format(MSE))
  cat("\n ----------------------------------------------------------------------------------")
  cat("\n  SK                              db           SS           MS           Fhit           Ftab")
  cat("\n ----------------------------------------------------------------------------------")
  cat("\n  Regresi",format(dbreg),"   ",format(SSreg),"   ",format(MSreg),"   ",format(Fhit),"
                          ",format(Ftab))
  cat("\n Galat ",format(dbres)," ",format(SSres)," ",format(MSres))
  cat("\n ---------------------------------------------------------------------------------")
  cat("\n  Total        ",format(dbtot)," ",format(SStot))
  cat("\n ---------------------------------------------------------------------------------")
  cat("\n R-Square=",format(Rsq),"\n")
  cat("\n ---------------------------------------------------------------------------------")
for(i in 1:(p+K+1))
  cat("\n beta[",i,"]="," ",format(beta[i])," )
  win.graph()
plot(X,Y,xlim=c(min(X),max(X)),ylim=c(min(Y),max(Y)),xlab="UMURBALITA(Bulan)",yl
ab="BERAT BADAN(Kg)")
  title("Fungsi Penalized Spline")
  par(new=T)

                    plot(q,f,type="l",xlim=c(min(q),max(q)),ylim=c(min(Y),max(Y)),xlab
                    ="UMURBALITA(Bulan)",ylab="BERAT BADAN(Kg)")
}
```

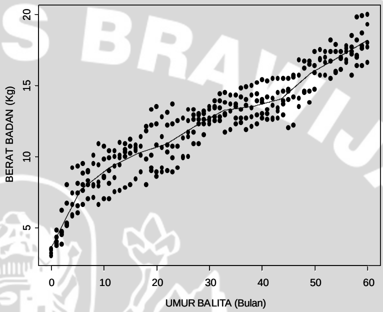
Lampiran 8. Plot Model Pertumbuhan Balita Untuk Mencari Parameter Penghalus (λ)

- Untuk Balita Laki-laki

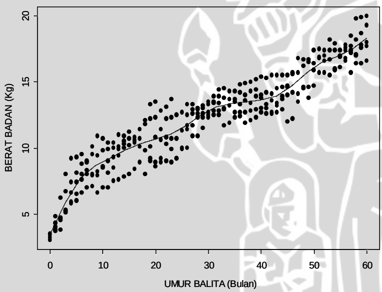
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 5



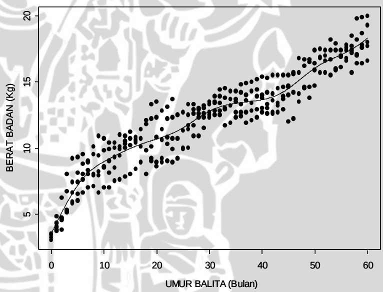
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 10



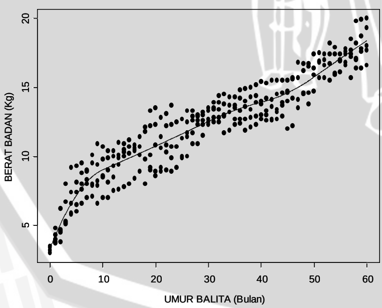
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 20



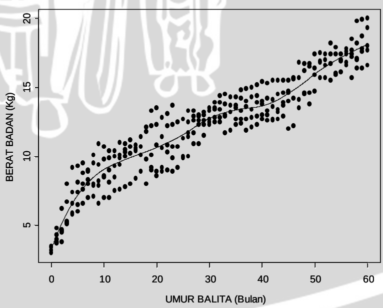
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 40



Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 5

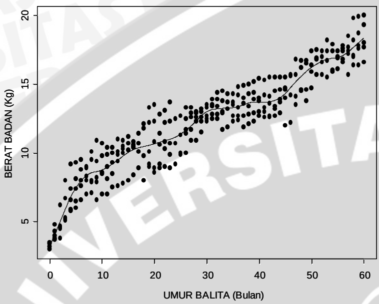


Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 10

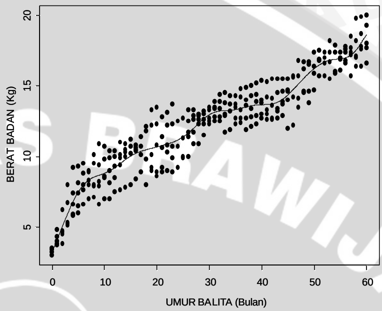


Lampiran 8. (Lanjutan)

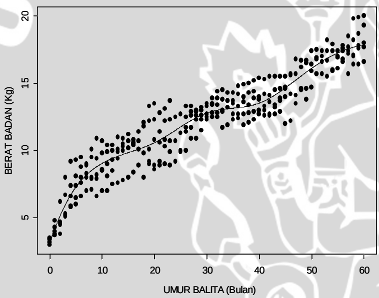
Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 20



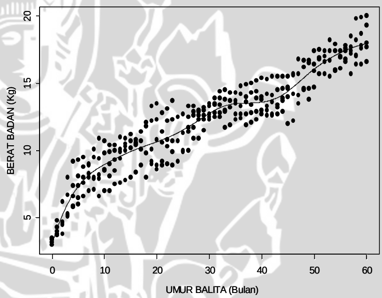
Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 40



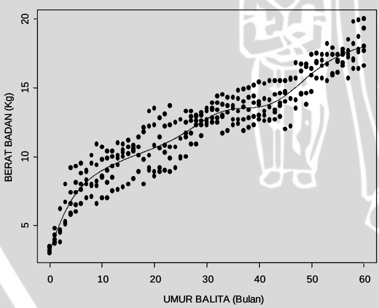
Fungsi Penalized Spline Orde 3 Knot 5



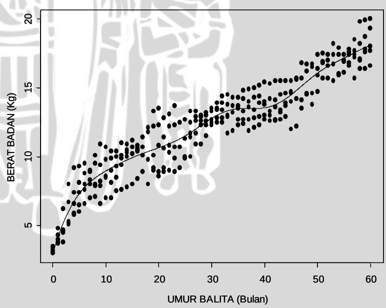
Fungsi Penalized Spline Orde 3 Knot 10



Fungsi Penalized Spline Orde 3 Knot 20



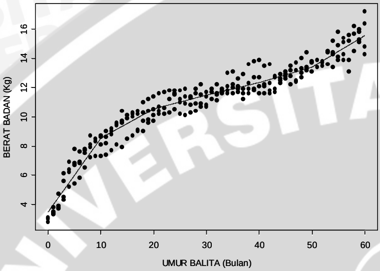
Fungsi Penalized Spline Orde 3 Knot 40



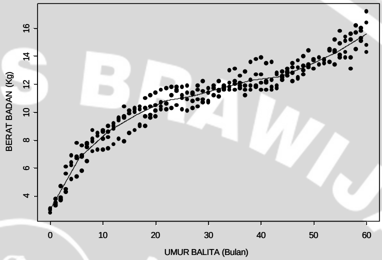
Lampiran 8. (Lanjutan)

- Untuk Balita Perempuan

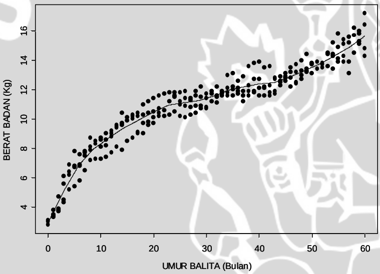
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 5



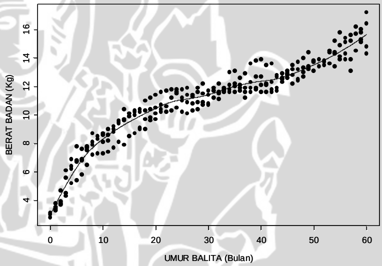
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 10



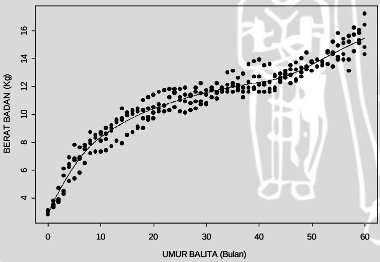
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 20



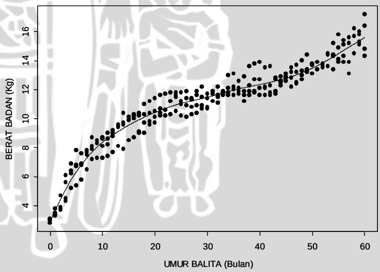
Fungsi Penalized Spline Orde 1 Knot 40



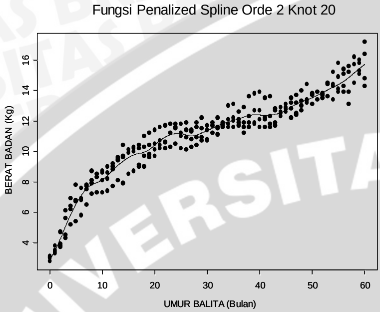
Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 5

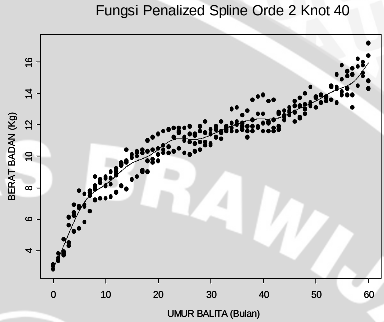


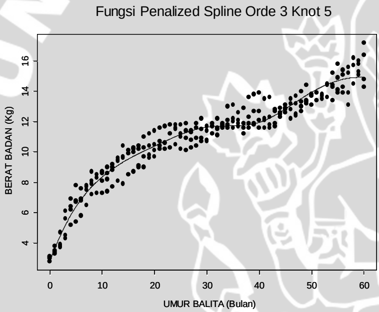
Fungsi Penalized Spline Orde 2 Knot 10

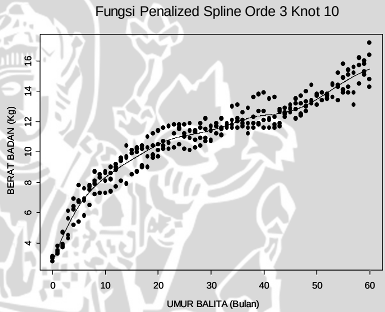


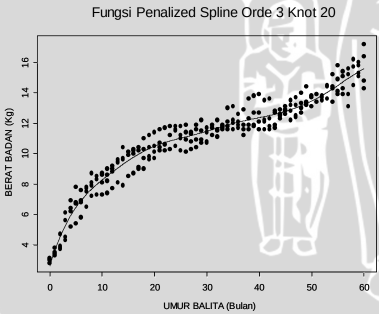
Lampiran 8. (Lanjutan)

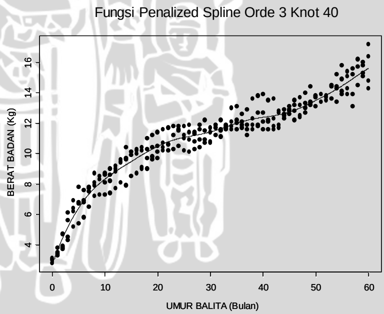












Lampiran 9. Output Program Pembentukan Model Regresi Spline Terbaik Untuk Model Pertumbuhan Balita

- Untuk Balita Laki-laki

```
> pspline.K.knot(y,x,1,0.1,10)
orde: 1
quantile( 0.0909090909090909 )= 0 5.45454545454546 10.9090909090909
16.3636363636364 21.8181818181818 27.2727272727273 32.7272727272727
38.1818181818182 43.6363636363636 49.0909090909091 54.5454545454545 60
BnykKnot: 10
titik knots[ 1 ]= 5.45454545454546
titik knots[ 2 ]= 10.9090909090909
titik knots[ 3 ]= 16.3636363636364
titik knots[ 4 ]= 21.8181818181818
titik knots[ 5 ]= 27.2727272727273
titik knots[ 6 ]= 32.7272727272727
titik knots[ 7 ]= 38.1818181818182
titik knots[ 8 ]= 43.6363636363636
titik knots[ 9 ]= 49.0909090909091
titik knots[ 10 ]= 54.5454545454545

 GCV= 1.255277
 MSE= 1.180082
 ------------------------------------------------------------------------------
  SK                  db        SS          MS           Fhit         Ftab
 ------------------------------------------------------------------------------
 Regresi              12     49361.56    4113.4633    537.147    1.968304
 Residual             48       359.925     7.657979
 ------------------------------------------------------------------------------
  Total               60      49731.3
 ------------------------------------------------------------------------------
 R-Square= 0.9925653

 nilai beta[ 1 ]= 3.326187
 nilai beta[ 2 ]= 0.8179368
 nilai beta[ 3 ]= 0.5500098
 nilai beta[ 4 ]= 0.09914905
 nilai beta[ 5 ]= 0.06802061
 nilai beta[ 6 ]= -0.11089
 nilai beta[ 7 ]= -0.02552078
 nilai beta[ 8 ]= 0.0012329
 nilai beta[ 9 ]= -0.00245922
 nilai beta[ 10 ]= 0.0014849
 nilai beta[ 11 ]= 0.1128464
 nilai beta[ 12 ]= -0.004244958
```

- Untuk Balita Perempuan

```
> pspline.K.knot(y,x,1,0.1,20)
orde: 1
quantile( 0.0476190476190476 )= 0 2.85714285714286 5.71428571428571
8.57142857142857 11.4285714285714 14.2857142857143 17.1428571428571 20
22.8571428571429 25.7142857142857 28.5714285714286 31.4285714285714
34.2857142857143 37.1428571428571 40 42.8571428571429 45.71428571428
57 48.5714285714286 51.4285714285714 54.2857142857143 57.1428571428571
60
BnykKnot: 20
knot[ 1 ]= 2.85714285714286
knot[ 2 ]= 5.71428571428571
knot[ 3 ]= 8.57142857142857
knot[ 4 ]= 11.4285714285714
knot[ 5 ]= 14.2857142857143
knot[ 6 ]= 17.1428571428571
knot[ 7 ]= 20
knot[ 8 ]= 22.8571428571429
knot[ 9 ]= 25.7142857142857
knot[ 10 ]= 28.5714285714286
knot[ 11 ]= 31.4285714285714
knot[ 12 ]= 34.2857142857143
knot[ 13 ]= 37.1428571428571
knot[ 14 ]= 40
knot[ 15 ]= 42.8571428571429
knot[ 16 ]= 45.7142857142857
knot[ 17 ]= 48.5714285714286
knot[ 18 ]= 51.4285714285714
knot[ 19 ]= 54.2857142857143
knot[ 20 ]= 57.1428571428571

GCV= 0.4146662
MSE= 0.3784297
```

SK	db	SS	MS	Fhit	Ftab
Regresi	22	31318.95	1423.59	571.7249	1.840742
Residual	37	92.33684	2.49559		
Total	59	31414.13			

R-Square= 0.9969702

Lampiran 9. (Lanjutan)

nilai beta[1]= 3.005383294
nilai beta[2]= 0.2608249
nilai beta[3]= 0.1068507
nilai beta[4]= 0.212723
nilai beta[5]= 0.1498492
nilai beta[6]= 0.01251558
nilai beta[7]= 0.05317998
nilai beta[8]= -0.005301836
nilai beta[9]= 0.03267786
nilai beta[10]= 0.1044931
nilai beta[11]= 0.008318948
nilai beta[12]= -0.06272734
nilai beta[13]= -0.02530763
nilai beta[14]= 0.05607327
nilai beta[15]= 0.01705885
nilai beta[16]= 0.02844568
nilai beta[17]= -0.08726011
nilai beta[18]= -0.03665864
nilai beta[19]= 0.004616586
nilai beta[20]= -0.04188236
nilai beta[21]= -0.01274609
nilai beta[22]= -0.050760