BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Kecukupan Data

Sampel merupakan bagian dari populasi yang digunakan untuk menyimpulkan atau menggambarkan populasi. Penelitian ini memerlukan beberapa sampel yang berfungsi sebagai langkah awal agar dapat dilakukan prediksi learning curve mengunakan model Wright maupun Stanford-B. Untuk menentukan kecukupan data sampel yang harus diambil maka harus dilakukan *uji kecukupan data*.

Dari sekian banyak rumus untuk mengecek kecukupan data maka diambilah rumus yang dianggap paling sesuai, yaitu rumus Slovin. Rumus Slovin berfungsi untuk menentukan luasan yang dapat diambil sebagai sampel dalam pekerjaan pemasangan keramik. Sedangkan pengambilan sampel yang berupa luasan tersebut akan dibagi pada beberapa ruangan yang tidak ditentukan jumlahnya maupun ukurannya sehingga dapat lebih fleksibel dengan disesuaikan kondisi di lapangan.

Luas keseluruhan ruangan yang akan diamati dianggap sebagai populasi, tetapi luasan pada setiap ruko tidak seluruhnya digunakan karena pekerjaan keramik untuk kamar mandi telah dilakukan beberapa waktu lalu sehingga luasan yang digunakan untuk setiap ruko harus sudah dikurangi dengan luasan lantai kamar mandi serta untuk lantai 2 dan 3 luasan lubang yang ada akibat tangga juga tidak diperhitungkan. Perhitungan tentang luasan dan sampel berdasarkan rumus Slovin dijabarkan seperti di bawah ini.

Perhitungan dengan Rumus Slovin

$$n = \frac{N}{1 + Ne^2}$$

Dimana,

n: jumlah sampel

N: jumlah populasi

e: batas toleransi kesalahan (error tolerance)

Sehingga:

N = 949,76

e = 0,05

n $= \frac{949,76}{1+949,76\ .(0,05)^2}$

$= 281,46 \sim 290\ m^2$

Tabel 4.1 Rekapitulasi luas ruko per ruangan

Ruangan ke-	Luas Lantai	Luas Kamar Mandi	Luas Lubang Tangga	Luas Populasi
1	62,4	3,0625	0	59,34
2	61,6	3,0625	0	58,54
3	61,6	3,0625	0	58,54
4	58,4	3,0625	0	55,34
5	58,4	3,0625	0	55,34
6	67,442	3,0625	0	64,38
7	62,4	6,0625	5,72	50,62
8	61,6	6,0625	5,72	49,82
9	61,6	6,0625	5,72	49,82
10	58,4	6,0625	5,72	46,62
11	58,4	6,0625	5,72	46,62
12	67,442	6,0625	5,72	55,66
13	62,4	6,0625	5,72	50,62
14	61,6	6,0625	5,72	49,82
15	61,6	6,0625	5,72	49,82
16	58,4	6,0625	5,72	46,62
17	58,4	6,0625	5,72	46,62
18	67,442	6,0625	5,72	55,66
Total	1109,526	91,125	68,64	949,76

Jumlah sampel yang diperlukan minimal adalah sebesar 281,46m^2 sehingga akan diambil sampel dengan pembulatan ke atas sebesar 290m^2. Jumlah sampel ini akan dibagi ke beberapa ruangan agar pengamatan sampel yang dilakukan tidak terfokus pada titik tertentu.

Untuk memudahkan pengambilan sampel, maka akan dibagi menjadi beberapa siklus. Satu siklus setara dengan 10m^2 sehingga akan ada 29 data yang ditinjau sebagai sampel.

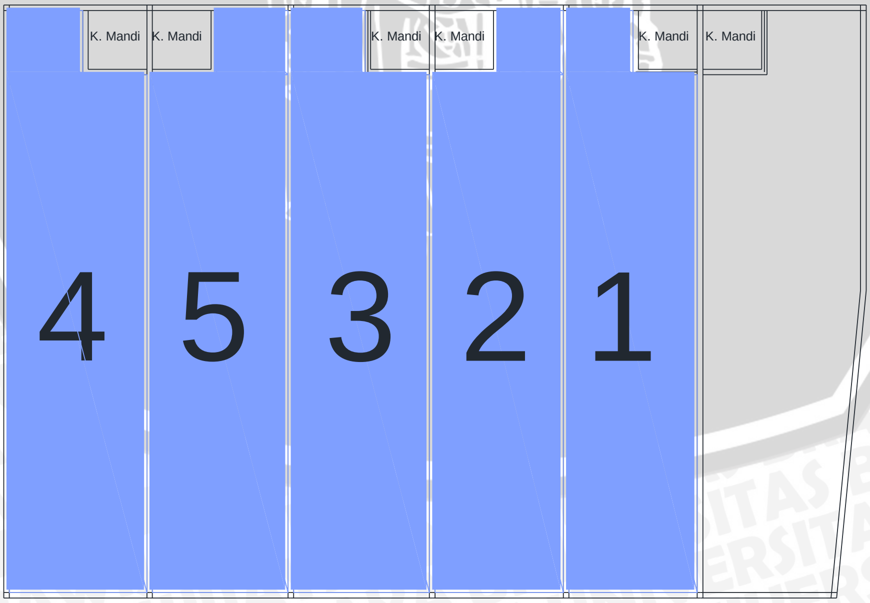
Pengamatan waktu yang dilakukan meliputi pekerjaan pemasangan keramik mulai dari:

1. Perataan luluhan
2. Pengolesan pasta yang berfungsi sebagai perekat pada sisi bawah keramik.
3. Pemasangan keramik sampai tahap pengetukkan hingga dirasa keramik telah menempel dengan sempurna.

4.2 Data Sampel

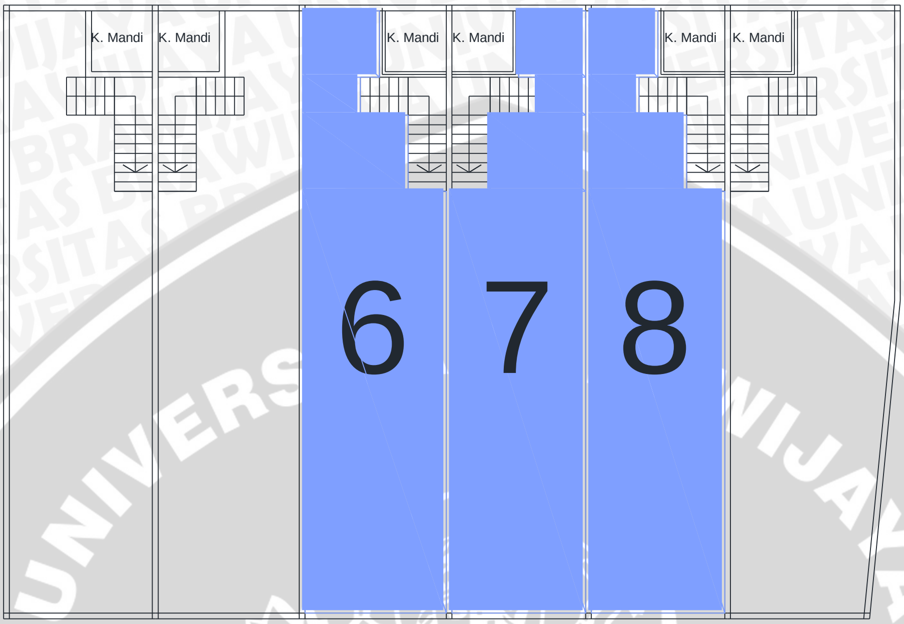
Data yang dikumpulkan berupa waktu pekerjaan pemasangan keramik tiap satuan siklus. Pengambilan data sampel dilakukan berdasarkan siklus dengan luasan yang ditentukan sendiri yaitu $10m^2$. Maksudnya adalah waktu pemasangan keramik dicatat untuk setiap $10m^2$, sehingga untuk luasan yang sama dapat kita ketahui kecendrungan peningkatan produktivitas dari siklus satu terhadap siklus yang selanjutnya. Data sampel yang dibutuhkan seluas 290 m^2 atau sebesar 29 siklus.

Pemasangan keramik dimulai dari lantai 3 kemudian turun ke lantai 2 dan berikutnya lantai dasar yaitu lantai 1. Pemasangan keramik tidak dilakukan secara berurutan dari ruko A sampai dengan ruko F, melainkan secara acak bergantung pada ketersediaan ruang yang telah bersih dari sisa-sisa pembangunan seperti kayu penyangga dan telah diberi timbunan.



Gambar 4.1 Urutan pemasangan keramik pada lantai 3

Urutan pengambilan sampel disesuaikan pada urutan ruang yang terlebih dahulu dipasangi keramik. Berikut akan disajikan gambar urutan pemasangan keramik pada Ruko X.



Gambar 4.2 Urutan pemasangan keramik pada lantai 2

Pekerjaan keramik dilakukan oleh 2 orang tukang dan 3 orang pekerja. Pekerjaan pemasangan keramik dilakukan secara wajar seperti pada umumnya walau pekerjaan tersebut sedang diamati. Perhitungan waktu dengan timer akan terus berlanjut selama masih ada kegiatan pemasangan keramik, sehingga apabila salah satu tukang berhenti mengerjakan sedangkan satu tukang berikutnya masih mengerjakan maka tetap dilakukan perhitungan waktu. Perhitungan waktu akan berhenti saat kedua tukang secara tiba-tiba menghentikan pemasangan atau pada saat menunggu luluhan dibuat.

Dalam pengamatan yang dilakukan perharinya, siklus yang dihasilkan tidak selalu sama tetapi berkisar antara 3 sampai 4 siklus. Karena kurva belajar dalam penelitian ini diukur terhadap pekerja yang tetap yaitu 2 orang tukang keramik, maka pengamatan akan terus berlanjut selama pemasangan keramik terus dilakukan sampai pada kecukupan data sampel. Ada kalanya pemasangan keramik berhenti hanya pada tiga perempat luas ruangan kemudian pindah pada ruangan setelahnya. Saat kedua tukang keramik tersebut menghentikan pekerjaan maka pengamatan pada ruangan tersebut pun berhenti. Hal ini lazim terjadi pada saat pengamatan karena sisa keramik yang belum terpasang merupakan bagian tepi yaitu bagian yang cukup sulit sehingga dialih tugaskan kepada tukang keramik lainnya. Data pengamatan terhadap sampel tersaji pada tabel 4.2 ditampilkan juga siklus ke-30 hingga ke-32, hal ini merupakan data tambahan yang tidak termasuk sebagai data sampel serta tidak akan dilakukan uji hipotesis terhadapnya.

Tabel 4.2 Rekapitulasi Data Pengamatan Waktu Pemasangan Keramik di Ruko X

No	Tanggal	Siklus ke	Luas (m2)	Durasi Pengerjaan (menit)	Durasi Pengerjaan (jam)	Produktivitas (m2/jam)
1	25/04/2016	1	10	65,85	1,10	9,11
2		2	10	63,50	1,06	9,45
3		3	10	47,38	0,79	12,66
4	26/04/2016	4	10	56,05	0,93	10,70
5		5	10	63,78	1,06	9,41
6		6	10	57,43	0,96	10,45
7		7	10	51,07	0,85	11,75
8	27/04/2016	8	10	53,33	0,89	11,25
9		9	10	53,57	0,89	11,20
10		10	10	34,52	0,58	17,38
11	28/04/2016	11	10	48,60	0,81	12,35
12		12	10	46,07	0,77	13,02
13		13	10	49,17	0,82	12,20
14	29/04/2016	14	10	43,62	0,73	13,76
15		15	10	44,32	0,74	13,54
16		16	10	51,93	0,87	11,55
17	30/04/2016	17	10	74,03	1,23	8,10
18		18	10	46,40	0,77	12,93
19		19	10	37,23	0,62	16,11
20		20	10	52,43	0,87	11,44
21	02/05/2016	21	10	51,35	0,86	11,68
22		22	10	51,82	0,86	11,58
23		23	10	50,70	0,85	11,83
24	03/05/2016	24	10	61,75	1,03	9,72
25		25	10	34,07	0,57	17,61
26		26	10	44,22	0,74	13,57
27	04/05/2016	27	10	41,63	0,69	14,41
28		28	10	56,95	0,95	10,54
29		29	10	42,52	0,71	14,11
30	05/05/2016	30	10	42,22	0,70	14,21
31		31	10	38,95	0,65	15,40
32		32	10	53,15	0,89	11,29

Dari tabel tersebut didapatkan produktivitas minimum sebesar 8,1 m^2/jam serta produktivitas maksimum sebesar 17,61 m^2/jam. Hal yang perlu diperhatikan adalah tenaga manusia tidak selamanya stabil dan meningkat, ada kalanya produktivitas menurun serta waktu yang dibutuhkan untuk mengerjakan satu siklus lebih lama dari siklus lainnya sehingga dapat dilihat waktu pengamatan real tidak sepenuhnya menurun seperti yang dikatakan dalam teori kurva belajar, tetapi penurunan tetap terjadi saat waktu tersebut dikumulatifkan dan di rata-rata atau dalam penelitian ini disebut *waktu rata-rata sampai siklus ke-*.

4.3 Pengujian Hipotesis

Data sampel yang terkumpul dari pengamatan dilapangan kemudian akan digunakan untuk tes hipotesis. Seperti yang telah dijelaskan sebelumya, uji yang digunakan berupa uji-t *pengamatan berpasangan.*

Tabel 4.3 Data Waktu dan Perbedaan Sampel

No	Siklus	Waktu Real	Waktu Rata-rata sampai siklus ke- (t)	Perbedaan (d)	(d-đ)	(d-đ)^2
1	1	65,85	65,85	-65,85	-64,10	4108,27
2	2	63,50	64,68	1,18	2,93	8,58
3	3	47,38	58,91	5,76	7,52	56,52
4	4	56,05	58,20	0,72	2,47	6,10
5	5	63,78	59,31	-1,12	0,64	0,41
6	6	57,43	59,00	0,31	2,07	4,27
7	7	51,07	57,87	1,13	2,89	8,34
8	8	53,33	57,30	0,57	2,32	5,39
9	9	53,57	56,89	0,41	2,17	4,70
10	10	34,52	54,65	2,24	3,99	15,93
11	11	48,60	54,10	0,55	2,30	5,31
12	12	46,07	53,43	0,67	2,42	5,87
13	13	49,17	53,10	0,33	2,08	4,34
14	14	43,62	52,42	0,68	2,43	5,91
15	15	44,32	51,88	0,54	2,29	5,27
16	16	51,93	51,89	0,00	1,75	3,07
17	17	74,03	53,19	-1,30	0,45	0,20
18	18	46,40	52,81	0,38	2,13	4,54
19	19	37,23	51,99	0,82	2,57	6,63
20	20	52,43	52,01	-0,02	1,73	3,00
21	21	51,35	51,98	0,03	1,79	3,19
22	22	51,82	51,98	0,01	1,76	3,10
23	23	50,70	51,92	0,06	1,81	3,27
24	24	61,75	52,33	-0,41	1,34	1,81
25	25	34,07	51,60	0,73	2,48	6,17
26	26	44,22	51,31	0,28	2,04	4,15
27	27	41,63	50,96	0,36	2,11	4,46
28	28	56,95	51,17	-0,21	1,54	2,37
29	29	42,52	50,87	0,30	2,05	4,21
			Σd	-50,87	Σ(d-đ)^2	4295,40
			đ	-1,75		

Hipotesis nol pada penelitian ini berbunyi:

"Waktu Rata-rata pekerjaan pemasangan keramik pada setiap *kumulatif siklus ke-* di Ruko X akan lebih kecil pada setiap pengulangannya"

Sesuai dengan bunyi pada hipotesis nol maka uji-t pengamatan berpasangan dua rataan yang digunakan merupakan *uji satu arah.* Sehingga tabel uji yang digunakan adalah yang terdapat arsiran hanya pada salah satu sisinya.

Perbedaan (d) didapatkan dari selisih waktu rata-rata pemasangan keramik sebelum dengan sesudahnya. Selanjutnya selisih rata-rata ($\bar{d}$) diperoleh dari penjumlahan semua selisih kemudian dibagi dengan banyaknya siklus sampel.

Hipotesis:

Ho : Ha > Hb

H1 : Ha < Hb

Perhitungan t hitung:

$$t = \frac{d}{S_d \sqrt{n}}$$

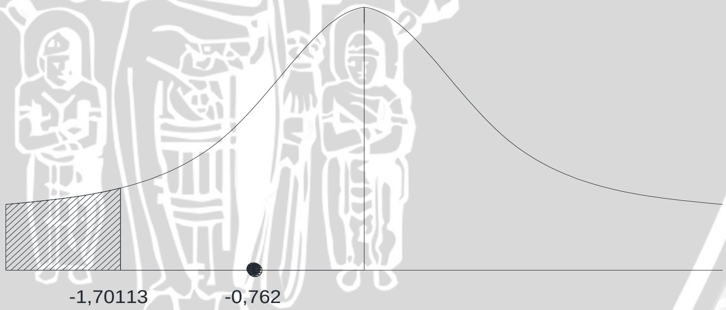
$$S_d = \sqrt{\frac{\Sigma(di - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

$$S_d = \sqrt{\frac{4295{,}4}{29-1}}$$

$$= 12{,}386$$

$$t = \frac{3}{12{,}386/\sqrt{29}}$$

= -0,762



Perhitungan t tabel:

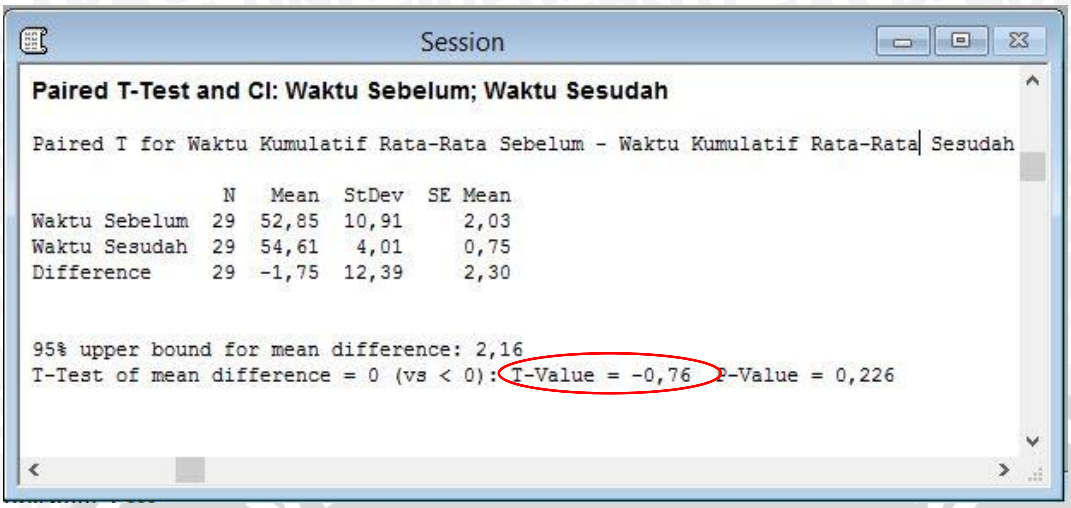
df = n-1 = 29-1 = 28

α = 0,05

t = -1,70113 (luas arsir satu ujung)

Karena t hitung masih berada dalam daerah diterima sehingga *Ho diterima.*

Perhitungan hipotesis juga dicoba dengan software *Minitab 16 Statistical* dan menghasilkan hasil *t hitung* yang sama.



Gambar 4.3 Hasil t-hitung dengan Software Minitab 16 Statistical

4.4 Kurva Belajar

4.4.1 Faktor Slope (b) dan Waktu Produksi Pertama (T_1)

Sebelum membuat kurva belajar model Wright dan Stanford-B, hal yang harus dicari adalah slope dari data pengamatan. Teori kurva belajar mengenal adanya doubling effect yaitu adanya kecepatan belajar atau slope yang konstan pada saat kali kedua kelipatannya. Pada teori sesungguhnya tentang learning curve atau kurva belajar, slope atau nilai b didapatkan dari hasil regresi linier terhadap sebaran data yang ada dengan munggunakan kurva log-log. Data pengamatan pemasangan keramik pada penelitian ini disajikan dalam bentuk *kumulatif rata-rata* serta diplotkan pada *kurva log-log* yaitu pada kedua sumbunya dinyatakan dalam bentuk ln(x) dan ln(y). Persamaan yang didapatkan akan digunakan sebagai acuan untuk mencari faktor slope dan nilai T_1. Pada *kurva log-log* tersebut akan dikondisikan sesuai doubling effect sehingga data yang dianalisis berupa data siklus kali kedua yaitu data ke-1, ke-2, ke-4, ke-8, dan ke-16.

Tabel 4.4 Data *Waktu rata-rata sampai siklus ke-* pada siklus kali kedua

No	Siklus	Waktu Rata-rata sampai Siklus ke- (t)
1	1	65,85
2	2	64,68
3	4	58,20
4	8	57,30
5	16	52,81

Berikut regresi dari data yang ada serta cara menghitung persamaannya.

4.4.1.1 Kurva Pengamatan Log-Log Kumulatif

Pada kurva ini terjadi perubahan skala yang semula normal menjadi skala logaritma baik terhadap sumbu-x maupun sumbu-y. Untuk mencari persamaan regresi linier pada kurva log-log, maka digunakan perhitungan sebagai berikut.

Tabel 4.5 Perhitungan Persamaan Regresi Persamaan Kurva Belajar

i	xi	yi	xi^2	xi.yi	$(yi-\bar{y})^2$	$(yi-a_0-a_1.xi)^2$
1	0	4,187379	0	0	10,1328134	0,000149158
2	0,693147	4,169375	0,480453	2,88999034	10,24776299	0,000676922
3	1,386294	4,063814	1,921812	5,6336421	10,93475233	0,000543252
4	2,079442	4,048301	4,324077	8,41820449	11,03758985	0,000303267
5	2,772589	3,966739	7,687248	10,9981362	11,58618342	0,000062591
Σ	6,931472	20,43561	14,41359	27,9399731	53,939102	0,001735191
Rata-rata	1,386294	7,370587				

$$a1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i{}^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5\,.\,27{,}93997 - 6{,}93147\,.\,20{,}43561}{5\,.\,14{,}41359 - 6{,}93147^2}$$

$$= -0{,}08113$$

$$a_0 = \frac{\sum y_i - a_1 \sum x_i}{n} = \frac{20{,}43561 - (-0{,}08113\,.\,6{,}93147)}{5} = 4{,}19959$$

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{53{,}9391}{5-1}} = 3{,}67216$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 = 0{,}00173$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{0{,}00173}{5-2}} = 0{,}02404$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{53{,}9391 - 0{,}00173}{53{,}9391} = 0{,}99997$$

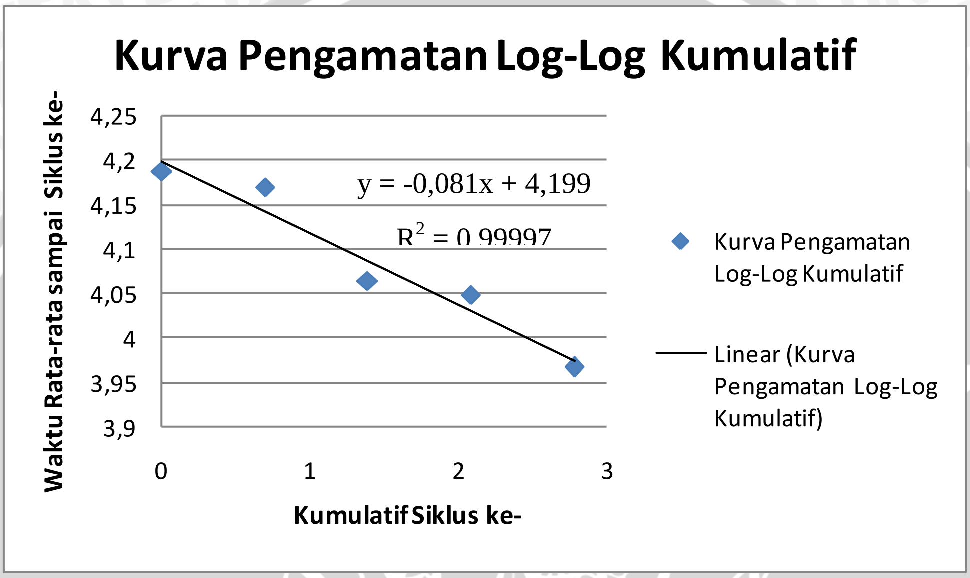
$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}99997} = 0{,}99998$$

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan a_1 dan a_0 kedalam persamaan $y = a_1 x + a_0$, sehingga didapat persamaan:

$$y = -0{,}08113x + 4{,}19959$$

$$R^2 = 0{,}99997$$

Koefisien determinasi (R2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi linier dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma pada kedua sumbunya menghasilkan kecocokan sebesar *99,997%* serta korelasi sebesar *99,998%*.



Gambar 4.4 Kurva Pengamatan Log-Log Kumulatif

Dari persamaan tersebut dapat disimpulkan bahwa faktor slope (b) adalah sebesar 0,08113 dan waktu untuk memproduksi unit pertama adalah $e^{4{,}19959}$. Kurva tersebut dalam kondisi kedua sumbu dalam skala logaritma (ln), sehingga untuk mendapatkan waktu untuk memproduksi unit pertama (T_1) harus dengan mengembalikan dalam kondisi normal yaitu dengan cara memangkatkan eksponensial dengan 4,19959. Sehingga didapatkan T1= 66,659 menit.

4.4.2 Kurva Belajar Model Wright

Kurva belajar atau learning curve dapat dihitung karena faktor slope dan waktu rata-rata sampai siklus ke- telah diketahui. Rumus yang dikemukakan oleh Wright untuk memprediksi adalah sebagai berikut.

$$\mathbf{t_n = t_1 . n^b}$$

Keterangan:

t_n = waktu rata-rata sampai siklus ke- n unit

t_1 = waktu yang dibutuhkan untuk memproduksi unit pertama

n = jumlah kumulatif unit yang diproduksi

b = faktor belajar

Sehingga kurva belajar Wright dapat dibuat dengan menggunakan rumus tersebut untuk menaksir *waktu rata-rata sampai siklus ke-* 32.

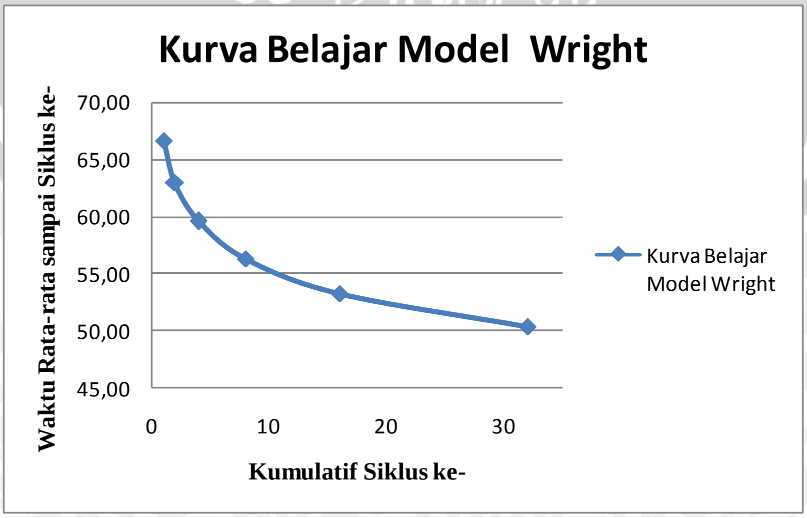
Rumus untuk mencari *waktu rata-rata sampai siklus ke-* untuk model ini adalah:

$$\mathbf{t_n = 66,659 \, . \, n^{-0,08113}}$$

Tabel 4.6 Perhitungan *Waktu Rata-rata sampai Siklus ke-* dan Produktivitas Kurva Belajar Model Wright

No	Siklus	Luas (m^2)	Waktu Rata-rata sampai siklus ke-	Produktivitas (m^2/jam)
1	1	10	66,66	9,0010
2	2	10	63,01	9,5217
3	4	10	59,57	10,0725
4	8	10	56,31	10,6552
5	16	10	53,23	11,2715
6	32	10	50,3206	11,9235

Pada tabel tersebut terlihat prediksi waktu oleh kurva belajar model Wright menunjukkan *waktu rata-rata sampai siklus ke*-32 adalah sebesar *50,3206 menit*. Berikut adalah bentuk kurva belajar model Wright.



Gambar 4.5 Kurva Belajar Model Wright

4.4.3 Kurva Belajar Model Stanford-B

Kurva belajar atau *learning curve* dapat dihitung karena faktor slope(b) dan waktu yang dibutuhkan untuk memproduksi unit pertama (T_1) telah diketahui. Rumus yang merupakan inovasi Stanford-B untuk memprediksi adalah sebagai berikut.

$$\mathbf{t_n = t_1(n + B)^b}$$

Keterangan:

t_n = waktu rata-rata sampai siklus ke-n unit

t_1 = waktu yang dibutuhkan untuk memproduksi unit pertama

n = jumlah kumulatif unit yang diproduksi

b = faktor belajar

B = unit pengalaman ekuivalen (konstan)

Dalam Penelitian ini faktor B akan dicari dengan metode coba-coba *(trial error)*. Faktor yang dicobakan berkisar antara 1-10. Rumus untuk mencari *waktu rata-rata sampai siklus ke-* untuk model ini adalah:

$$\mathbf{t_n = 66,659(n + B)^{-0,08113}}$$

4.4.3.1 *Trial Error* untuk Mencari Faktor B

Faktor B dicari dengan cara coba-coba dengan memasukkan angka antara 1-10 pada persamaan Stanford-B seperti di atas. Dari pengeplotan tersebut akan dihasilkan berbagai prediksi terhadap waktu pengerjaan dari kumulatif siklus ke-17 hingga ke-32. Hal ini dimaksudkan agar terlihat kesalahan relatif yang terkecil sehingga faktor B dapat diambil dari persamaan tersebut. Kemudian faktor B inilah yang akan digunakan dalam membuat kurva belajar model Stanford-B. Untuk lebih jelasnya akan di tampilkan pada tabel 4.7 dan 4.8 berikut.

Tabel 4.7 Perhitungan *Trial and Error* untuk mencari faktor B.

No	Kumulatif Siklus ke-	Waktu Kumulatif Rata-rata (Real)	Stanford (B=1)	Stanford (B=2)	Stanford (B=3)	Stanford (B=4)	Stanford (B=5)
1	17	53,19	52,7252	52,4945	52,2765	52,0699	51,8738
2	18	52,81	52,4945	52,2765	52,0699	51,8738	51,6871
3	19	51,99	52,2765	52,0699	51,8738	51,6871	51,5089
4	20	52,01	52,0699	51,8738	51,6871	51,5089	51,3386
5	21	51,98	51,8738	51,6871	51,5089	51,3386	51,1755
6	22	51,98	51,6871	51,5089	51,3386	51,1755	51,0190
7	23	51,92	51,5089	51,3386	51,1755	51,0190	50,8687
8	24	52,33	51,3386	51,1755	51,0190	50,8687	50,7241
9	25	51,60	51,1755	51,0190	50,8687	50,7241	50,5848
10	26	51,31	51,0190	50,8687	50,7241	50,5848	50,4504
11	27	50,96	50,8687	50,7241	50,5848	50,4504	50,3206
12	28	51,17	50,7241	50,5848	50,4504	50,3206	50,1952
13	29	50,87	50,5848	50,4504	50,3206	50,1952	50,0737
14	30	50,58	50,4504	50,3206	50,1952	50,0737	49,9561
15	31	50,21	50,3206	50,1952	50,0737	49,9561	49,8421
16	32	50,30	50,1952	50,0737	49,9561	49,8421	49,7314

No	Kumulatif Siklus ke-	Waktu Kumulatif Rata-rata (Real)	Stanford (B=6)	Stanford (B=7)	Stanford (B=8)	Stanford (B=9)	Stanford (B=10)
1	17	53,19	51,6871	51,5089	51,3386	51,1755	51,0190
2	18	52,81	51,5089	51,3386	51,1755	51,0190	50,8687
3	19	51,99	51,3386	51,1755	51,0190	50,8687	50,7241
4	20	52,01	51,1755	51,0190	50,8687	50,7241	50,5848
5	21	51,98	51,0190	50,8687	50,7241	50,5848	50,4504
6	22	51,98	50,8687	50,7241	50,5848	50,4504	50,3206
7	23	51,92	50,7241	50,5848	50,4504	50,3206	50,1952
8	24	52,33	50,5848	50,4504	50,3206	50,1952	50,0737
9	25	51,60	50,4504	50,3206	50,1952	50,0737	49,9561
10	26	51,31	50,3206	50,1952	50,0737	49,9561	49,8421
11	27	50,96	50,1952	50,0737	49,9561	49,8421	49,7314
12	28	51,17	50,0737	49,9561	49,8421	49,7314	49,6239
13	29	50,87	49,9561	49,8421	49,7314	49,6239	49,5194
14	30	50,58	49,8421	49,7314	49,6239	49,5194	49,4178
15	31	50,21	49,7314	49,6239	49,5194	49,4178	49,3189
16	32	50,30	49,6239	49,5194	49,4178	49,3189	49,2226

Tabel 4.8 Perhitungan Kesalahan Relatif dari *Trial and Error* untuk mencari faktor B.

No	Kumulatif Siklus ke-	Stanford (B=1)	Stanford (B=2)	Stanford (B=3)	Stanford (B=4)	Stanford (B=5)
1	17	0,872%	1,306%	1,716%	2,104%	2,473%
2	18	0,601%	1,014%	1,405%	1,777%	2,130%
3	19	-0,547%	-0,150%	0,228%	0,587%	0,929%
4	20	-0,107%	0,270%	0,629%	0,971%	1,299%
5	21	0,209%	0,568%	0,911%	1,239%	1,553%
6	22	0,554%	0,897%	1,224%	1,538%	1,839%
7	23	0,791%	1,119%	1,433%	1,734%	2,024%
8	24	1,893%	2,205%	2,504%	2,791%	3,067%
9	25	0,820%	1,123%	1,415%	1,695%	1,965%
10	26	0,576%	0,869%	1,151%	1,423%	1,684%
11	27	0,172%	0,455%	0,729%	0,993%	1,247%
12	28	0,872%	1,144%	1,407%	1,660%	1,906%
13	29	0,564%	0,828%	1,084%	1,330%	1,569%
14	30	0,263%	0,519%	0,767%	1,007%	1,240%
15	31	-0,224%	0,026%	0,268%	0,502%	0,729%
16	32	0,208%	0,450%	0,684%	0,910%	1,130%
	Kesalahan Relatif rata-rata	0,470%	0,790%	1,097%	1,391%	1,674%

No	Kumulatif Siklus ke-	Stanford (B=6)	Stanford (B=7)	Stanford (B=8)	Stanford (B=9)	Stanford (B=10)
1	17	2,824%	3,159%	3,479%	3,786%	4,080%
2	18	2,468%	2,790%	3,099%	3,395%	3,680%
3	19	1,257%	1,571%	1,872%	2,161%	2,439%
4	20	1,612%	1,913%	2,202%	2,480%	2,748%
5	21	1,854%	2,143%	2,421%	2,689%	2,947%
6	22	2,128%	2,407%	2,675%	2,933%	3,183%
7	23	2,303%	2,571%	2,830%	3,080%	3,321%
8	24	3,333%	3,590%	3,838%	4,078%	4,310%
9	25	2,225%	2,477%	2,720%	2,955%	3,183%
10	26	1,937%	2,182%	2,418%	2,648%	2,870%
11	27	1,493%	1,732%	1,963%	2,186%	2,404%
12	28	2,143%	2,373%	2,596%	2,812%	3,022%
13	29	1,800%	2,024%	2,242%	2,453%	2,658%
14	30	1,465%	1,684%	1,897%	2,103%	2,304%
15	31	0,949%	1,163%	1,372%	1,574%	1,771%
16	32	1,344%	1,552%	1,754%	1,950%	2,142%
	Kesalahan Relatif rata-rata	1,946%	2,208%	2,461%	2,705%	2,941%

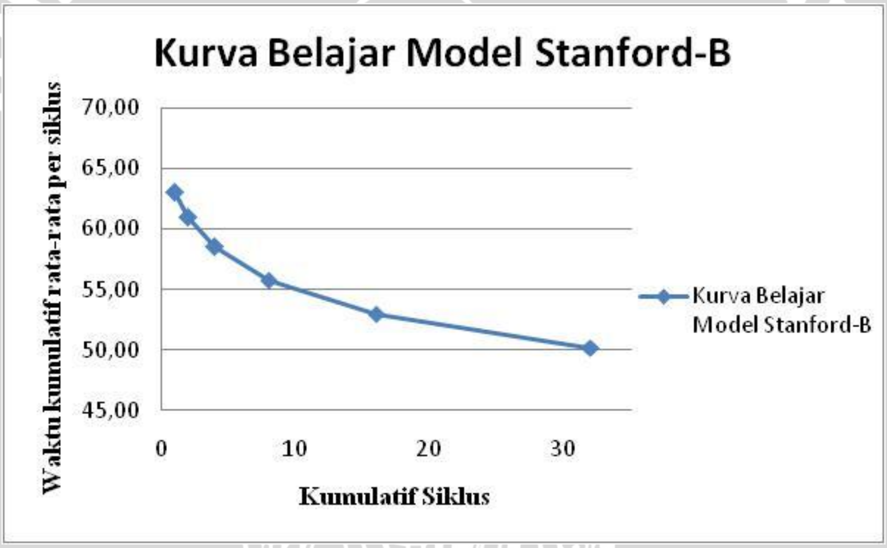
Tabel 4.7 dan 4.8 memperlihatkan bahwa semakin besar nilai faktor B maka waktu prediksi yang didapatkan semakin jauh dari *waktu rata-rata sampai siklus ke-* pada keadaan sesungguhnya. Selain itu kesalahan relatif rata-rata akan semakin besar seiring dengan besarnya nilai faktor B yang dicobakan pada persamaan Stanford-B tersebut. Faktor B yang disyaratkan berkisar antara 1 hingga 10 dan dalam penelitian ini faktor B diambil sebesar 1 berdasarkan kesalahan relatif yang terkecil. Sehingga dihasilkan rumus Stanford-B seperti berikut:

$$\mathbf{t_n = 66{,}659(n+1)^{-0{,}08113}}$$

Tabel 4.9 Perhitungan *Waktu Rata-rata sampai Siklus ke-* dan Produktivitas Kurva Belajar Model Stanford-B

No	Siklus	Luas (m^2)	Waktu Kumulatif rata-rata (menit)	Produktivitas (m^2/jam)
1	1	10	63,0139	9,521712204
2	2	10	60,9747	9,840141295
3	4	10	58,4994	10,25651746
4	8	10	55,7752	10,75747095
5	16	10	52,9703	11,32710192
6	32	10	50,1951	11,95334689

Pada tabel tersebut terlihat prediksi waktu oleh kurva belajar model Stanford-B menunjukkan *waktu rata-rata sampai siklus ke*-32 adalah sebesar *50,1951 menit*. Berikut adalah bentuk kurva belajar model Stanford-B.



Gambar 4.6 Kurva Belajar Model Stanford-B

4.5 Kurva Pengamatan dengan Metode Regresi

Pada umumnya metode regresi digunakan sebagai salah satu cara memperoleh persamaan kurva pendekatan dari titik-titik data. Persamaan yang dihasilkan dari sekumpulan data tersebut dapat berfungsi sebagai prediksi untuk data selanjutnya. Dalam sub bab ini dicoba untuk membandingkan keakuratan berbagai metode regresi sebagai berikut.

1. Regresi Eksponensial (khusus untuk fungsi $y = a \ln x + b$, $y = be^{ax}$, $y = ax^{b}$).
2. Regresi Polinomial (orde 3).

Metode Regresi yang digunakan bekan merupakan regresi linier sederhana tetapi persamaan regresi dengan metode kuadrat terkecil *(least square method)*. Persamaan regresi tersebut merupakan persamaan linier yang kurvanya mempunyai kesalahan yang minimum. Pada perhitungan untuk mendapatkan persamaan regresi kita harus memeperhatikan beberapa hal sebagai berikut:

1. SSE : merupakan simbol yang menunjukkan jumlah kuadrat deviasi atau sering disebut sebagai jumlah kuadrat untuk kesalahan. Dalam perhitungan selanjutnya silambangkan sebagai St.
2. a dan b : merupakan kostanta yang bernilai tetap sepanjang garis regresi, beda halnya seperti yang disebutkan pada Bab 2 *dalam perhitungan selanjutnya slope tidak ditandai dengan b tetapi dengan a* dan yang semula a diganti menjadi b. Sehingga persamaan garis linier selanjutnya berubah menjadi $\boldsymbol{y = ax + b}$. Pertukaran tempat dan fungsi dikarenakan sumber rumus dan perhitungan berbeda sehingga pertukaran ini dilakukan untuk mempermudah pembaca memahami maksud bacaan dan perhitungan.
3. R2 dan R: berturut turut merupakan koefisien determinasi dan korelasi. Merupakan koefisien yang memberitahu tentang variasi nilai variabel dependen yang dapat dijelaskan oleh model regresi yang digunakan. Sedangkan koefisien korelasi lebih memberikan informasi seberapa erat hubungan antara dua variabel yaitu variabel x dan y. Variabel x sebagai variabel independen atau bersifat tidak dipengaruhi sedangkan variabel y bersifat dependen atau dipengaruhi.

Pada sub bab sebelumnya yang diprediksi berupa *data kali kedua* atau menerapkan *doubling effect* sehingga hanya menggunakan 5 buah data yaitu *waktu rata-rata sampai siklus ke*-1, 2, 4, 8, dan 16 untuk memprediksi data selanjutnya melalui perasamaan yang dihasilkan. Pada sub bab berikutnya akan dicoba membuat *persamaan* dengan model regresi eksponensial dan polinomial. Pertama-tama persamaan regresi diperoleh dengan melibatkan 16 data sampel, kemudian persamaan regresi yang kedua diperoleh dengan melibatkan 5 data sampel yaitu dengan menerapkan *doubling effect*. Berbagai persamaan yang diperoleh dari metode regresi akan diuji coba apakah dapat memprediksi secara akurat *waktu rata-rata sampai siklus ke-* untuk siklus selanjutnya yaitu siklus ke-17 hingga ke-32.

4.5.1 Model Regresi Menggunakan 16 Data Sampel

4.5.1.1 Regresi Eksponensial fungsi $y = be^{ax}$

Fungsi $y = be^{ax}$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$\ln y = ax + \ln b$$

Dengan permisalan:

$z = \ln y$

$q = \ln b$, sehingga bentuk linier yang baru adalah

$$z = ax + q$$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut.

Tabel 4.10 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial $y = be^{ax}$ (16 data sampel)

i	xi	zi	xi^2	xi.zi	$(zi\text{-}\hat{z})^2$	$(z\text{-}axi\text{-}q)^2$
1	1	4,1874	1	4,1874	0,0224	0,0016
2	2	4,1694	4	8,3387	0,0173	0,0014
3	3	4,0760	9	12,2281	0,0015	0,0017
4	4	4,0638	16	16,2553	0,0007	0,0016
5	5	4,0828	25	20,4142	0,0020	0,0000
6	6	4,0775	36	24,4652	0,0016	0,0000
7	7	4,0581	49	28,4070	0,0004	0,0000
8	8	4,0483	64	32,3864	0,0001	0,0000
9	9	4,0410	81	36,3693	0,0000	0,0001
10	10	4,0009	100	40,0092	0,0014	0,0002
11	11	3,9908	121	43,8989	0,0022	0,0001
12	12	3,9784	144	47,7403	0,0035	0,0001
13	13	3,9722	169	51,6386	0,0043	0,0000
14	14	3,9594	196	55,4311	0,0061	0,0000
15	15	3,9490	225	59,2350	0,0079	0,0000
16	16	3,9491	256	63,1849	0,0079	0,0004
Σ	136	64,6041	1496	544,1895	0,0793	0,0073
Rata-rata	8,5	4,037759				

$$a = \frac{n\sum x_i z_i - \sum x_i \sum z_i}{n\sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{16\,.\,544{,}1895 - 136\,.\,64{,}6041}{16\,.\,1496 - 136^2} = -0{,}0145$$

$$q = \frac{\sum z_i - a\sum x_i}{n} = \frac{64{,}6041 - (-0{,}0145\,.\,136)}{16} = 4{,}1614$$

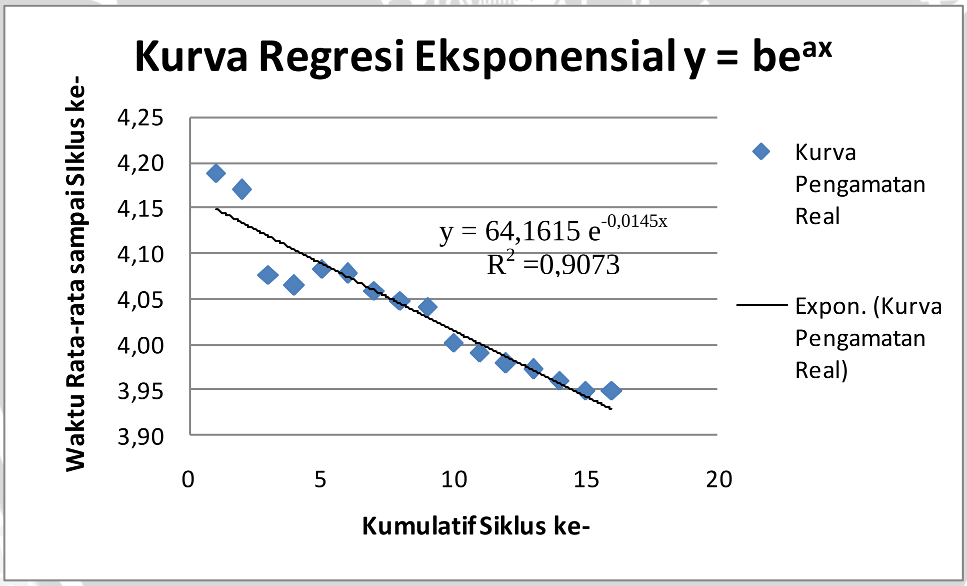
$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(z_i - \hat{z})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}0793}{16-1}} = 0{,}0727$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n}(z_i - ax_i - q)^2 = 0{,}0073$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{0{,}0073}{16-2}} = 0{,}0229$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{0{,}0793 - 0{,}0073}{0{,}0793} = 0{,}9073$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}9073} = 0{,}9525$$



Gambar 4.7 Kurva Regresi Eksponensial y = be^{ax}

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan a dan q kedalam persamaan $y = ax + q$, sehingga didapat persamaan

$$z = -0{,}0145x + 4{,}1614$$

$$R^2 = 0{,}9073$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi linier dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma hanya pada sumbu y menghasilkan kecocokan sebesar *90,73%* serta korelasi sebesar *95,25%*. Dari persamaan tersebut akan dicari nilai y dan b sesungguhnya dengan rumus di bawah ini.

$b = e^q;\ e^{4,1614} = 64,1615$

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = 64,1615\ e^{-0,0145x}}$$

4.5.1.2 Regresi Eksponensial fungsi $y = a \ln x + b$

Fungsi $y = a \ln x + b$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$y = au + b$$

Dengan permisalan: $u = \ln x$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut.

Tabel 4.11 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial y = a ln x + b (16 data sampel)

i	ui	yi	ui^2	ui.yi	(ui-ȳ)^2	(y-a.u-b)^2
1	0	65,85	0	0	81,14857	0,7298095
2	0,693147	64,675	0,480453	44,82929	61,35981	2,3618022
3	1,098612	58,91111	1,206949	64,72047	4,282256	4,5840347
4	1,386294	58,19583	1,921812	80,67656	1,833542	1,8940546
5	1,609438	59,31333	2,59029	95,46113	6,108725	0,7908236
6	1,791759	59	3,210402	105,7138	4,658044	2,2920673
7	1,94591	57,86667	3,786566	112,6033	1,050454	1,3775688
8	2,079442	57,3	4,324077	119,152	0,209993	1,6744996
9	2,197225	56,88519	4,827796	124,9895	0,001887	2,2057598
10	2,302585	54,64833	5,301898	125,8324	4,811076	0,0439376
11	2,397895	54,09848	5,749902	129,7225	7,525503	0,0724199
12	2,484907	53,42917	6,174761	132,7665	11,64572	0,2408565
13	2,564949	53,10128	6,578965	136,2021	13,9911	0,1655287
14	2,639057	52,42381	6,964624	138,3494	19,5182	0,4942848
15	2,70805	51,88333	7,333536	140,5027	24,58589	0,7895664
16	2,772589	51,88646	7,687248	143,8598	24,55491	0,3062655
Σ	30,67186	909,468	68,13928	1695,382	267,2857	20,02327943
Rata-rata	1,916991	56,84175				

$$a = \frac{n\sum u_i y_i - \sum u_i \sum y_i}{n\sum {u_i}^2 - (\sum u)^2} = \frac{16\,.\,1695,385 - 30,6718\,.\,909,468}{16\,.\,68,1392 - 30,6718^2} = -5,1448$$

$$b = \frac{\sum y_i - a\sum u_i}{n} = \frac{909{,}468 - (-5{,}1448\,.\,30{,}6718)}{16} = 66{,}7042$$

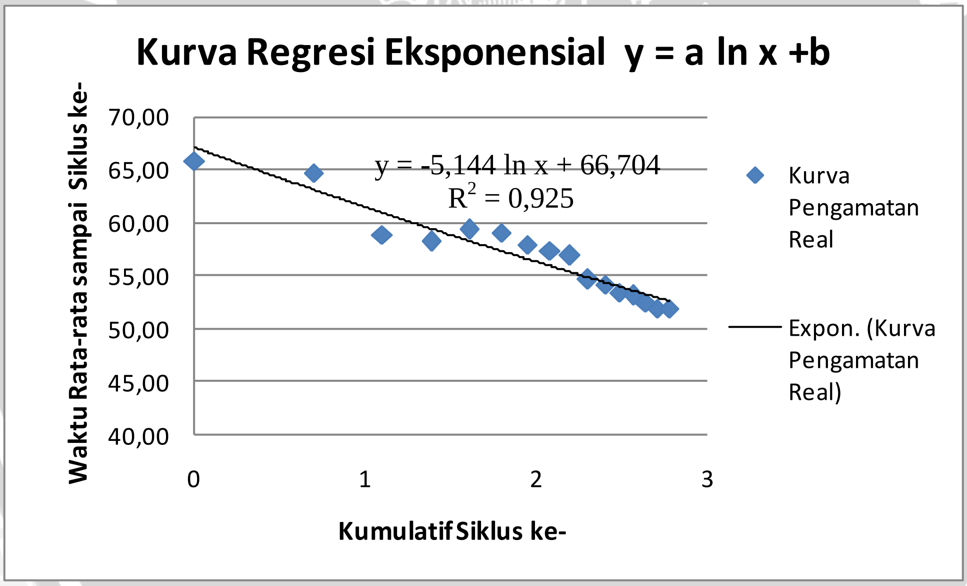
$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{267{,}2857}{16-1}} = 4{,}2212$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n}(y_i - au_i - b)^2 = 20{,}0232$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{20{,}0232}{16-2}} = 1{,}1959$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{267{,}2857 - 20{,}0232}{267{,}2857} = 0{,}925$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}925} = 0{,}9618$$



Gambar 4.8 Kurva Regresi Eksponensial y = a lnx + b

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan a dan b kedalam persamaan $y = au + b$, sehingga didapat persamaan

$$y = -5{,}1448u + 66{,}7042$$

$$R^2 = 0{,}925$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi linier dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma hanya pada sumbu x menghasilkan kecocokan sebesar *92,50%* serta korelasi sebesar *96,18%*.

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = -5,1448 \ln x + 66,7042}$$

4.5.1.3 Regresi Eksponensial fungsi $y = ax^b$

Fungsi $y = ax^b$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$\ln y = b \ln x + \ln a$$

Dengan permisalan:

$z = \ln y$; $u = ln\, x$

$b = p$; $q = \ln a$, sehingga bentuk persamaan linier yang baru adalah:

$$z = pu + q$$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut berdasarkan tabel 4.10.

$$p = \frac{n \sum u_i z_i - \sum u_i \sum z_i}{n \sum {u_i}^2 - (\sum u_i)^2} = \frac{16\,.\,123{,}0212 - 30{,}6719\,.\,64{,}6041}{16\,.\,68{,}1393 - 30{,}6719^2} = -0{,}0882$$

$$q = \frac{\sum z_i - p \sum u_i}{n} = \frac{64{,}6041 - (-0{,}0882\,.\,30{,}6719)}{16} = 4{,}2069$$

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}0793}{16-1}} = 0{,}0727$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (z_i - pu_i - q)^2 = 0{,}0065$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{0{,}0065}{16-2}} = 0{,}0216$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{0{,}0793 - 0{,}0065}{0{,}0793} = 0{,}9175$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}9175} = 0{,}9579$$

Tabel 4.12 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial $y = ax^b$ (16 data sampel)

i	ui	zi	ui^2	ui.zi	$(ui-\hat{z})^2$	$(y-p.u-q)^2$
1	0,0000	4,1874	0,0000	0,0000	0,0224	0,0004
2	0,6931	4,1694	0,4805	2,8900	0,0173	0,0006
3	1,0986	4,0760	1,2069	4,4780	0,0015	0,0012
4	1,3863	4,0638	1,9218	5,6336	0,0007	0,0004
5	1,6094	4,0828	2,5903	6,5711	0,0020	0,0003
6	1,7918	4,0775	3,2104	7,3060	0,0016	0,0008
7	1,9459	4,0581	3,7866	7,8968	0,0004	0,0005
8	2,0794	4,0483	4,3241	8,4182	0,0001	0,0006
9	2,1972	4,0410	4,8278	8,8791	0,0000	0,0008
10	2,3026	4,0009	5,3019	9,2125	0,0014	0,0000
11	2,3979	3,9908	5,7499	9,5695	0,0022	0,0000
12	2,4849	3,9784	6,1748	9,8858	0,0035	0,0001
13	2,5649	3,9722	6,5790	10,1885	0,0043	0,0001
14	2,6391	3,9594	6,9646	10,4490	0,0061	0,0002
15	2,7081	3,9490	7,3335	10,6941	0,0079	0,0004
16	2,7726	3,9491	7,6872	10,9491	0,0079	0,0002
Σ	30,6719	64,6041	68,1393	123,0212	0,0793	0,0065
Rata-rata	1,916991	4,037759				

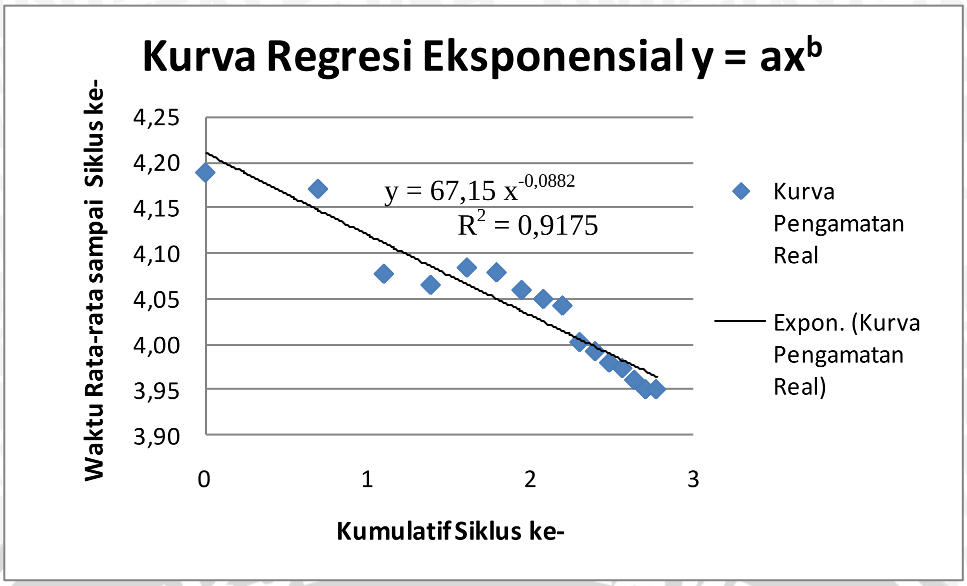
Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan p dan q kedalam persamaan

$z=pu+q$, sehingga didapat persamaan

$$z = -0{,}0882x + 4{,}2069$$

$$R^2 = 0{,}9175$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi eksponensial dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma pada kedua sumbunya menghasilkan kecocokan sebesar *91,75 %* serta korelasi sebesar *95,97%.*



Gambar 4.9 Kurva Regresi Eksponensial y = ax^b

Dari persamaan tersebut akan dicari nilai persamaan eksponensial sesungguhnya dengan rumus di bawah ini.

$b = p;\ b = -0{,}0882$

$a = e^q; a = \ e^{4{,}2069} \ = 67{,}1502$

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = 67,1502\ x^{-0,0882}}$$

4.5.1.4 Regresi Polinomial Orde 3

Persamaan regresi polinomial orde 3 dapat dicari berdasarkan perhitungan menggunakan tabel 4.13. Dalam persamaan polinomial yang berbentuk:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

konstanta yang harus dicari yaitu a_0, a_1, a_2, a_3, agar dapat membentuk suatu persamaan regresi berdasarkan kumpulan data yang ada. Yang membedakan jenis regresi ini dengan regresi yang lain adalah dari cara mencari nilai konstanta tersebut. Pada regresi polinomial, konstanta didapatkan dari hasil perhitungan menggunakan matriks. Berikut ini adalah ketentuan untuk matriks polinomial orde 3.

$$\begin{Bmatrix} n & \Sigma xi & \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 \\ \Sigma xi & \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 \\ \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 & \Sigma xi^5 \\ \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 & \Sigma xi^5 & \Sigma xi^6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} yi \\ xi.yi \\ xi^2.yi \\ xi^3.yi \end{Bmatrix}$$

Tabel 4.13 Perhitungan Konstanta Persamaan Polinomial Orde 3 (16 data sampel)

i	xi	yi	xi^2	xi^3	xi^4	xi^5	xi^6	xi.yi	xi^2.yi	xi^3.yi
1	1	65,8500	1	1	1	1	1	65,85	65,85	65,85
2	2	64,6750	4	8	16	32	64	129,35	258,7	517,4
3	3	58,9111	9	27	81	243	729	176,7333	530,2	1590,6
4	4	58,1958	16	64	256	1024	4096	233	931	3725
5	5	59,3133	25	125	625	3125	15625	297	1483	7414
6	6	59,0000	36	216	1296	7776	46656	354	2124	12744
7	7	57,8667	49	343	2401	16807	117649	405	2835	19848
8	8	57,3000	64	512	4096	32768	262144	458	3667	29338
9	9	56,8852	81	729	6561	59049	531441	512	4608	41469
10	10	54,6483	100	1000	10000	100000	1000000	546	5465	54648
11	11	54,0985	121	1331	14641	161051	1771561	595	6546	72005
12	12	53,4292	144	1728	20736	248832	2985984	641	7694	92326
13	13	53,1013	169	2197	28561	371293	4826809	690	8974	116664
14	14	52,4238	196	2744	38416	537824	7529536	734	10275	143851
15	15	51,8833	225	3375	50625	759375	11390625	778	11674	175106
16	16	51,8865	256	4096	65536	1048576	16777216	830	13283	212527
Σ	136	909,4680	1496	18496	243848	3347776	47260136	7446	80414	983838
Rata-rata	8,5	56,8417								

Nilai a_0, a_1, a_2, a_3 didapatkan dari perhitungan matriks berikut ini:

$$\begin{Bmatrix} 16 & 136 & 1496 & 18496 \\ 136 & 1496 & 18496 & 243848 \\ 1496 & 18496 & 243848 & 3347776 \\ 18496 & 243848 & 3347776 & 47260136 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 909{,}47 \\ 7446 \\ 80414 \\ 983838 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1{,}6621 & -0{,}7495 & 0{,}0907 & -0{,}0032 \\ -0{,}7495 & 0{,}4056 & -0{,}0532 & 0{,}0020 \\ 0{,}0907 & -0{,}0532 & 0{,}0073 & -0{,}0003 \\ -0{,}0032 & 0{,}0020 & -0{,}0003 & 0{,}0000 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 909{,}47 \\ 7446{,}12 \\ 80413{,}50 \\ 983838{,}37 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 67{,}3445 \\ -2{,}3889 \\ 0{,}1685 \\ -0{,}0052 \end{Bmatrix}$$

Sehingga persamaan kurva regresi polinomial orde 3 adalah:

$$\mathbf{y = -0,0052\ x^3 + 0,1685\ x^2 - 2,3889\ x + 67,3445}$$

Koefisien *determinasi dan korelasi* didapat dengan mengolah perhitungan yang terdapat pada tabel 4.14.

Tabel 4.14 Perhitungan Persamaan Regresi Polinomial Orde 3 (16 data sampel)

i	xi	yi	xi^2	xi.yi	$(yi-\bar{y})^2$	$(yi-a_0-a_1.xi-a_2.xi^2-a_3.xi^3)^2$
1	1	65,8500	1	65,8500	81,1486	7,4834
2	2	64,6750	4	129,3500	61,3598	5,7453
3	3	58,9111	9	176,7333	4,2823	6,4039
4	4	58,1958	16	232,7833	1,8335	5,8058
5	5	59,3133	25	296,5667	6,1087	0,2076
6	6	59,0000	36	354,0000	4,6580	0,0045
7	7	57,8667	49	405,0667	1,0505	0,0527
8	8	57,3000	64	458,4000	0,2100	0,0016
9	9	56,8852	81	511,9667	0,0019	0,2131
10	10	54,6483	100	546,4833	4,8111	0,8815
11	11	54,0985	121	595,0833	7,5255	0,4256
12	12	53,4292	144	641,1500	11,6457	0,2355
13	13	53,1013	169	690,3167	13,9911	0,0005
14	14	52,4238	196	733,9333	19,5182	0,0331
15	15	51,8833	225	778,2500	24,5859	0,2284
16	16	51,8865	256	830,1833	24,5549	1,7355
Σ	136	909,4680	1496	7446,1167	267,2857	29,4582
Rata-rata	8,5	56,84175				

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{267,2857}{16-1}} = 4,221$$

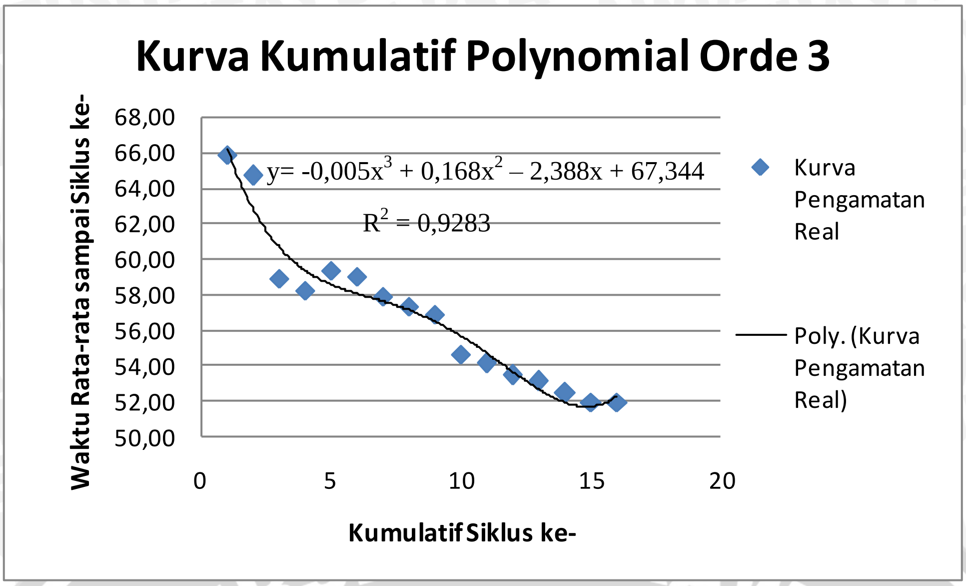
$$S_r = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_1^3)^2 = 19,1548$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{19,1548}{16-2}} = 1,1697$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{267,2857 - 19,1548}{267,2857} = 0,9283$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,9283} = 0,9635$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga *kurva regresi polinomial orde 3* menghasilkan kecocokan sebesar *92,83%* serta korelasi antar data sebesar *96,35%*. Regresi terhadap data pengamatan di lapangan dapat dilihat pada gambar 4.10 seperti dibawah.



Gambar 4.10 Kurva Kumulatif Polinomial Orde 3

4.5.2 Model Regresi Menggunakan 5 Data Sampel

4.5.2.1 Regresi Eksponensial fungsi $y = be^{ax}$

Fungsi $y = be^{ax}$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$\ln y = ax + \ln b$$

Dengan permisalan:

$z = \ln y$

$q = \ln b$, sehingga bentuk linier yang baru adalah

$$z = ax + q$$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut.

Tabel 4.15 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial $y = be^{ax}$ (5 data sampel)

i	xi	zi	xi^2	xi.zi	$(zi-\hat{z})^2$	$(z-axi-q)^2$
1	1	4,187379428	1	4,18737943	0,010051645	0,000788969
2	2	4,169374728	4	8,33874946	0,006765588	0,000574206
3	4	4,06381376	16	16,255255	0,000543252	0,002898847
4	8	4,048300624	64	32,386405	0,001507063	0,000191524
5	16	3,966739139	256	63,4678262	0,014491921	0,000244265
Σ	31	20,43560768	341	124,635615	0,03335947	0,004697812
Rata-rata	6,2	4,087121536				

$$a = \frac{n\sum x_i z_i - \sum x_i \sum z_i}{n\sum {x_i}^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5\,.\,31\,.\,20{,}4356 - 31\,.\,20{,}4356}{5\,.\,341 - 31^2} = -0{,}0139$$

$$q = \frac{\sum z_i - a\sum x_i}{n} = \frac{20{,}4356 - (-0{,}0139\,.\,31)}{5} = 4{,}1732$$

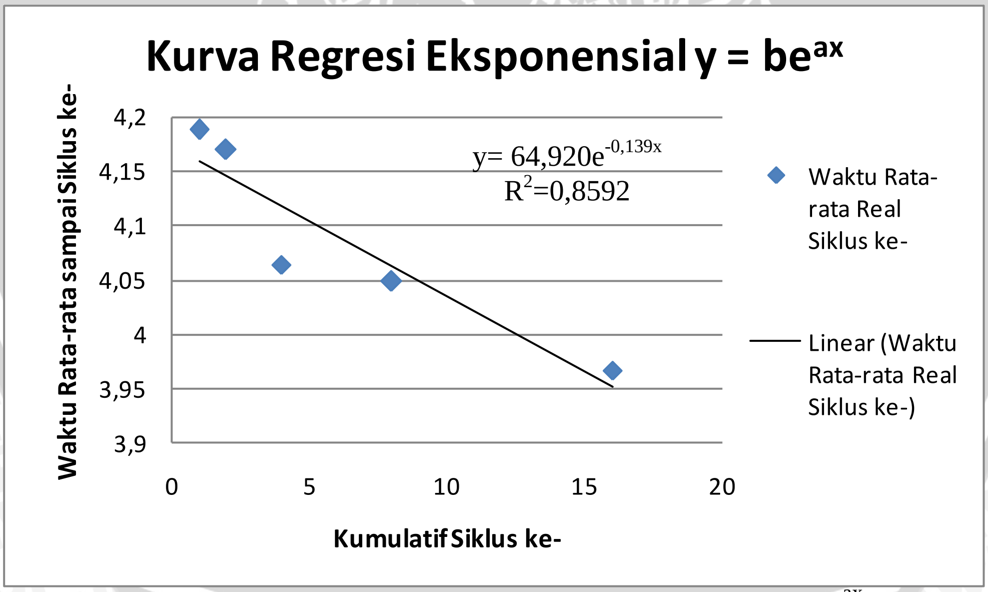
$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (z_i - \hat{z})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}0333}{5-1}} = 0{,}0913$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (z_i - ax_i - q)^2 = 0{,}0047$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{0{,}0047}{5-2}} = 0{,}0396$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{0{,}0333 - 0{,}0047}{0{,}0333} = 0{,}8592$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}8592} = 0{,}9269$$



Gambar 4.11 Kurva Regresi Eksponensial y = be^{ax}

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan a dan q kedalam persamaan $y = ax + q$, sehingga didapat persamaan

$$z = -0{,}0139x + 4{,}1732$$

$$R^2 = 0{,}8592$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi linier dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma hanya pada sumbu y menghasilkan kecocokan sebesar *85,92%* serta korelasi sebesar *92,69%*. Dari persamaan tersebut akan dicari nilai y dan b sesungguhnya dengan rumus di bawah ini.

$b = e^q;\ e^{4,1732} = 64,9209$

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = 64,9209\ e^{-0,0139x}}$$

4.5.2.2 Regresi Eksponensial fungsi $\boldsymbol{y = a \ln x + b}$

Fungsi $y = a \ln x + b$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$y = au + b$$

Dengan permisalan: $u = \ln x$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut.

Tabel 4.16 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial y = alnx + b (5 data sampel)

i	ui	yi	ui^2	ui.yi	$(ui-\bar{y})^2$	$(y-a.u-b)^2$
1	0	65,85	0	0	36,9907	0,3721
2	0,6931	64,68	0,4805	44,8328	24,1277	2,4524
3	1,3863	58,20	1,9218	80,6823	2,4586	2,4586
4	2,0794	57,30	4,3241	119,1520	6,0910	0,7709
5	2,7726	52,81	7,6872	146,4204	48,4138	0,0708
Σ	6,9315	298,84	14,4136	391,0875	118,0819	6,1247

$$a = \frac{n \sum u_i y_i - \sum u_i \sum y_i}{n \sum {u_i}^2 - (\sum u)^2} = \frac{5\,.\,391,0875 - 6,9315\,.\,298,84}{5\,.\,14,413 - 6,9315^2} = -4,827$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum u_i}{n} = \frac{298,84 - (-4,827\,.\,6,9315)}{5} = 66,46$$

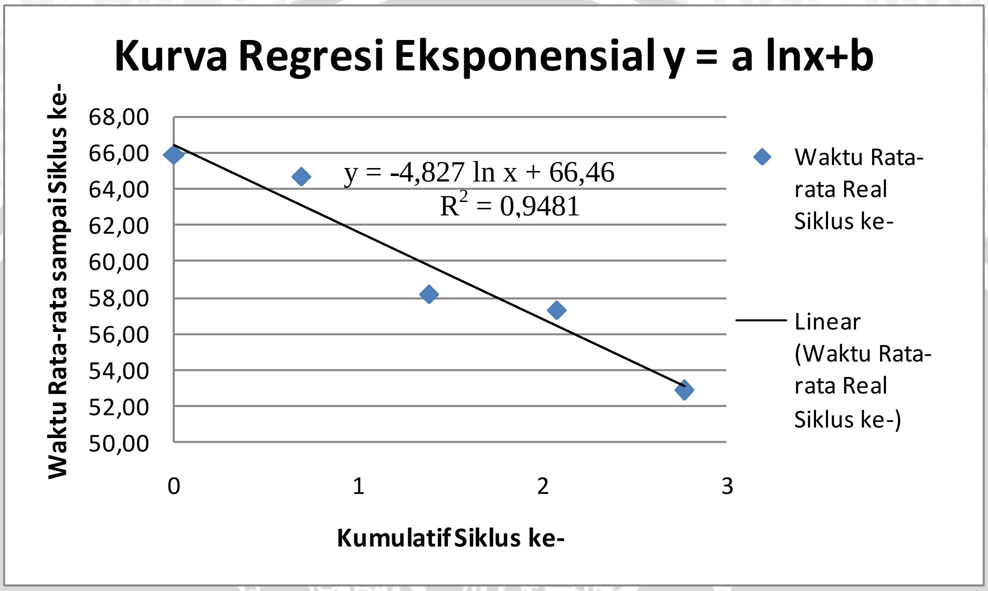
$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (u_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{118,0819}{5-1}} = 5,4333$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (y_i - au_i - b)^2 = 6,1247$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{6{,}1247}{5-2}} = 1{,}4288$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{118{,}0819 - 6{,}1247}{118{,}0819} = 0{,}9481$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}9481} = 0{,}9737$$



Gambar 4.12 Kurva Regresi Eksponensial y = a lnx + b

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan a dan b kedalam persamaan $y = au + b$, sehingga didapat persamaan

$$y == -4{,}827u + 66{,}46$$

$$R^2 = 0{,}9481$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi linier dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma hanya pada sumbu x menghasilkan kecocokan sebesar *94,81%* serta korelasi sebesar *97,37%.*

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = -4,827\ ln\,x + 66,46}$$

4.5.2.3 Regresi Eksponensial fungsi $y = ax^b$

Fungsi $y = ax^b$ apabila ditransformasikan dalam fungsi linier akan menjadi:

$$\ln y = b \ln x + \ln a$$

Dengan permisalan:

$z = \ln y \; ; \; u = ln\, x$

$b = p\, ; q = \ln a$, sehingga bentuk persamaan linier yang baru adalah:

$$z = pu + q$$

Untuk selanjutnya perhitungan regresi eksponensial dilakukan seperti regresi linier sebagai berikut berdasarkan tabel 4.14.

$$p = \frac{n \sum u_i z_i - \sum u_i \sum z_i}{n \sum {u_i}^2 - (\sum u_i)^2} = \frac{5\,.\,27{,}94 - 6{,}9315\,.\,20{,}4356}{5\,.\,14{,}4136 - 6{,}9315^2} = -0{,}0811$$

$$q = \frac{\sum z_i - p \sum u_i}{n} = \frac{20{,}4356 - (-0{,}0811\,.\,6{,}9315)}{5} = 4{,}1996$$

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{53{,}9391}{5-1}} = 3{,}6722$$

$$S_r = \sum_{i=1}^{n} (z_i - pu_i - q)^2 = 0{,}0017$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{0{,}0017}{5-2}} = 0{,}024$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{53{,}9391 - 0{,}0017}{53{,}9391} = 0{,}99997$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}99997} = 0{,}99998$$

Tabel 4.17 Perhitungan Persamaan Regresi Eksponensial $y = ax^b$ (5 data sampel)

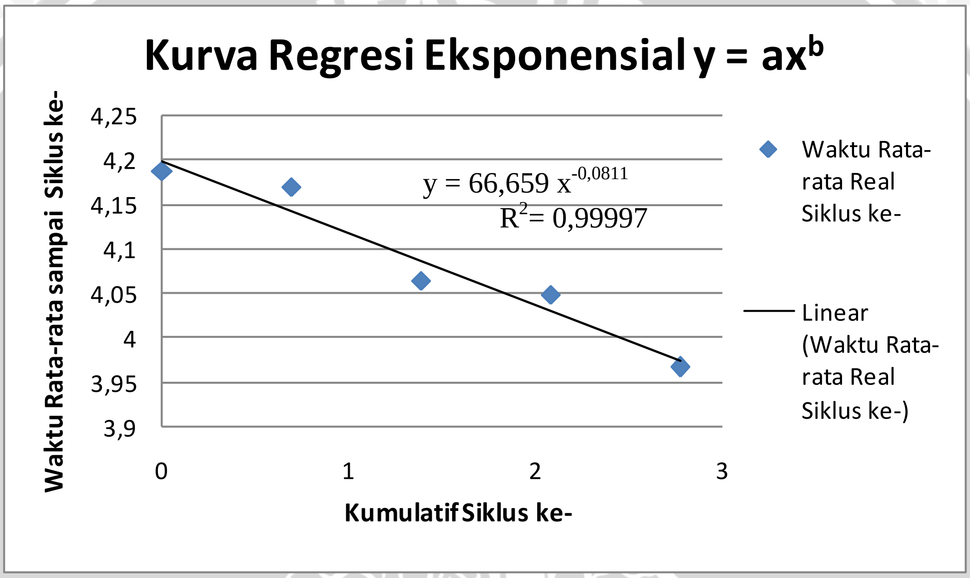
i	ui	zi	ui^2	ui.zi	$(ui-\hat{z})^2$	$(y\text{-}p.u\text{-}q)^2$
1	0	4,1874	0	0	10,1328	0,0001
2	0,6931	4,1694	0,4805	2,8900	10,2478	0,0007
3	1,3863	4,0638	1,9218	5,6336	10,9348	0,0005
4	2,0794	4,0483	4,3241	8,4182	11,0376	0,0003
5	2,7726	3,9667	7,6872	10,9981	11,5862	0,0001
Σ	6,9315	20,4356	14,4136	27,9400	53,9391	0,0017
Rata-rata	1,3863	7,3706				

Persamaan regresi didapatkan dengan mensubtitusikan p dan q kedalam persamaan $z=pu+q$, sehingga didapat persamaan:

$$z = -0{,}0811x + 4{,}1996$$

$$R^2 = 0{,}99997$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga kurva regresi eksponensial dengan adanya perubahan skala dari normal ke skala logaritma pada kedua sumbunya menghasilkan kecocokan sebesar *99,997 %* serta korelasi sebesar *99,998%*.



Gambar 4.13 Kurva Regresi Eksponensial y = ax^b

Dari persamaan tersebut akan dicari nilai persamaan eksponensial sesungguhnya dengan rumus di bawah ini.

$b = p;\ b = -0{,}0811$

$a = e^q; a = \ e^{4{,}1996} = 66{,}659$

Sehingga persamaan eksponensialnya menjadi,

$$\mathbf{y = 66,659\ x^{-0,0811}}$$

4.5.2.4 Regresi Polinomial Orde 3

Persamaan regresi polinomial orde 3 dapat dicari berdasarkan perhitungan menggunakan tabel 4.18. Dalam persamaan polinomial yang berbentuk:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

konstanta yang harus dicari yaitu a_0, a_1, a_2, a_3, agar dapat membentuk suatu persamaan regresi berdasarkan kumpulan data yang ada. Yang membedakan jenis regresi ini dengan regresi yang lain adalah dari cara mencari nilai konstanta tersebut. Pada regresi polinomial, konstanta didapatkan dari hasil perhitungan menggunakan matriks. Berikut ini adalah ketentuan untuk matriks polinomial orde 3.

$$\begin{Bmatrix} n & \Sigma xi & \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 \\ \Sigma xi & \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 \\ \Sigma xi^2 & \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 & \Sigma xi^5 \\ \Sigma xi^3 & \Sigma xi^4 & \Sigma xi^5 & \Sigma xi^6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} yi \\ xi.yi \\ xi^2.yi \\ xi^3.yi \end{Bmatrix}$$

Tabel 4.18 Perhitungan Konstanta Persamaan Polinomial Orde 3 (5 data sampel)

i	xi	yi	xi^2	xi^3	xi^4	xi^5	xi^6	xi.yi	xi^2.yi	xi^3.yi
1	1	65,85	1	1	1	1	1	65,85	65,85	65,85
2	2	64,68	4	8	16	32	64	129,35	258,70	517,40
3	4	58,20	16	64	256	1024	4096	232,78	931,13	3724,53
4	8	57,30	64	512	4096	32768	262144	458,40	3667,20	29337,60
5	16	52,81	256	4096	65536	1048576	16777216	844,99	13519,88	216318,10
Σ	31	298,83	341	4681	69905	1082401	17043521	1731,38	18442,76	249963,49
Rata-rata	6,2	59,77								

Nilai a_0, a_1, a_2, a_3 didapatkan dari perhitungan matriks berikut ini:

$$\begin{Bmatrix} 5 & 31 & 341 & 4681 \\ 31 & 341 & 4681 & 69905 \\ 341 & 4681 & 69905 & 1082401 \\ 4681 & 69905 & 1082401 & 17043521 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 298,83 \\ 1731,38 \\ 18442,76 \\ 249963,49 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3,4546 & -2,2560 & 0,3383 & -0,0132 \\ -2,2560 & 1,7124 & -0,2705 & 0,0108 \\ 0,3383 & -0,2705 & 0,0443 & -0,0018 \\ -0,0132 & 0,0108 & -0,0018 & 0,0001 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 298,83 \\ 1731,38 \\ 18442,76 \\ 249963,49 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a0 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 70,944 \\ -4,8687 \\ 0,5517 \\ -0,0199 \end{Bmatrix}$$

Sehingga persamaan kurva regresi polinomial orde 3 adalah:

$$\mathbf{y = -0,0199\,x^3 + 0,5517 - 4,8687\,x + 70,944}$$

Koefisien *determinasi dan korelasi* didapat dengan mengolah perhitungan yang terdapat pada tabel 4.19.

Tabel 4.19 Perhitungan Persamaan Regresi Polinomial Orde 3 (5 data sampel)

i	xi	yi	$(yi-\bar{y})^2$	$(yi-a_0-a_1.xi-a_2.xi^2)^2$	$(yi-a_0-a_1.xi-a_2.xi^2-a_3xi^3)^2$
1	1	65,85	37,0081	0,1285	0,5738
2	2	64,68	24,0926	0,8806	2,0172
3	4	58,20	2,4672	5,8867	0,6864
4	8	57,30	6,0840	1,7560	0,0315
5	16	52,81	48,3656	0,0383	0,0001
Σ	31	298,83	118,0175	8,6900	3,3090
Rata-rata	6,2	59,77			

$$S_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{118,0175}{5-1}} = 5,4318$$

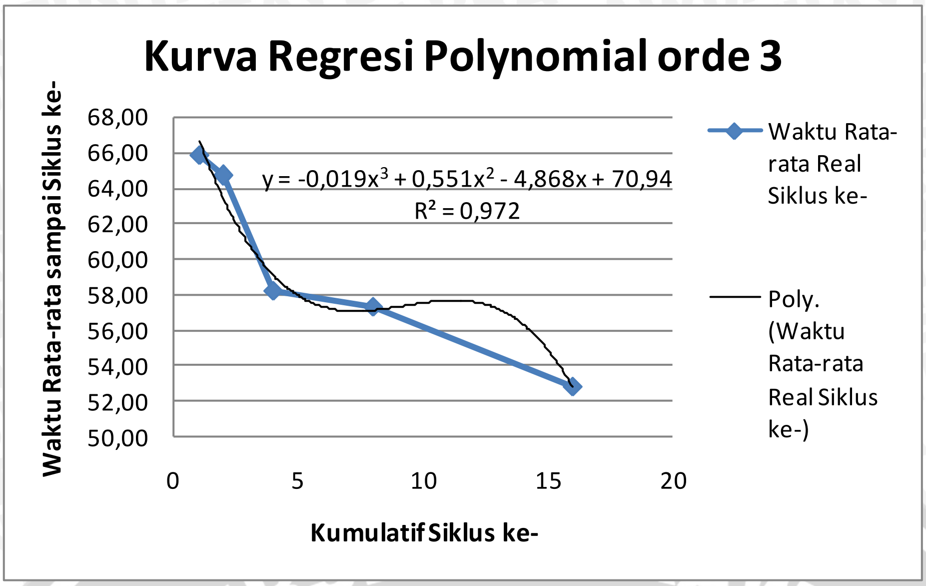
$$S_r = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_1^3)^2 = 3,3090$$

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{3,3090}{5-2}} = 1,819$$

$$R^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{108,0175 - 3,3090}{108,0175} = 0,972$$

$$R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,972} = 0,986$$

Koefisien determinasi (R^2) diperhitungkan untuk mengetahui tingkat kecocokan kurva terhadap data. Sehingga *kurva regresi polinomial orde 3* menghasilkan kecocokan sebesar *92,83%* serta korelasi antar data sebesar *96,35%.* Regresi terhadap data pengamatan di lapangan dapat dilihat pada gambar 4.14 seperti dibawah.



Gambar 4.14 Kurva Kumulatif Polinomial Orde 3

4.6 Keakuratan Prediksi *Waktu rata-rata sampai siklus ke-*

4.6.1 Model Wright, Stanford-B serta model regresi dari 16 data

Pada tabel 4.18 dan 4.19 selain memuat bentuk persamaan regresi masing-masing model, disertakan pula koefisien determinasi. Koefisien determinasi tertinggi didapat dari hasil regresi yang diperoleh dari kelima data waktu rata-rata pada pekerjaan kali kedua atau mengikuti prinsip *doubling effect* untuk kurva belajar model Wright dan Stanford-B yaitu sebesar 99,997%. Di posisi tertinggi ke-2 adalah koefisien determinasi dari regresi polinomial sebesar 92,83% dan regresi ekponensial bentuk y = a lnx+b yang menempati posisi ke-3 dengan koefisien determinasi sebesar 92,51%. Regresi tersebut dilakukan terhadap 16 data siklus sesuai dengan jumlah data siklus pada kurva belajar.

Khusus untuk bentuk persamaaan regresi eksponensial, permisalan permisalan dilakukan untuk dapat membentuk fungsi transformasi sebelum diubah ke dalam fungsi normal. Saat ke-16 data siklus diolah dalam fungsi transformasi, hal ini memiliki kemiripan dengan cara mengolah data menggunakan fungsi linier hanya saja variabelnya berbeda. Setelah didapatkan harga suatu variabel, selanjutnya variabel tersebut membentuk fungsi transformasi secara utuh yang kemudian diubah menjadi fungsi normal. Fungsi transformasi serta bentuk fungsi normal dari beberapa regresi eksponensial tersaji pada tabel 4.19.

Selanjutnya dalam subbab ini ingin membandingkan keakuratan prediksi ke-6 persamaan tersebut untuk *kumulatif siklus ke*-17 hingga *ke*-32. Selain itu akan dicari pula waktu per siklusnya khususnya untuk siklus ke-17 hingga ke-32 sehingga dapat kita lihat kemampuan prediksinya. Pada tabel 4.20 menunjukkan prediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke*-17 hingga ke-32. Model Wright dan Stanford-B dengan koefisien determinasi tertinggi yaitu 99,997% menunjukkan bahwa rumus ini sangat efektif dalam memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* untuk *kumulatif siklus pada kali kedua* tetapi juga pada kumulatif siklus selain kali kedua atau siklus dobel. Dalam prediksi yang dilakukan oleh Wright, perbedaan waktu yang diprediksi dengan *waktu rata-rata sampai siklus ke-* di lapangan hanya berbeda sangat sedikit dan hampir menyamai waktu asli di lapangan. Hal ini menunjukkan kurva belajar model Wright lebih efektif dibanding model Stanford-B dalam memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-*.

Sedangkan regresi polinomial yang memiliki koefisien determinasi tertinggi kedua *tidak dapat* menunjukkan kapabilitasnya dalam memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* di lapangan. Dari pengamatan pada bentuk kurva regresi polinomial orde 3 tersebut terlihat bahwa bagian kurva pada akhir berbentuk menurun sehingga diduga ia akan terus menurun hingga terjadi kesalahan prediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* sehingga puncaknya adalah menghasilkan angka negatif yaitu -6,9499 menit pada kumulatif siklus ke-32.Persamaan regresi eksponensial $y = ax^b$ ada pada urutan ketiga setelah Wright dan Stanford-B dilihat dari kemampuannya memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-*.

4.6.2 Model Wright, Stanford-B serta model regresi dari 5 data

Sebelumnya telah dilakukan prediksi dengan persamaan yang dihasilkan dari regresi 16 data siklus, dalam sub bab ini akan dilakukan prediksi dengan persamaan yang dihasilkan dari regresi 5 data siklus. Regresi dari masing masing bentuk eksponensial dan polinomial telah dijabarkan sebelumnya di atas, sehingga rekapitulasi dari persamaan serta besarnya koefisien determinasi R^2 dapat dilihat pada tabel 4.21 dan 4.22. Regresi dengan hanya menggunakan 5 data siklus merupakan penerapan *doubling effect* seperti yang dilakukan oleh model Wright, sehingga dapat dilihat apakah metode ini berpengaruh lebih besar dalam memprediksi dibanding dengan regresi menggunakan data secara runtut.

Tabel 4.20 Rekapitulasi Fungsi Transformasi dan Subtitusi

No	Model	Skala Sumbu		Fungsi Transformasi	Subtitusi variabel
		x	y		
1	Kurva Belajar Wright	Log	Log	-	-
2	Kurva Belajar Stanford-B	Log	Log	-	-
3	Kurva Regresi Eksponensial	Normal	Log	z=ax + q	z= lny ; b= e^q
4	Kurva Regresi Eksponensial	Log	Normal	y= au + b	u= lnx
5	Kurva Regresi Eksponensial	Log	Log	z= pu + q	z= lny ; a= e^q b= p ; u= lnx
6	Kurva Regresi Polynomial Orde 3	Normal	Normal	-	-

Tabel 4.21 Rekapitulasi Fungsi Transformasi dan Normal serta Korfisien Detreminasi(R^2)

No	Model	Bentuk Fungsi Transformasi	Fungsi Normal	Bentuk Fungsi Normal	R^2
1	Kurva Belajar Wright	y= -0,08113x + 4,199	$t_n = t_1.n^{-0,08113}$	$t_n = 66,659.n^{-0,08113}$	99,997%
2	Kurva Belajar Stanford-B	y= -0,08113x + 4,199	$t_n = t_1.(n+B)^{-0,08113}$	$t_n = 66,659.(n+1)^{-0,08113}$	
3	Kurva Regresi Eksponensial y= be^{ax}	z=-0,0145x+4,1614	y= be^{ax}	y= 64,1615 $e^{-0,0145x}$	90,74%
4	Kurva Regresi Eksponensial y= a lnx + b	y= -5,1448u + 66,7042	y= a lnx + b	y= -5,1448lnx + 66,7042	92,51%
5	Kurva Regresi Eksponensial y= ax^b	z= -0,0882u + 4,2069	y= ax^b	y= 67,1502 $x^{-0,0882}$	91,76%
6	Kurva Regresi Polynomial Orde 3	-	$y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$	$y = -0,0052x^3 + 0,1685x^2 - 2,3889x + 67,3445$	92,83%

Tabel 4.22 Prediksi *Waktu rata-rata sampai siklus ke*-17 hingga *ke*-32 (16 data sampel)

No	Kumulatif Siklus ke-	Waktu Kumulatif Rata-rata (Real)	Waktu Kumulatif Rata-rata (Prediksi)					
			Wright	Stanford-B	Regresi Eksponensial $y = be^{ax}$	Regresi Eksponensial y= a lnx + b	Regresi Eksponensial $y = ax^b$	Regresi Polynomial Orde 3
1	17	53,19	52,9703	52,7252	50,1442	52,1279	52,3024	49,8821
2	18	52,81	52,72524	52,4945	49,4224	51,8338	52,0394	48,6119
3	19	51,99	52,49447	52,2765	48,7109	51,5557	51,7918	47,1171
4	20	52,01	52,27647	52,0699	48,0097	51,2918	51,5580	45,3665
5	21	51,98	52,06995	51,8738	47,3186	51,0407	51,3367	43,3289
6	22	51,98	51,8738	51,6871	46,6374	50,8014	51,1264	40,9731
7	23	51,92	51,68706	51,5089	45,9661	50,5727	50,9264	38,2679
8	24	52,33	51,5089	51,3386	45,3044	50,3537	50,7356	35,1821
9	25	51,60	51,33859	51,1755	44,6522	50,1437	50,5532	31,6845
10	26	51,31	51,17549	51,0190	44,0094	49,9419	50,3787	27,7439
11	27	50,96	51,01904	50,8687	43,3759	49,7478	50,2112	23,3291
12	28	51,17	50,86873	50,7241	42,7515	49,5607	50,0504	18,4089
13	29	50,87	50,72411	50,5848	42,1360	49,3801	49,8958	12,9521
14	30	50,58	50,58479	50,4504	41,5295	49,2057	49,7468	6,9275
15	31	50,21	50,4504	50,3206	40,9316	49,0370	49,6031	0,3039
16	32	50,30	50,32062	50,1952	40,3424	48,8737	49,4644	-6,9499

Pada tabel 4.21 hal yang mengejutkan adalah model Wright memiliki persamaan serta koefisien determinasi yang sama dengan regresi ekponensial model $y = ax^b$. Apabila dicermati, rumus kurva belajar model Wright $\mathbf{t_n = t_1 . n^b}$ memiliki kesamaan dengan regresi eksponensial fungsi $\mathbf{y = ax^b}$. Pencarian rumus Wright pertama-tama dilakukan dengan mengeplotkan data (kali kedua/dobel) pada *skala log-log*, kemudian meregresi data secara linier kemudian dari persamaan yang didapatkan diubah ke dalam bentuk,

$$\mathrm{t_n = t_1 . n^b}.$$

Hal ini persis seperti tahapan saat mengolah data menggunakan regresi eksponensial $\mathrm{y = ax^b}$.Persamaan tersebut harus terlebih dahulu diubah ke bentuk linier seperti dibawah ini.

$$\ln y = b \ln x + \ln a$$

Dengan permisalan:

$z = \ln y\ ;\ u = ln\, x$

$b = p\,; q = \ln a$, sehingga bentuk persamaan linier yang baru adalah:

$$z = pu + q$$

Tabel 4.23 Rekapitulasi Fungsi Transformasi dan Subtitusi Variabel (dengan doubling effect)

No	Model	Skala Sumbu		Fungsi Transformasi	Subtitusi variabel
		x	y		
1	Kurva Belajar Wright	Log	Log	-	-
2	Kurva Belajar Stanford-B	Log	Log	-	-
3	Kurva Regresi Eksponensial	Normal	Log	z=ax + q	z= lny ; b= e^q
4	Kurva Regresi Eksponensial	Log	Normal	y= au + b	u= lnx
5	Kurva Regresi Eksponensial	Log	Log	z= pu + q	z= lny ; a= e^q b= p ; u= lnx
6	Kurva Regresi Polynomial Orde 3	Normal	Normal	-	-

Tabel 4.24 Rekapitulasi Fungsi Transformasi dan Normal serta Korfisien Detreminasi(R^2)

No	Model	Bentuk Fungsi Transformasi	Fungsi Normal	Bentuk Fungsi Normal	R^2
1	Kurva Belajar Wright	y= -0,08113x + 4,199	$t_n= t_1.n^{-0,08113}$	$t_n= 66,659.n^{-0,08113}$	99,997%
2	Kurva Belajar Stanford-B	y= -0,08113x + 4,199	$t_n= t_1.(n+B)^{-0,08113}$	$t_n= 66,659.(n+1)^{-0,08113}$	
3	Kurva Regresi Eksponensial y= be^{ax}	z=-0,0139x+4,1732	y= be^{ax}	y= 64,9209 $e^{-0,0139x}$	85,92%
4	Kurva Regresi Eksponensial y= a lnx + b	y= -4,827u + 66,46	y= a lnx + b	y= -4,827lnx + 66,46	94,81%
5	Kurva Regresi Eksponensial y= ax^b	z= -0,08113u + 4,199	y= ax^b	y= 66,659 $x^{-0,08113}$	99,997%
6	Kurva Regresi Polynomial Orde 3	-	$y= a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$	$y= -0,020x^3 + 0,552x^2 - 4,869x + 70,944$	97,20%

Sehingga data diregresi dalam *skala log-log* dan dengan regresi linier, kemudian dengan permisalan tersebut di ubah lagi ke bentuk normal yaitu $y = ax^b$. Hal yang membedakan adalah kurva belajar model Wright memiliki kecendrungan menurun dari kiri ke kanan sehingga nilai slope(b) harus selalu bernilai negatif. Sedangkan rumus regresi eksponensial lebih fleksibel dan tidak terbatas untuk data yang memiliki nilai b positif atau pun negatif. Sedangkan bentuk universal lebih tertuju pada bentuk asli regresi eksponensial $\mathbf{y = ax^b}$, karena nilai slope(b) tidak terbatas hanya dalam bentuk negatif tetapi juga bisa dalam bentuk positif tergantung pada jenis data yang dianalisis.

Prediksi yang dilakukan dengan menerapkan doubling effect pada berbagai model regresi eksponensial ternyata menghasilkan prediksi yang lebih mendekati kondisi asli dibanding dengan regresi eksponensial yang tidak menerapkan doubling effect. Hasil prediksi tersebut tersaji dalam tabel 4.25.

Tabel 4.25 Prediksi *Waktu rata-rata sampai siklus ke*-17 hingga *ke*-32 (5 data sampel)

No	Kumulatif Siklus ke-	Waktu Rata-rata sampai Siklus ke- (Real)	Waktu Rata-rata sampai Siklus ke- (Prediksi)					
			Wright	Stanford-B	Regresi Eksponensial $y=be^{ax}$	Regresi Eksponensial y= a lnx + b	Regresi Eksponensial $y=ax^b$	Regresi Polynomial Orde 3
1	17	53,19	52,9703	52,7252	51,2579	52,7841	52,9703	49,439
2	18	52,81	52,7252	52,4945	50,5503	52,5082	52,7252	45,510
3	19	51,99	52,4945	52,2765	49,8525	52,2472	52,4945	40,525
4	20	52,01	52,2765	52,0699	49,1644	51,9996	52,2765	34,364
5	21	51,98	52,0699	51,8738	48,4857	51,7641	52,0699	26,907
6	22	51,98	51,8738	51,6871	47,8164	51,5395	51,8738	18,034
7	23	51,92	51,6871	51,5089	47,1564	51,3250	51,6871	7,625
8	24	52,33	51,5089	51,3386	46,5055	51,1195	51,5089	-4,440
9	25	51,60	51,3386	51,1755	45,8635	50,9225	51,3386	-18,281
10	26	51,31	51,1755	51,0190	45,2304	50,7332	51,1755	-34,018
11	27	50,96	51,0190	50,8687	44,6061	50,5510	51,0190	-51,771
12	28	51,17	50,8687	50,7241	43,9903	50,3754	50,8687	-71,660
13	29	50,87	50,7241	50,5848	43,3831	50,2061	50,7241	-93,805
14	30	50,58	50,5848	50,4504	42,7842	50,0424	50,5848	-118,326
15	31	50,21	50,4504	50,3206	42,1936	49,8841	50,4504	-145,343
16	32	50,30	50,3206	50,1952	41,6112	49,7309	50,3206	-174,976

Metode Wright masih merupakan metode yang efektif dalam memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-*, lalu apakah kedua *metode learning curve* akan menunjukkan hasil yang sama apabila prediksi yang dilalukan bukan merupakan waktu rata-rata melainkan waktu per- siklus. Untuk memprediksi waktu per- siklus cukup dengan menerapkan rumus matematika biasa yaitu dengan melibatkan waktu rata-rata pada siklus ke-n yang dicari dengan waktu setelahnya serta melibatkan jumlah data yang digunakan untuk mendapatkan waktu rata-rata pada n ke sekian. Prediksi waktu per- siklus dapat dilihat pada tabel 4.26.

Tabel 4.26 Prediksi Waktu untuk *siklus ke*-17 hingga *ke*-32

No	Siklus ke-	Waktu (Real)	Waktu per siklus (Prediksi)	
			Wright	Stanford-B
1	17	74,03	48,7915	48,8041
2	18	46,40	48,5591	48,5714
3	19	37,23	48,3406	48,3525
4	20	52,43	48,1345	48,1461
5	21	51,35	47,9396	47,9508
6	22	51,82	47,7546	47,7655
7	23	50,70	47,5788	47,5894
8	24	61,75	47,4112	47,4215
9	25	34,07	47,2512	47,2611
10	26	44,22	47,0980	47,1077
11	27	41,63	46,9513	46,9607
12	28	56,95	46,8104	46,8195
13	29	42,52	46,6749	46,6838
14	30	42,22	46,5445	46,5531
15	31	38,95	46,4187	46,4272
16	32	53,15	46,2974	46,3056

Tabel 4.26 menunjukkan prediksi waktu persiklus untuk siklus ke-17 hingga ke-32. Tabel tersebut mencoba membuktikan keefektifan kurva belajar maupun regresi dalam memprediksi waktu per-siklus. Hasil yang didapat ternyata terdapat banyak perbedaan waktu pada setiap siklusnya, hal ini juga disebabkan karena waktu real pemasangan keramik di lapangan tidak selalu menurun dari satu siklus ke siklus selanjutnya. Sehingga dapat disimpulkan dalam penelitian ini bahwa:

"Kurva belajar lebih efektif digunakan untuk memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* dibanding *waktu per- siklus*".

Jika *waktu rata-rata sampai siklus ke-* dalam menyelesaikan perkerjaan untuk luasan yang sama telah diketahui, maka produktivitas tenaga kerja dapat pula diprediksi. Prediksi produktivitas beserta persentase kesalahan relatif akan ditampilkan pada tabel 4.27 tetapi hanya terbatas untuk model Wright karna merupakan kurva yang *paling akurat* dalam memprediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* di lapangan.

Tabel 4.27 Prediksi Waktu, Produktivitas serta KR Kurva Belajar Wright

No	Kumulatif Siklus ke-	Waktu Kumulatif Rata-rata (Real)	Wright (menit)	Produktivitas Real (m^2/jam)	Produktivitas Wright (m^2/jam)	KR Waktu	KR Produktivitas
1	17	53,1892	52,9703	11,2805	11,3271	0,412%	-0,413%
2	18	52,8120	52,7252	11,3610	11,3797	0,164%	-0,165%
3	19	51,9921	52,4945	11,5402	11,4298	-0,966%	0,957%
4	20	52,0142	52,2765	11,5353	11,4774	-0,504%	0,502%
5	21	51,9825	52,0699	11,5423	11,5230	-0,168%	0,168%
6	22	51,9750	51,8738	11,5440	11,5665	0,195%	-0,195%
7	23	51,9196	51,6871	11,5563	11,6083	0,448%	-0,450%
8	24	52,3292	51,5089	11,4659	11,6485	1,568%	-1,592%
9	25	51,5987	51,3386	11,6282	11,6871	0,504%	-0,507%
10	26	51,3147	51,1755	11,6925	11,7244	0,271%	-0,272%
11	27	50,9562	51,0190	11,7748	11,7603	-0,123%	0,123%
12	28	51,1702	50,8687	11,7256	11,7951	0,589%	-0,593%
13	29	50,8718	50,7241	11,7943	11,8287	0,290%	-0,291%
14	30	50,5833	50,5848	11,8616	11,8613	-0,003%	0,003%
15	31	50,2081	50,4504	11,9503	11,8929	-0,483%	0,480%
16	32	50,3000	50,3206	11,9284	11,9235	-0,041%	0,041%
			Rata-rata Produktivitas	11,6363	11,6521		
			Kesalahan relatif	-0,14%			

Kesalahan relatif yang terbesar adalah 1,568% untuk prediksi *waktu rata-rata sampai siklus ke-* dan kesalahan relatif untuk produktivitas rata-rata pada kumulatif siklus ke-17 hingga ke-32 adalah sebesar -0,14%.