

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Penelitian sebelumnya

Matos, et al (2004) menjelaskan tentang proses *cold worked rivet hole* dapat menghasilkan medan tegangan tekan di sekitar lubang yang dapat mengurangi kecenderungan untuk mulai dan tumbuhnya retak *fatigue* karena beban siklik mekanik. Hal ini diketahui bahwa nilai umur kelelahan memerlukan pengetahuan rinci tentang profil *residual stress*. Difraksi sinar-X dan 3D analisis elemen hingga (FEA) digunakan untuk menentukan profil dari *residual stress*.

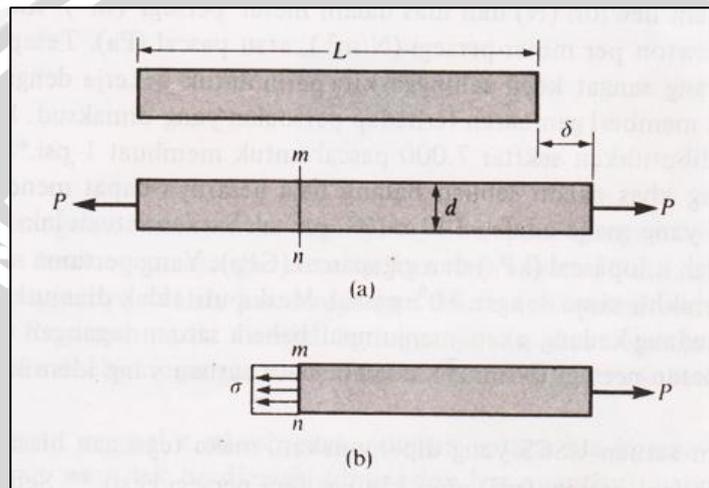
Dari penelitian Nigrelli dan Pasta (2007) diketahui bahwa *split-sleeve cold expansion hole process* dimodelkan tiga dimensi untuk mengetahui tegangan sisa yang terjadi dengan menggunakan *software* DEFORMTM. Dalam *software* ini permodelan perhitungan tegangan sisa yang terjadi menggunakan *Lagrangian Implicit Code* yang biasanya dipakai dalam pembentukan logam. Hasil dari penelitian ini adalah tegangan sisa terjadi pada daerah lubang berupa *compressive residual stress* (tegangan sisa tekan). Hasil tegangan sisa tekan tersebut hampir sama dengan penyelesaian menggunakan *analytical solution* yang dikembangkan oleh Guo.

Sementara itu Jang, et al (2008) memaparkan bahwa dalam proses *cold expansion hole*, pada lubang bagian atas (*entry surface*) memiliki tegangan sisa tekan yang lebih rendah daripada bagian tengah (*middle surface*) dan akhir (*exit surface*). Karena adanya distribusi tegangan yang tidak seragam tersebut menyebabkan *initial crack* rawan terjadi di bagian *entry surface*. Untuk menambah tegangan sisa tekan pada *entry surface* maka digunakan metode menambahkan variasi sudut chamfer pada permukaan lubang sebelum proses *cold expansion hole* sehingga dapat menambah tegangan sisa tekan pada *entry surface*. FEA digunakan untuk melihat pengaruh geometri sudut chamfer terhadap distribusi tegangan sisa yang terjadi dan hasil numerikalnya kemudian dibandingkan dengan penelitian menggunakan difraksi sinar-X.

2.2 Analisa Tegangan dan Regangan

2.2.1 Tegangan

Tegangan (*stress*) didefinisikan sebagai gaya aksial berupa tarikan atau tekanan yang bekerja pada setiap satuan luas penampang (*cross section*). Dalam kasus yang sederhana dapat diilustrasikan pada sebuah batang prismatic yang diberi gaya aksial sehingga ditimbulkan suatu tarikan yang sama rata pada batang (*tension*) seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.1 berikut :



Gambar 2.1. Batang prismatic yang mengalami tarik (*tension*)

Sumber : Gere, 1996 : 3

Untuk menyelidiki tegangan-tegangan internal yang ditimbulkan gaya-gaya aksial dalam batang, dibuat sebuah irisan *mn* (Gamb. 2-1a) yang dikenal sebagai penampang (*cross section*). Beban tarik (*tension load*) *P*, bekerja pada ujung sebelah kanan, sedangkan pada bagian yang lain bekerja gaya-gaya lain yang menyatakan aksi dari bagian batang yang dipisahkan yang terdistribusi secara menerus di seluruh penampang. Gaya-gaya inilah yang disebut tegangan (*stress*). Dari kesetimbangan benda yang diperlihatkan dalam Gamb 2-1b, terlihat bahwa resultan ini besarnya sama dengan beban *P* yang dikenakan namun arahnya berlawanan. Sehingga jika dirumuskan secara matematis didapatkan persamaan :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2-1)$$

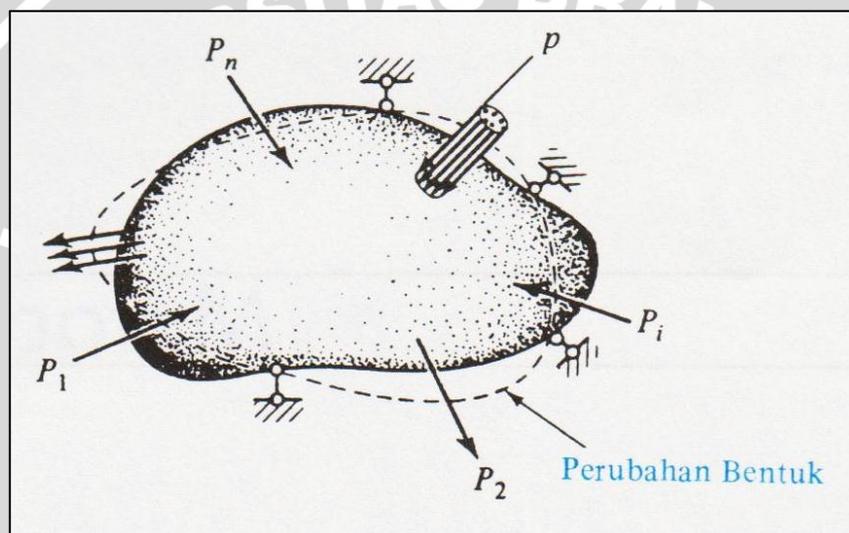
dengan:

σ = besarnya tegangan (Pascal)

P = besarnya gaya yang bekerja (N)

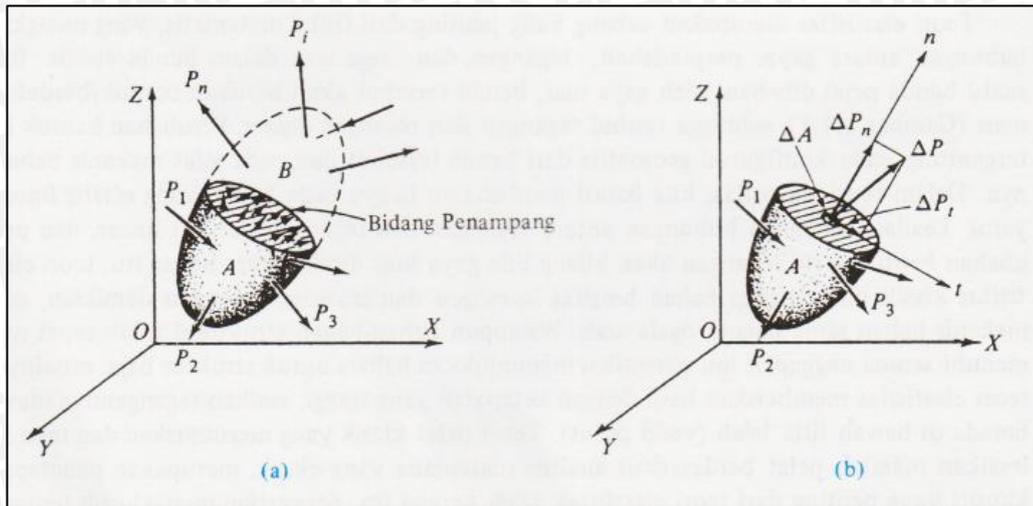
A = luas penampang (m^2)

Jika ditinjau dari suatu benda elastis dengan bentuk sembarang dalam sistem koordinat Cartesius X, Y, Z, yang memikul gaya luar seperti yang diperlihatkan pada gambar 2.2 berikut :



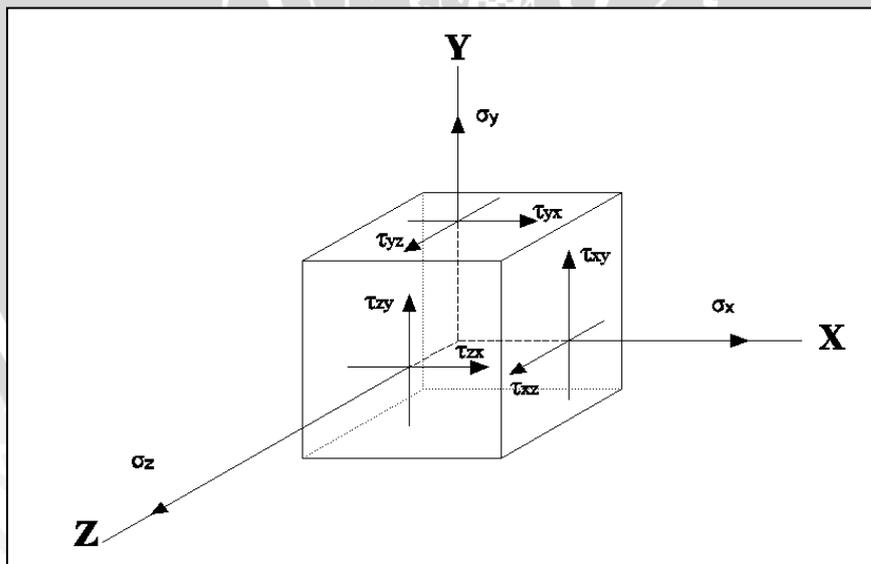
Gambar 2.2. Respon suatu benda elastis yang diberi gaya luar dari berbagai arah
Sumber : Szilard, 1974 :14

Untuk menentukan gaya dalam yang timbul di antara partikel-partikel benda tersebut, dengan cara memenggal dua bagian oleh suatu bidang, seperti gambar 2.3a. Jika bagian B dihilangkan, keseimbangan benda tersebut harus dipertahankan oleh gaya-gaya luar yang bekerja pada permukaan penampangnya. Jika di ambil suatu luas ΔA yang kecil pada penampang tersebut dan kita nyatakan gaya dalam yang bekerja pada luasan ini sebagai ΔP (gambar 2.3b). Perbandingan $\Delta P/\Delta A$ adalah *tegangan rata-rata*.



Gambar 2.3. Metode Irisan
 Sumber : Szilard, 1974 :14

Tegangan juga dapat terjadi pada suatu bidang. Tegangan yang terjadi adalah tegangan normal dan tegangan geser di semua permukaannya. Hal ini dapat ditunjukkan pada gambar 2.4 berikut ini :



Gambar 2.4 Tegangan pada bidang kubus
 Sumber : Gere, 1996 : 349



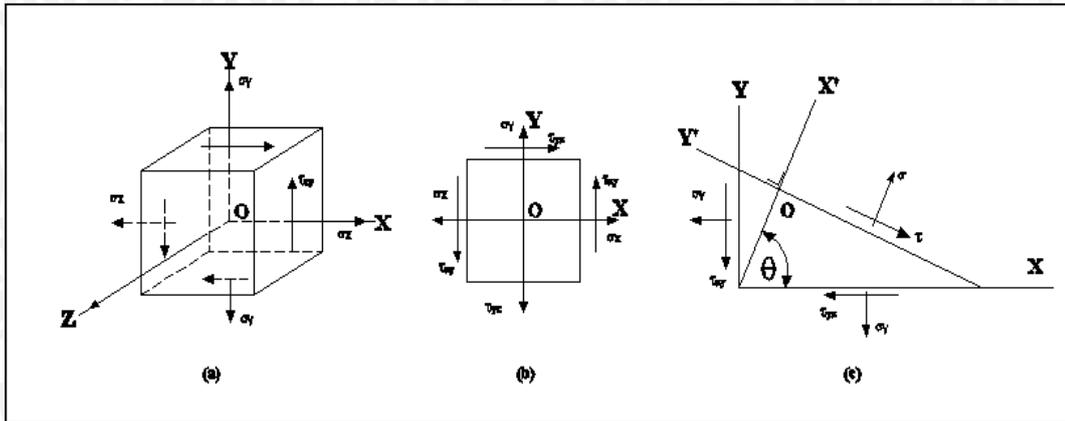
Penulisan tegangan pada suatu titik dapat dilakukan dengan penulisan tensorial dengan matrik sebagai berikut :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

Arti dari penulisan tersebut adalah indeks pertama menyatakan bidang tempat tegangan tersebut bekerja, dan indeks kedua menyatakan arah tegangan tersebut. Tegangan dengan indeks pertama dan kedua sama merupakan tegangan normal, sedangkan yang indeksnya berlainan merupakan tegangan geser. Tegangan normal berharga positif, bila merupakan tegangan tarik dan bertanda negatif bila merupakan tegangan kompresi. Untuk tegangan geser berharga positif bila mempunyai kecenderungan memutar elemen kubus searah jarum jam dan bertanda negatif bila cenderung memutar elemen kubus berlawanan arah jarum jam.

Dalam menganalisa tegangan maka kita akan menjumpai istilah tegangan prinsipal, tegangan prinsipal adalah tegangan yang bekerja pada daerah prinsipal dimana tegangan geser berharga nol dan hanya tegangan normal saja yang bekerja. Arah tegangan utama disebut arah prinsipal.

Untuk titik yang mendapat tegangan dua dimensi, artinya $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ maka sumbu prinsipal ketiga dianggap berhimpit dengan sumbu z dan dengan demikian harga tegangan ke arah sumbu prinsipal ketiga akan sama dengan tegangan ke arah sumbu z yang berharga nol ($\sigma_3 = \sigma_z = 0$). Hal ini dapat digambarkan seperti pada gambar (2.4.a) dan dapat disederhanakan lagi menjadi seperti pada gambar (2.4.b). Jika sumbu xy diputar terhadap sumbu z sebesar sudut θ dan melalui titik O dibuat bidang *oblique* (bidang miring sembarang) yang mempunyai normal n (sama dengan arah x') seperti pada gambar (2.4.c).



Gambar 2.5 Menentukan tegangan Prinsipal

Sumber: Timoshenko, 1986: 306

Maka tegangan normal (σ'_x) di bidang *oblique* didapatkan sebagai berikut :

$$\sigma'_x = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (2-3)$$

Sedangkan tegangan geser ($\tau'_{x'y'}$) di bidang *oblique* didapatkan

$$\tau'_{x'y'} = \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta \quad (2-4)$$

Persamaan di atas juga sering ditulis dengan sudut 2θ sehingga :

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2-5)$$

$$\tau'_{x'y'} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (2-6)$$

Untuk mencari arah tegangan prinsipal maka sesuai definisi di atas bahwa tegangan gesernya harus sama dengan nol maka dari persamaan (6) didapatkan :

$$\tau'_{x'y'} = \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta = 0 \quad (2-7)$$

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{\sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{1/2 \sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{1}{2} \tan 2\theta \quad (2-8)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2-9)$$

Persamaan (9) bila dianalogikan dengan suatu segitiga dan dalil *pythagoras* maka :

$$\sin 2\theta = \frac{\tau_{xy}}{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2}} \quad (2-10)$$

$$\cos 2\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y/2}{\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2}} \quad (2-11)$$

Harga – harga ini disubstitusikan ke persamaan (5) dan (6) sehingga didapatkan tegangan prinsipal sebagai berikut :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2} \quad (2-12)$$

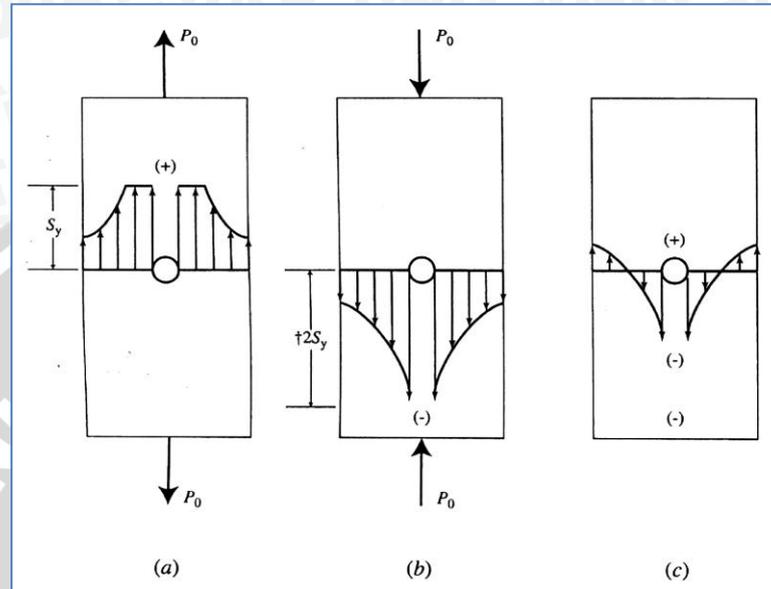
2.2.1.1 Tegangan Sisa

Tegangan sisa (*residual stress*) adalah tegangan yang masih bekerja pada suatu benda meskipun beban luar yang bekerja pada benda tersebut telah dihilangkan. Berdasarkan arahnya, tegangan sisa dapat dibagi menjadi dua, yaitu : tegangan sisa tarik dan tegangan sisa tekan.

Kedua tegangan itu selalu berada pada kondisi seimbang statik, artinya penjumlahan gaya akibat kedua tegangan tersebut selalu sama dengan nol. Tegangan sisa dapat berpengaruh terhadap sifat material, terutama ketahanan korosi dan umur lelah (*fatigue lives*). Tegangan sisa tekan pada permukaan akan meningkatkan ketahanan korosi tegangan (*stress corrosion*) dan umur lelah, sedangkan tegangan sisa tarik berakibat sebaliknya.

Ada berbagai teknik yang digunakan dalam pembentukan tegangan sisa pada suatu struktur. Secara umum dibagi menjadi empat cara, yaitu cara mekanik, pelapisan, *thermal method*, dan proses permesinan. Cara tersebut hampir dipakai pada semua logam tinggal memilih cara apa yang paling cocok untuk suatu kondisi logam tertentu.

Contoh pembentukan *compressive residual stress* dengan cara mekanik, yaitu dengan memberi beban pada material sampai terbentuk deformasi plastis pada daerah lokal.



Gambar 2.6 Tegangan sisa yang terjadi pada pelat berlubang
Sumber: Stephens, 2001:248

Gambar tersebut adalah *stretching (tensile overload)* dari sebuah pelat berlubang. Dengan mengansumsikan material pelat *elastis-perfectly plastic* pada gambar (a) dapat dilihat distribusi tegangan yang terjadi pada saat pembebanan dilakukan, karena ada perubahan penampang maka pada daerah sekitar lubang akan terjadi konsentrasi tegangan sehingga tegangan pada daerah sekitar lubang menjadi besar dan terjadi deformasi plastis. Pada gambar (b) beban pada pelat sudah dilepaskan sehingga ada *reyielding* dari material yang tidak mengalami deformasi plastis. Gambar (c) adalah hasil distribusi tegangan sisa pada pelat tersebut.

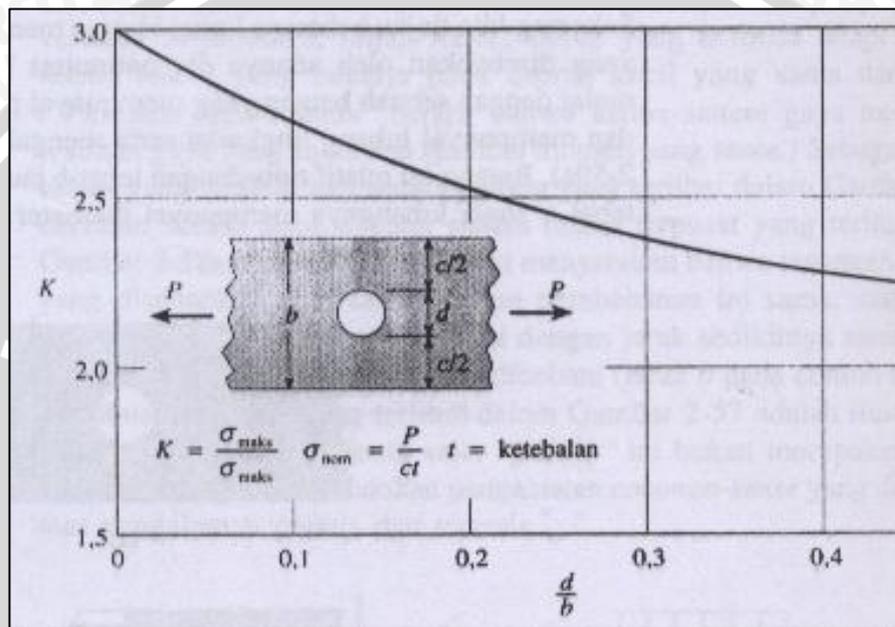
2.2.1.2 Pemusatan Tegangan (*Stress Concretation*)

Pemusatan tegangan terjadi seiring adanya bentuk yang tidak teratur dari bahan. Faktor pemusatan tegangan (*stress concentration factor*) dipakai untuk menghubungkan tegangan maksimum sebenarnya pada ketidak-mulusan tersebut

terhadap tegangan nominal (E. Shigley. 1986). Faktor tersebut dinyatakan dengan persamaan :

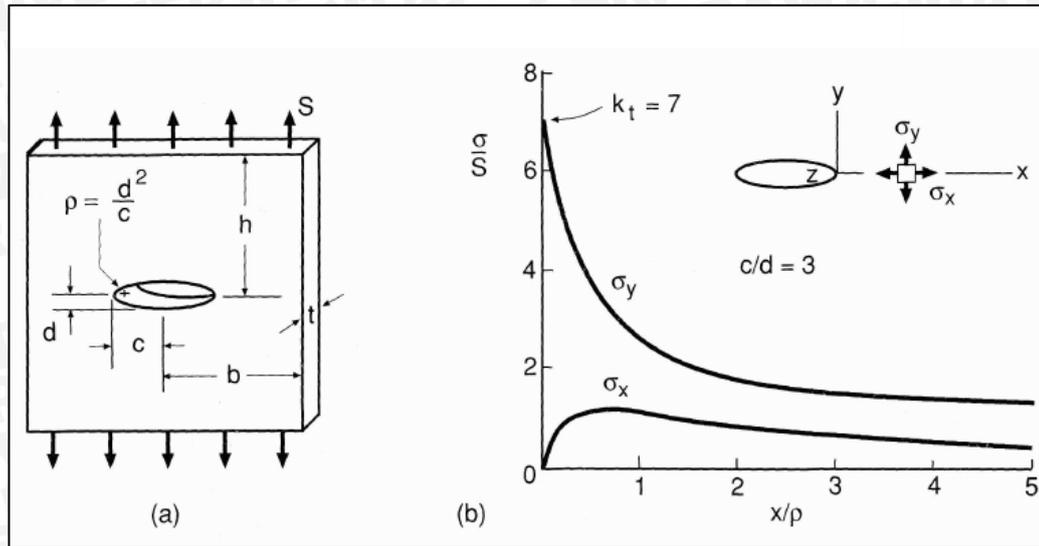
$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (2-13)$$

Pada pelat berlubang faktor konsentrasi tegangan dapat dilihat pada gambar grafik 2.7 di bawah ini:



Gambar 2.7 Faktor konsentrasi tegangan pada pelat berlubang
Sumber: Gere, 1987:126

Untuk plat yang memiliki lubang berbentuk elips, tegangan yang terjadi pada sumbu x disekitar lubang akan akan memiliki tegangan yang lebih besar dibandingkan dengan plat yang memiliki lubang berbentuk lingkaran sempurna. Keadaan tersebut dapat kita lihat pada gambar sbb:



Gambar 2.8 (a) Plat berlubang (*elliptical hole*) yang dikenai pembebanan
 (b) distribusi tegangan sepanjang sumbu x
 Sumber: Bahan ajar Anindito Purnowidodo, 2009:2

Sedangkan persamaannya dapat dilihat dari perhitungan sbb:

$$\sigma_y = S \left(1 + 2 \frac{c}{d} \right) = S \left(1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}} \right) \tag{2-14}$$

$$k_t = \frac{\sigma_y}{S} = 1 + 2 \frac{c}{d} = 1 + 2 \sqrt{\frac{c}{\rho}} \tag{2-15}$$

2.2.2 Regangan

Regangan adalah perubahan bentuk tanpa dimensi untuk menyatakan adanya deformasi (Iremonger, 1990 : 17). Regangan yang ditimbulkan dari gaya tarik disebut regangan tarik (*tensile strain*) yang menyatakan suatu pemanjangan atau tarikan dari bahan. Sedangkan jika batangnya mengalami penekanan, maka dinamakan regangan tekan (*compressive strain*). Regangan tarik berharga positif sedangkan regangan tekan berharga negatif.

Karena regangan adalah perbandingan antara dua ukuran panjang, maka regangan tidak memiliki dimensi (*dimension less quantity*). Regangan karena gaya tarik dapat ditulis dalam persamaan berikut :

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (2-16)$$

dengan :

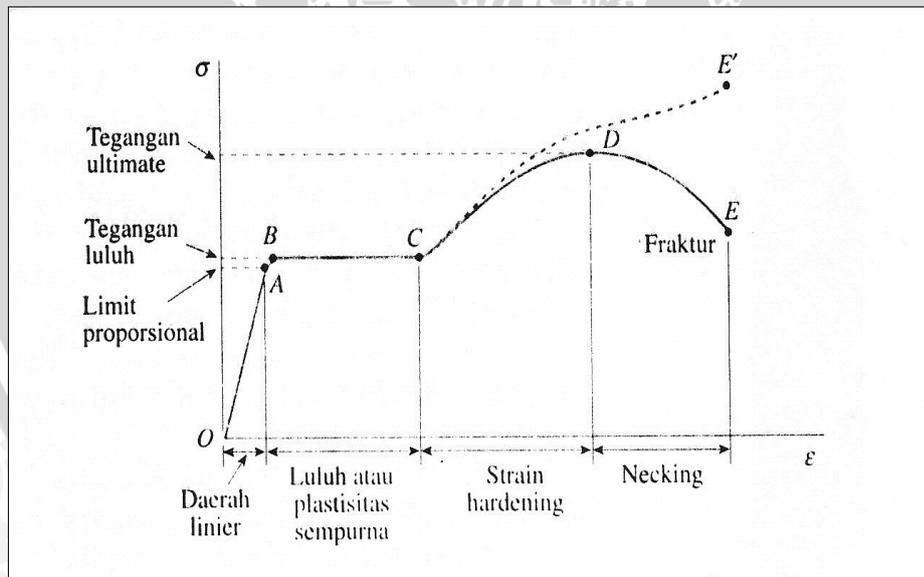
\mathcal{E} = besarnya regangan

δ = besarnya pertambahan panjang (m)

L = panjang awal (m)

2.2.3 Hubungan antara Tegangan dan Regangan

Tegangan dan regangan senantiasa berhubungan pada setiap bahan (walaupun hubungan ini dapat berubah karena suhu, laju pembebanan dan sebagainya). Pada kondisi tegangan di bawah tingkat kritis akan memenuhi Hukum *Hooke* yang menyatakan bahwa deformasi adalah berbanding lurus terhadap beban yang ditimbulkan. Hal ini sesuai dengan diagram tegangan regangan yang ditunjukkan dalam gambar 2.9 berikut:



Gambar 2.9 Hubungan Tegangan Regangan

Sumber : Gere, 1996:13

Dalam hal ini :

- Titik proporsional merupakan titik keseimbangan antara tegangan dan regangan.
- Titik luluh merupakan titik tempat terjadinya penambahan regangan tanpa disertai penambahan beban.
- Titik *ultimate* merupakan titik tempat tegangan tertinggi yang dapat dicapai oleh bahan tersebut.
- Titik patah merupakan titik tempat bahan tersebut mengalami patah.

Di dalam diagram tegangan regangan dikenal :

- Daerah elastis yaitu daerah tempat terjadinya deformasi elastis (dari nol sampai batas elastis)
- Daerah plastis merupakan daerah tempat terjadinya deformasi plastis (dari batas elastis sampai titik *ultimate*)
- Daerah patah merupakan daerah tempat terjadinya patah.

Hukum *Hooke* secara sistematis dirumuskan (Iremonger, 1990 : 19) sebagai berikut:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ N/mm}^{-2} \quad (2-17)$$

dengan

E = modulus elastisitas bahan (*Modulus Young*)

σ = Tegangan

ε = Regangan

Modulus elastisitas (*Modulus Young*) dinyatakan sebagai perbandingan antara tegangan dan regangan. Modulus elastisitas merupakan karakteristik suatu logam tertentu karena setiap logam memiliki modulus elastisitas yang berbeda.

Pada kondisi plastis, deformasi yang terjadi pada material bersifat *irreversible* dan pada kondisi ini hukum *Hooke* sudah tidak berlaku lagi. Salah satu karakteristik yang perlu dipahami dari deformasi plastis pada material logam

adalah logam tidak mempunyai sifat mampu tekan (*incompressible*), sehingga pada deformasi plastis volume dari material logam adalah konstan.

Bila dilihat pada diagram tegangan-regangan sebenarnya pada kondisi plastis hubungan tegangan regangan dapat dirumuskan dengan:

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (2-18)$$

dengan

σ adalah tegangan

K adalah konstanta penguatan

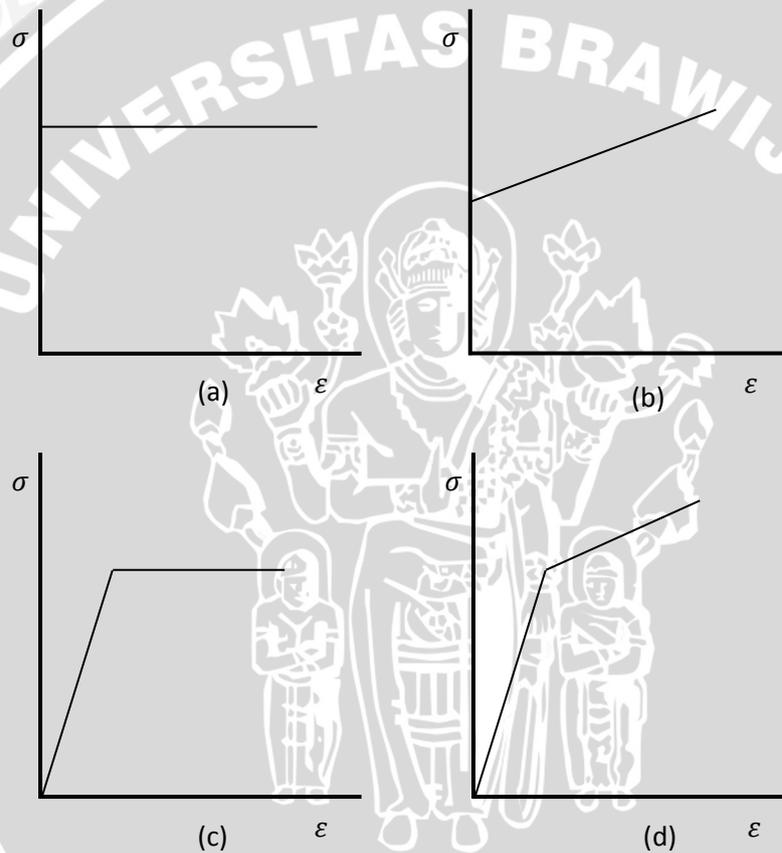
ε adalah regangan

n adalah eksponensial *strain hardening*

Dalam analisa untuk mendapatkan penyelesaian masalah deformasi, maka perlu untuk mengidealisasikan hubungan tegangan-regangan yang terjadi. Pada umumnya ada empat permodelan pengidealisasian dari sudut pandang terjadinya deformasi pada material, yang pertama adalah *rigid perfectly plastic*, pada pemodelan ini material tidak mengalami deformasi elastis terlebih dahulu, namun langsung mengalami deformasi plastis pada saat diberi pembebanan sampai batas tertentu. Deformasi akan terus terjadi jika pembebanan terus dilakukan walaupun besar pembebanan tidak ditambahkan. Pada kurva diagram tegangan-regangan permodelan material ini dapat dilihat pada gambar 2.10 (a). Permodelan yang kedua adalah *rigid linier strain hardening*, yaitu permodelan material yang tanpa mengalami deformasi elastis, sehingga hanya terjadi deformasi plastis dan pada saat penambahan deformasi plastis maka akan diikuti oleh penambahan pembebanan secara linier pada digram tegangan-regangan. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 2.10 (b). Kedua permodelan ini sangat cocok digunakan untuk menggambarkan yang bersifat plastis.

Untuk material logam sendiri biasanya tergolong material yang *elastoplastic*, yang mana pada material terjadi dua macam deformasi yaitu deformasi elastis dan deformasi plastis. Pada material jenis ini permodelan yang digunakan adalah jenis ke-tiga dan ke-empat, yaitu *elastic perfectly plastic* dan *elastis linier strain hardening*. Pada permodelan ini material akan mengalami deformasi elastis

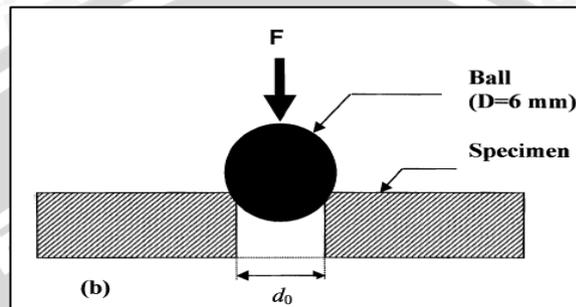
terlebih dahulu selama diberi pembebanan sampai batas tertentu, kemudian akan mengalami deformasi plastis. Untuk *elastic perfectly plastic*, deformasi plastis yang terjadi tidak diikuti penguatan tegangan sedangkan *elastic linier strain hardening*, deformasi plastis yang terjadi akan diikuti dengan penguatan tegangan. Berikut adalah gambar kurva tegangan-regangan berbagai macam permodelan material:



Gambar 2.10 Permodelan material pada diagram tegangan-regangan
Sumber : Dieter, 1988:73

2.3 Cold Expansion Hole

Cold expansion hole adalah salah satu teknik yang digunakan untuk menghasilkan *compressive residual stress* pada permukaan lubang sambungan plat. Bola baja atau mandrel dengan kekuatan tinggi ditekankan pada plat sampai mengalami deformasi plastis local pada permukaannya. Proses *cold expansion hole* ditunjukkan pada gambar di bawah ini :



Gambar 2.11 Proses *cold expansion hole*
Sumber: R. Ghfiri, 2000:913

Tegangan sisa tekan yang terjadi dikarenakan karena adanya proses *reyielding* dari material yang tidak mengalami deformasi plastis. Pada proses *cold expansion hole*, tercipta daerah yang dinamakan *cold expansion affected zone* (CEAZ). Daerah ini mengalami deformasi plastis dan pada daerah itu terdapat *compressive residual stress*. Besarnya CEAZ dipengaruhi oleh *mechanical properties* material yang digunakan dan *degree of cold expansion* (DCE) yang besarnya dapat di hitung dengan persamaan berikut :

$$\text{DCE} = [(D-D_0)/D_0] \times 100\% \quad (2-19)$$

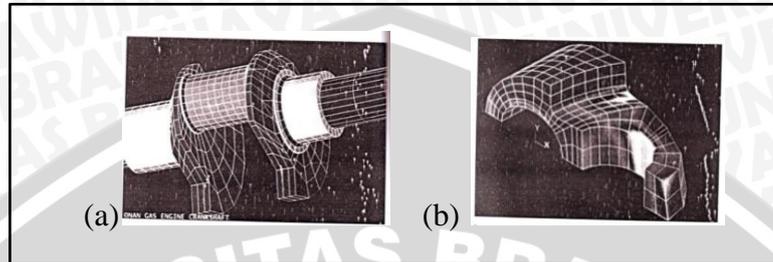
dengan :

D adalah diameter bola (mm)

D_0 adalah diameter lubang sebelum *cold expansion hole* (mm)

2.4 Metode Elemen Hingga (*Finite Element Methode*)

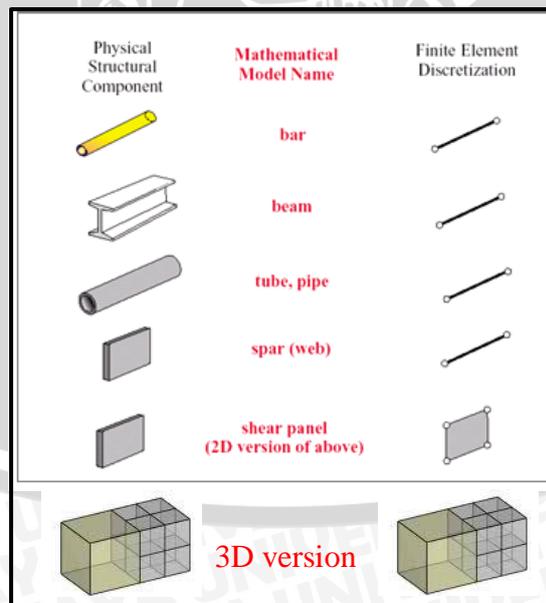
Metode elemen hingga merupakan solusi numerik dengan proses diskretisasinya, yaitu membagi struktur menjadi elemen-elemen kecil yang memiliki geometri yang lebih sederhana dengan jumlah yang masih berhingga.



Gambar 2.12. (a) *Gas engine crankshaft*,
(b) *joy swivel link*

Sumber : Zahavi, 1992

Pemakaian Metode Elemen Hingga (MEH) selama ini antara lain untuk menganalisa struktur, yang berada pada pengaruh pembebanan (gaya maupun tekanan), gradien temperatur yang akan memberikan akibat berupa deformasi, tegangan maupun perubahan temperatur yang dialami oleh struktur tersebut. Tujuan utama dari analisa ini adalah untuk memperoleh nilai pendekatan tegangan dan perpindahan yang terjadi pada struktur tersebut.



Gambar 2.13. Diskretisasi Elemen

Sumber : Modul ANSYS 2007, Studio Perancangan dan Rekayasa Sistem

Prosedur perhitungan dengan Metode Elemen Hingga (MEH)

1. Diskretisasi dan pemilihan elemen

Proses ini adalah proses pembagian struktur menjadi elemen-elemen kecil yang lebih sederhana yang dihubungkan pada titik simpul (*node*), kemudian dilakukan pemilihan elemen seperti model awal dari struktur. Hal ini dilakukan untuk mempermudah analisa.

2. Memilih fungsi pendekatan

Variasi perpindahan pada suatu elemen didekati dengan fungsi interpolasi yang didasarkan pada harga simpul yang mengitari. Fungsi yang paling umum digunakan adalah polinomial. Pendekatan dengan fungsi interpolasi ini disebabkan karena sulitnya mencari jawaban tertutup sehingga dipilih suatu bentuk jawaban, yaitu distribusi perpindahan yang merupakan besaran yang tidak diketahui dengan memakai fungsi yang harus memenuhi hukum, prinsip dan syarat batas yang menjadi sifat persoalan yang ada.

3. Menurunkan persamaan matrik kekakuan [k]

Dengan prinsip usaha virtual akan dihasilkan persamaan matrik kekakuan elemen yang dinyatakan sebagai berikut :

$$[k] = \int [B]^T [C] [B] dV \quad (2-20)$$

dengan:

[k] : matrik kekakuan elemen

[B] : matrik konstitutive hubungan regangan dan perpindahan

[C] : matrik konstitutive hubungan tegangan dan regangan material

Adapun matrik B untuk elemen tetrahedral adalah sebagai berikut :

$$B_1 = \begin{bmatrix} f_{i,x} & 0 & 0 \\ 0 & f_{i,y} & 0 \\ 0 & 0 & f_{i,z} \\ f_{i,y} & f_{i,x} & 0 \\ 0 & f_{i,z} & f_{i,y} \\ f_{i,z} & 0 & f_{i,x} \end{bmatrix}$$

4. Menghitung matrik beban total

Beban yang bekerja didefinisikan menjadi 3 macam, sehingga beban total adalah :

$$R = Q_{NF} + Q_{BF} + Q_T \tag{2-21}$$

dengan:

Q_{NF} : beban pada konsentrasi nodal

Q_{BF} : beban *body force* (akibat beban sendiri)

Q_T : beban traksi (*surface traction*)

5. Merakit elemen menjadi struktur

Perakitan persamaan elemen akan dibawa ke bentuk persamaan global, yang prosesnya harus memenuhi sifat konvergen dan sifat sinambung. Salah satunya antara lain : titik-titik yang semula bersebelahan harus tetap bersebelahan satu sama lain setelah elemen dikenai beban. Bentuk persamaan global elemen yaitu :

$$[K] \{q\} = \{R\} \tag{2-22}$$

dengan:

$[K]$: matrik kekakuan elemen.

$\{q\}$: vektor perpindahan simpul.

$\{R\}$: matrik beban total.

Setelah matrik kekakuan global diperoleh dan syarat-syarat batasnya dimasukkan maka perpindahan simpul $\{q\}$ dapat dicari. Suatu syarat batas memberikan informasi bagaimana struktur ditopang dalam ruang, dengan memasukkan nilai perpindahan yang telah ditetapkan sesuai kondisi pada struktur.

6. Mendapatkan perpindahan global

Persamaan global yang telah mendapatkan syarat batas, merupakan sekumpulan persamaan linier yang secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$k_{1,1} q_1 + k_{1,2} q_2 + \dots + k_{1,n} q_n = R_1 \tag{2-23}$$



$$k_{2,1} q_1 + k_{2,2} q_2 + \dots + k_{2,n} q_n = R_2$$

$$k_{n,1} q_1 + k_{n,2} q_2 + \dots + k_{n,n} q_n = R_n$$

Persamaan di atas akan diselesaikan dengan cara eliminasi *Gauss* untuk mendapatkan besaran-besaran primer yaitu $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$.

7. Mendapatkan besaran sekunder dan interpretasi hasil

Dari besaran pertamanya yang berupa perpindahan, dapat dicari besaran sekunder yang dapat berupa tegangan maupun regangan, dengan menggunakan hubungan antara keduanya. Hubungan tegangan-regangan pada kondisi 3D dapat dinyatakan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2-24)$$

Hubungan tersebut dapat ditulis dalam bentuk simbol berikut :

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\}$$

Hubungan regangan dengan perpindahan adalah :

$$\{\epsilon\} = [B] \{d\}$$

Sehingga tegangan dapat dirumuskan sebagai :

$$\{\sigma\} = [C] [B] \{d\}$$

Hasil akhir dari perhitungan dengan metode elemen hingga ini berupa harga distribusi tegangan yang akan diplot di sepanjang struktur untuk dianalisis sesuai dengan rumusan masalah yang ada.

2.5 Software ANSYS

Software yang berbasis elemen hingga ini mempunyai kelebihan yaitu kemampuan untuk mendiskritisasi model dengan sangat halus, mampu bekerja dengan elemen lebih banyak dan menghasilkan output dengan ketelitian tinggi. ANSYS dapat digunakan untuk menganalisis antara lain : struktural, termal, elektris, magnetis, dan fluida.

Secara umum langkah-langkah analisis dengan menggunakan ANSYS dibagi menjadi tiga, yaitu :

1. *Preprocessing* (Proses Awal)

Tahap-tahap penting dalam *Preprocessing* :

- Pemodelan geometri : disini dilakukan proses *modeling* geometri baik 1D, 2D maupun 3D.
- Pemilihan tipe elemen : digunakan untuk mendiskritisasikan model yang dibuat.
- *Material properties* : input data material yang digunakan.
- *Meshing* : pembagian struktur menjadi elemen-elemen kecil/elemen diskrit.

2. *Solution* (Proses Solusi)

Tahap-tahap penting dalam *Solution* :

- Mendefinisikan analisis solusi yang dipakai (*Analysis Type*)
- Memasukkan kondisi batas (*constrain*)
- Menerapkan pembebanan
- Penyelesaian (*Solving*)

3. *General Postprocessing* (Proses Pembacaan Hasil)

- *Plot Result*

Dengan menggunakan *contour plot* akan tampak distribusi tegangan atau variabel lain pada model sehingga mudah dalam menginterpretasikan informasi yang disajikan. Di sini model digambarkan dengan sebaran warna yang menunjukkan besarnya tegangan yang terjadi.

- *List Result*

Hasil analisis dalam bentuk *List Result* berupa tabel yang memberikan informasi secara detail mengenai perpindahan, tegangan dan regangan yang terjadi pada tiap *node* maupun elemennya.

- *Animation*

Hasil analisa yang diperoleh juga ditampilkan dalam bentuk simulasi (animasi).

2.6 Hipotesa

Adanya proses *cold expansion holes* akan mengakibatkan terjadinya tegangan sisa tekan (*compressive residual stress*) pada daerah sekitar lubang, sehingga tegangan sisa tarik akibat proses pembebanan akan berkurang oleh tegangan sisa tekan tersebut. Pada proses ini semakin besar sudut mandrel maka semakin besar pula tegangan sisa tekan (*compressive residual stress*) yang dihasilkan.

