

**ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL
MENGUNAKAN KRITERIA NYQUIST**

SKRIPSI

oleh :

INDAH YUNITA LESTARI

0310940028-94



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG**

2007

**ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL
MENGUNAKAN KRITERIA NYQUIST**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

oleh :

INDAH YUNITA LESTARI

0310940028-94



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG**

2007

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL
MENGUNAKAN KRITERIA NYQUIST**

Oleh :

INDAH YUNITA LESTARI
0310940028-94

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal Oktober 2007
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang Matematika

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. H. Sobri Abusini, MT
NIP. 131 759 591

Drs. Imam Nurhadi P., MT
NIP. 131 837 971

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, MSc
NIP. 132 126 049

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : INDAH YUNITA LESTARI
NIM : 0310940028-94
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Penulis Skripsi berjudul :
**ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL
MENGUNAKAN KRITERIA NYQUIST**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi Skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka Skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata Skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 31 Oktober 2007
Yang menyatakan,

(INDAH YUNITA LESTARI)
NIM. 0310940028-94

ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL MENGUNAKAN KRITERIA NYQUIST

ABSTRAK

Kestabilan merupakan masalah yang penting dalam sistem kontrol. Untuk itu diperlukan suatu metode yang dapat digunakan untuk menganalisa kestabilan sistem kontrol. Salah satu metodenya didasari oleh kriteria Nyquist. Dalam skripsi ini dibahas penentuan kestabilan sistem kontrol linier dengan menggunakan kriteria Nyquist. Berdasarkan hasil analisa yang dilakukan, diperoleh dua keadaan yaitu sistem akan stabil jika $Z = 0$, dan tidak stabil jika $Z > 0$, di mana Z merupakan banyaknya *zero* dari $1 + G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S . Sebagai ilustrasi, ditentukan kestabilan sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi dengan menggunakan kriteria Nyquist.

Kata kunci: kestabilan, kriteria Nyquist, sistem kontrol.

STABILITY ANALYSIS OF CONTROL SYSTEMS BY USING NYQUIST CRITERION

ABSTRACT

Stability is an important problem in control systems. It is required a method to analyze the stability of a control system. One of the methods is based on Nyquist criterion. This final project study about determination of stability of a linear control system by using Nyquist criterion. The stability analysis obtained two conditions as follows. The system is stable if $Z = 0$, and unstable if $Z > 0$. Where Z is the number of zeros of $1 + G(s)H(s)$ that lie on the right side of imaginary axis of S -plane. As an illustration, stability of a fluid surface control systems with interaction can be determined using Nyquist criterion.

Key words: stability, Nyquist criterion, control systems.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga Skripsi yang berjudul "**ANALISA KESTABILAN SISTEM KONTROL MENGGUNAKAN KRITERIA NYQUIST**" ini dapat diselesaikan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Drs. H. Sobri Abusini, MT, selaku dosen pembimbing I sekaligus penasihat akademik atas motivasi, nasihat, saran dan bimbingannya selama ini.
2. Drs. Imam Nurhadi P., MT, selaku dosen pembimbing II atas saran dan bimbingannya kepada penulis.
3. Dr. Agus Suryanto, MSc, selaku ketua Jurusan Matematika.
4. Dr. Wuryansari M. K., M.Si, Drs. M. Muslikh, M.Si, dan Isnani Darti, S.Si, M.Si, selaku dosen penguji atas saran yang diberikan kepada penulis.
5. Keluarga penulis, ibu, bapak, Mbak Dian, Mas Welli dan Fajri atas doa, semangat dan pengorbanannya selama ini.
6. Bapak dan ibu dosen, serta seluruh karyawan Jurusan Matematika Universitas Brawijaya.
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu atas doa, bantuan dan dukungannya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, apabila terdapat kekurangan dalam skripsi ini, saran dan kritik membangun sangat diharapkan penulis. Semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, 31 Oktober 2007

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan.....	2
1.4 Batasan Masalah.....	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Konsep Dasar Variabel Kompleks	3
2.1.1 Variabel Kompleks	3
2.1.2 Fungsi Variabel Kompleks	3
2.1.3 Fungsi Analitik	4
2.1.4 Keesingularan dan <i>Pole</i> suatu Fungsi	4
2.1.5 <i>Zero</i> Suatu Fungsi.....	4
2.2 Persamaan Diferensial	5
2.3 Transformasi Laplace	5
2.4 Transformasi Laplace dari Turunan suatu Fungsi	5
2.5 Sistem Kontrol.....	6
2.6 Diagram Blok	7
2.7 Penjumlahan dan Pengurangan.....	8
2.8 Titik Cabang	8
2.9 Elemen Sistem Kontrol.....	9
2.10 Variabel Sistem Kontrol	10
2.11 Fungsi Alih (<i>Transfer Function</i>)	11
2.12 Kestabilan	12
2.13 Kriteria Kestabilan Nyquist.....	12
2.14 Teorema Cauchy.....	15

2.15	Teorema Residu.....	15
2.16	Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair.....	15
2.17	Model Matematika.....	16

BAB III PEMBAHASAN

3.1	Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Di mana $G(s)H(s)$ Tidak Mempunyai Pole atau Zero pada Sumbu $j\omega$	19
3.2	Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Di mana $G(s)H(s)$ Melibatkan Pole dan atau Zero pada Sumbu $j\omega$	20
3.3	Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Umum Di mana $G(s)H(s)$ Mempunyai Pole dan Zero pada Sumbu Imajiner $j\omega$	21
3.4	Analisa Kestabilan Nyquist	24
3.5	Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi	24
3.5.1	Analisa Kestabilan.....	24
3.5.2	Persamaan Diferensial	26
3.5.3	Diagram Blok	26
3.5.4	Contoh Penerapan Kriteria Kestabilan Nyquist.....	29

BAB IV PENUTUP

4.1	Kesimpulan.....	33
4.2	Saran	33

DAFTAR PUSTAKA	35
-----------------------------	-----------

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Bidang Kompleks	3
Gambar 2.2 Sistem Kontrol Rangkaian Tertutup	7
Gambar 2.3 Sistem Kontrol Rangkaian Terbuka	7
Gambar 2.4 Simbol Diagram Blok.....	8
Gambar 2.5 Penjumlahan dan Pengurangan.....	8
Gambar 2.6 Pencabangan	9
Gambar 2.7 Diagram Blok Sistem Kontrol Rangkaian Tertutup	9
Gambar 2.8 Diagram Blok Fungsi Alih	11
Gambar 2.9 Sistem Rangkaian Tertutup	12
Gambar 2.10 Kontur Tertutup pada Bidang S	13
Gambar 2.11 Diagram $G(j\omega)H(j\omega)$ pada Bidang $1 + GH$ dan Bidang GH	14
Gambar 2.12 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair.....	15
Gambar 3.1 Daerah yang Dilingkupi oleh Diagram Nyquist	20
Gambar 3.2 Kontur Tertutup pada Bidang S untuk Menghindari $Pole$ dan $Zero$ di Titik Asal.....	20
Gambar 3.3 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi.....	25
Gambar 3.4 Elemen Diagram Blok Sistem yang Ditunjukkan pada Gambar 3.4.....	27
Gambar 3.5 Diagram Blok Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi	27
Gambar 3.6 Diagram Nyquist untuk Contoh 1.....	30
Gambar 3.7 Diagram Nyquist untuk Contoh 2.....	31

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem kontrol memegang peranan yang penting dalam era teknologi masa kini dan akan bertambah besar peranannya dalam kegiatan manusia di masa yang akan datang. Sistem kontrol tidak hanya memudahkan dan meningkatkan prestasi kerja, tetapi juga membantu manusia dalam menyelesaikan tugas-tugasnya.

Sistem kontrol merupakan suatu proses pengaturan atau pengendalian terhadap satu atau beberapa besaran sehingga berada pada suatu harga atau rangkuman range tertentu.

Masalah yang paling penting dalam sistem kontrol adalah mengenai kestabilan. Untuk menentukan kestabilan sistem kontrol linier yang parameternya konstan, ada beberapa kriteria yang dapat digunakan. Salah satunya adalah kriteria kestabilan Nyquist. Kriteria Nyquist tidak hanya menunjukkan kestabilan tetapi juga memberikan informasi yang berguna untuk merancang kompensator.

Kriteria kestabilan Nyquist merupakan suatu metode grafik yang memberikan informasi mengenai perbedaan antara jumlah *pole* dan *zero* dari fungsi alih rangkaian tertutup yang berada pada sebelah kanan bidang S dengan mengamati perilaku plot Nyquist fungsi alih rangkaian. *Pole* dari fungsi alih rangkaian tertutup adalah akar-akar persamaan karakteristik. Kriteria Nyquist tidak hanya menyatakan masalah stabil atau tidak stabil, tetapi juga dapat menentukan tingkat kestabilan suatu sistem kontrol.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. bagaimana cara menentukan kestabilan suatu sistem kontrol linier dengan menggunakan kriteria Nyquist?
2. bagaimana menerapkan kriteria Nyquist dalam menentukan kestabilan sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi?

1.3 Tujuan

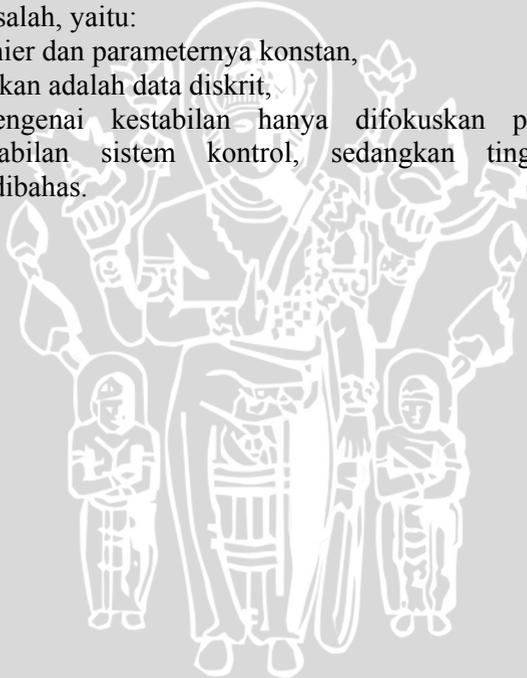
Adapun tujuan dari skripsi ini adalah:

1. mengetahui cara menentukan kestabilan suatu sistem kontrol linier dengan menggunakan kriteria Nyquist,
2. menerapkan kriteria Nyquist dalam menentukan kestabilan sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi.

1.4 Batasan Masalah

Penulisan skripsi ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah, yaitu:

1. sistem kontrol linier dan parameternya konstan,
2. data yang digunakan adalah data diskrit,
3. pembahasan mengenai kestabilan hanya difokuskan pada penentuan kestabilan sistem kontrol, sedangkan tingkat kestabilan tidak dibahas.



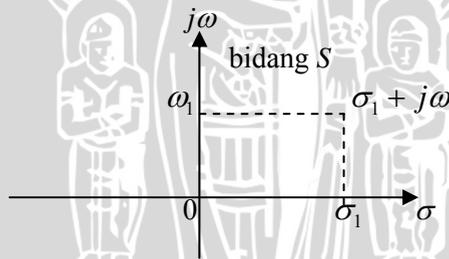
BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diberikan beberapa definisi dan teori yang menunjang pembahasan. Pustaka yang digunakan dalam bab ini adalah Kuo (1987), Pakpahan (1994), Ogata (1996), Ogata (1997), Phillips (1988), Distefano (1985), Brown (1990) dan Dorf (2001).

2.1 Konsep Dasar Variabel Kompleks

2.1.1 Variabel Kompleks

Suatu variabel kompleks s mempunyai dua komponen, yaitu komponen nyata σ dan komponen imajiner ω . Secara grafis, komponen nyata digambarkan oleh sumbu σ dalam arah horisontal dan komponen imajiner digambarkan oleh sumbu vertikal $j\omega$ dalam bidang kompleks S . Gambar 2.1 menggambarkan bidang kompleks S , yang mana titik $s = s_1$ didefinisikan oleh koordinat $\sigma = \sigma_1$ dan $\omega = \omega_1$, atau secara sederhana ditulis $s_1 = \sigma_1 + j\omega_1$ dengan $j = \sqrt{-1}$.



Gambar 2.1 Bidang Kompleks

2.1.2 Fungsi Variabel Kompleks

Definisi 2.1 (Fungsi Variabel Kompleks). Misal S adalah himpunan bilangan kompleks. Fungsi kompleks f adalah suatu aturan yang memasangkan setiap titik s anggota S dengan satu titik w pada

bidang W , di mana w adalah nilai dari f di titik s , fungsi tersebut ditulis $w = f(s)$.

2.1.3 Fungsi Analitik

Definisi 2.2 (Fungsi Analitik). Fungsi $w = f(s)$ dikatakan analitik di s_0 , jika $f'(s)$ ada di s_0 dan pada suatu lingkungan dari s_0 .

2.1.4 Keesingularan dan *Pole* suatu Fungsi

Keesingularan suatu fungsi adalah titik-titik pada bidang S yang nilai fungsi atau turunannya tidak ada. Sedangkan kutub (*pole*) merupakan bentuk yang paling umum dari keesingularan dan memegang peranan yang sangat penting dalam mempelajari suatu sistem kontrol.

Definisi 2.3 (*Pole*). Jika suatu fungsi $G(s)$ analitik dan mempunyai nilai tunggal di sekitar s_i , kecuali pada s_i , fungsi tersebut dikatakan mempunyai *pole* dengan orde r pada $s = s_i$ jika $\lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i)^r G(s)]$ mempunyai suatu nilai tertentu yang bukan nol. Dengan kata lain, penyebut $G(s)$ harus mempunyai faktor $(s - s_i)^r$ sehingga ketika $s = s_i$, fungsi menjadi tidak berhingga. Jika $r = 1$, *pole* pada $s = s_i$ disebut *pole* tunggal.

2.1.5 Zero Suatu Fungsi

Definisi 2.4 (*Zero*). Jika fungsi $G(s)$ analitik pada $s = s_i$, fungsi tersebut dikatakan mempunyai *zero* berorde r pada $s = s_i$ jika $\lim_{s \rightarrow s_i} [(s - s_i)^{-r} G(s)]$ mempunyai nilai tertentu yang bukan nol.

Dengan kata lain, $G(s)$ mempunyai *zero* berorde r pada $s = s_i$ jika $\frac{1}{G(s)}$ mempunyai *pole* berorde r pada $s = s_i$.

2.2 Persamaan Diferensial

Definisi 2.5 (Persamaan Diferensial). Persamaan diferensial adalah sebuah persamaan yang merupakan hubungan antara diferensial fungsi satu variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas.

2.3 Transformasi Laplace

Definisi 2.6 (Transformasi Laplace). Misalkan $f(t)$ suatu fungsi yang didefinisikan untuk $t \geq 0$. Jika integral tak wajar $\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ konvergen ke suatu fungsi $F(s)$, maka $F(s)$ disebut transformasi Laplace dari $f(t)$ dan dinyatakan dengan $L\{f(t)\}$. Jadi transformasi Laplace dari $f(t)$ adalah:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

di mana s adalah parameter.

2.4 Transformasi Laplace dari Turunan suatu Fungsi

Jika turunan-turunan $f(t)$, yaitu $f'(t)$, $f''(t)$, $f'''(t)$, ..., $f^{(n)}(t)$ ada, maka transformasi Laplace dari $f'(t)$ adalah

$$L\{f'(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt = sF(s) - f(0).$$

Transformasi Laplace dari $f''(t)$ adalah

$$L\{f''(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f''(t) dt = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0).$$

Transformasi Laplace dari $f'''(t)$ adalah

$$L\{f'''(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f'''(t) dt = s^3 F(s) - s^2 f(0) - sf'(0) - f''(0).$$

Transformasi Laplace dari $f^{(n)}(t)$ adalah

$$L\{f^{(n)}(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f^{(n)}(t) dt = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$$

2.5 Sistem Kontrol

Sistem kontrol adalah proses pengaturan atau pengendalian terhadap satu atau beberapa besaran (variabel, parameter) sehingga berada pada suatu harga atau dalam suatu rangkaian harga (*range*) tertentu.

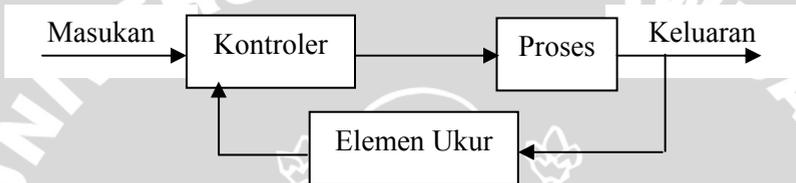
Sebelum membahas kestabilan sistem, berikut ini diberikan beberapa definisi yang berhubungan dengan sistem kontrol.

Definisi 2.7 (Sistem). Sistem adalah kombinasi dari beberapa komponen yang bekerja bersama-sama untuk suatu tujuan tertentu.

Definisi 2.8 (Sistem Linier). Sistem dikatakan linier jika berlaku prinsip superposisi yang menyatakan bahwa jika sebuah sistem yang mempunyai dua atau lebih masukan terpisah menghasilkan masing-masing keluaran, maka penjumlahan dari masing-masing masukan tersebut akan menghasilkan penjumlahan pada masing-masing keluaran. Dengan perkataan lain, jika diberikan masukan $x_1(t)$ menghasilkan keluaran $y_1(t)$, dan masukan $x_2(t)$ menghasilkan keluaran $y_2(t)$, maka masukan $c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$ menghasilkan

keluaran $c_1y_1(t) + c_2y_2(t)$, untuk semua masukan $x_1(t)$ dan $x_2(t)$ serta tetapan c_1 dan c_2 .

Definisi 2.9 (Sistem Kontrol Rangkaian Tertutup). Sistem kontrol rangkaian tertutup adalah sistem pengontrolan di mana besaran keluaran memberikan efek terhadap besaran masukan sehingga besaran yang dikontrol dapat dibandingkan terhadap harga yang diinginkan melalui alat pencatat.



Gambar 2.2 Sistem Kontrol Rangkaian Tertutup

Definisi 2.10 (Sistem Kontrol Rangkaian Terbuka). Sistem kontrol rangkaian terbuka adalah sistem kontrol di mana keluaran tidak memberikan efek terhadap besaran masukan, sehingga variabel yang dikontrol tidak dapat dibandingkan terhadap harga yang diinginkan.



Gambar 2.3 Sistem Kontrol Rangkaian Terbuka

2.6 Diagram Blok

Diagram blok menunjukkan urutan operasi secara fungsional melalui elemen-elemen yang membangunnya dan dinyatakan dengan kotak seperti pada Gambar 2.4.



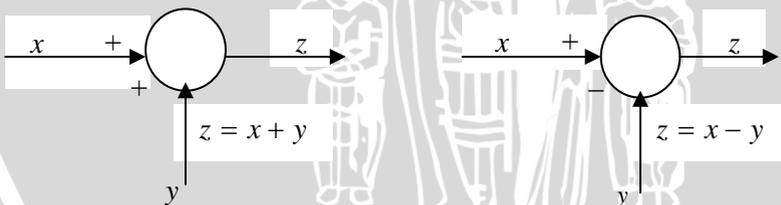
Gambar 2.4 Simbol Diagram Blok

Dalam simbol ini, A menyatakan suatu sistem atau proses (mekanis, termis, elektris, hidrolis, pneumatik) sedangkan tanda panah menunjukkan arah proses yang dinyatakan oleh variabel x dan y . Tanda panah yang menuju kotak adalah masukan sedangkan tanda panah yang menjauhi kotak adalah keluaran. Hubungan antara keluaran dan masukan dapat dinyatakan sebagai:

$$y = Ax.$$

2.7 Penjumlahan dan Pengurangan

Operasi penjumlahan atau pengurangan sering dibutuhkan dalam sistem kontrol. Operasi tersebut dinyatakan oleh simbol lingkaran kecil yang dilengkapi dengan tanda panah yang menyatakan arah proses seperti pada Gambar 2.5.

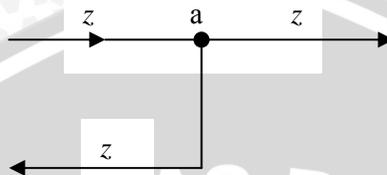


Gambar 2.5 Penjumlahan dan Pengurangan

2.8 Titik Cabang

Dalam sistem kontrol, suatu titik cabang diperlukan untuk mengembalikan keluaran ke masukan atau ke bagian lain seperti

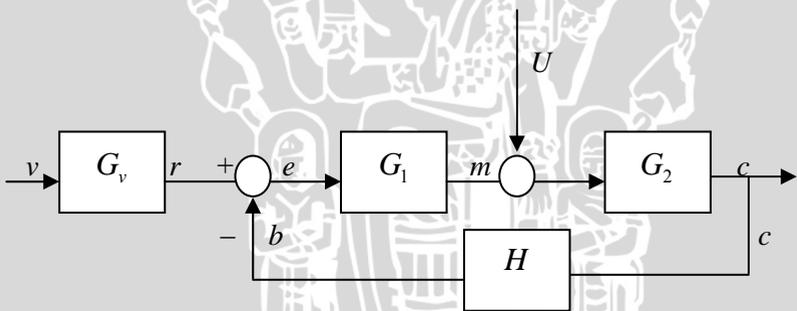
pada Gambar 2.6, di mana untuk ketiga cabang harganya sama yaitu z .



Gambar 2.6 Pencabangan

2.9 Elemen Sistem Kontrol

Setiap proses kontrol terdiri dari unit yang membentuknya yang disebut elemen sistem dan selanjutnya elemen ini terdiri dari komponen-komponen. Suatu proses kontrol secara fungsional dapat dinyatakan oleh diagram blok yang bentuknya tergantung pada jumlah elemen. Diagram blok secara umum diberikan pada Gambar 2.7 berikut ini:



Gambar 2.7 Diagram Blok Sistem Kontrol Rangkaian Tertutup

Secara umum, elemen suatu sistem kontrol rangkaian tertutup terdiri dari :

1. Masukan (*reference input element, G_v*)

Elemen ini berfungsi untuk mengubah besaran yang dikontrol menjadi sinyal masukan acuan (r) bagi sistem kontrol.

2. Pengontrol (*controller, G_1*)

Pengontrol berfungsi untuk memproses kesalahan (e) yang terjadi dan setelah kesalahan tersebut dimasukkan melalui elemen pengontrol akan dihasilkan sinyal yang berfungsi sebagai pengontrol proses.

3. Sistem (proses, G_2)
Elemen ini dapat berupa proses mekanis, elektris, hidrolis, pneumatis maupun kombinasinya.
4. Jalur umpan balik (*feedback element*, H)
Bagian sistem yang mengukur keluaran yang dikontrol dan kemudian mengubahnya menjadi sinyal umpan balik (*feedback signal*, b).
5. Jalur maju (*forward gain*)
Bagian dari sistem kontrol tanpa jalur umpan balik.

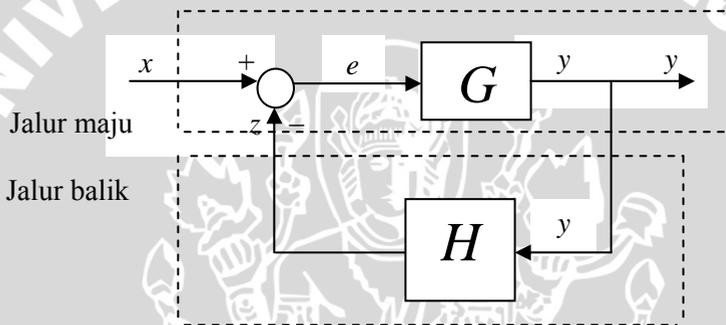
2.10 Variabel Sistem Kontrol

Berdasarkan jumlah elemen yang menyusun suatu sistem kontrol, terdapat beberapa variabel pengontrolan, yaitu:

1. *Set Point (command input, v)*
Harga yang diinginkan bagi variabel yang dikontrol selama pengontrolan.
2. *Masukan acuan (reference input, r)*
Sinyal aktual yang masuk ke dalam sistem kontrol.
3. *Keluaran yang dikontrol (controlled output, c)*
Harga atau nilai yang akan dipertahankan bagi variabel yang akan dikontrol dan merupakan harga yang ditunjukkan oleh alat pencatat.
4. *Variabel yang dimanipulasi (manipulated variable, m)*
Sinyal yang keluar dari elemen pengontrol (*controller*) dan berfungsi sebagai sinyal pengontrol tanpa adanya gangguan U .
5. *Sinyal umpan balik (feedback signal, b)*
Sinyal yang merupakan fungsi dari keluaran yang dicatat oleh alat pencatat.
6. *Kesalahan (error, e)*
Selisih antara sinyal acuan (r) dan sinyal umpan balik (b).
7. *Sinyal gangguan (disturbance, U)*
Sinyal-sinyal tambahan yang tidak diinginkan.

2.11 Fungsi Alih (*Transfer Function*)

Pada sebuah diagram blok, perbandingan antara besaran keluaran terhadap masukan disebut fungsi alih. Pada umumnya pada suatu sistem kontrol rangkaian tertutup terjadi proses perubahan keluaran yang dikembalikan sebagian setelah melalui suatu kotak umpan balik yang diberi notasi H , sehingga keluaran yang dikembalikan tersebut hanya berubah sampai ke titik penjumlahan. Diagram blok ini ditunjukkan pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8 Diagram Blok Fungsi Alih

Dalam keadaan ini:

$$z = Hy$$

$$e = x - z$$

sehingga diperoleh

$$e = x - Hy$$

Karena

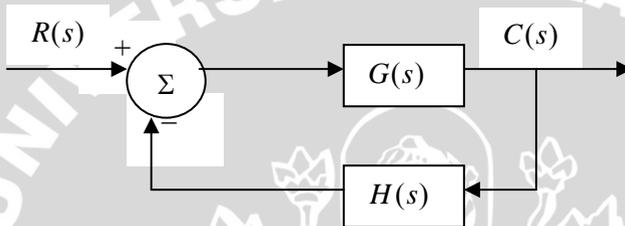
$$e = \frac{1}{G} y$$

maka fungsi alih didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{y}{x} = \frac{G}{1 + GH}$$

2.12 Kestabilan

Fungsi alih rangkaian tertutup pada Gambar 2.9 adalah $C(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$. Sistem tersebut akan stabil jika semua akar persamaan karakteristik $1 + G(s)H(s) = 0$ terletak di sebelah kiri sumbu imajiner pada bidang S (Ogata, 1997).



Gambar 2.9 Sistem Rangkaian Tertutup

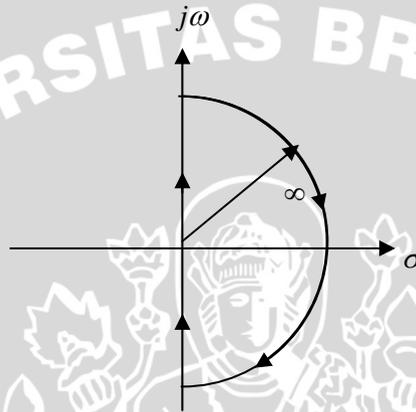
2.13 Kriteria Kestabilan Nyquist

Kriteria kestabilan Nyquist adalah kriteria kestabilan yang merelasikan respon frekuensi rangkaian terbuka $G(j\omega)H(j\omega)$ dengan banyaknya *zero* dan *pole* dari $1 + G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S .

Kriteria kestabilan Nyquist didasarkan pada suatu teorema dari teori fungsi kompleks. Untuk suatu sistem yang dapat direalisasikan secara fisis, derajat polinomial penyebut dari fungsi alih harus lebih besar dari atau sama dengan derajat polinomial pembilang, sehingga $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s)H(s) = 0$ atau sama dengan suatu konstanta (Ogata, 1997).

Untuk menganalisa kestabilan sistem kontrol linier dimisalkan kontur tertutup pada bidang S yang melingkupi seluruh bidang di sebelah kanan sumbu imajiner dari bidang S , di mana kontur tersebut terdiri dari keseluruhan sumbu $j\omega$ dari $\omega = -\infty$ sampai dengan $\omega = \infty$ dengan lintasan setengah lingkaran dengan

jari-jari tak terhingga pada bidang di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S . Kontur ini disebut lintasan Nyquist dengan arah searah jarum jam. Semua *zero* dan *pole* dari $1 + G(s)H(s)$ dengan bagian nyata positif tercakup dalam lintasan ini dengan *zero* atau *pole* dari $1 + G(s)H(s)$ tidak boleh melalui lintasan Nyquist, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.10

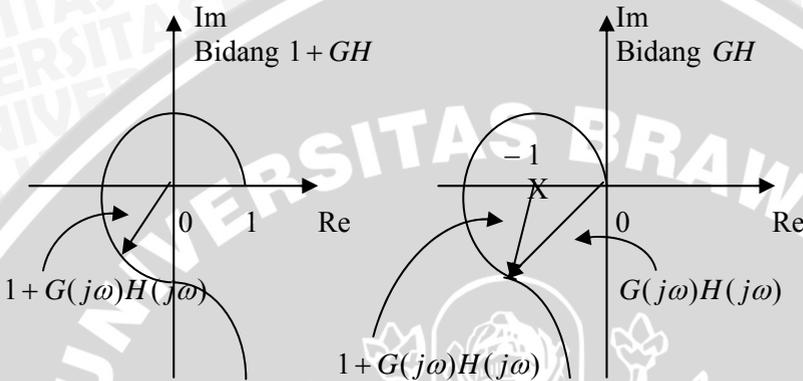


Gambar 2.10 Kontur Tertutup pada Bidang S

Jika kontur tertutup pada bidang S melingkupi seluruh bidang di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S seperti ditunjukkan pada Gambar 2.10, maka banyaknya *zero* di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S dari $F(s) = 1 + G(s)H(s)$ sama dengan banyaknya *pole* dari $F(s) = 1 + G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S ditambah dengan banyaknya pengelilingan titik asal bidang $1 + G(s)H(s)$ dengan arah searah jarum jam oleh kurva tertutup hasil pemetaan pada bidang $1 + G(s)H(s)$.

Misalkan $\lim_{s \rightarrow \infty} [1 + G(s)H(s)] = \text{konstan}$, maka fungsi $1 + G(s)H(s)$ tetap konstan jika s melintasi kurva setengah lingkaran dengan jari-jari tak terhingga, sehingga tempat kedudukan $1 + G(s)H(s)$ mengelilingi titik asal dari bidang $1 + G(s)H(s)$ atau tidak, dapat ditentukan dengan hanya meninjau sebagian dari kontur tertutup pada bidang S tersebut, yaitu sumbu $j\omega$. Pengelilingan

terhadap titik asal jika ada, terjadi hanya pada waktu suatu titik s bergerak dari $-j\infty$ sampai $+j\infty$ sepanjang sumbu $j\omega$, dengan syarat tidak ada *zero* atau *pole* yang terletak pada sumbu $j\omega$.



Gambar 2.11 Diagram $G(j\omega)H(j\omega)$ pada Bidang $1+GH$ dan Bidang GH

Bagian kontur $1+G(s)H(s)$ dari $\omega = -\infty$ sampai $\omega = \infty$ sebenarnya adalah $1+G(j\omega)H(j\omega)$. Karena $1+G(j\omega)H(j\omega)$ merupakan jumlah vektor dari vektor satuan dan vektor $G(j\omega)H(j\omega)$, maka $1+G(j\omega)H(j\omega)$ identik dengan vektor yang digambarkan dari titik $-1+j0$ ke titik ujung dari vektor $G(j\omega)H(j\omega)$ seperti ditunjukkan pada Gambar 2.11. Pengelilingan titik asal oleh grafik $1+G(j\omega)H(j\omega)$ adalah sama dengan pengelilingan titik $-1+j0$ oleh hanya tempat kedudukan $G(j\omega)H(j\omega)$. Banyaknya pengelilingan searah jarum jam titik $-1+j0$ didapat dengan menggambarkan suatu vektor dari titik $-1+j0$ ke tempat kedudukan $G(j\omega)H(j\omega)$, mulai dari $\omega = -\infty$ melalui $\omega = 0$ dan berakhir pada $\omega = \infty$, kemudian dihitung banyaknya putaran searah jarum jam dari vektor tersebut.

2.14 Teorema Cauchy

Jika $F(s)$ analitik di dalam dan pada kontur tertutup pada bidang S , maka $\oint_c F(s)ds = 0$.

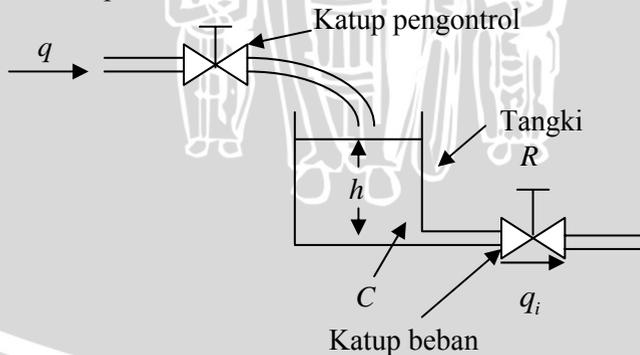
2.15 Teorema Residu

Integral $\frac{F'(s)}{F(s)}$ diambil berlawanan arah jarum jam di sekitar kontur tertutup di bidang S berarti sama dengan $2\pi j$ kali residu pada *pole* sederhana $\frac{F'(s)}{F(s)}$, atau

$$\oint_c \frac{F'(s)}{F(s)} ds = 2\pi j (\Sigma \text{Residu})$$

2.16 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair

Gambar 2.12 berikut ini merupakan sistem kontrol permukaan zat cair yang rangkaiannya terdiri dari katup pengontrol, tangki dan katup beban.



Gambar 2.12 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair

di mana

q = laju aliran masuk pada keadaan tunak (m^3/sec),

q_i = laju aliran keluar pada keadaan tunak (m^3/sec),

h = tinggi permukaan zat cair pada keadaan tunak (m),

R = resistansi (sec/m^2),

C = kapasitansi (m^2).

Sebelum membahas model matematika sistem kontrol permukaan zat cair, maka perlu didefinisikan tentang resistansi dan kapasitansi sebagai berikut:

Definisi 2.12 (Resistansi). Resistansi (R) adalah perubahan tinggi (Δh) permukaan zat cair yang diperlukan untuk membuat satu satuan perubahan laju aliran (Δq), yaitu

$$R = \frac{\Delta h \text{ (m)}}{\Delta q \text{ (m}^3/\text{sec)}}$$

Definisi 2.13 (Kapasitansi). Kapasitansi (C) adalah perubahan jumlah cairan yang tersimpan (ΔV) yang diperlukan untuk membuat satu satuan perubahan tinggi (Δh), yaitu

$$C = \frac{\Delta V \text{ (m}^3\text{)}}{\Delta h \text{ (m)}}$$

2.17 Model Matematika

Dalam sistem kontrol permukaan zat cair linier, aliran airnya adalah laminar. Untuk cairan di dalam tangki berlaku hukum kekekalan massa yaitu aliran masuk – aliran keluar = laju akumulasi atau secara matematika

$$q - q_i = A \frac{dh}{dt} \quad (2.1)$$

di mana A adalah luas penampang tangki.

Komponen lain dari sistem kontrol permukaan zat cair adalah kapasitansi, yaitu

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{A\Delta h}{\Delta h} = A \quad (2.2)$$

Dengan substitusi persamaan (2.2) ke persamaan (2.1) didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$q - q_i = C \frac{dh}{dt} \quad (2.3)$$

Untuk aliran laminar, $q_i = \frac{h}{R}$ sehingga persamaan (2.3) menjadi

$$q = \frac{h}{R} + C \frac{dh}{dt} \quad (2.4)$$



UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB III PEMBAHASAN

3.1 Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Di mana $G(s)H(s)$ Tidak Mempunyai *Pole* atau *Zero* pada Sumbu $j\omega$

Perhatikan sistem rangkaian tertutup pada Gambar 2.9. Jika fungsi alih rangkaian terbuka $G(s)H(s)$ mempunyai k *pole* di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S dan $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s)H(s) = \text{konstan}$, maka agar sistem stabil tempat kedudukan $G(j\omega)H(j\omega)$ untuk $\omega = -\infty$ sampai $\omega = \infty$ harus mengelilingi titik $-1 + j0$ k kali berlawanan arah dengan arah jarum jam .

Kriteria kestabilan Nyquist dapat dinyatakan sebagai:

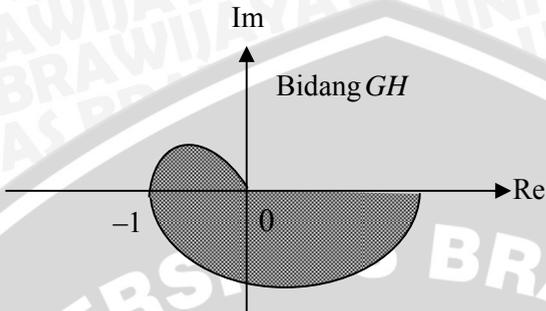
$Z = N + P$, di mana

Z = banyaknya *zero* dari $1 + G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S .

N = banyaknya pengelilingan titik $-1 + j0$ searah jarum jam.

P = banyaknya *pole* dari $G(s)H(s)$ di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S .

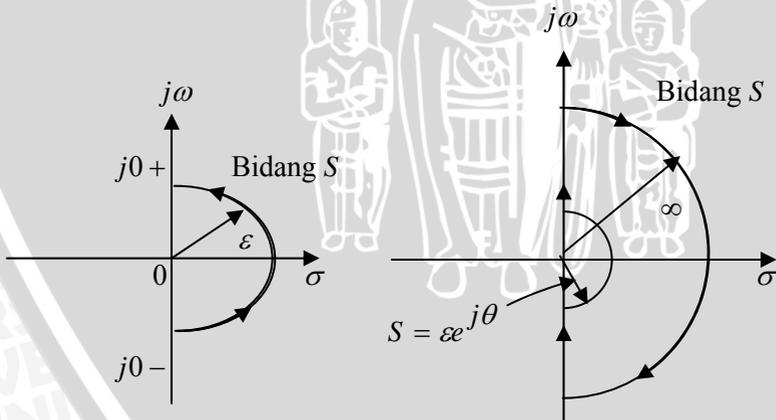
Jika $P \neq 0$, maka suatu sistem kontrol akan stabil, jika didapat $Z = 0$ atau $N = -P$, yang berarti harus didapat P pengelilingan titik $-1 + j0$ berlawanan dengan arah jarum jam. Jika $G(s)H(s)$ tidak mempunyai *pole* di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S , maka $Z = N$. Agar stabil tidak boleh ada pengelilingan titik $-1 + j0$ oleh tempat kedudukan $G(j\omega)H(j\omega)$. Daerah yang dilingkupi lintasan Nyquist seperti ditunjukkan pada Gambar 3.1, akan stabil jika titik $-1 + j0$ harus terletak di luar daerah yang diarsir.



Gambar 3.1 Daerah yang Dilingkupi oleh Diagram Nyquist

3.2 Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Di mana $G(s)H(s)$ Melibatkan *Pole* dan atau *Zero* pada Sumbu $j\omega$

Karena lintasan Nyquist tidak boleh melalui *zero* atau *pole* dari $G(s)H(s)$, maka kontur pada bidang S harus dimodifikasi dengan membentuk kontur di dekat titik asal yang menggunakan lintasan setengah lingkaran dengan jari-jari sangat kecil ϵ , seperti pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Kontur Tertutup pada Bidang S untuk Menghindari *Pole* dan *Zero* di Titik Asal

Diambil suatu titik s yang bergerak sepanjang sumbu $j\omega$ negatif, dengan $s = j0^-$ sampai dengan $s = j0^+$. Titik s bergerak mengikuti setengah lingkaran dengan jari-jari ε (di mana $\varepsilon \ll 1$) dan selanjutnya bergerak sepanjang sumbu $j\omega$ positif dari $j0^+$ sampai dengan $j\infty$ dan mengikuti setengah lingkaran dengan jari-jari tak berhingga, dan bergerak kembali ke titik awal. Daerah kontur tertutup yang dimodifikasi adalah sangat kecil dan luasnya mendekati nol jika ε mendekati nol, sehingga jika ada *pole* dan *zero* di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang s akan dilingkupi oleh kontur tersebut.

3.3 Kriteria Kestabilan Nyquist untuk Kasus Umum Di mana $G(s)H(s)$ Mempunyai *Pole* dan *Zero* pada Sumbu Imajiner $j\omega$

Perhatikan Gambar 2.9. Jika fungsi alih rangkaian terbuka $G(s)H(s)$ mempunyai k *pole* di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S , maka sistem akan stabil jika tempat kedudukan $G(s)H(s)$ harus mengelilingi titik $-1 + j0$ sebanyak k kali dengan arah berlawanan arah jarum jam.

Teorema 3.1. Misal $F(s)$ merupakan rasio polinomial dalam s , P banyaknya *pole* dan Z banyaknya *zero* dari $F(s)$ yang terletak di dalam kontur tertutup pada bidang S dengan kontur tertutupnya adalah sedemikian sehingga tidak melalui *pole* dan *zero* dari $F(s)$, dan N banyak total pengelilingan titik asal dari bidang $F(s)$ searah jarum jam. Jika titik s bergerak mengikuti kontur tersebut, maka N dari titik s akan sama dengan $Z - P$.

Bukti: Untuk membuktikan teorema ini, digunakan teorema Cauchy dan teorema residu.

Misalkan $F(s) = \frac{(s+z_1)^{k_1}(s+z_2)^{k_2}\dots}{(s+p_1)^{m_1}(s+p_2)^{m_2}\dots} X(s)$, dengan $X(s)$

analitik dalam kontur tertutup pada bidang S dan semua *pole* serta *zero* berada di dalam kontur tersebut. Rasio $\frac{F'(s)}{F(s)}$ dapat ditulis:

$$\frac{F'(s)}{F(s)} = \left(\frac{k_1}{s+z_1} + \frac{k_2}{s+z_2} + \dots \right) - \left(\frac{m_1}{s+p_1} + \frac{m_2}{s+p_2} + \dots \right) + \frac{X'(s)}{X(s)} \quad (3.1)$$

Persamaan (3.1) dapat ditentukan dengan pertimbangan, jika $F(s)$ diberikan oleh $F(s) = (s+z_1)^k X(s)$ (3.2)

Misalkan $s = -z_1$ adalah sebuah *pole* berorde k dari $F(s)$ pada persamaan (3.2) dengan $X(s) \neq 0$, maka didapat:

$$\begin{aligned} F'(s) &= k(s+z_1)^{k-1} X(s) + (s+z_1)^k X'(s) \\ \frac{F'(s)}{F(s)} &= \frac{k(s+z_1)^{k-1} X(s) + (s+z_1)^k X'(s)}{(s+z_1)^k X(s)} \\ &= \frac{k}{s+z_1} + \frac{X'(s)}{X(s)} \end{aligned}$$

$F(s)$ analitik di dalam kontur tersebut, kecuali pada $s = -z_1$.

Dengan pengintegralan sekitar $s = -z_1$, diperoleh:

$$\begin{aligned} \oint_{C_1} \frac{F'(s)}{F(s)} ds &= \oint_{C_1} \frac{k}{s+z_1} ds + \oint_{C_1} \frac{X'(s)}{X(s)} ds \\ &= k \oint_{C_1} \frac{1}{s+z_1} ds + 0 \\ &= 2\pi j k [\Sigma \text{Res}]_{s=-z_1} \\ &= 2\pi j k Z \\ &= 2\pi j Z \end{aligned} \quad (3.3)$$

Secara sama untuk *pole* berorde $-m$ di $s = -z_2$, didapat:

$$F(s) = (s + z_2)^{-m} Y(s), \text{ dengan } Y(s) \neq 0.$$

$$F'(s) = -m(s + z_2)^{-m-1} Y(s) + (s + z_2)^{-m} Y'(s)$$

$$\begin{aligned} \frac{F'(s)}{F(s)} &= \frac{-m(s + z_2)^{-m-1} Y(s) + (s + z_2)^{-m} Y'(s)}{(s + z_2)^{-m} Y(s)} \\ &= \frac{-m}{s + z_2} + \frac{Y'(s)}{Y(s)} \end{aligned}$$

$F(s)$ analitik di dalam kontur tersebut, kecuali pada $s = -z_2$.

Dengan pengintegralan sekitar $s = -z_2$, diperoleh:

$$\begin{aligned} \oint_{C_2} \frac{F'(s)}{F(s)} ds &= \oint_{C_2} \frac{-m}{s + z_2} ds + \oint_{C_2} \frac{Y'(s)}{Y(s)} ds \\ &= -m \oint_{C_2} \frac{1}{s + z_2} ds + 0 \\ &= -2\pi j m [\Sigma \text{Res}]_{s=-z_2} \\ &= -2\pi j m P \\ &= -2\pi j P \end{aligned} \tag{3.4}$$

Berdasarkan persamaan (3.3) dan (3.4), maka diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi j} \oint_C \frac{F'(s)}{F(s)} ds &= \frac{1}{2\pi j} \oint_{C_1} \frac{F'(s)}{F(s)} ds + \frac{1}{2\pi j} \oint_{C_2} \frac{F'(s)}{F(s)} ds \\ &= \frac{1}{2\pi j} [2\pi j Z - 2\pi j P] \\ &= Z - P \end{aligned}$$

Selanjutnya, karena $d[\ln F(s)] = [F'(s)/F(s)] ds$ dan

$\ln F(s) \equiv \ln|F(s)| + j \arg F(s)$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi j} \oint_C \frac{F'(s)}{F(s)} ds &= \frac{1}{2\pi j} \left[\ln|F(s)| \right]_C + \frac{1}{2\pi j} \left[j \arg F(s) \right]_C \\ Z - P &= \frac{1}{2\pi} \left[\arg F(s) \right]_C \end{aligned}$$

Karena C tertutup maka bayangan C di bidang $F(s)$ juga tertutup, dan perubahan sudut pada $\arg F(s)$ di sekitar kontur $F(s)$ adalah 2π kali banyaknya pengelilingan N dari titik asal di bidang $F(s)$. Maka $Z - P = 2\pi N / 2\pi = N$. ■

3.4 Analisa Kestabilan Nyquist

Jika lintasan Nyquist pada bidang S mengelilingi z zero dan p pole dari $1+G(s)H(s)$ dan tidak melalui pole atau zero dari $1+G(s)H(s)$, serta suatu titik s bergerak searah jarum jam sepanjang lintasan tersebut, maka kontur hasil pemetaan pada bidang $G(s)H(s)$ mengelilingi titik $-1+j0$ dengan $N = Z - P$ kali searah jarum jam (harga negatif dari N berarti pengelilingan yang berlawanan arah dengan jarum jam). Ada tiga kemungkinan dalam menguji sistem kontrol linier dengan analisa Nyquist, yaitu:

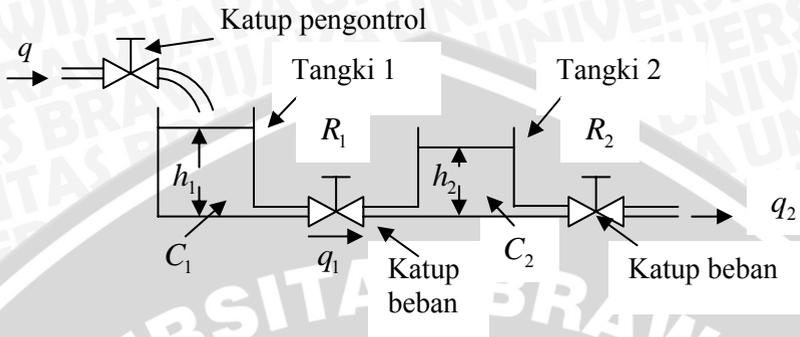
1. Tidak ada pengelilingan titik $-1+j0$, yang berarti bahwa sistem akan stabil jika tidak ada pole dari $G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S .
2. Ada satu atau lebih pengelilingan titik $-1+j0$, yang berarti sistem akan stabil jika banyaknya pengelilingan yang berlawanan dengan arah jarum jam sama dengan banyaknya pole dari $G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner pada bidang S .
3. Ada satu atau lebih pengelilingan titik $-1+j0$ yang searah dengan arah jarum jam, yang berarti sistem tidak stabil.

Berdasarkan tiga kemungkinan tersebut, maka menurut kriteria Nyquist suatu sistem akan stabil jika $Z = 0$ dan tidak stabil jika $Z > 0$.

3.5 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi

3.5.1 Analisa Kestabilan

Sistem ini terdiri dari dua tangki yang berinteraksi seperti diilustrasikan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi

Di mana

q = laju aliran masuk pada keadaan tunak (m^3/sec),

h = tinggi permukaan zat cair pada keadaan tunak (m),

R = resistansi (sec/m^2),

C = kapasitansi (m^2).

Dalam analisa sistem aliran zat cair, aliran airnya dibedakan menjadi dua, yaitu aliran laminar dan aliran turbulen. Dalam Gambar 3.3 ditinjau aliran melalui pipa pendek yang dihubungkan pada dua tangki dengan aliran air adalah laminar. Perlu diketahui bahwa dengan aliran laminar maka sistem adalah linier.

Dalam Gambar 3.3 aliran air dimulai dari kran 1 (katup pengontrol) dengan laju aliran q yang masuk pada tangki 1, sehingga mempengaruhi ketinggian air pada tangki 1 (h_1). Dengan adanya perubahan ketinggian cairan, maka dapat diketahui kapasitansi dari tangki 1 (C_1).

Kemudian air dialirkan ke tangki 2 melalui pipa pendek dengan pintu kran 2 (katup beban), sehingga laju aliran menjadi q_1 . Karena ada katup beban yaitu kran 2, maka dapat ditentukan nilai hambatan (resistansi) pada tangki 1 aliran air tersebut (R_1).

Untuk tangki 2 dapat ditentukan nilai dari C_2 dan aliran dari tangki 2 keluar melalui katup beban 2, sehingga dapat ditentukan nilai dari R_2 dan laju aliran air yang keluar adalah q_2 .

3.5.2 Persamaan Diferensial

Sesuai dengan persamaan (2.1) sampai dengan persamaan (2.4) diperoleh persamaan dari Gambar 3.3 sebagai berikut:

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1 \quad (3.5)$$

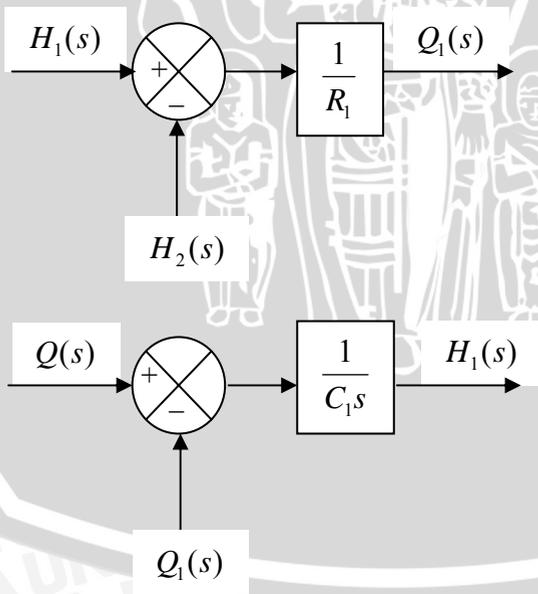
$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q - q_1 \quad (3.6)$$

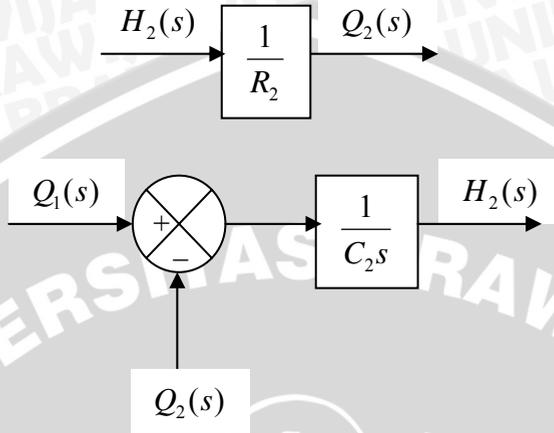
$$\frac{h_2}{R_2} = q_2 \quad (3.7)$$

$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2 \quad (3.8)$$

3.5.3 Diagram Blok

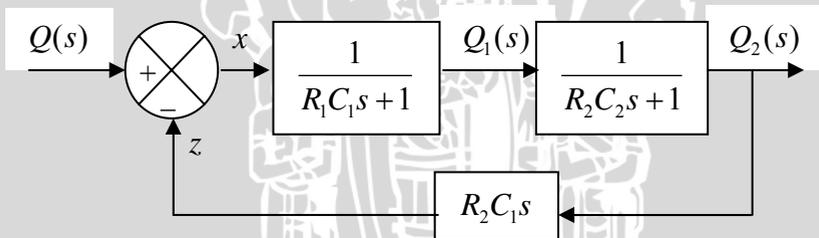
Dari persamaan (3.5) sampai (3.8) diperoleh elemen-elemen diagram blok, seperti ditunjukkan pada Gambar 3.4.





Gambar 3.4 Elemen Diagram Blok Sistem yang Ditunjukkan pada Gambar 3.3

Dengan menghubungkan sinyal-sinyal sebagaimana mestinya dan melalui proses penyederhanaan, maka dari sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi pada Gambar 3.3 dapat dibuat diagram blok sebagai berikut:



Gambar 3.5 Diagram Blok Sistem Kontrol Permukaan Zat Cair dengan Interaksi

Fungsi alih sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi pada Gambar 3.3 adalah

$$z = R_2 C_1 s Q_2(s) \tag{3.9}$$

$$x = Q(s) - z \tag{3.10}$$

$$Q_1(s) = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} x \quad (3.11)$$

$$Q_2(s) = \frac{Q_1(s)}{R_2 C_2 s + 1} \quad (3.12)$$

maka dari persamaan (3.9) sampai dengan persamaan (3.12) dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1} \quad (3.13)$$

Jadi persamaan karakteristik sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi adalah

$$R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) s + 1 = 0$$

Dalam analisa kestabilan sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi diperlukan masukan q , q_1 , q_2 , h_1 dan h_2 . Dengan asumsi sistem adalah invarian waktu maka kestabilan ditentukan

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1 \quad (3.14)$$

$$C_1 = \frac{q - q_1}{h_1} \quad (3.15)$$

$$\frac{h_2}{R_2} = q_2 \quad (3.16)$$

$$C_2 = \frac{q_1 - q_2}{h_2} \quad (3.17)$$

Dengan masukan q , q_1 , q_2 , h_1 dan h_2 diperoleh nilai dari R_1 , R_2 , C_1 dan C_2 .

3.5.4 Contoh Penerapan Kriteria Kestabilan Nyquist

1. Dengan rangkaian sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi pada Gambar 3.3, jika diketahui nilai-nilai pada masing-masing komponen adalah sebagai berikut:

$$q = 9m^3 / \text{sec}; \quad q_1 = 7m^3 / \text{sec}; \quad q_2 = 4m^3 / \text{sec}; \quad h_1 = 6m \quad \text{dan} \\ h_2 = 5m . \text{ Tentukan apakah sistem tersebut stabil?}$$

Penyelesaian:

Dengan masukan q , q_1 , q_2 , h_1 dan h_2 yang tersebut di atas, maka nilai dari R_1 , R_2 , C_1 dan C_2 dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (3.14) sampai dengan (3.17) adalah sebagai berikut:

$$R_1 = 0.142857142 \text{sec} / m^2$$

$$R_2 = 1.25 \text{sec} / m^2$$

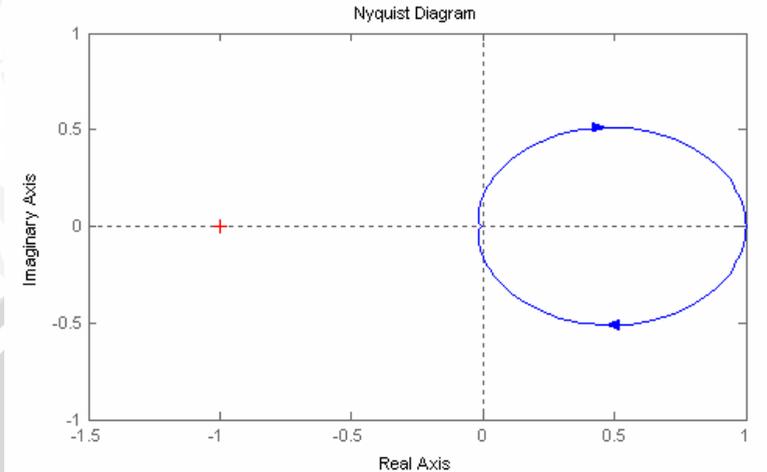
$$C_1 = 0.333333333 m^2$$

$$C_2 = 0.6 m^2$$

Selanjutnya nilai-nilai tersebut disubstitusikan ke persamaan (3.13), sehingga diperoleh fungsi alih dari sistem tersebut adalah:

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{0.035714285s^2 + 1.214285714s + 1}$$

Harga *pole* sistem ini adalah $s = -0.84450558$ dan $s = -33.15549509$ yang berarti tidak ada *pole* yang berada di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S . Diagram Nyquist untuk sistem ini dapat dilihat pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6 Diagram Nyquist untuk Contoh 1

Dengan melihat kriteria Nyquist: $Z = N + P = 0 + 0 = 0$.

N bernilai nol karena diagram Nyquist tidak mengelilingi titik -1 , dan P bernilai nol karena fungsi alih tidak memiliki *pole* di setengah bidang bagian kanan.

Dengan demikian sistem ini stabil.

2. Dengan rangkaian sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi pada Gambar 3.3, jika diketahui nilai-nilai pada masing-masing komponen adalah sebagai berikut:

$q = 5m^3/sec$; $q_1 = 3m^3/sec$; $q_2 = 2m^3/sec$; $h_1 = 4m$ dan $h_2 = 5m$. Tentukan apakah sistem tersebut stabil?

Penyelesaian:

Dengan masukan q , q_1 , q_2 , h_1 dan h_2 yang tersebut di atas, maka nilai dari R_1 , R_2 , C_1 dan C_2 dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (3.14) sampai dengan (3.17) adalah sebagai berikut:

$$R_1 = -0.3333333333 \text{sec}/m^2$$

$$R_2 = 2.5 \text{sec}/m^2$$

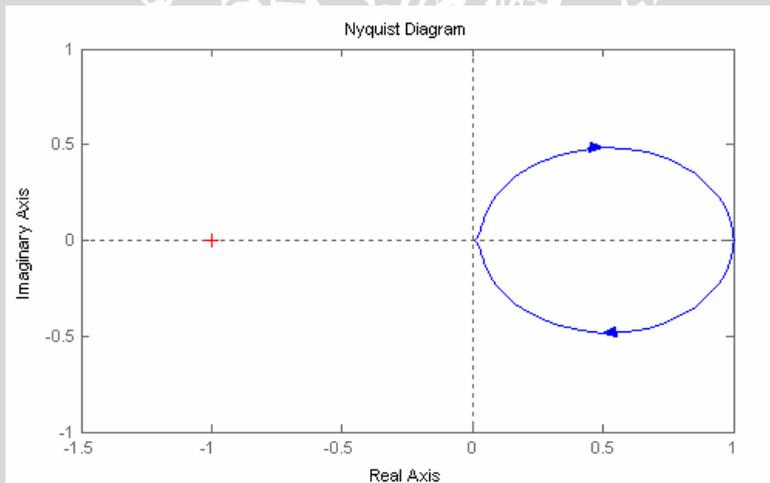
$$C_1 = 0.5 m^2$$

$$C_2 = 0.2 m^2$$

Selanjutnya nilai-nilai tersebut disubstitusikan ke persamaan (3.13), sehingga diperoleh fungsi alih dari sistem tersebut adalah:

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{-0.0833333333s^2 + 1.5833333334s + 1}$$

Harga *pole* sistem ini adalah $s = -0.611874206$ dan $s = 19.61187429$ yang berarti terdapat satu *pole* yang berada di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S yaitu pada $s = 19.61187429$. Diagram Nyquist untuk sistem ini dapat dilihat pada Gambar 3.7.



Gambar 3.7 Diagram Nyquist untuk Contoh 2

Dengan melihat kriteria Nyquist: $Z = N + P = 0 + 1 = 1$.

N bernilai nol karena diagram Nyquist tidak mengelilingi titik -1 , dan P bernilai satu karena fungsi alih memiliki satu *pole* di setengah bidang bagian kanan. Dengan demikian sistem ini tidak stabil.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Cara menentukan kestabilan suatu sistem kontrol linier adalah dengan mencari fungsi alihnya terlebih dahulu, yaitu dengan menuliskan persamaan diferensial dari sistem, kemudian dari persamaan tersebut diperoleh elemen-elemen diagram blok. Selanjutnya elemen-elemen tersebut dihubungkan dan melalui proses penyederhanaan sehingga menghasilkan diagram blok yang sesuai. Sedangkan parameteranya dihitung dan diuji sesuai dengan dasar teori yang ada.

Kriteria kestabilan Nyquist dinyatakan dengan $Z = N + P$, di mana

Z = banyaknya *zero* dari $1 + G(s)H(s)$ yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S .

N = banyaknya pengelilingan titik $-1 + j0$ searah jarum jam.

P = banyaknya *pole* dari $G(s)H(s)$ di sebelah kanan sumbu imajiner bidang S .

Sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi menurut kriteria kestabilan Nyquist menghasilkan dua keadaan yaitu sistem tersebut dinyatakan stabil jika $Z = 0$, dan tidak stabil jika $Z > 0$.

4.2 Saran

Kriteria kestabilan Nyquist tidak hanya bisa diterapkan pada sistem kontrol permukaan zat cair dengan interaksi. Oleh karena itu untuk penulisan selanjutnya bisa dikembangkan pada sistem kontrol yang lain, diantaranya sistem kontrol rangkaian listrik, sistem yang digunakan untuk pendaratan otomatis suatu pesawat terbang, dan masih banyak lagi yang lain.

UNIVERSITAS BRAWIJAYA



DAFTAR PUSTAKA

- Brown, J. W., dan Churchill. 1990. *Complex Variables and Applications*. Fifth Ed. McGraw-Hill International. Singapore
- Distefano, dkk. 1985. *Sistem Pengendalian dan Umpan Balik*. Erlangga. Jakarta
- Dorf, R. C., dan Robert H. B. 2001. *Modern Control Systems*. Ninth Ed. Prentice Hall International. New Jersey
- Kuo, B. C. 1987. *Automatic Control Systems*. Prentice-Hall International, Inc. New Jersey
- Ogata, K. 1996. *Teknik Kontrol Automatik*. Jilid 1. Erlangga. Jakarta
- Ogata, K. 1997. *Teknik Kontrol Automatik*. Jilid 2. Erlangga. Jakarta
- Pakpahan, S. 1994. *Kontrol Otomatik*. Erlangga. Jakarta
- Phillips, C. L., dan R. D. Harbor. 1988. *Feedback Control System*. Prentice-Hall. New Jersey

UNIVERSITAS BRAWIJAYA

