

**ANALISA VARIASI SUDUT PLAT PENAMBAH PADA BAJA PROFIL  
KANAL U UNTUK MENINGKATKAN KEKUATAN LENTUR**

**SKRIPSI  
KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI**

Diajukan untuk memenuhi persyaratan  
Memperoleh gelar Sarjana Teknik

**UNIVERSITAS BRAWIJAYA**



Disusun oleh :

**MUHAMAD NUR APRIYANTO**

**NIM. 0410620062 - 62**

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
FAKULTAS TEKNIK  
MALANG  
2009**

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**ANALISA VARIASI SUDUT PLAT PENAMBAH PADA BAJA PROFIL  
KANAL U UNTUK MENINGKATKAN KEKUATAN LENTUR**

**SKRIPSI**

**KONSENTRASI TEKNIK PRODUKSI**

Diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan  
memperoleh gelar sarjana teknik



Disusun oleh :

**MUHAMAD NUR APRIYANTO**

**NIM. 0410620062 - 62**

Telah diperiksa dan disetujui oleh :

**Dosen Pembimbing I**

**Dosen Pembimbing II**

**Ir. Abdul Hadi Djaelani**

**130 518 942**

**Ir. Endi Sutikno, MT**

**131 756 002**

**LEMBAR PERSETUJUAN**  
**ANALISA VARIASI SUDUT PLAT PENAMBAH PADA BAJA PROFIL**  
**KANAL U UNTUK MENINGKATKAN KEKUATAN LENTUR**

**SKRIPSI**  
**KONSENTRASI TEKNIK KONSTRUKSI**

Diajukan untuk memenuhi persyaratan  
 Memperoleh gelar Sarjana Teknik

Disusun oleh :

**MUHAMAD NUR APRIYANTO**

**NIM. 0410620062 - 62**

Skripsi ini telah diuji dan dinyatakan lulus pada  
 Tanggal Juni 2009

Skripsi 1

Skripsi 2

Dr. Ir. Pratikto. MMT  
 NIP. 19461110 198103 1 001

Dr. Eng Yudy Surya Irawan, ST., M.  
Eng  
 NIP. 19750710 199903 1 004

Komprehensif

Sugiarto ST., MT  
 NIP.19690417 199512 1 001

Mengetahui  
 Ketua Jurusan Teknik Mesin

Dr. Slamet Wahyudi, ST., MT  
 NIP. 19720903 199702 1 001



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, karena hanya dengan limpahan rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Analisa Variasi Sudut Plat Penambah Pada Baja Profil Kanal U Untuk Meningkatkan Kekuatan Lentur”**

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat bagi mahasiswa jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Brawijaya Malang untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik. Penulis ingin mengucapkan banyak terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu menyelesaikan skripsi ini, terutama kepada :

1. Bapak Dr. Slamet Wahyudi, ST, MT. selaku Ketua Jurusan Teknik Mesin
2. Bapak Ir. Tjuk Oerbandono, M.Sc. CSE. selaku Sekretaris Jurusan teknik Mesin
3. Bapak Dr. Ir. Pratikto., MT. selaku Ketua Kelompok Konsentrasi Teknik Konstruksi
4. Bapak Ir. Abdul Hadi Djaelani. selaku Pembimbing I Skripsi atas bantuan, saran dan nasihat dalam mendampingi penulisan skripsi ini.
5. Bapak Ir. Endi Sutikno. MT. selaku Pembimbing II Skripsi atas bantuan, saran dan nasihat dalam mendampingi penulisan skripsi ini.
6. Kedua orang tuaku Bapak Toto Suwito dan Ibu Euis Hendrawati yang selalu memberikan semangat dan doa.
7. Rekan-rekan di Laboratorium Fenomena Dasar Mesin, Lek Joko (laboran), Deni, Ipung, Febri, Mamad, Ray, Panji, Ubay, Doni yang turut membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Dengan keterbatasan ilmu yang dimiliki penulis, tentunya skripsi ini banyak membutuhkan masukan. Untuk itu penulis mengharapkan adanya kritik dan saran yang membangun guna perbaikan di masa mendatang. Semoga skripsi ini bisa bermanfaat bagi kita semua.

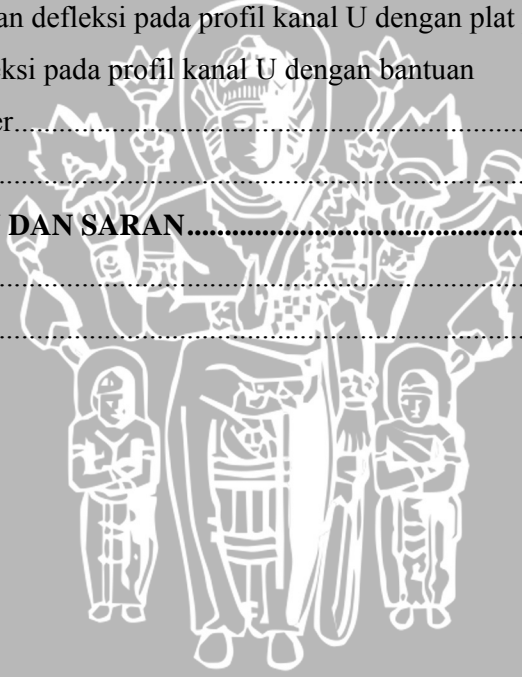
Malang, Mei 2009

Penyusun

DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>i</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>ii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>v</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN.....</b>	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN.....</b>	<b>vii</b>
<b>BAB I.....</b>	<b>1</b>
<b>PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penulisan.....	4
1.5 Manfaat Penulisan.....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>5</b>
2.1 Tinjauan umum.....	5
2.1.1 Baja profil U .....	5
2.1.2 Teori Elastisitas.....	5
2.2 Analisa tegangan .....	6
2.2.1 Analisa kekuatan bahan .....	6
2.1.3 Konsep tegangan, regangan dan hukum hooke .....	7
2.2.3 Hukum Hooke untuk material isotropis.....	10
2.3 Momen Inersia .....	11
2.4 Titik berat luas komposit.....	12
2.5 Defleksi terhadap beban lentur .....	12
Pembebanan yang terjadi pada profil U.....	15
2.6 Metode Elemen Hingga .....	15
2.6.1. Tinjauan umum mengenai Metode Elemen Hingga.....	15
2.6.2. Prosedur perhitungan dengan Metode Elemen Hingga.....	15
2.6.3. 2.4.3 Elemen Tetrahedral 4 node.....	19
2.6.4. Analisa solid mekanik 3 dimensi dengan elemen tetrahedral 4 node .....	21
2.6.5. Analisa solid mekanik 3 dimensi dengan elemen heksahedron 8 node .....	27

2.7 Hipotesa .....	34
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>35</b>
3.1. Metode Penulisan .....	35
3.2. Urutan Proses Analisa .....	35
3.3. Variabel Yang Diukur dan Parameter Yang Dikonstankan .....	39
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>40</b>
4.1 Data Spesifikasi Baja Profil Kanal U .....	40
4.2 Pembebanan Statis .....	41
4.3 Perhitungan Defleksi Akibat Pembebanan dalam Kondisi Statis pada Baja Profil Kanal U .....	41
4.3.1 Perhitungan Inersia dari baja profil kanal U standar .....	42
4.3.2 Perhitungan defleksi dari baja profil kanal U standart .....	47
4.3.3 Perhitungan defleksi pada profil kanal U dengan plat penambah .....	48
4.4 Perhitungan defleksi pada profil kanal U dengan bantuan program komputer .....	50
4.5 Pembahasan .....	54
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>58</b>
5.1 Kesimpulan .....	58
5.1 Saran .....	59



### DAFTAR TABEL

No.	Judul	Halaman
Tabel 4.1:	Momen inersia dengan skala gaya yang digunakan 0.0002	47
Tabel 4.2:	Defleksi yang terjadi	48
Tabel 4.3:	Perbandingan nilai defleksi dengan kedua metode	52



## DAFTAR GAMBAR

No.	Judul	Halaman
Gambar 1.1	Konstruksi ringan	1
Gambar 1.2	Mempertegar profil U dengan manambah plat	2
Gambar 1.3	Modifikasi profil U	3
Gambar 2.1	Bentuk baja profil kanal U	5
Gambar 2.2	Diagram regangan dan tegangan	8
Gambar 2.3	Diagram tegangan dan regangan pada pembebanan kedua	9
Gambar 2.4	Regangan normal dan kontraksi dalam arah y dan z	10
Gambar 2.5	Defleksi pada batang	15
Gambar 2.6	Flow Chart Prosedur Metode Elemen Hingga	16
Gambar 2.7	balok solid dalam 4 node tetrahedral element	19
Gambar 2.8	arah perpindahan pada elemen tetrahedral	19
Gambar 2.9	balok solid dibagi dalam elemen heksahedron	27
Gambar 2.10	8 node pada heksahedron dan koordinat sistem	28
Gambar 3.1	penampang standar dari baja profil kanal U	35
Gambar 3.2	Diagram alir penelitian	37
Gambar 4.1	Sudut yang divariasikan	39
Gambar 4.2	Diagram benda bebas baja profil kanal U	40
Gambar 4.3	Pembagian bidang pada baja profil kanal U	40
Gambar 4.4	Ukuran pada baja profil kanal U	42
Gambar 4.5	jarak antara titik berat keseluruhan dengan titik berat bagian	43
Gambar 4.6	integrasi grafia	47
Gambar 4.7	bentuk geometri setelah di import dari bentuk *.IGS	48
Gambar 4.8	<i>Input mechanical properties</i>	49
Gambar 4.9	penggunaan elemen heksahedrons	50
Gambar 4.10	penentuan ukuran elemen	50
Gambar 4.11	<i>refinement</i>	50
Gambar 4.12	pembebanan pada spesimen	51
Gambar 4.13	defleksi yang terbentuk	52
Gambar 4.14	grafik Defleksi pada profil kanal U	53
Gambar 4.15	bagian yang berpotensi mengalami defleksi terbesar	53



DAFTAR LAMPIRAN

No.	Judul	Halaman
1.	SNI 07-0052-2006	57
2.	<i>Mechanical Properties</i>	66



## RINGKASAN

**M. NUR APRIYANTO, Jurusan Mesin Fakultas Teknik Universitas Brawijaya, Januari 2009, Analisa Variasi Sudut Plat Penambah Pada Baja Profil Kanal U Untuk Meningkatkan Kekuatan Lentur, Dosen Pembimbing : Abdul Hadi Djaelani dan Endi Sutikno**

Konstruksi ringan dalam dunia industri merupakan hal yang sangat wajar belakangan ini. Konstruksi ringan dapat didefinisikan sebagai konstruksi dengan pengurangan bobot sendiri yang dapat di pertanggungjawabkan selama biaya produksi tidak bertambah dan fungsi komponen-komponennya tidak berkurang. Biaya produksi yang lebih tinggi untuk komponen yang lebih ringan dapat diimbangi dengan penghematan dibidang lain atau diikuti dengan peningkatan keuntungan dibidang lainnya. (Nieman 1994 : 74). Beberapa konstruksi ringan memerlukan penambahan komponen dari luar untuk meningkatkan kekuatan material tersebut terhadap beban yang akan ditanggungnya. Salah satunya yang digunakan dalam penelitian ini adalah plat penambah dengan bentuk sudut yang divariasikan.

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mendekati permasalahan yang ada dengan dua metode perhitungan, yaitu dengan metode analisa integrasi grafis dan metode elemen hingga atau *Finite element method* dengan *software* dengan keadaan lingkungan yang disamakan. Profil kanal U dengan standar yang digunakan mengacu pada SNI 07-0052-2006 sebagai konstruksi utama dengan panjang 1 meter akan ditambah dengan plat dengan ketebalan 5 milimeter dengan panjang 0,5 meter. Akan dibentuk menyerupai huruf U dengan sudut yang akan di variasikan mulai dari  $90^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $165^\circ$ ,  $170^\circ$ ,  $171^\circ$ ,  $172^\circ$ ,  $173^\circ$ ,  $174^\circ$ . Dari konstruksi yang telah terbentuk akan diberi beban merata pada semua permukaan sebesar 50.000 kg/m, dan dihitung besarnya defleksi yang terjadi sebagai parameter nilai kekuatan lentur yang terjadi.

Dengan penambahan plat gaya yang diterima dapat didistribusikan lebih merata pada seluruh sisi profil kanal U, yang secara langsung dapat menurunkan nilai defleksi yang terjadi pada profil kanal U. Pengaruh sudut dalam hal ini untuk mengetahui bagaimana efisiensi dari penambahan plat yang memiliki panjang sama terhadap defleksi yang terjadi. Distribusi gaya akan tersalurkan lebih baik dengan menggunakan sudut yang lebih besar. Terbukti dengan semakin turunnya nilai defleksi yang terjadi pada sudut  $174^\circ$ . Namun besarnya sudut tidak serta merta memperkecil defleksi, besarnya sudut terbatas dengan panjang plat yang tersedia.

Kata kunci : Profil kanal U, Defleksi, Metode elemen hingga, kekuatan lentur.

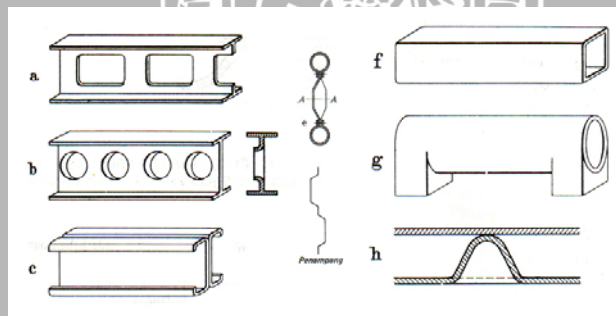
## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Penggunaan konstruksi ringan dalam dunia permesinan merupakan hal yang sangat wajar, konstruksi ringan banyak digunakan karena memang mudah untuk dicari dan memiliki spesifikasi kegunaan yang banyak. Konstruksi ringan dapat didefinisikan sebagai konstruksi dengan pengurangan bobot sendiri yang dapat dipertanggungjawabkan selama biaya produksi tidak bertambah dan fungsi komponen-komponennya tidak berkurang. Biaya produksi yang lebih tinggi untuk komponen yang lebih ringan dapat diimbangi dengan penghematan dibidang lain atau diikuti dengan peningkatan keuntungan dibidang lainnya. (Nieman 1994 : 74)

Keuntungan-keuntungan dengan penggunaan konstruksi ringan :

1. Mengurangi beban komponen-komponen lainnya, sehingga dapat dibuat lebih ringan
2. Memungkinkan daya guna yang lebih besar dengan pengurangan bobot
3. Mengurangi biaya produksi, seperti bahan bakar, perawatan
4. Mudah dipakai dan dipindahkan
5. Pada beberapa kasus konstruksi ringan mutlak diperlukan dimana beban sangat besar peranannya seperti kapal terbang, dan kapal ruang angkasa



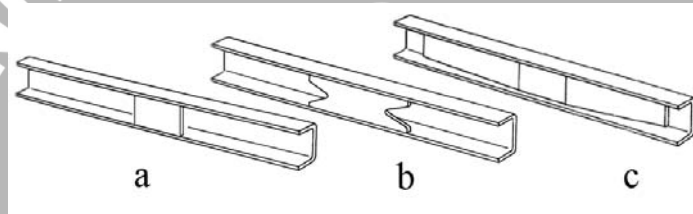
Gambar 1.1 Konstruksi ringan  
Sumber : G. Niemann, 1992,78

Yang perlu diperhatikan dari konstruksi ringan hemat bahan adalah penyebaran bahan yang merata diseluruh batang penahan. Dalam hal ini sebagian bahan dipindahkan ke daerah yang mengalami beban paling besar tujuannya adalah menurunkan tegangan maksimum dan membuat batas keamanan dari batang agar seragam atau dengan kata lain konstruksi tersebut memiliki kekuatan yang merata

disemua tempat dan agar tetap berpegang pada bentuk konstruksi ringan ada beberapa hal yang harus diperhatikan :

1. Sebagian bahan komponen bagian dalam yang menahan beban lentur, puntir atau tekuk dipindahkan ke bagian pinggir dengan beban puncak
2. Menghindari pengurangan kekuatan seperti pengaruh takik
3. Menggunakan pra tegangan sebagai pelindung yang dapat menurunkan tegangan maksimum dan dengan itu menghindari beban kejut
4. Pusat-pusat penyalur gaya merupakan daerah-daerah kritis sehingga perlu diperkuat

Profil U merupakan salah satu jenis yang banyak digunakan dalam konstruksi. Profil U sering dipakai dalam batang-batang yang mengalami beban lentur maupun beban puntir.



Gambar 1.2 Mempertegar profil U dengan manambah plat  
Sumber : G. Niemann, 1992, 79

Pemilihan penampang yang tepat dalam pemberian pembebanan sangat berpengaruh terhadap tegangan yang terjadi dapat dilihat dengan penambahan bahan yang sama ukuran namun peletakkannya berbeda. Hal ini dikarenakan distribusi tegangan yang diterima akan berbeda pula. Pada gambar 1.2 adalah jenis penambahan bahan atau material baru pada penampang profil U. Pada gambar pertama konstruksi diatas merupakan penambahan plat yang paling sederhana namun tidak disarankan untuk digunakan. Pada profil U yang kedua penambahan profil bertujuan untuk menambah kemampuan profil U dalam menerima beban lentur. Sedangkan pada jenis penambahan yang ketiga. Penambahan bahan pada profil U menyebabkan naiknya kemampuan dalam menerima beban lentur dan puntir.

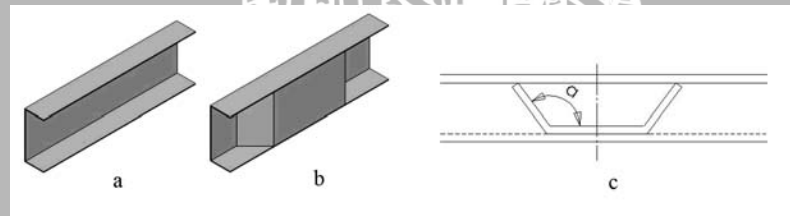
Adapun hal-hal yang perlu diperhatikan dalam memilih penampang yang ideal adalah :

(Nieman 1994 : 79)

1. Pada pembebanan tarik, tekan dan geser bentuk penampang tidak mempengaruhi tegangan  $\sigma = \frac{F}{A}$ . Hal yang perlu diperhatikan adalah pengaruhnya terhadap distribusi gaya
2. Untuk batang tekan diusahakan agar modulus elastisitas E (pengaruh bahan kerja) dan momen inersia I yang besar dengan penampang kecil
3. Pada pembebanan lentur sepihak, penampang dengan bagian tarik yang diperkuat lebih cocok, karena kekuatan tekannya lebih besar
4. Pada pembebanan lentur dan torsi serentak profil rongga tertutup yang paling cocok karena inersia lebih besar dari pada A

Dalam penelitian yang dilakukan akan mengulas jenis penambahan bahan yang ketiga, bagaimana karakteristik dari profil U dengan variasi sudut plat penambah terhadap kemampuan menahan beban lentur yang diberikan.

Dalam pengaplikasiannya profil U digunakan untuk konstruksi-konstruksi kompleks dengan pembebanan yang kompleks pula. Desain profil U pada umumnya digunakan pada konstruksi yang menerima beban lentur namun tidak menutup kemungkinan pada konstruksi yang kompleks. Modifikasi yang dilakukan adalah dengan mempertegar profil U tersebut. Yaitu dengan memberi elemen tambahan pada bagian bibir profil U dengan harapan akan meningkatkan kemampuan dalam menerima beban puntir. Elemen tambahan yang digunakan adalah plat dengan bahan dan ketebalan yang sama dengan profil U.



Gambar 1.3 Modifikasi profil kanal U

## 1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang permasalahan tersebut, maka dapat diambil rumusan masalah sebagai berikut :

”Bagaimana pengaruh sudut plat penambah untuk baja profil kanal U terhadap peningkatan kekuatannya”

### 1.3 Batasan Masalah

Agar ruang lingkup permasalahan tidak meluas, maka diperlukan adanya batasan masalah sebagai berikut :

1. Bentuk modifikasi adalah dengan menambahkan elemen tambahan pada bagian dalam profil U
2. Hubungan antara elemen tambahan dan profil utama (profil U) dianggap kaku
3. Pengujian profil sebatas untuk mengetahui peningkatan kekuatan lentur yang dilihat dari nilai defleksi yang terjadi searah dengan sumbu y atau searah dengan arah beban
4. Penelitian dilakukan dengan menggunakan simulasi *software* berbasis *finite element method*

### 1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan skripsi ini adalah :

“Mengetahui pengaruh variasi sudut plat penambah terhadap kekuatan lentur dari profil kanal U”.

### 1.5 Manfaat Penulisan

Manfaat yang dapat diambil dalam penulisan skripsi ini adalah :

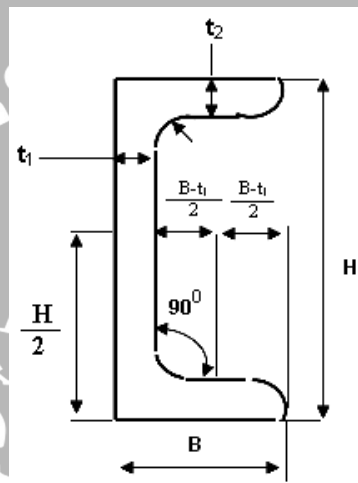
1. Sebagai bahan pertimbangan dalam mendesain konstruksi dengan menggunakan profil kanal U
2. Mengembangkan prosedur penelitian berkelanjutan dengan model awal diuji secara fisik dan dengan metode numerik

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Tinjauan umum

#### 2.1.1 Baja profil kanal U

Baja profil U atau dengan nama lengkap baja profil kanal U adalah adalah baja yang memiliki penampang berprofil U yang kedua bagian sayapnya berbentuk bulat, yang dihasilkan dari proses canai panas (*hot rolling mill*). Bentuk baja profil kanal U secara umum dapat digambarkan dalam gambar berikut.



Gambar 3.1 Bentuk baja profil kanal U  
Sumber : Badan Standarisasi Nasional (BSN)  
SNI 07-0052-2006

Baja profil kanal U sering digunakan pada konstruksi yang kompleks, dengan menerima berbagai macam pembebanan. Baja profil kanal U yang dipilih dalam penelitian sesuai dengan standar badan standar nasional Indonesia SNI 07-0052-2006 yang merupakan revisi terakhir dari standar serupa.

#### 2.1.2 Teori Elastisitas

Hampir semua bahan material memiliki sifat tertentu salah satu yang menjadi perhatian yaitu elastisitas. Apabila gaya luar menghasilkan perubahan bentuk (*deformation*) tidak melebihi batas tertentu, maka perubahan bentuk hilang sesudah gaya terlepas.

Bahan struktur tidak memenuhi anggapan diatas. Misalnya salah satu bahan yang paling penting yaitu baja, bila diamati dengan mikroskop terlihat bahwa baja terdiri dari berbagai jenis kristal dengan berbagai arah. Bahan tidak homogen, tetapi

pengalaman menunjukkan bahwa penyelesaian teori elastisitas yang didasarkan pada anggapan kehomogenan dan keisotropikan dapat diberlakukan terhadap struktur baja dengan tingkat ketelitian yang sangat tinggi. Hal ini karena seperti diketahui bahwa kristal sangat kecil dan biasanya dalam satu milimeter terdiri dari berjuta-juta kristal. Walaupun sifat elastis dari kristal tunggal dapat berbeda dalam arah yang berbeda, tetapi umumnya kristal terbagi secara acak dan sifat elastis potongan logam yang lebih besar merupakan sifat rata-rata kristal, selama ukuran geometris lebih mendefinisikan bentuk benda dari pada mendefinisikan ukuran kristal tunggal maka anggapan kehomogenan dapat digunakan dengan ketelitian tinggi, dan apabila arah kristal acak maka bahan dapat dianggap sebagai bahan isotropik.

## 2.2 Analisa tegangan

### 2.2.1 Analisa kekuatan bahan

Analisis kekuatan bahan (*strength of material analysis*) dijelaskan sebagai cara menganalisa hubungan antara gaya-gaya luar dan pengaruhnya terhadap gaya dalam (*internal force*) benda. Dalam hal ini benda tidak dianggap kaku, tetapi berdeformasi dalam besaran yang sangat kecil, deformasi inilah yang menjadi tinjauan utama, kekuatan bahan sendiri merupakan perluasan lebih lanjut dari mekanika teknik, yang hanya menganalisis hubungan gaya-gaya yang bekerja pada benda kaku, lebih lanjut kekuatan bahan ini sering disebut dengan istilah mekanika bahan (*mechanics of material*).

Mekanika bahan memberikan dasar penyelesaian bagi tiga permasalahan umum bidang rekayasa, yaitu :

1. Menunjukkan jenis material penyusun suatu struktur atau konstruksi mesin, juga ukuran dan pertimbangan dari penggunaan berbagai material sekaligus?
2. Menunjukkan rancang bangun (*design*) yang lengkap dari struktur atau konstruksi mesin, mampukan berfungsi secara aman tanpa terjadi deformasi yang berlebihan ?
3. Memberikan keterangan lengkap tentang suatu struktur atau konstruksi mesin dalam menahan beban, misalnya mampukah suatu struktur menerima beban lebih dari yang telah direncanakan sebelumnya ?



### 2.1.3 Konsep tegangan, regangan dan hukum Hooke

Pada analisa kekuatan suatu bahan atau struktur tentunya memiliki beberapa faktor penting yang harus dianalisa terlebih dahulu, pada kasus mekanika material faktor tersebut adalah tegangan dan regangan. Faktor-faktor tersebut merupakan analisa paling dasar dari suatu material atau struktur yang akan digunakan.

Pada umumnya, gaya dalam yang bekerja pada luas yang kecil takberhingga sebuah potongan, akan terdiri dari bermacam-macam besaran dan arah. Gaya-gaya dalam ini, merupakan vektor di alam dan bertahan dalam keseimbangan terhadap gaya-gaya luar yang bekerja. Dalam mekanika bahan kita harus menentukan intensitas dari gaya-gaya ini dalam berbagai bagitas, karena kemampuan suatu bahan untuk melawan gaya-gaya luar yang bekerja tergantung dari nilai intensitasnya. Pada umumnya intensitas gaya yang bekerja pada luas yang kecil tak berhingga suatu potongan berubah-ubah dari satu titik ke titik yang lainnya, umumnya intensitas ini berarah miring pada bidang potongan. Suatu gaya tertentu yang dianggap benar-benar bertitik tangkap pada sebuah titik, secara matematis didefinisikan sebagai berikut

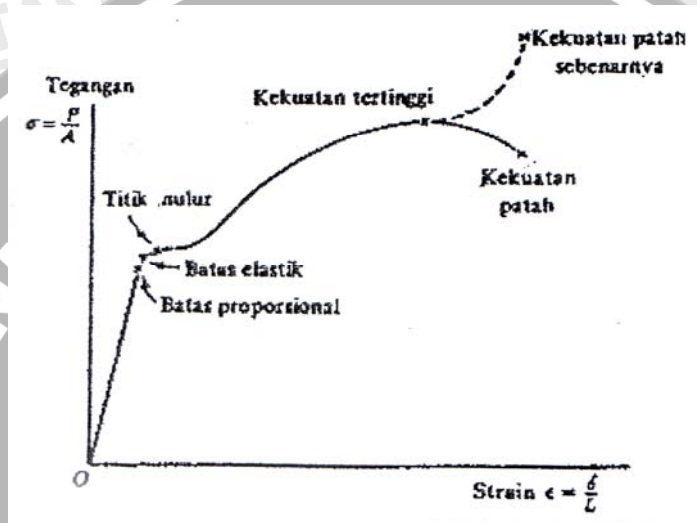
(Joseph E Shigley, 1986 : 44)

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2-1)$$

Dimana F adalah suatu gaya yang bekerja tegaklurus terhadap potongan, sedangkan A merupakan luas permukaan gaya yang bekerja. Apabila gaya yang bekerja adalah gaya tarik maka tegangannya adalah tegangan tarik (*tensile Stress*), apabila gaya mempunyai arah yang berlawanan sehingga batang mengalami gaya tekan, maka terjadi tegangan tekan (*compressive stress*), jika tegangan memiliki arah yang tegak lurus, maka tegangan ini disebut tegangan normal (*normal stress*), sehingga tegangan normal dapat berupa tarik dan tekan.

Pada mekanika material selain kekuatan bahan yang dipertimbangkan ada kekakuan bahan yang selalu sama pentingnya hal itu dapat diketahui dari nilai regangan dari bahan yang digunakan. Pada pembebanan yang merata pada permukaan suatu bahan, tegangan akan terdistribusi merata pada seluruh bagian dari bahan tersebut. Suatu bahan akan mengalami penambahan panjang jika mengalami gaya tarik sedangkan akan mengalami pengurangan panjang jika mengalami gaya tekan. Dengan perpanjangan yang sama pada bagian batang maka didapat konsep perpanjangan persatuan panjang atau yang dikenal dengan regangan.

Karena merupakan ratio antara dua panjang, maka regangan normal ini merupakan besaran tak berdimensi, artinya regangan tidak memiliki satuan. Dengan demikian regangan tidak tergantung pada sisten satuan panjang apapun. Harga numerik biasanya sangat kecil karena batang yang terbuat dari bahan struktural hanya mengalami perubahan panjang yang sangat kecil apabila dibebani. Regangan secara aktual dan nyata juga dapat dihitung berdasarkan pada panjang sesungguhnya pada saat pengujian dan hal ini diperlukan untuk mempelajari sifat-sifat dasar dari bahan.



Gambar 2.2. Diagram regangan dan tegangan

Sumber : Ferdinand L. Singer, 1985 : 32

Rasio atau perbandingan antara tegangan dan regangan disebut *modulus young* atau *modulus elastisitas*, pada gambar diatas, modulus ini berlaku pada garis lurus sebelum batas proporsional, modulus elastisitas ditulis sebagai :

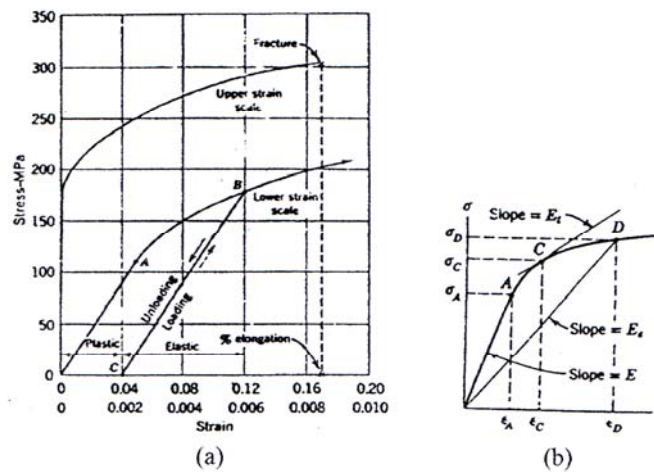
(Ferdinand. L Singer, 1985)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \text{ atau } G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (2-2)$$

Notasi E digunakan untuk menyatakan modulus elastisitas pada tegangan dan regangan normal, notasi G (sering disebut sebagai modulus ketegaran atau *rigidity*) digunakan pada tegangan dan regangan geser.

Untuk suatu titik pada kurva tegangan-regangan diatas batas proporsional (titik C pada gambar 2.3b) besaran seperti modulus tangen, modulus sekan (*sekant modulus*) digunakan untuk mengukur kekakuan material, Modulus tangen  $E_t$  didefinisikan sebagai gradien diagram tegangan-regangan pada tingkat tegangan tertentu. Jadi modulus tangen adalah fungsi tegangan (atau regangan) untuk tegangan yang lebih besar dari batas

proporsional. Untuk tegangan dibawah tersebut, modulus tangen sama dengan modulus young, sedangkan modulus sekan  $E_s$  adalah perbandingan dari tegangan dan regangan di titik manapun pada diagram.



Gambar 2.3 Diagram tegangan dan regangan pada pembebanan kedua

Sumber : Higdon, 1978 : 90

Suatu benda disebut elastis bila regangan akibat pembebanan kembali nol saat beban dihilangkan. Batas elastis adalah tegangan maksimum saat benda masih berlaku secara elastis. Diagram tegangan-regangan pada saat beban diangkat paralel atau sejajar dengan pembebanan (garis BC pada gambar 2.3a), bila benda dibebani kembali, maka diagram tegangan-regangan akan selalu mengikuti garis elastis yang baru. Batas proporsional untuk pembebanan kedua ini lebih besar dari pembebanan yang sebelumnya. Fenomena ini disebut sebagai pengerasan regangan (*strain hardening*)

Bila tegangan melampaui batas elastis, deformasi permanen akan terjadi sesudah beban dilepaskan. Deformasi atau perubahan ini disebut deformasi plastis. Deformasi yang tidak tergantung pada waktu disebut *slip*. Creep adalah deformasi plastis yang terjadi di bawah tegangan yang konstan dan pada kenaikan temperatur. Angka pasti untuk batas proporsional sulit untuk ditemukan, khususnya bila peralihan dari garis lurus atau (kurva elastis) ke daerah kurva (daerah elastis) yang terjadi secara halus (bertahap).

Kekuatan luluh adalah tegangan awal yang akan menimbulkan perubahan bentuk tetap, terletak sedikit diatas batas elastis, biasanya sebesar 0,05 hingga 0,3 persen atau pada regangan sebesar 0,0005 hingga 0,003, pada beberapa literatur angk ini diambil sebesar 0,2 persen atau pada regangan sebesar 0,002.

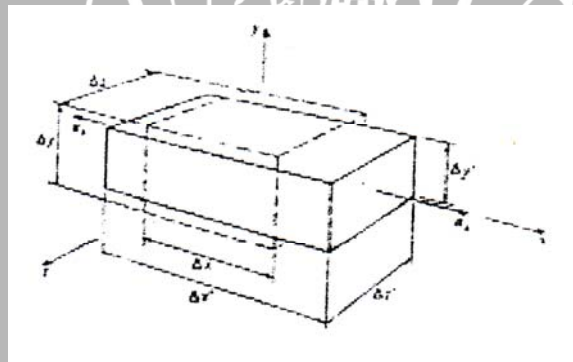
Titik luluh (*yield point*) adalah titik tempat terjadinya regangan yang cukup nyata namun tidak diikuti perubahan tegangan, bila tegangan ini terus terjadi, maka tegangan kembali bertambah, Dengan demikian akan terjadi suatu patahan diagram seperti gambar (2.2), namun kebanyakan meterial tidak menunjukkan fenomena tersebut.

Tegangan maksimum (dihitung berdasarkan penampang mula-mula) bahan sebelum mengalami patahan disebut kekuaran tertinggi (*ultimate strenght*). Begitu titik tertinggi pada diagtam tegangan regangan ini tercapai, maka luasan penampang bahan uji akan mengecil, fenomena seperti ini disebut *necking* dan kemampuan untuk membawa beban dari bahan akan menurun.

Suatu bahan yang dibebani dalam suatu garis lurus akan meregang baik dalam arah tegak lurus maupun searah pembebanan. Dengan memperhatikan ilustrasi pada gambar (2.4), terlihat bahwa benda selain mengalami tegangan searah dengan tegangan normal, ia juga mengalami kontraksi dalam arah y dan z.

Konstanta yang akan menyatakan keseimbangan antara regangan (arah x atau aksial) dan kontraksi (arah x dan y) disebut poisson ratio ( $\nu$ ). Konstanta ini:

$$-\nu = \frac{\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}} \quad (2-3)$$



Gambar 2.4 regangan normal dan kontraksi dalam arah y dan z

Sumber : Higdon, 1978:84

### 2.2.3 Hukum Hooke untuk material isotropis

Kontraksi dalam arah lateral, y dan z adalah sama, dan dinyatakan sebagai:

$$\varepsilon_y = -\nu \cdot \varepsilon_x = -\frac{\nu}{E} \sigma_y \quad (2-4)$$

$$\varepsilon_z = -\nu \cdot \varepsilon_x = -\frac{\nu}{E} \sigma_y \quad (2-5)$$

Regangan normal yang disebabkan oleh  $\sigma_y$  dan  $\sigma_z$  sama, karena regangan yang disebabkan oleh  $\sigma_x$ . Regangan normal karena adanya  $\sigma_y$  adalah :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_y \quad (2-6)$$

Sedang regangan normal yang disebabkan oleh  $\sigma_z$  adalah :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_z \quad (2-7)$$

Tanda negatif pada persamaan di atas menunjukkan adanya pengurangan dimensi (pengerutan atau kontraksi). Tinjauan untuk tegangan yang bekerja pada ketiga sumbu secara bersamaan (tegangan triaksial) yang diturunkan dari persamaan-persamaan di atas, maka hubungan tegangan-regangan menjadi :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (2-8)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad (2-9)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (2-10)$$

### 2.3 Momen Inersia

Dalam menggunakan rumus-rumus lenturan, maka momen inersia  $I$  dari daerah irisan penampang terhadap sumbu netral harus ditentukan dahulu. Harga momen inersia ditentukan dengan integrasi  $y^2 dA$  terhadap seluruh luas irisan penampang batang dan harus ditekankan bahwa momen inersia untuk rumus lenturan ini haruslah dihitung terhadap sumbu netral daerah irisan penampang.

Langkah pertama untuk mengevaluasi momen inersia  $I$  untuk suatu daerah adalah mendapatkan titik berat dari daerah tersebut. Kemudian suatu integrasi  $y^2 dA$  dapat dilakukan terhadap sumbu horisontal yang melalui titik berat dari luas daerah tersebut. Integrasi yang sesungguhnya terhadap daerah luas hanya diperlukan untuk beberapa bentuk dasar seperti empatpersegi panjang, segitiga dan seterusnya. Kebanyakan luas irisan penampang yang dipergunakan dalam praktik dapat dipecah-pecah kedalam bentuk-bentuk sederhana tersebut. Untuk mendapatkan momen inersia  $I$  untuk suatu luas yang terdiri dari beberapa bentuk sederhana, maka diperlukan teorema sumbu sejajar.

Suatu daerah yang terdiri dari bentuk yang kompleks pada dasarnya memiliki momen inersia  $I_o$  terhadap sumbu horisontal yang melalui titik beratnya yaitu :

$I_o = \int y^2 dA$ , dimana  $y$  diukur dari sumbu titik berat. Momen inersia  $I_{zz}$  dari daerah yang sama terhadap sumbu horisontal  $z-z$  yang lain didefinisikan sebagai

$$I_{zz} = \int_A (d - y)^2 dA \quad (2-11)$$

Dimana seperti sebelumnya  $y$  diukur dari sumbu yang melalui titik berat.

$$I_{zz} = d^2 \int_A dA + 2d \int_A y dA + \int_A y^2 dA = Ad^2 + 2d \int_A y dA + I_o \quad (2-12)$$

Akan tetapi, karena sumbu dari mana  $y$  diukur adalah melalui titik berat dari daerah luas, maka  $\int y dA$  atau  $\bar{y}A$  adalah nol. Jadi

$$I_{zz} = I_o + Ad^2 \quad (2-13)$$

Persamaan ini merupakan teorema sumbu sejajar.

#### 2.4 Titik berat luas komposit

Dalam rekayasa konstruksi hal yang seringkali perlu ditentukan terlebih dahulu adalah menentukan letak titik berat dari suatu luas yang merupakan gabungan dari beberapa bagian, dimana setiap bagian memiliki bentuk geometris yang lazim dijumpai (seperti empat persegi panjang, segitiga). Contoh-contoh dari luas komposit ini adalah penampang-penampang balok, yang seringkali disusun dari luas-luas empat persegi panjang. Luas dan momen-momen pertama dari sebuah luas komposit dapat dihitung dengan menjumlahkan besaran-besaran yang bersangkutan dari masing-masing bagiannya.

$$A = \sum_{i=1}^n A_i \quad Q_x = \sum_{i=1}^n y_i A_i \quad Q_y = \sum_{i=1}^n x_i A_i \quad (2-14)$$

Dimana :

$A_i$  = luas dari bagian ke- $i$

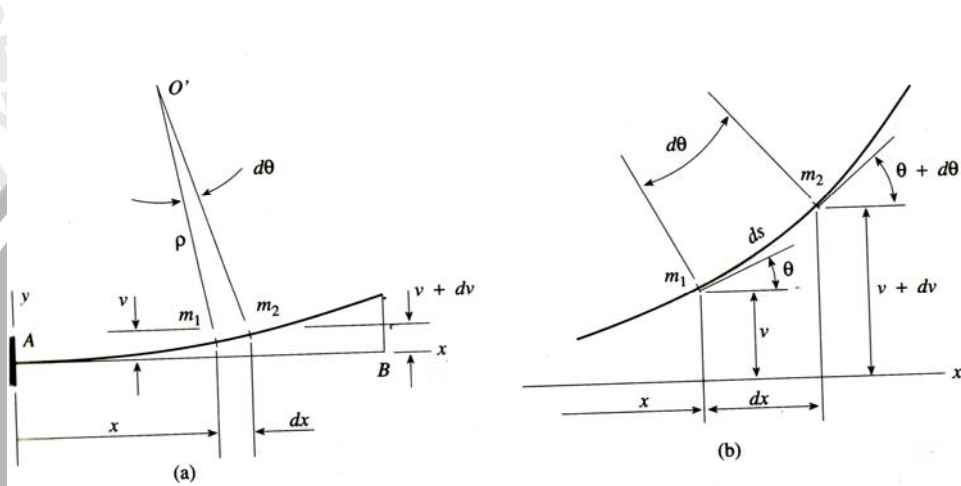
$x_i$  dan  $y_i$  = koordinat-koordinat dari titik berat bagian ke- $i$

$n$  = jumlah bagiannya

#### 2.5 Defleksi terhadap beban lentur

Hampir semua batang berdefleksi jika dikenai beban dari luar, batang-batang yang dibebani gaya lentur akan berdefleksi lebih banyak dibandingkan jika dibebani secara aksial, dan dalam perencanaan persoalan lentur lebih sering terjadi jika dibandingkan dengan persoalan pembebanan yang lainnya.

Hampir semua balok yang berdefleksi memiliki sudut rotasi yang sangat kecil pada kondisi kerja sehingga kurva defleksinya memiliki kelengkungan yang sangat kecil pula. Dengan demikian kita dapat melakukan pendekatan matematis yang sangat menyederhanakan analisisnya. Suatu batang atau gelagar dalam hal ini profil U apabila dibebani akan mengalami defleksi. Sekarang kita tinjau kurva defleksi yang terjadi secara lebih rinci.



Gambar 2.5: defleksi pada batang

Sumber: Timoshenko 1996:115

Dalam geometri, kemiringan adalah pertambahan  $e$  dalam defleksi dibagi dengan pertambahan  $\partial x$  dalam jarak sepanjang sumbu  $x$ . Karena  $\partial v$  dan  $\partial x$  sangat kecil tak hingga, maka kemiringan  $\partial v / \partial x$  sama dengan tangen dari sudut rotasi  $\theta$ .

$$\frac{dv}{dx} = \tan \theta \tag{2-15}$$

$$\theta = \text{Arc tan} \frac{dv}{dx} \tag{2-16}$$

Dengan cara yang sama didapatkan juga hubungan sebagai berikut :

$$\cos \theta = \frac{dx}{ds} \tag{2-17}$$

$$\sin \theta = \frac{dv}{ds} \tag{2-18}$$

Akibat kurva defleksi memiliki kelengkungan yang sangat kecil maka  $\text{Cos} \theta \approx 1$ , apabila  $\theta$  kecil maka kelengkungan ( $\kappa$ ) dapat dinyatakan dengan persamaan :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{dv}{ds} \quad (2-19)$$

Jadi, jika rotasi balok kecil maka kita dapat menganggap bahwa sudut rotasi  $\theta$  (dalam radian) dan kemiringan  $\partial v / \partial x$  adalah sama. Jika balok yang digunakan bersifat elastis linier dan mengikuti hukum Hooke, maka kelengkungannya.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (2-20)$$

Dimana M adalah momen lentur dan EI adalah rigiditas lentur balok tersebut, sedangkan  $\rho$  adalah jari-jari kelengkungan dan persamaan diatas menunjukkan bahwa momen lentur positif menghasilkan kelengkungan positif sedangkan momen lentur negatif menghasilkan kelengkungan negatif pula. Dalam persamaan matematika kelengkungan gelagar dapat diberikan oleh persamaan.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y / dx^2}{[1 + (dy / dx)^2]^{3/2}} \quad (2-21)$$

Yang pengertiannya menyatakan bahwa y adalah defleksi gelagar pada setiap titik x sepanjang gelagar. Sudut kemiringan pada setiap titik x adalah.

$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad (2-22)$$

Pada beberapa persoalan lenturan, sudut kemiringan ini sangat kecil, sehingga pembagi dalam persamaan (2-21) dapat dianggap sama dengan satu sehingga persamaan diatas dapat ditulis menjadi :

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (2-23)$$

Dan apabila persamaan diatas integrasikan dan diturunkan dan dituliskan dalam satu kelompok berikut ini :

$$\frac{q}{EI} = \frac{d^4 v}{dx^4} \quad (2-24)$$

$$\frac{V}{EI} = \frac{d^3 v}{dx^3} \quad (2-25)$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (2-26)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad (2-27)$$

$$v = f(v) \quad (2-28)$$



Gelagar lebih banyak berdefleksi dibanding batang-batang yang dibebani secara aksial, dan dalam perencanaan, persoalan lenturan lebih banyak terjadi bila dibandingkan dengan persoalan pembebanan yang lain.

### **Pembebanan yang terjadi pada profil U**

Pada profil U yang digunakan terjadi pembebanan yang disebabkan oleh :

- a. Berat mati dari profil U, yaitu body load dari profil U itu sendiri
- b. Berat beban, yaitu berat dari gaya yang diberikan dalam hal ini beban yang dipilih adalah beban merata
- c. Pembebanan impact, beban impact atau beban kejut disebabkan oleh pukulan benda bergerak terhadap benda diam dan akibat adanya pembebanan tiba-tiba. Dalam pemberian pembebanan, beban impact digolongkan :
  1. Impact langsung, biasanya akibat oleh benda lain yang bergerak dan menumbuk.
  2. Pembebanan tiba-tiba tanpa adanya pukulan
  3. Inersia dari benda yang melawan percepatan atau perlambatan yang tinggi.

## **2.6 Metode Elemen Hingga**

### **2.6.1. Tinjauan umum mengenai Metode Elemen Hingga.**

Metode Elemen hingga adalah sebuah metode numerik yang dikembangkan dengan pemikiran pembagian sebuah kontinum menjadi elemen-elemen hingga yang sering disebut diskritisasi yang dapat mewakili sebuah proses yang terjadi pada kontinum itu sendiri.

### **2.6.2. Prosedur perhitungan dengan Metode Elemen Hingga.**

Pada dasarnya, *method finite elemen* (Metode Elemen Hingga) seperti yang telah dijelaskan diatas memiliki prosedur standar perhitungan seperti dapat digambarkan dalam flowchart pada gambar 2.6 berikut ini.



Gambar 2.6 Prosedur Metode Elemen Hingga

1. Diskretisasi dan pemilihan elemen.

Diskretisasi adalah proses membagi struktur menjadi elemen-elemen kecil yang memiliki geometri yang lebih sederhana dengan jumlah yang masih berhingga. Dimana elemen-elemen ini berhubungan pada titik-titik simpul (*node*) dan membentuk rangkaian yang secara bersama dan keseluruhan mendekati bentuk struktur sebenarnya. Sehingga bentuk geometri struktur yang kompleks dapat disederhanakan untuk lebih mempermudah menganalisisnya.

Untuk pemilihan jenis elemen tergantung dari idealisasi yang dipilih untuk digunakan. Idealisasi struktur dua dimensi dapat dipakai bentuk elemen segitiga,

segiempat maupun kuadrilateral, sedangkan kondisi tiga dimensi dapat dipilih elemen tetrahedron maupun heksahedron.

### 2. Memilih fungsi pendekatan.

Variasi perpindahan pada suatu elemen didekati dengan fungsi interpolasi yang didasarkan pada harga simpul yang mengitari. Fungsi yang paling umum digunakan adalah polinomial. Pendekatan dengan fungsi interpolasi ini disebabkan karena sulitnya mencari jawaban tertutup sehingga dipilih suatu bentuk jawaban, yaitu distribusi perpindahan yang merupakan besaran yang tidak diketahui dengan memakai fungsi yang harus memenuhi hukum, prinsip dan syarat batas yang menjadi sifat persoalan.

### 3. Menurunkan persamaan matrik [k]

Dengan prinsip usaha virtual akan dihasilkan persamaan matrik kekakuan elemen yang dinyatakan sebagai berikut:

$$[k] = h \int [B]^T [C] [B] dA \quad (2-29)$$

dengan : [k] = matrik kekakuan elemen

h = tebal struktur

[B] = matrik konstitutive hubungan regangan dan perpindahan.

[C] = matrik konstitutive hubungan tegangan dan regangan material.

### 4. Menghitung matrik beban total

Beban yang bekerja didefinisikan menjadi 3 macam, sehingga beban total adalah:

$$R = Q_{NF} + Q_{BF} + Q_T \quad (2-30)$$

dengan :  $Q_{NF}$  = beban pada konsentrasi nodal (*nodal force*)

$Q_{BF}$  = beban *body force* (akibat beban sendiri)

$Q_T$  = beban traksi (*surface traction*)

### 5. Merakit elemen menjadi struktur.

Perakitan persamaan elemen akan dibawa ke bentuk persamaan global, yang prosesnya harus memenuhi sifat konvergen dan sifat sinambung. Salah satunya antara lain : titik-titik yang semula bersebelahan harus tetap bersebelahan satu sama lain setelah elemen dikenai beban.

Bentuk persamaan global elemen yaitu :

$$[K] \cdot (q) = (R) \quad (2-31)$$

dengan : [K] = matrik sifat/kekakuan elemen.

(q) = vektor perpindahan simpul.

(R) = matrik beban total.

Setelah matrik kekakuan global diperoleh dan syarat-syarat batasnya dimasukkan maka perpindahan simpul (q) dapat dicari. Suatu syarat batas memberikan informasi bagaimana struktur ditopang dalam ruang, dengan memasukkan nilai perpindahan yang telah ditetapkan sesuai kondisi pada struktur.

6. Mendapatkan perpindahan global

Persamaan global yang telah mendapatkan syarat batas, merupakan sekumpulan persamaan linier yang secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$k_{1,1} q_1 + k_{1,2} q_2 + \dots + k_{1,n} q_n = R_1$$

$$k_{2,1} q_1 + k_{2,2} q_2 + \dots + k_{2,n} q_n = R_2$$

.....

$$k_{n,1} q_1 + k_{n,2} q_2 + \dots + k_{n,n} q_n = R_n$$

Persamaan di atas akan diselesaikan dengan cara eliminasi Gauss untuk mendapatkan besaran-besaran primer yaitu  $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ .

7. Mencari regangan dan tegangan serta interpretasi hasil.

Dari besaran pertamanya yang berupa perpindahan, dapat dicari besaran sekunder yang dapat berupa tegangan maupun regangan, dengan menggunakan hubungan antara keduanya. Hubungan tegangan-regangan untuk material isotropik pada kondisi *Plane Stress* dapat dinyatakan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-32)$$

Sedangkan pada kondisi *Plane Strain* yaitu :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-33)$$

Hubungan tersebut dapat ditulis dalam bentuk simbol berikut :

$$\{ \sigma \} = [C] \{ \epsilon \} \quad (2-34)$$

Hubungan regangan dengan perpindahan adalah :

$$\{ \epsilon \} = [B] \{ d \} \quad (2-35)$$

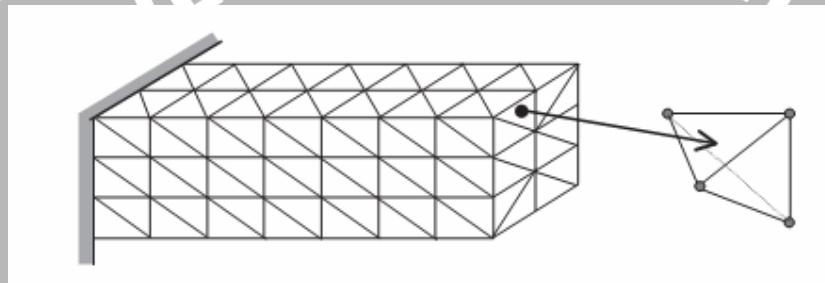
Sehingga tegangan dapat dirumuskan sebagai :

$$\{\sigma\} = [C] [B] \{d\} \quad (2-36)$$

Hasil akhir dari perhitungan dengan metode elemen hingga ini berupa harga distribusi tegangan yang akan diplot di sepanjang struktur untuk dianalisis sesuai dengan rumusan masalah yang ada.

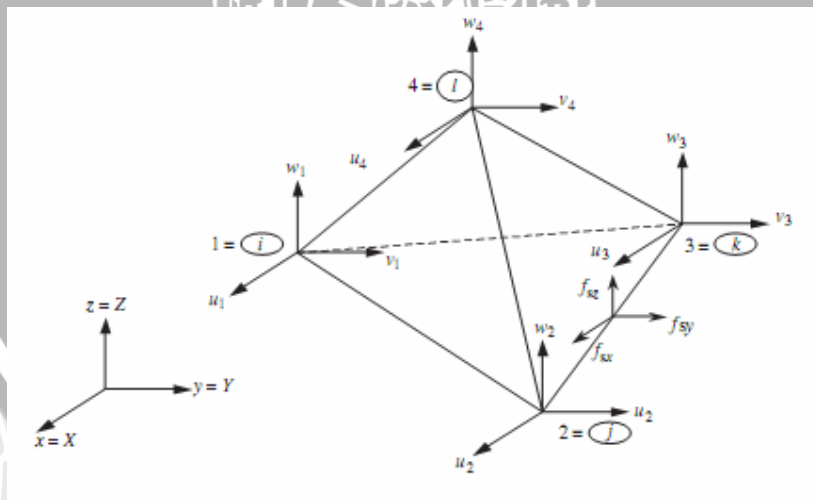
**2.6.3. 2.4.3 Elemen Tetrahedral 4 node**

Elemen tetrahedral 4 node adalah elemen tiga dimensi sederhana yang dapat digunakan pada analisa permasalahan solid mekanik. Elemen ini memiliki empat node, yang mana tiap-tiap node memiliki tiga arah perpindahan atau memiliki tiga derajat kebebasan ke arah nodal X,Y dan Z. Tipe elemen tetrahedral 4 node dapat dilihat pada gambar dibawah ini.



Gambar 2.7: balok solid dalam 4 node tetrahedral element

Sumber : G. R Liu, 2003:200



Gambar 2.8: arah perpindahan pada elemen tetrahedral

Sumber : G. R Liu, 2003:200

Perpindahan tiap node pada gambar diatas dapat diketahui dengan persamaan.

$$u = C_{11} + C_{12}X + C_{13}Y + C_{14}Z \quad (2-37)$$

$$v = C_{21} + C_{22}X + C_{23}Y + C_{24}Z \quad (2-38)$$

$$w = C_{31} + C_{32}X + C_{33}Y + C_{34}Z \quad (2-39)$$

Berdasarkan perpindahan tipe nodenya , maka harus memenuhi kondisi sebagaiberikut :

$$u = u_I \quad \text{pada} \quad X = X_I \quad ; \quad Y = Y_I \quad \text{dan} \quad Z = Z_I$$

$$u = u_J \quad \text{pada} \quad X = X_J \quad ; \quad Y = Y_J \quad \text{dan} \quad Z = Z_J$$

$$u = u_K \quad \text{pada} \quad X = X_K \quad ; \quad Y = Y_K \quad \text{dan} \quad Z = Z_K$$

$$u = u_L \quad \text{pada} \quad X = X_L \quad ; \quad Y = Y_L \quad \text{dan} \quad Z = Z_L$$

Dengan cara yang sama berlaku pula pada  $v$  dan  $w$

$$v = v_I \quad \text{pada} \quad X = X_I \quad ; \quad Y = Y_I \quad \text{dan} \quad Z = Z_I$$

$$\vdots$$

$$w = w_L \quad \text{pada} \quad X = X_I \quad ; \quad Y = Y_I \quad \text{dan} \quad Z = Z_I$$

Substitusikan diatas kedalam persamaan 37, 38, 39 hingga terbentuk 12 persamaan seperti dibawah ini :

$$u_I = C_{11} + C_{12}X + C_{13}Y + C_{14}Z \quad (2-40)$$

$$u_J = C_{11} + C_{12}X + C_{13}Y + C_{14}Z \quad (2-41)$$

$$\vdots$$

$$w_L = C_{31} + C_{32}X + C_{33}Y + C_{34}Z \quad (2-42)$$

Untuk mengetahui nilai dari C, substitusikan hasil kembali pada persamaan 37, 38, 39 dan kelompokkan kembali, didapatkan :

$$u = S_1u_I + S_2u_J + S_3u_K + S_4u_L \quad (2-43)$$

$$v = S_1u_I + S_2u_J + S_3u_K + S_4u_L \quad (2-44)$$

$$w = S_1u_I + S_2u_J + S_3u_K + S_4u_L \quad (2-45)$$

Shape Function dari persamaan di atas adalah :

$$S_1 = \frac{1}{6V}(a_I + b_I X + c_I Y + d_I Z) \quad (2-46)$$

$$S_2 = \frac{1}{6V}(a_J + b_J X + c_J Y + d_J Z) \quad (2-47)$$



$$S_3 = \frac{1}{6V}(a_K + b_K X + c_K Y + d_K Z) \quad (2-48)$$

$$S_4 = \frac{1}{6V}(a_L + b_L X + c_L Y + d_L Z) \quad (2-49)$$

Dimana  $V$  adalah volume dari tetrahedral element, dapat diketahui dari :

$$6V = \det \begin{vmatrix} 1 & X_I & Y_I & Z_I \\ 1 & X_J & Y_J & Z_J \\ 1 & X_K & Y_K & Z_K \\ 1 & X_L & Y_L & Z_L \end{vmatrix} \quad (2-50)$$

Untuk mencari  $a_I, b_I, c_I, d_I, \dots, \text{dan } d_L$  dapat dengan menggunakan matrik:

$$a_I = \det \begin{vmatrix} X_J & Y_J & Z_J \\ X_K & Y_K & Z_K \\ X_L & Y_L & Z_L \end{vmatrix} \quad (2-51)$$

$$b_I = -\det \begin{vmatrix} 1 & Y_J & Z_J \\ 1 & Y_K & Z_K \\ 1 & Y_L & Z_L \end{vmatrix} \quad (2-52)$$

$$c_I = \det \begin{vmatrix} X_J & 1 & Z_J \\ X_K & 1 & Z_K \\ X_L & 1 & Z_L \end{vmatrix} \quad (2-53)$$

$$d_I = -\det \begin{vmatrix} X_J & Y_J & 1 \\ X_K & Y_K & 1 \\ X_L & Y_L & 1 \end{vmatrix} \quad (2-54)$$

Dengan merotasi komponen  $I, J, K$  dan  $L$  yang terdapat dalam matrik kita mendapatkan  $a_J, b_J, c_J, d_J, \dots, \text{dan } d_L$  seperti contoh dibawah :

$$a_J = \det \begin{vmatrix} X_K & Y_K & Z_K \\ X_L & Y_L & Z_L \\ X_I & Y_I & Z_I \end{vmatrix} \quad (2-55)$$

### 2.6.4. Analisa solid mekanik 3 dimensi dengan elemen tetrahedral 4 node

Dari tegangan yang terjadi terhadap suatu permasalahan *solid mechanic* secara umum dapat dijabarkan dalam enam komponen, seperti berikut :

$$[\sigma]^T = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy} \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{xz}] \quad (2-56)$$

Dimana  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \text{ dan } \sigma_{zz}$  adalah tegangan normal dan  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$  adalah merupakan komponen tegangan geser. Lebih dari itu vektor perpindahan yang dihitung



pada saat spesimen di beri pembebanan dan dalam grafik kartesian dapat juga dituliskan sebagai berikut

$$\vec{\delta} = u(x, y, z)\vec{i} + v(x, y, z)\vec{j} + (x, y, z)\vec{k} \quad (2-57)$$

Secara umum regangan dapat ditampilkan dengan enam komponen bebas seperti berikut.

$$[\varepsilon]^T = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{zz} \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}] \quad (2-58)$$

Dimana  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$  merupakan regangan normal dan  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$  merupakan regangan geser. Sedangkan hubungan regangan dan perpindahan dapat dijelaskan sebagai berikut :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2-59)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2-60)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2-61)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2-62)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2-63)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2-64)$$

Dapat dijelaskan dengan matrik sebagai berikut :

$$\{\varepsilon\} = LU \quad (2-65)$$

Dimana.

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-65)$$





$$LU = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2-66)$$

Didalam batas elastisitas material, hubungan antara tegangan dan regangan, berdasarkan hukum Hooke's. Hubungan keduanya dapat dilihat dalam persamaan sebagai berikut :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (2-67)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \quad (2-68)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] \quad (2-69)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad (2-70)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \quad (2-71)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \quad (2-72)$$

Hubungan antara tegangan dan regangan dapat ditampilkan pada persamaan matrik sebagai berikut :

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-73)$$



$$[v] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 1-2\nu & 1-2\nu & 1-2\nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 1-2\nu & 1-2\nu & 1-2\nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 1-2\nu & 1-2\nu & 1-2\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-75)$$

Untuk material solid dengan pembebanan triaksial, maka energi regangannya adalah :

$$\Lambda(e) = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}) dV \quad (2-76)$$

Atau dalam persamaan lainnya

$$\Lambda(e) = \frac{1}{2} \int_V [\sigma]^T \{\varepsilon\} dV \quad (2-77)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan tegangan dalam hukum Hooke

$$\Lambda(e) = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon]^T [v] \{\varepsilon\} dV \quad (2-78)$$

Dengan menggunakan elemen tetrahedral 4 node dapat memformulasikan matrik kekakuan dari spesimen, dengan memanggil elemen 4 node ini dan menentukan bahwa tiap nodenya memiliki tiga derajat kebebasan pada arah sumbu x, y, dan z. dengan menggunakan lambang u, v dan w untuk perpindahan tiap nodenya nilai dan *shape functions* dapat dilihat sebagai berikut.

$$\{u\} = [S]\{U\} \quad (2-79)$$

Dimana :



$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (2-80)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 & 0 \\ 0 & 0 & S_1 & 0 & 0 & S_2 & 0 & 0 & S_3 & 0 & 0 & S_4 \end{bmatrix} \quad (2-81)$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{Bmatrix} \quad (2-82)$$

Langkah selanjutnya untuk mendapatkan matrik kekakuan untuk permasalahan ini. Dimulai dari hubungan antara regangan dengan perpindahan tiap node, melalui *shape functions*. Dengan mengambil perpindahan tiap node pada arah koordinat x, y dan z berdasarkan regangan dan perpindahan, dapat ditampilkan dalam operasi sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} \\ \frac{\partial S_1}{\partial y} & \frac{\partial S_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial y} & \frac{\partial S_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial y} & \frac{\partial S_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial y} & \frac{\partial S_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial S_1}{\partial z} & \frac{\partial S_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial z} & \frac{\partial S_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial z} & \frac{\partial S_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial z} & \frac{\partial S_4}{\partial y} \\ \frac{\partial S_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_1}{\partial x} & \frac{\partial S_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_2}{\partial x} & \frac{\partial S_3}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_3}{\partial x} & \frac{\partial S_4}{\partial z} & 0 & \frac{\partial S_4}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ u_K \\ v_K \\ w_K \\ u_L \\ v_L \\ w_L \end{Bmatrix}$$

dengan memasukan *shape function* pada persamaan (...) didapat



$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{6V} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 & b_j & 0 & 0 & b_k & 0 & 0 & b_L & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 & 0 & c_j & 0 & 0 & c_k & 0 & 0 & c_L & 0 \\ 0 & 0 & d_i & 0 & 0 & d_j & 0 & 0 & d_k & 0 & 0 & d_L \\ c_i & b_i & 0 & c_j & b_j & 0 & c_k & b_k & 0 & c_L & b_L & 0 \\ 0 & 0 & c_i & 0 & 0 & c_j & 0 & 0 & c_k & 0 & d_L & c_L \\ d_i & 0 & b_i & d_j & 0 & b_j & d_k & 0 & b_k & d_L & 0 & b_L \end{bmatrix} \quad (2-82)$$

Dengan volume ( $V$ ) dan  $a, b, c, d$  dapat dilihat pada persamaan sebelumnya kemudian disubstitusikan dalam persamaan energi regangan untuk komponen regangan pada perpindahan yang terjadi, didapat

$$\Lambda(e) = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [v] \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [v] [B] [U] dV \quad (2-83)$$

Diturunkan terhadap nilai perpindahannya

$$\frac{\partial \Lambda^{(e)}}{\partial U_k} = \frac{\partial}{\partial U_k} \left( \frac{1}{2} \int_V [U]^T [B]^T [v] [B] [U] dV \right) \quad (2-84)$$

untuk  $k = 1, 2, \dots, 12$

Matrik kekakuan dapat diketahui

$$[K]^{(e)} = \int_V [B]^T [v] [B] dV = V [B]^T [v] [B] \quad (2-85)$$

Dimana  $V$  adalah volume dari tiap elemen. Dengan persamaan matrik diatas diketahui matrik kekakuan dengan ukuran matrik 12 X 12.

### Matrik pembebanan

Matrik pembebanan yang diterima oleh material solid akan memiliki ukuran 12 X 1. untuk mengumpulkan pembebanan dan mempermudah mengamalisa situasi pembebanannya maka matrik pembebanan ditentukan dengan meletakkan pembebanan tepat pada node dan dengan arah yang tepat pula. Untuk penyebaran beban, matrik pembebanan dapat ditentukan sebagai berikut

$$\{F\}^{(e)} = \int_A [S]^T \{P\} dA \quad (2-86)$$

Dengan

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix} \quad (2-87)$$

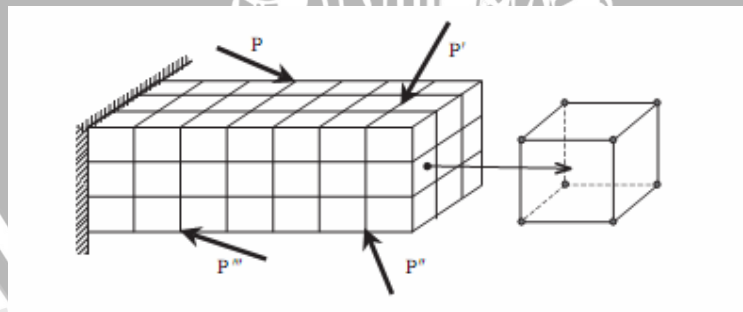
Dan  $A$  menunjukan permukaan distribusi komponen pembebanan pada permukaan kontak. Permukaan dari elemen tetrahedral adalah berbentuk segitiga.

Dengan asumsi bahwa distribusi pembebanan secara aktual pada I-J-K permukaan, maka matrik pembebanannya menjadi

$$\{F\}(e) = \frac{AI - J - K}{3} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ P_x \\ P_y \\ P_z \\ P_x \\ P_y \\ P_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-88)$$

**2.6.5. Analisa solid mekanik 3 dimensi dengan elemen heksahedron 8 node**

Untuk membagi baja profil kanal U yang ada kedalam elemen yang ada, selain dapat didekati dengan elemen tetrahedron 4 node seperti yang dijelaskan diatas dapat didekati dengan elemen heksahedral 8 node, namun pada kasus ini baja profil kanal U didekati dengan analisa solid mekanik tiga dimensi dengan elemen tetrahedron 4 node maupun heksahedron 8 node. Elemen tersebut disesuaikan berdasarkan *contour* dan bentuk dari bagian baja profil kanal U.



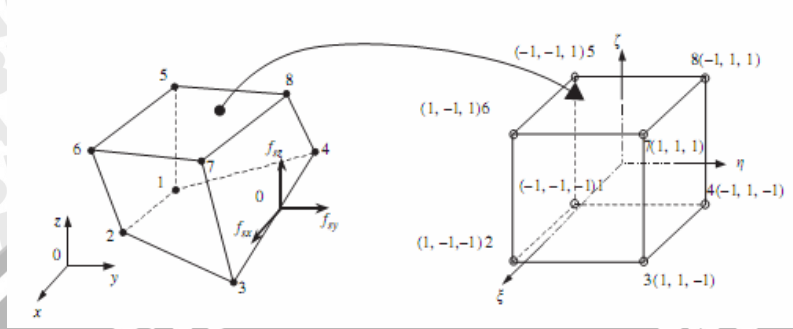
Gambar 2.9 : balok solid dibagi dalam elemen heksahedron

Sumber : G. R Liu, 2003:209

Elemen *heksahedron* 8 node ini memiliki 6 muka, dengan satu node pada tiap sudut yang ada. Penomoran node dilakukan berlawanan arah jarum jam mulai dari node 1, 2, 3, 4, dan 5, 6, 7, 8 seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah. Tiap node yang ada memiliki tiga derajat kebebasan sehingga total yang dimiliki oleh elemen



heksahedron ini adalah 24 derajat kebebasan. Hal ini berguna untuk menentukan sebuah natural koordinat sistem  $(\xi, \eta, \zeta)$  dengan koordinat ini sebagai acuan pada pusat dari perpindahan kubus, dengan ini akan lebih mudah untuk membuat *shape functions* dan untuk mengevaluasi matrik integrasi.



Gambar 2.11 : 8 node pada heksahedron dan koordnat sistem  
 Sumber : G. R Liu, 2003:209

Koordinat sistem yang digunakan :

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i \tag{2-89}$$

$$y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i \tag{2-90}$$

$$z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \tag{2-91}$$

*Shape functions* yang didapat pada *local natural coordinate system* adalah :

$$N_1 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 + \zeta) \tag{2-92}$$

$$N_5 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 + \zeta) \tag{2-93}$$

$$N_2 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 - \eta) (1 - \zeta) \tag{2-94}$$

$$N_6 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 - \eta) (1 + \zeta) \tag{2-95}$$

$$N_3 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta) \tag{2-96}$$

$$N_7 = \frac{1}{8} (1 + \xi) (1 + \eta) (1 + \zeta) \tag{2-97}$$

$$N_4 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 + \eta) (1 - \zeta) \tag{2-98}$$

$$N_8 = \frac{1}{8} (1 - \xi) (1 + \eta) (1 + \zeta) \tag{2-99}$$

Atau dalam bentuk yang lebih sederhana.

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \tag{2-100}$$

Dalam elemen *heksahedron*, perpindahan vektor  $U$  adalah fungsi dari koordinat  $x, y$  dan  $z$ , dapat dilihat dalam persamaan.

$$U = Nd_e \tag{2-101}$$

Dimana vektor perpindahan node ( $d_e$ ) adalah sebagai berikut.

$$d_e = \begin{bmatrix} d_{e1} \\ d_{e2} \\ d_{e3} \\ d_{e4} \\ d_{e5} \\ d_{e6} \\ d_{e7} \\ d_{e8} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Komponen perpindahan pada node 1} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 2} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 3} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 4} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 5} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 6} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 7} \\ \text{Komponen perpindahan pada node 8} \end{array}$$

Dengan

$$d_{ei} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} \tag{2-102}$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, 8)$$

Perpindahan yang terjadi pada  $i$  makan shape *functions* dapat dituliskan sebagai berikut

$$N = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8] \tag{2-103}$$

Dimana

$$N_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \tag{2-104}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 8$$

Dalam permasalahan ini regangan dapat definisikan sebagai berikut

$$B = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4 \ B_5 \ B_6 \ B_7 \ B_8] \quad (2-105)$$

$$B_i = LN_i = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_i / \partial z \\ 0 & \partial N_i / \partial z & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial z & 0 & \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-106)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \quad (2-107)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta} \quad (2-107)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \quad (2-108)$$

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \xi \\ \partial N_i / \partial \eta \\ \partial N_i / \partial \zeta \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial z \end{Bmatrix} \quad (2-109)$$

Dimana matrik jacobian dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} \partial x / \partial \xi & \partial y / \partial \xi & \partial z / \partial \xi \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta & \partial z / \partial \eta \\ \partial x / \partial \zeta & \partial y / \partial \zeta & \partial z / \partial \zeta \end{bmatrix} \quad (2-110)$$

**Elemen matrik**

Dengan memasukan matrik regangan **B** kedalam matrik kekakuan. Untuk elemen 3 dimensi dihasilkan persamaan sebagai berikut.

$$K_e = \int_{V_e} B^T c B dV = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B^T c B \det [J] d\xi d\eta d\zeta \quad (2-111)$$

Dimana matrik c adalah hubungan antara tegangan dan regangan pada material yang solid. Hal ini sering disebut sebagai hukum Hooke, secara umum hukum Hooke dapat dengan jelas dituliskan.

$$\sigma = c\varepsilon \quad (2-112)$$

Dengan c adalah matrik konstan dari material jika dituliskan dalam persamaan matrik sebagai berikut.



$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & & & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2-113)$$

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & (c_{11} - c_{12})/2 & 0 & 0 \\ & & & & (c_{11} - c_{12})/2 & 0 \\ & & & & & (c_{11} - c_{12})/2 \end{bmatrix} \quad (2-114)$$

Dimana

$$c_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} ; c_{12} = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} ; \frac{c_{11} - c_{12}}{2} = G \quad (2-115)$$

Dengan keterangan sebagai berikut

- E = Young's modulus
- $\nu$  = Possion's
- G = shear modulus

Sedangkan regangan (**B**) adalah suatu fungsi dari  $\xi, \eta, \zeta$ , untuk mengevaluasi intergral dari fungsi ini cenderung lebih sulit. Pada umumnya integral dilakukang dengan skema *numerical integration*. Untuk 3 dimensi integrasi, gauss integrasi dapat di contohkan sebagai berikut.

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (2-116)$$

Untuk mendapatkan massa (inersia) matrik untuk elemen heksahedron substitusikan matrik *shape function* pada persamaan matrik massa.

$$m = \int_{V_e} \rho N^T N dV = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho N^T N \det[J] d\xi d\eta d\zeta \quad (2-117)$$

Integral diatas juga menggunakan gauss integration untuk menyelesaikannya. Jika heksahedron diatas berbentuk persegi dengan ukuran a x b x c, determinan dari matriknya adalah sebagai berikut.

$$\det[J] = abc = V_e \quad (2-118)$$

Dan matrik massanya dapat dengan jelas dituliskan sebagai berikut.

$$M_e = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} & m_{17} & m_{18} \\ & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} & m_{27} & m_{28} \\ & & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} & m_{37} & m_{38} \\ & & & m_{44} & m_{45} & m_{46} & m_{47} & m_{48} \\ & & & & m_{55} & m_{56} & m_{57} & m_{58} \\ & & & & & m_{66} & m_{67} & m_{68} \\ & & & & & & m_{77} & m_{78} \\ & & & & & & & m_{88} \end{bmatrix} \quad (2-119)$$

Dimana

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho abc N_i N_j d \xi d \eta d \zeta \\ &= \rho abc \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_j & 0 & 0 \\ 0 & N_j & 0 \\ 0 & 0 & N_j \end{bmatrix} d \xi d \eta d \zeta \\ &= \rho abc \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} N_i N_j & 0 & 0 \\ 0 & N_i N_j & 0 \\ 0 & 0 & N_i N_j \end{bmatrix} d \xi d \eta d \zeta \end{aligned}$$

Atau

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} m_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & m_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & m_{ij} \end{bmatrix}$$

Dimana

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho abc N_i N_j d \xi d \eta d \zeta \\ &= \frac{\rho abc}{64} \int_{-1}^1 (1 + \xi_i \xi) (1 + \xi_j \xi) d \xi \int_{-1}^1 (1 + \eta_i \eta) (1 + \eta_j \eta) d \eta \int_{-1}^1 (1 + \zeta_i \zeta) (1 + \zeta_j \zeta) d \zeta \\ &= \frac{\rho abc}{8} \left(1 + \frac{1}{3} \xi_i \xi_j\right) \left(1 + \frac{1}{3} \eta_i \eta_j\right) \left(1 + \frac{1}{3} \zeta_i \zeta_j\right) \end{aligned}$$

Sebagai contoh adalah perhitungan  $m_{33}$

$$m_{33} = \frac{\rho abc}{8} \left(1 + \frac{1}{3} \times 1 \times 1\right) \left(1 + \frac{1}{3} \times 1 \times 1\right) \left(1 + \frac{1}{3} \times 1 \times 1\right) = 8 \times \frac{\rho abc}{216}$$

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = m_{44} = m_{55} = m_{66} = m_{77} = m_{88} = \frac{8 \rho abc}{216}$$



$$m_{12} = m_{23} = m_{34} = m_{45} = m_{56} = m_{67} = m_{78} = m_{14} = m_{58} = m_{15} = m_{26} \\ = m_{37} = m_{48} = \frac{4\rho abc}{216}$$

$$m_{13} = m_{24} = m_{47} = m_{27} = m_{38} = m_{16} = m_{25} = m_{36} = m_{57} = m_{68} = m_{45} \\ = m_{18} = \frac{2\rho abc}{216}$$

$$m_{17} = m_{28} = m_{35} = m_{46} = \frac{1\rho abc}{216}$$

Jika ditulis bagian dari matrik massa ini dan dihubungkan hanya dalam satu arah translasi, katakan arah x didapat matrik sebagai berikut.

$$m_e = \frac{\rho abc}{216} \begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 & 4 & 4 & 2 & 1 & 2 \\ & 8 & 4 & 2 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ & & 8 & 4 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ & & & 8 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ & & & & 8 & 4 & 2 & 4 \\ & & & & & 8 & 4 & 2 \\ & & & & & & 8 & 4 \\ & & & & & & & 8 \end{bmatrix}$$

Matrik massa yang dihubungkan dalam arah y dan z akan memiliki matrik yang sama seperti diatas.

Node gaya yang bekerja pada elemen heksa hedron dapat di tuliskan sebagai berikut. Sekiranya elemen heksahedron dikenai beban merata pada node 3-4 pada elemen. Maka node gayanya akan menjadi.

$$f_e = \int_l [N]^T \Big|_{3-4} \begin{Bmatrix} f_{sx} \\ f_{sy} \\ f_{sz} \end{Bmatrix} dl \tag{2-120}$$

Jika beban yang diberikan terdistribusi merata,  $f_{sx}, f_{sy}, f_{sz}$  memiliki nilai yang konstan, maka persamaan diatas akan berubah menjadi

$$fe = \frac{1}{2} l_{3-4} \begin{Bmatrix} \{0\}_{3 \times 1} \\ \{0\}_{3 \times 1} \\ fs_x \\ fs_y \\ fs_z \\ fs_x \\ fs_y \\ fs_z \\ \{0\}_{3 \times 1} \\ \{0\}_{3 \times 1} \\ \{0\}_{3 \times 1} \\ \{0\}_{3 \times 1} \end{Bmatrix} \quad (2-121)$$

Dimana  $l_{3-4}$  adalah panjang dari node 3 sampai dengan node 4. Dari matrik diatas dapat dilihat secara langsung bahwa gaya yang diberikan terdistribusi secara merata dan bekerja pada dua node tersebut. Kesimpulan dari persamaan diatas adalah rata-rata distribusi gaya pada permukaan bekerja pada apapun permukaan pada elemen dan gaya berat pada spesimen bekerja pada seluruh elemen yang terdapat didalamnya.

## 2.7 Hipotesa

Pertambahan panjang sisi miring berbanding lurus dengan pertambahan sudut antar sisi miring dengan sisi lurus pada plat penambah. Dengan bertambahnya sisi miring tersebut dapat membuat gaya yang diberikan dari luar akan terdistribusi merata selain itu penambahan plat tersebut membuat inersia akan meningkat menyebabkan defleksi yang terjadi akan turun.

### BAB III METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1. Metode Penulisan

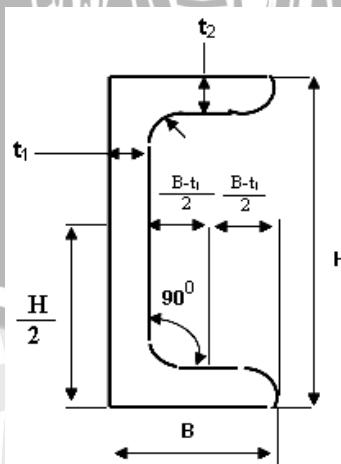
Metode penulisan yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan ini adalah dengan metode analisis yang mengacu pada studi literatur dengan menghitung besar defleksi yang terjadi pada profil kanal U menggunakan metode elemen hingga (*Finite Element Method*) dengan bantuan *software*. Sehingga didapat nilai defleksi yang terjadi pada variasi sudut yang diberikan pada plat penambah. Variasi sudut yang tersebut dilakukan pada panjang plat penambah yang sama ditiap pengujian. Tentunya dari data tegangan dan defleksi yang diperoleh diharapkan dapat dijadikan acuan dalam memasang plat penambah pada baja profil kanal U, sehingga didapat baja yang memiliki kekuatan terhadap beban lentur yang paling baik. Dengan meningkatnya kemampuan lentur dari baja profil kanal U dapat mengurangi biaya pengeluaran untuk membeli baja profil kanal U dengan ukuran yang lebih besar.

#### 3.2. Urutan Proses Analisa

Untuk melakukan analisa pada profil kanal U, maka urutan proses yang dilakukan adalah sebagai berikut :

##### 1. Pemilihan standar profil kanal U

Standar baja profil kanal U yang digunakan dalam penelitian ini adalah standar yang dikeluarkan oleh badan standar nasional (BSN) dengan kode SNI 07-0052-2006 yang merupakan standar terbaru dari baja profil kanal U yang ada. Bentuk standar dari baja profil kanal U seperi tertera pada gambar.



Gambar 3.1 penampang standar dari baja profil kanal U

Sumber : SNI 07-0052-2006

**Keterangan gambar:**

- H : tinggi badan  
B : lebar sayap  
 $t_1$  : tebal badan  
 $t_2$  : tebal sayap  
r : radius sudut (*fillet*)

**2. Studi literatur**

Untuk menganalisa permasalahan ini, maka perlukan study literatur berkenaan dengan karakteristik dari baja profil kanal U, pembebanan yang diberikan, hingga efek yang diterima oleh baja profil kanal U seperti tegangan dan deformasi.

**3. Metode pengerjaan**

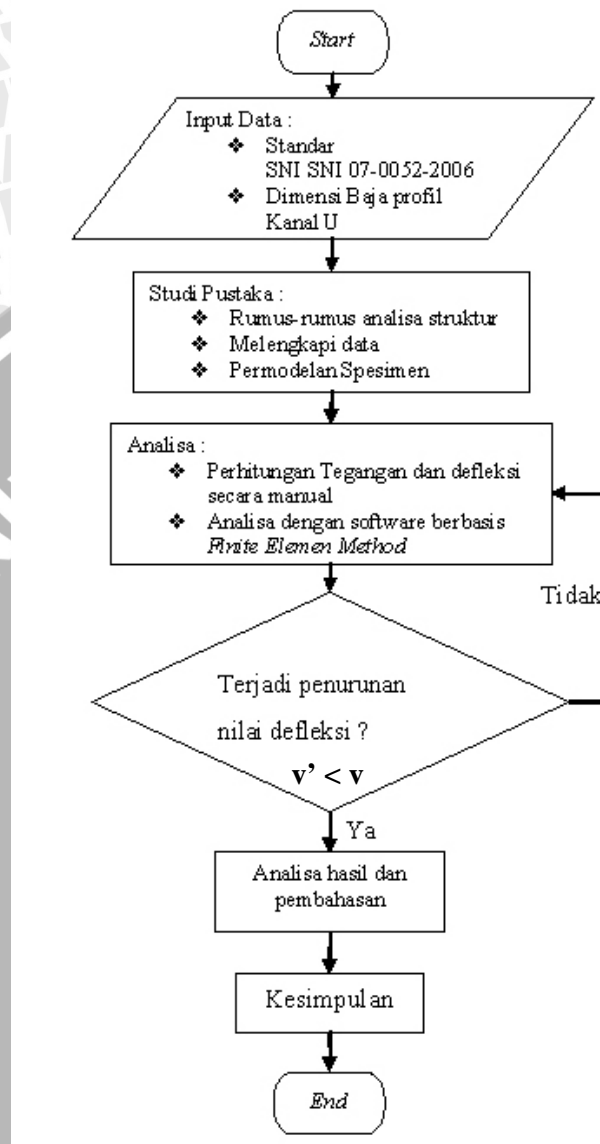
Metode pengerjaan yang dipilih dengan menyimulasikan permasalahan yang ada kedalam software komputer berbasis *finite elemen method*, selain perhitungan secara manual. Adapun proses pengerjaannya adalah sebagai berikut :

- ❖ Permodelan dari profil kanal U  
Dalam hal ini software CAD yang digunakan adalah Solidworks 2007
- ❖ Analisa gaya-gaya pada profil U  
Gaya-gaya yang diberikan dari luar dan gaya akibat beban dari baja profil kanal U itu sendiri
- ❖ Analisa besarnya tegangan-regangan dan besarnya deformasi dengan *software* berbasis metode elemen hingga (ANSYS)

**4. Pembahasan**

Dari hasil analisa yang dilakukan, dapat diketahui bagaimana pola distribusi tegangan pada baja profil kanal U akibat pembebanan yang menyebabkan defleksi pada profil kanal U. Kemudian dengan variasi sudut dan defleksi yang terjadi dapat diambil kesimpulan melalui grafik polinomial bagaimana hubungan keduanya. Hingga pada akhirnya didapat sudut paling optimal dengan panjang plat penambah tetap yang paling kuat untuk menahan beban yang diberikan.

Adapun urutan proses pengerjaan dinyatakan dalam diagram alir sebagai berikut :



Gambar 3.2 Diagram alir penelitian

Proses analisa dikerjakan dengan menggunakan dua metode dengan penjelasan sebagai berikut :

1. Perhitungan defleksi dengan manual

- o Input data

Geometri ditampilkan dalam gambar dua dimensi dengan perbandingan skala yang telah ditentukan. Dalam hal ini menggunakan *software* gambar yaitu *Solidworks* 2008.

*Mechanical properties* yang dibutuhkan dalam perhitungan manual adalah *modulus elastisitas*.

Beban terdistribusi merata pada seluruh permukaan profil kanal U bagian atas.

- Studi pustaka

Perhitungan defleksi dilakukan dengan melakukan empat integrasi dari persamaan beban yang diberikan atau disebut dengan metode integrasi grafis.

- Analisa hasil

Hasil defleksi didapatkan dari pengukuran gambar defleksi yang terjadi dengan bantuan Software gambar.

## 2. Pehitungan dengan *Software* berbasis FEM

- Input data

Geometri gambar akan dibuat pada *Solidworks* 2008, kemudian disimpan dalam bentuk \*.igs.

*Mechanical Properties* dalam perhitungan ini akan memasukkan *modulus elastisitas*, *poisson ratio*, *tegangan yield* yang dimiliki dalam table *Mechanical Properties* yang tersedia.

Pemilihan elemen serta penentuan banyaknya node yang dibutuhkan tergantung distribusi node pada bagian geometri tertentu, dengan dibatasi total node yang terjadi berkisar 60.000 – 70.000 dan jumlah elemen berkisar antara 30.000 – 35.000

- Studi pustaka

Keadaan lingkungan dari geometri tersebut disesuaikan dengan *solution* yang diharapkan dalam hal ini meliputi jenis simulasi adalah statis analisis dengan keluaran data berupa defleksi yang terjadi.

- Analisis hasil

Hasil defleksi yang didapat pada dasarnya berupa nilai defleksi pada tiap node, namun pada penelitian ini hanya ditampilkan adalah nilai defleksi maksimum saja. Dengan dibantu degradasi warna.



### 3.3. Variabel Yang Diukur dan Parameter Yang Dikonstankan

Variabel yang diukur dan parameter yang dikonstankan terdiri dari :

1. Variabel Bebas (Independent Variable)
  - a. Besar sudut plat penambah ( $\alpha$ ) ( $90^\circ$ ,  $105^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $165^\circ$ ,  $170^\circ$ ,  $171^\circ$ ,  $172^\circ$ ,  $173^\circ$ ,  $174^\circ$ )
2. Variabel Terikat (Dependent Variable)
  - a. Defleksi yang terjadi
3. Parameter yang dikonstankan
  - a. Geometri spesimen sesuai dengan SNI 07-0052-2006
  - b. Material Properties material dari AISI 1005
  - c. Panjang baja profil kanal U adalah 1 Meter
  - d. Panjang total plat penambah adalah 0,5 Meter
  - e. Beban merata yang diberikan pada baja profil kanal U  
Sebesar  $5 \times 10^4$  Kg/m



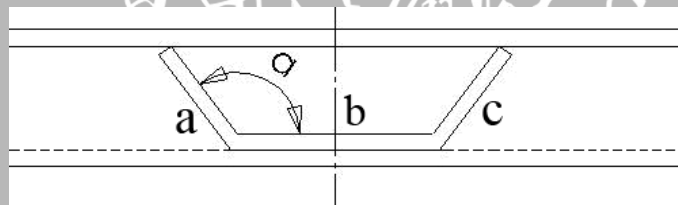
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Data Spesifikasi Baja Profil Kanal U

Data spesifikasi dari baja profil kanal U didapat dari standarisasi profil U yang dilakukan Badan Standarisasi Nasional (BSN) dengan keterangan sebagai berikut :

- Kode standar : SNI 07-0052-2006
- Jenis Profil : U 50
- Jenis Material : AISI 1005
- Mechanical Properties
  - ✓ Modulus Elasticity :  $2 \times 10^{11}$  Pa
  - ✓ Poissons ratio : 0.29
  - ✓ Shear Modulus :  $8 \times 10^{10}$  Pa
- Panjang Profil Kanal U : 1 Meter
- Panjang Plat Penambah : 0.5 Meter (a + b + c)
- Bentuk variasi dapat dilihat pada gambar dibawah ini.



Gambar 4.1: Sudut yang divariasikan

Berikut ini merupakan tabel perbandingan sisi-sisi pada plat penambah yang memungkinkan terbentuk dengan panjang total 500 mm variasi sudut dimulai dari  $105^\circ$  dengan peletakan sudut yang harus mengenai sisi terdalam dari profil kanal U tersebut maka kemungkinan sudut yang dapat terbentuk dapat dilihat pada tabel 4.1 dibawah ini. Tebal dari plat penambah adalah 5 mm dengan bahan yang sama dengan baja profil kanal U. Pada sudut  $170^\circ$  hingga  $174^\circ$  pertambahan sudut akan semakin kecil yaitu selisih satu sudut karena melihat perbandingan dari sisi lurus dan sisi miringnya. Sudut  $174^\circ$  merupakan sudut tertinggi yang dapat terbentuk karena apabila sudut tersebut dinaikan satu derajat saja maka plat penambah tersebut tidak akan memiliki sisi lurus.

Tabel 4.1: Tabel dimensi plat penambah dengan berbagai variasi

No	Sudut (°)	Total Panjang Plat (mm)	A sisi Lurus (mm)	B sisi miring (mm)
1	105	500	449,27	25,36
2	120	500	443,42	28,29
3	135	500	430,70	34,65
4	140	500	423,77	38,12
5	145	500	414,57	42,71
6	150	500	402,00	49,00
7	155	500	384,06	57,97
8	160	500	356,73	71,63
9	165	500	310,68	94,66
10	170	500	217,82	141,09
11	171	500	186,77	156,62
12	172	500	147,92	176,04
13	173	500	97,93	201,03
14	174	500	31,23	234,39

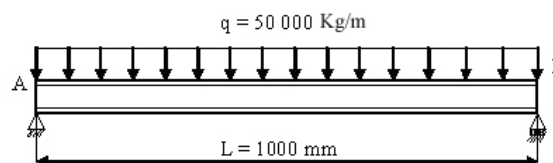
#### 4.2 Pembebanan Statis

Analisa pembebanan dilakukan atau dihitung untuk mendapatkan besarnya defleksi yang dialami oleh baja profil kanal U akibat pembebanan yang diberikan. Dalam aplikasinya penyelesaian yang tepat untuk mendekati kondisi ini harus memenuhi syarat kesetimbangan statis sesuai dengan kondisi kerjanya, yang secara umum untuk menahan beban statis.

Untuk mencari besarnya pembebanan pada baja profil U dilakukan analisa pembebanan pada kondisi statis yang pada akhirnya dapat diketahui berapa besar defleksi yang terjadi akibat pembebanan dan bagaimana distribusi tegangan pada baja profil kanal U setelah diberi penambahan plat.

#### 4.3 Perhitungan Defleksi Akibat Pembebanan dalam Kondisi Statis pada Baja Profil Kanal U

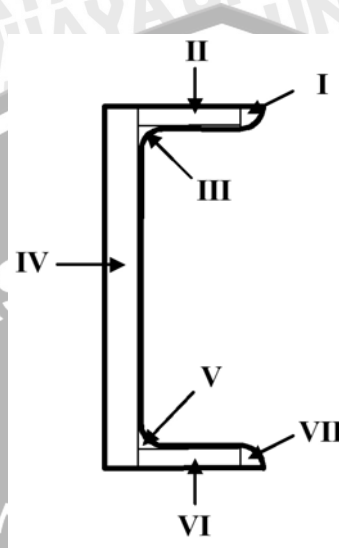
Pada analisa ini akan dicari beberapa gaya reaksi yang terjadi pada tumpuan akibat pembebanan statis merata.



Gambar 4.2 : Pembebanan pada baja profil kanal U

### 4.3.1 Perhitungan Inersia dari baja profil kanal U standar

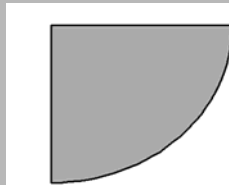
Untuk mempermudah dalam analisa struktur dari baja profil kanal U maka permukaan dari baja profil kanal U dibagi menjadi 7 bagian seperti dalam gambar berikut :



Gambar 4.3 : Pembagian bidang pada baja profil kanal U

❖ Perhitungan luas tiap bagian

- Luas bidang I = VII ( luas seperempat lingkaran)



$R = 7,5 \text{ mm}$

$$L_1 = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 7,5^2}{4} = 44,18 \text{ mm}^2$$

- Luas bidang II = VI (luas persegi empat)

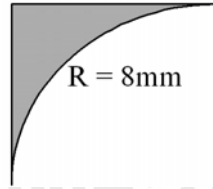


$B = 7,5 \text{ mm}$

$A = 37,5 \text{ mm}$

$$L_2 = A \times B = 37,5 \times 7,5 = 281,25 \text{ mm}^2$$

- Luas bidang III = V (tapi seperempat lingkaran)

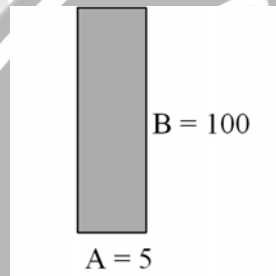


$$L^3 = \left[1 - \frac{\pi}{4}\right] r^2$$

$$= \left[1 - \frac{\pi}{4}\right] 8^2$$

$$= 13,73 \text{ mm}^2$$

- Luas bidang IV (persegi panjang)



$$L4 = A \times B$$

$$= 5 \times 100$$

$$= 500 \text{ mm}^2$$

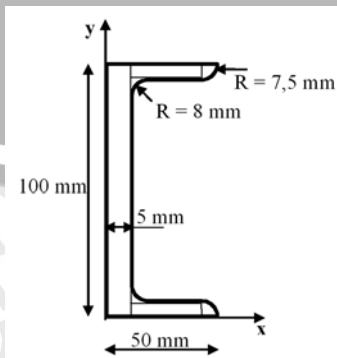
- Total luas permukaan baja profil kanal U

$$\sum L = (2 \times L_1) + (2 \times L_2) + (2 \times L_3) + (L_4)$$

$$= (2 \times 44,18) + (2 \times 281,25) + (2 \times 13,75) + 500$$

$$= 1178,318 \text{ mm}^2$$

- ❖ Perhitungan titik berat pada seluruh penampang terhadap sumbu y pada baja profil kanal U agar lebih mudah dilakukan dengan membagi baja profil kanal U menjadi tujuh bagian seperti pada perhitungan luas diatas.



Gambar 4.4 : Ukuran pada baja profil kanal U

- Titik berat bidang I = VII (seperempat lingkaran)

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= \frac{4.r}{3.\pi} + 42,5 \\ &= \frac{4.7,5}{3.\pi} + 42,5 \\ &= 45,68 \text{ mm}\end{aligned}$$

- Titik berat bidang II = VI (persegi empat)

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{37,5}{2} + 5 \\ &= 23,75 \text{ mm}\end{aligned}$$

- Titik berat bidang III = V (tepi seperempat lingkaran)

$$\begin{aligned}\bar{x}_3 &= r - \frac{2.r}{3(4-\pi)} + 5 \\ &= 8 - \frac{2.8}{3(4-\pi)} + 5 \\ &= 6,79 \text{ mm}\end{aligned}$$

- Titik berat bidang IV (persegi panjang)

$$\bar{x}_2 = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ mm}$$

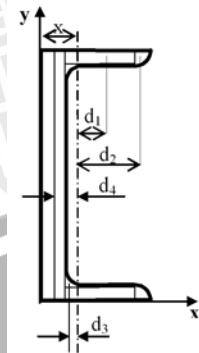
- Perhitungan titik berat keseluruhan permukaan baja profil kanal U

$$\begin{aligned}\sum(L.x) &= (2 \times 44,18 \times 45,68) + (2 \times 281,55 \times 23,75) \\ &\quad + (2 \times 13,75 \times 6,79) + (500 \times 2,5) \\ &= 18846,63\end{aligned}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum(L.x)}{\sum L} = \frac{18846,63}{1178,32} = 15,99 \text{ mm}$$

- ❖ Perhitungan momen inersia pada seluruh penampang terhadap sumbu y pada baja profil kanal U dihitung dengan membagi baja profil kanal U menjadi tujuh bagian seperti pada perhitungan titik berat diatas, dengan titik berat sebagai sumbu utama dari baja profil kanal U. Adapun perhitungan momen inersia dengan menggunakan metode sumbu sejajar, dikarenakan bentuk komposit dari penampang baja profil kanal U

Perhitungan jarak antara titik berat keseluruhan dengan titik berat bagian.



Gambar 4.5 : jarak antara titik berat keseluruhan dengan titik berat bagian

$$\rightarrow x_1 = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 7,5}{3 \cdot \pi} = 3,18 \text{ mm}$$

$$d_1 = 50 - (7,5 - 3,18) - 15,99 = 29,69 \text{ mm}$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{37,5}{2} = 18,75 \text{ mm}$$

$$d_2 = 18,75 + 5 - 15,99 = 29,69 \text{ mm}$$

$$\rightarrow x_3 = \frac{2 \cdot r}{3(4 - r)} = \frac{2 \cdot 8}{3(4 - \pi)} = 6,21 \text{ mm}$$

$$d_3 = 3,21 + 5 - 15,99 = -4,78 \text{ mm}$$

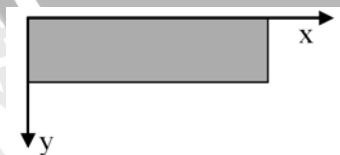
$$d_3 = 4,78 \text{ mm}$$

$$\rightarrow x_4 = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ mm}$$

$$d_4 = 15,99 - 2,5 = 13,49 \text{ mm}$$

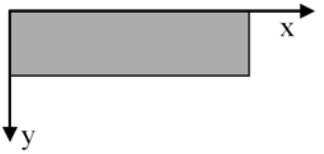
Momen inersia pada titik berat baja profil kanal U yang sejajar dengan sumbu y pada setiap bagian dengan teorema sumbu sejajar dapat diketahui sebagai berikut :

➤  $I_{y_1}$  = Seperempat lingkaran



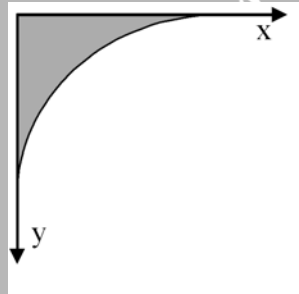
$$\begin{aligned}
 I_{y_1} &= I_y + A \cdot d_1^2 \\
 &= \frac{\pi r^4}{16} + \frac{\pi r^2}{4} \cdot d_1^2 \\
 &= \frac{\pi \cdot 8^4}{16} + \frac{\pi \cdot 8^2}{4} \cdot 29,69^2 \\
 &= 2296,63 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

➤  $I_{y_2}$  = Persegi panjang



$$\begin{aligned}
 I_{y_2} &= I_2 + A \cdot d_2^2 \\
 &= \frac{h \cdot b^3}{3} + b \cdot h \cdot d_2^2 \\
 &= \frac{7,5 \cdot 37,5^3}{3} + 37,5 \cdot 7,5 \cdot 7,76^2 \\
 &= 148772,14 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

➤  $I_{y_3}$  = Tepi seperempat lingkaran

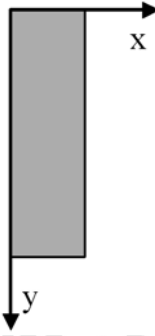


$$\begin{aligned}
 I_{y_3} &= I_3 + A \cdot d_3^2 \\
 &= 0,137 \cdot r^4 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) r^2 \cdot d_3^2 \\
 &= 0,137 \cdot 8^4 + \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) 8^2 \cdot 4,76^2 \\
 &= 872,34 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

➤  $I_{y_4}$  = Persegi panjang







$$\begin{aligned}
 I_{y_4} &= I_4 + A \cdot d_4^2 \\
 &= \frac{h \cdot b^3}{3} + h \cdot b \cdot d_4^2 \\
 &= \frac{100 \cdot 5^3}{3} + 100 \cdot 5 \cdot 13,49^2 \\
 &= 10911 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

- Momen inersia total dari baja profil kanal U terhadap titik beratnya dapat diketahui dengan menjumlahkan momen inersia tiap-tiap bagian.

$$\begin{aligned}
 I_y &= 2.2296,63 + 2.148772,14 + 2.872,34 + 10911,67 \\
 &= 272460.49 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

#### 4.3.2 Perhitungan defleksi dari baja profil kanal U standart

Defleksi total yang dialami oleh baja profil kanal U standart tanpa penambahan plat, dengan pambebanan merata.

$$\begin{aligned}
 V_{maks} &= \frac{5 \times q \times L^4}{384 E \times I} \\
 &= \frac{5.5 \cdot 10^4 \times 1000^3}{384 \cdot 2 \cdot 10^{11} \times 272460.49}
 \end{aligned}$$

Dengan perubahan satuan panjang pada konstanta dari meter (m) menjadi milimeter (mm).

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5.5 \cdot 10^7 \cdot 1000^3}{384 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 314794,19} \\
 &= 11,95 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Jadi defleksi maksimum yang terjadi pada baja profil kanal U tanpa penambahan plat yaitu 11,95 mm. Defleksi tersebut merupakan defleksi terbesar dengan besar beban yang sudah ditentukan. Sebagai perbandingan kekuatan dari baja profil kanal U, berikut

merupakan perbandingan tegangan *bending* maksimal yang mungkin terjadi. Dimana tegangan yang masih diperkenankan ( $\sigma_{yield}$ ) adalah  $2,5 \times 10^8$  Pa.

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= \frac{M.y}{I} \\ &= \frac{\frac{1}{2}.q.l^2.y}{I} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times 10^4 \times 1^2 \times 1,195 \times 10^{-2}}{2,72 \times 10^{-7}} \\ &= 2,196 \times 10^8 \text{ Pa}\end{aligned}$$

Dari nilai diatas berarti tegangan yang terjadi masih dalam batas toleransi yang diperkenankan.

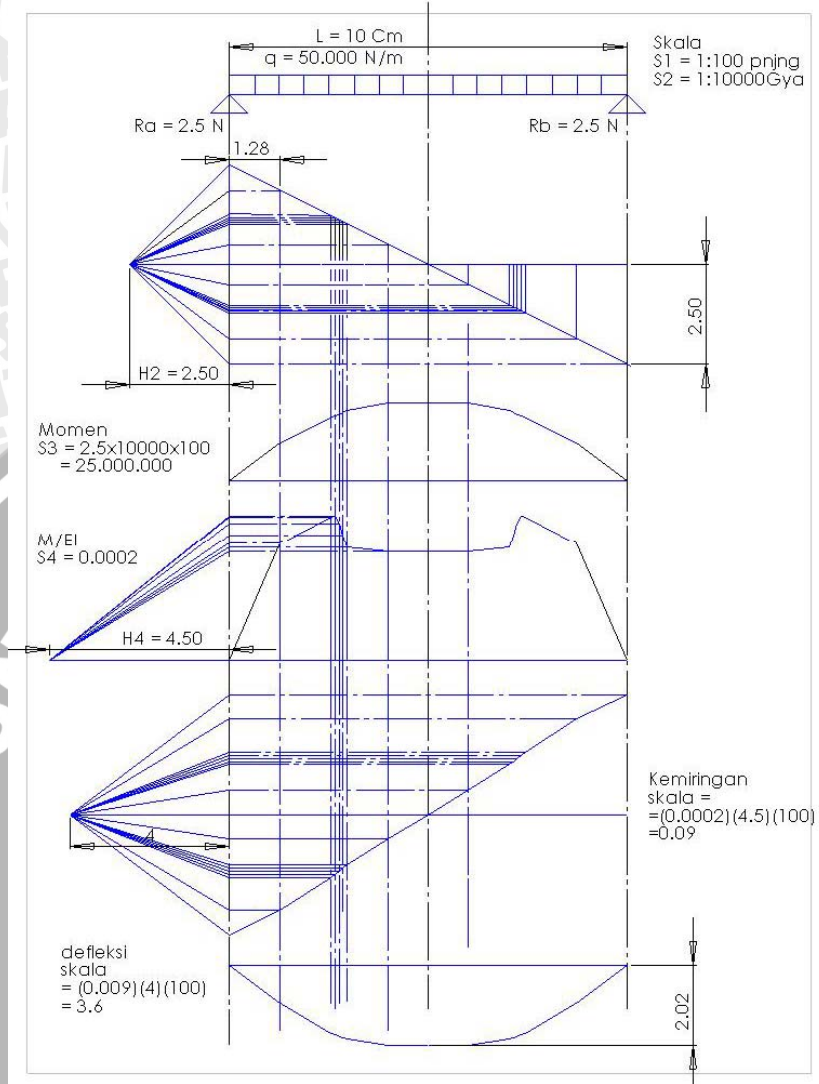
#### 4.3.3 Perhitungan defleksi pada profil kanal U dengan plat penambah

Sering terjadi bahwa permasalahan geometri yang lebih kompleks, atau cara pembebanan suatu gelagar, membuat persoalan defleksi menjadi sedemikian sulit. Sehingga tidak praktis untuk dipecahkan dengan cara-cara klasik. Metode yang dipilih untuk mendekati permasalahan geometris yang terjadi ketika profil kanal U diberi penguat yang mana posisinya tidak homogen pada seluruh penampang adalah metode integrasi grafis. Dikatakan metode pendekatan karena bidang miring pada plat penambah di asumsikan bidang datar melintang yang berubah pada skala tertentu.

Pendekatan dengan metode ini selain lebih cepat dan memberikan pengertian fisik yang baik tentang apa yang terjadi juga memiliki kelemahan pada tingkat ketelitian, untuk meningkatkan ketelitian proses grafis akan di kerjakan dengan bantuan *software CAD*.

Metode ini menggunakan persamaan beban sebagai awal grafis karena beban biasanya merupakan besaran yang diketahui, sedangkan momen lentur harus ditentukan dari diagram benda bebas dan persamaan kesetimbangan. Hal ini yang mendasari banyak program komputer yang mencari nilai defleksi dengan memulai dari persamaan beban dan selanjutnya melakukan integrasi numerik untuk mendapatkangaya geser, momen lentur, kemiringan, dan defleksi.

Dengan cara yang sudah diterangkan diatas dan mengambil contoh pada profil kanal U yang memiliki plat penambah dengan sudut  $155^\circ$  dengan skal yang telah di tentukan.



Gambar 4.6 : integrasi grafis

Perhitungan momen dan inersia serta M/EI dapat dilihat pada tabel dibawah ini :

Tabel 4.2: Momen inersia dengan skala gaya yang digunakan 0.0002

No	jarak potongan	Momen	inersia (cm <sup>4</sup> )	hasil M/EI	Ukuran pada grafis (Cm)
1	128	32000000	27,25	0,00058716	2,94
2	256	39750000	27,37	0,00072616	3,63
3	266	41000000	28,11	0,00072928	3,65
4	276	42000000	30,31	0,00069284	3,46
5	286	43250000	33,97	0,00063659	3,18
6	296	44250000	39,09	0,00056600	2,83
7	400	49500000	45,35	0,00054576	2,73

Defleksi yang terjadi dengan metode integrasi grafis

Tabel 4.3: Defleksi yang terjadi

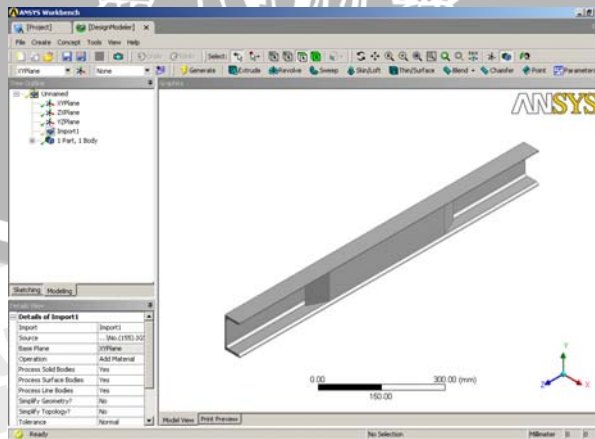
No	Sudut	defleksi (mm)
1	105	5,8812
2	120	5,8156
3	135	5,7452
4	140	5,7014
5	145	5,6815
6	150	5,6752
7	155	5,6389
8	160	5,6165
9	165	5,4652
10	170	5,1564
11	171	4,8564
12	172	4,5876
13	173	4,4853
14	174	4,0213

**4.4 Perhitungan defleksi pada profil kanal U dengan bantuan program komputer**

Sesuai dengan prinsip dasar program komputer yang digunakan yaitu *Ansys Workbench 11* dengan membagi profil kanal U baik dengan plat penambah maupun tanpa plat penambah kedalam elemen-elemen yang lebih kecil dengan jumlah tertentu atau yang biasa disebut metode elemen hingga. Adapun proses penyelesaian dengan menggunakan program tersebut akan diterangkan dalam proses-proses dibawah.

- *Import geometri*

Proses permodelan menggunakan *Software SolidWorks 2008*. Dengan menggunakan file format \*.IGS (*International Graphic Standart*) selain proses pembuatan yang lebih cepat juga memudahkan interface antar geometri yang mendukung *software Ansys Workbench 11*.



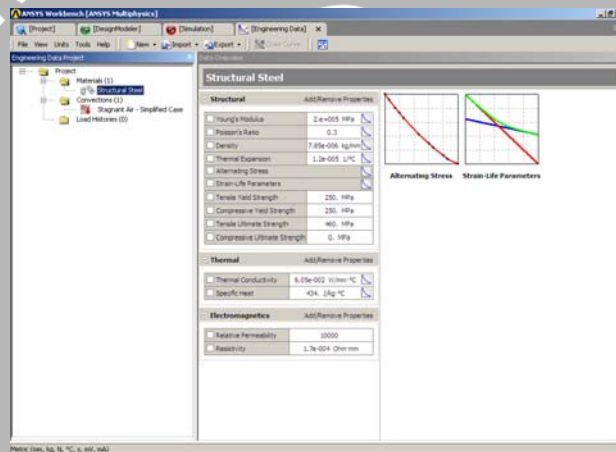
Gambar 4.7: bentuk geometri setelah di import dari bentuk \*.IGS

Format \*.IGS juga dipilih untuk mengatasi permasalahan pembagian segmen permukaan pada geometri terutama terutama yang menggunakan bidang lengkung yang kompleks.

#### Proses simulasi :

- *Setting mechanical properties*

Nilai dari *Mechanical properties* material didapat dari <http://www.matweb.com> untuk jenis material AISI 1005. Dapat dimasukkan dalam data material baru maupun dapat merubah mechanical properties yang sudah tersedia, karena seluruh material yang digunakan sama maka nilai dari mechanical properties ini dapat simpan sebagai standart material baru, agar memudahkan proses simulasi untuk variasi sudut yang lain.



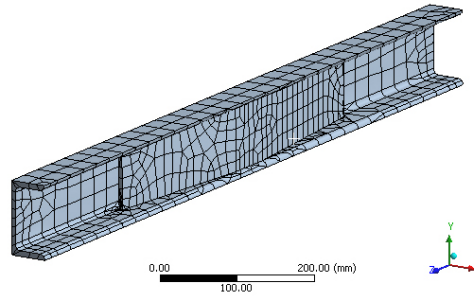
Gambar 4.8: *Input mechanical properties*

- *Deskritisasi atau meshing*

Proses meshing menggunakan fasilitas yang telah dimiliki oleh *Ansys 11 workbench* dengan mengatur beberapa menu agar hasil yang didapat lebih baik.

#### ❖ *Patch Performing methode*

Pada menu ini pengaturan dan pemilihan elemen ditetapkan, dalam kasus ini elemen yang digunakan adalah tipe *heksahedrons*. Melihat kondisi geometri yang tidak terlalu banyak menggunakan bidang yang melengkung, elemen ini cukup efektif diterapkan pada kasus ini.



Gambar 4.9: penggunaan elemen heksahedrons

❖ *Body Sizing*

Untuk mempermudah analisa, ukuran elemen dapat juga ditentukan hal ini erat sekali hubungan dengan jumlah elemen yang terbentuk yang berhubungan langsung dengan lama proses eksekusi.

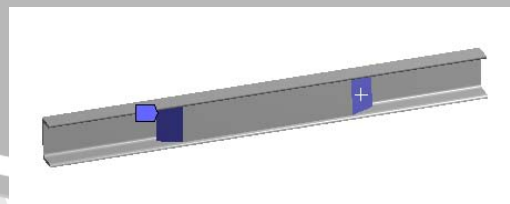
Details of "Body Sizing" - Sizing	
<b>Scope</b>	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
<b>Definition</b>	
Suppressed	No
Type	Element Size
<b>Element Size</b>	1. mm
Edge Behavior	Curv/Proximity Refinement

Gambar 4.10: penentuan ukuran elemen

Pada simulasi ini menggunakan ukuran elemen 1 milimeter. Dengan jumlah node yang terbentuk berkisar antara 60.000 – 70.000 dan jumlah elemen berkisar antara 30.000-35.000.

❖ *Refinement*

Refinement berfungsi meningkat tingkat meshing pada bagian tertentu, seperti terlihat pada gambar pada



Gambar 4.11: *refinement*

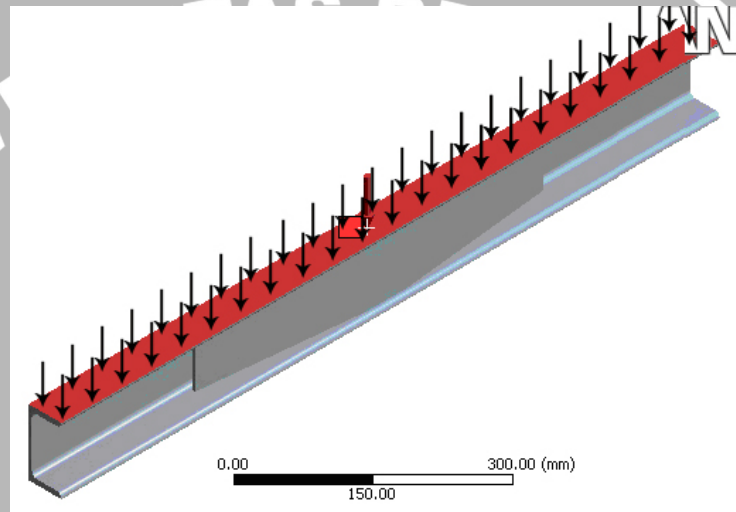
Pada bagian plat miring diatas atau yang berwarna ungu meshing yang digunakan 2 kali lebih kecil jika dibandingkan dengan bagian lainnya.

Hal ini dipilih karena pada bagian miring diatas berfungsi sebagai distributor gaya dari luar.

#### **Analisis Setting**

- *Static struktural*

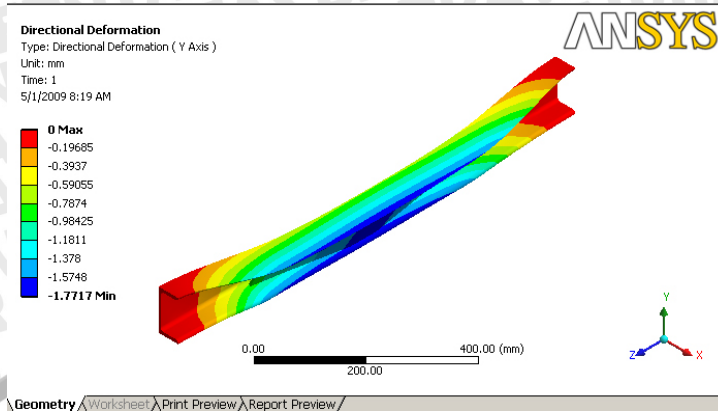
Analisa yang digunakan adalah analisa statis, dengan beban dan reaksi tumpuan yang telah di jelaskan sebelumnya dalam diagram benda bebas. Beberapa hal yang dimasukkan dalam proses ini adalah tumpuan dalam hal ini dipilih *Fix support* kemudian beban yang merata searah sumbu Y. Seluruh variasi mendapat perlakuan yang sama.



Gambar 4.12: pembebanan pada spesimen

- *Solution*

Proses penyelesaian yang dipilih hanya defleksi searah sumbu y dengan pertimbangan proses simulasi (*running*) akan lebih cepat. Dan cukup mewakili dalam analisa kekuatan lentur. Metode perhitungan yang digunakan adalah metode elemen hingga, sehingga besar gaya yang diberikan akan di distribusikan secara merata terhadap node node yang terbentuk oleh elemen pembagi yang terjadi akibat meshing. Berikut adalah contoh hasil simulasi dalam bentuk tiga dimensi.



Gambar 4.13: defleksi yang terbentuk

Gradasi warna diatas menjelaskan perubahan defleksi dari rendah (merah) menuju pada defleksi paling tinggi (biru) dengan nilai negatif menunjukkan arah pergerakan defleksi. Lebih lengkapnya akan di sajikan dalam tabel defleksi dibawah.

#### 4.5 Pembahasan

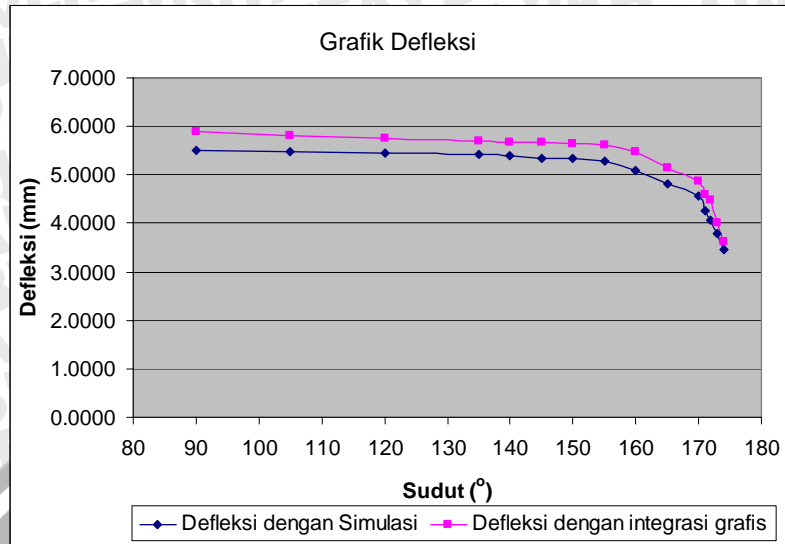
Dari data yang didapat dengan metode integrasi grafis maupun dengan simulasi didapat tabel sebagai berikut.

Tabel 4.4: Perbandingan nilai defleksi dengan kedua metode

No	Sudut	defleksi manual (mm)	defleksi simulasi (mm)
1	0	11,9457	11,3512
2	90	5,8812	5,5143
3	105	5,8156	5,4723
4	120	5,7452	5,4471
5	135	5,7014	5,4315
6	140	5,6815	5,3862
7	145	5,6752	5,3505
8	150	5,6389	5,3295
9	155	5,6165	5,2794
10	160	5,4652	5,0868
11	165	5,1564	4,8120
12	170	4,8564	4,5762
13	171	4,5876	4,2561
14	172	4,4853	4,0701
15	173	4,0213	3,7971
16	174	3,6254	3,4569

Dari tabel diatas dapat diterjemahkan kedalam sebuah grafik seperti dibawah ini.

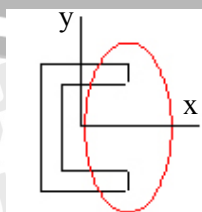




Gambar 4.14: grafik Defleksi pada profil kanal U

Pada grafik defleksi diatas terjadi fenomena penurunan nilai defleksi seiring bertambahnya sudut pada plat yang diberikan pada baja profil kanal U. Gaya merata yang diberikan terdistribusikan secara berbeda terhadap sumbu x maupun sumbu y pada penampang melintang baja profil kanal U, karakteristik dari profil U memungkinnya berbedanya distribusi gaya yang diberikan dari luar. Terlebih dalam penelitian ini posisi profil kanal U yang diletakan dengan posisi seperti dalam gambar 4.15, membuat distribusi gaya yang diberikan terdistribusi secara tidak simetris. Dengan adanya perbedaan distribusi tersebut secara langsung berimbas pada besarnya defleksi yang menjadi parameter utama kekuatan lentur pada makalah ini.

Tujuan penambahan plat penambah pada dasarnya untuk mengatasi permasalahan distribusi gaya yang tidak merata tersebut. Secara *visual* dengan penampang yang terlihat pada gambar, jika diberikan gaya merata atau gaya yang bekerja tepat pada titik berat benda, pastinya memberikan defleksi yang terbesar pada bagian yang tidak memilki sisi vertikal seperti dalam gambar. Selain itu dengan acuan pergitungan defleksi maksimum, selalu terjadi pada bagian tengah dari panjang dan tepi penampang melintang, baik pada profil dengan plat penambah maupun tanpa plat penambah.



Gambar 4.15: bagian yang berpotensi mengalami defleksi terbesar

Dengan penambahan plat gaya yang diterima dapat didistribusikan lebih merata pada seluruh sisi profil kanal U, yang secara langsung dapat menurunkan nilai defleksi yang terjadi pada profil kanal U. Pengaruh sudut dalam hal ini untuk mengetahui bagaimana efisiensi dari penambahan plat yang memiliki panjang sama terhadap defleksi yang terjadi. Distribusi gaya akan tersalurkan lebih baik dengan menggunakan sudut yang lebih besar. Terbukti dengan semakin turunnya nilai defleksi yang terjadi pada sudut  $174^\circ$ . Namun besarnya sudut tidak serta merta memperkecil defleksi, besarnya sudut terbatas dengan panjang plat yang tersedia.

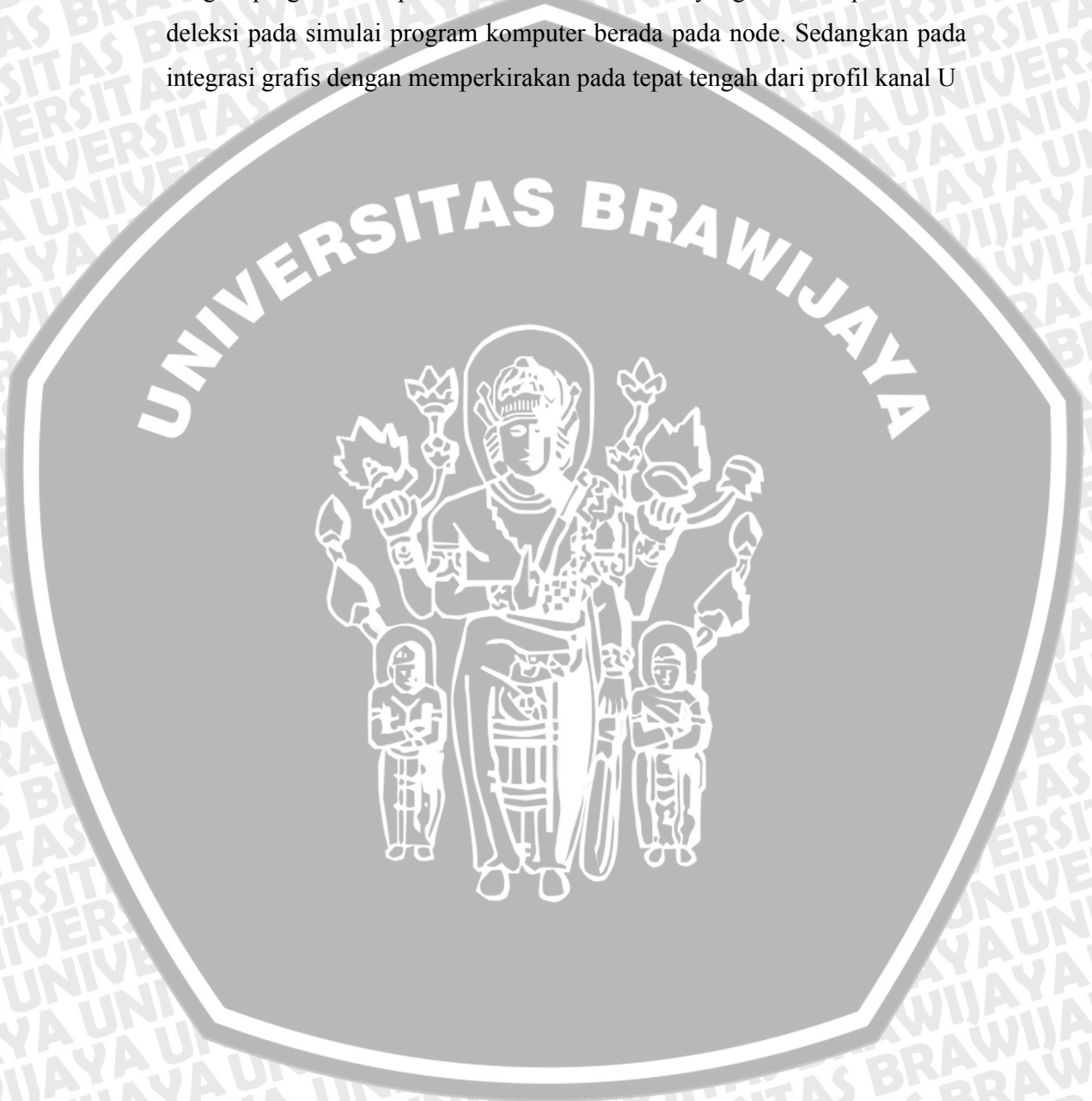
Dari analisa yang dilakukan terhadap plat penambah, turunnya nilai defleksi yang terjadi berbanding terbalik dengan bertambah sisi miring pada plat penambah. Semakin panjang sisi miring dari plat penambah maka defleksi yang terjadi akan semakin turun. Sisi miring tersebut sangat dipengaruhi oleh sudut plat penambah. Dalam hal berhubungan langsung dengan besarnya inersia yang terjadi secara keseluruhan, pada dasarnya jika dilihat secara melintang arah sumbu x-y perbedaan luas penampang tidak terlalu signifikan dan akan selalu sama luasannya pada setiap titik pendekatan berapapun dengan sudut plat yang sama. Dalam hal ini jika ditinjau dari persamaan sumbu sejajar maka peran jarak titik berat plat penambah dengan titik berat kanal U secara keseluruhan ( $d$ ) yang menjadi dominan sehingga semakin banyak bagian yang memiliki titik berat lebih jauh dari titik berat keseluruhan maka momen inersia akan semakin tinggi.

Pertambahan momen inersia akan secara langsung berimbas pada nilai dari kekakuan profil kanal U dengan plat penambah tersebut. Dengan meningkatnya momen inersia akan menyebabkan meningkat pula nilai dari kekakuan yang dimiliki. Sesuai dengan persamaan kekakuan dimana kekakuan akan berbanding terbalik dengan defleksi yang terjadi maka, semakin tinggi nilai kekakuan profil kanal U maka defleksi yang terjadi akan menurun. Sebagaimana yang telah diterangkan dalam batasan masalah dimana defleksi merupakan parameter utama dalam menentukan perubahan kekuatan lentur maka semakin turun nilai defleksi yang terjadi menunjukkan peningkatan kekuatan lentur dari profil kanal U yang telah diperkuat plat tersebut.

Nilai grafik diatas mengalami perbedaan antara metode integrasi grafis dengan simulai, perbedaan ini meliputi banyak hal dalam proses memperoleh nilai defleksi yang terjadi pada profil kanal U.

- Pembulatan nilai antara metode simulasi dengan program komputer dengan metode integrasi grafis

- Integrasi grafis merupakan metode dengan tingkat ketelitian cukup rendah karena nilai ditentukan dari pengukuran jarak maupun tinggi titik dari suatu garis.
- Titik perbandingan yang berbeda antara integrasi grafis dengan simulasi dengan program komputer diikuti nilai defleksi yang berbeda pula. Nilai defleksi pada simulai program komputer berada pada node. Sedangkan pada integrasi grafis dengan memperkirakan pada tepat tengah dari profil kanal U



## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

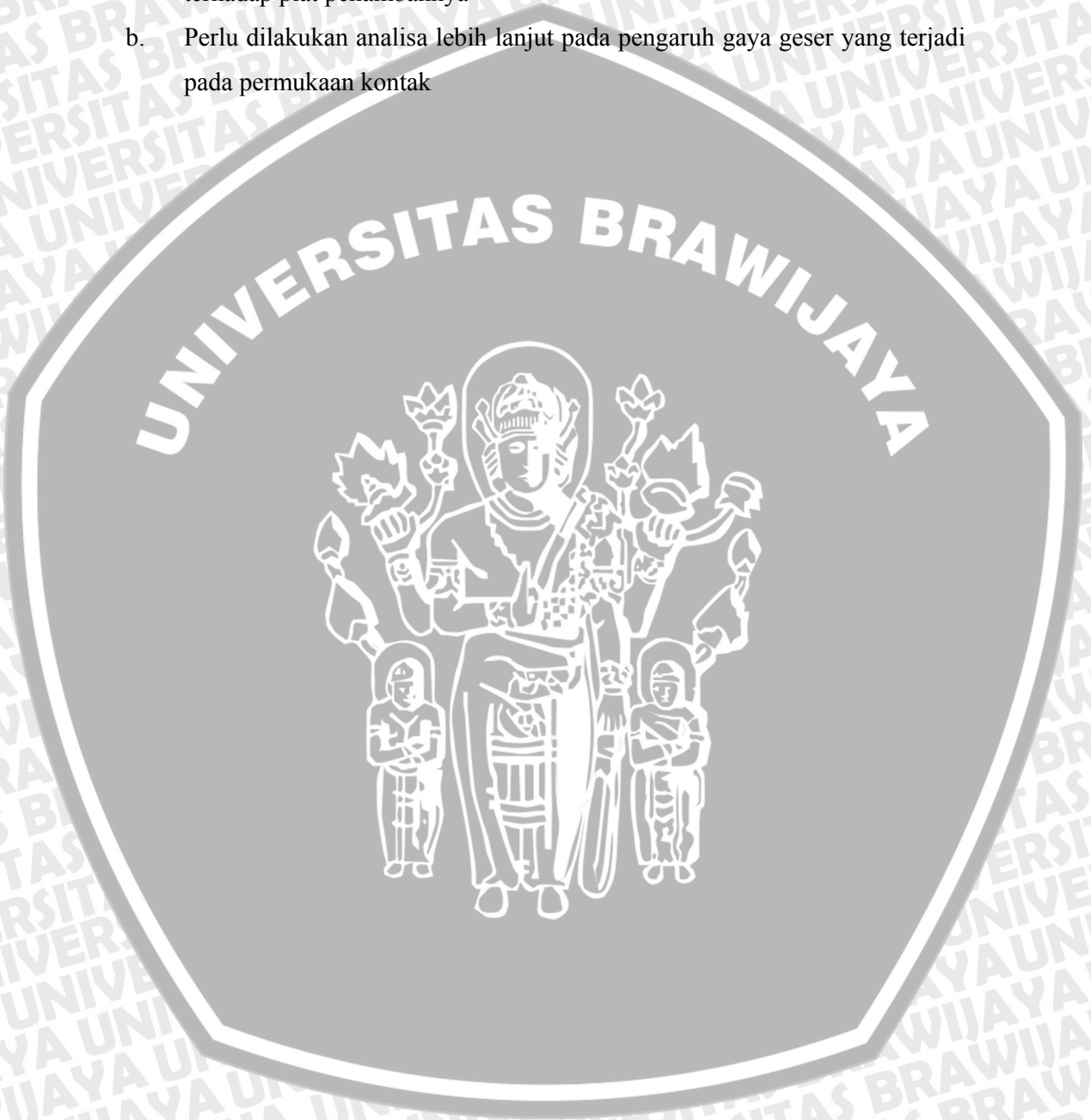
Gaya yang diberikan pada profil kanal U secara umum akan didistribusikan keseluruh bagian, *indikator* distribusi gaya tersebut dalam makalah ini dilihat dari nilai defleksi yang terjadi searah dengan arah gaya yang diberikan. Profil kanal U memiliki karakteristik tidak dapat menyalurkan gaya dengan simetris kesegala arah, dikarenakan bentuk geometris yang tidak memungkinkan. Dengan penambahan plat penambah berfungsi sebagai momen inersia total dari baja profil kanal U akan semakin besar. Besarnya nilai  $I$  akan berfungsi sebagai penyebut dalam persamaan defleksi  $\left( v = \frac{5qL^4}{384EI} \right)$  sehingga defleksi yang terjadi akan semakin kecil, defleksi dalam penelitian ini merupakan parameter utama dari kekuatan lentur yang terjadi dimana semakin kecil defleksi yang terbentuk maka mengindikasikan kekuatan lentur yang semakin meningkat.

Berdasarkan analisa nilai defleksi searah sumbu  $y$  atau searah dengan pemberian beban baik dengan program maupun dengan metode integrasi grafis maka tingkat defleksi akan mengalami penurunan seiring dengan meningkatnya sudut plat penambah. Dikarenakan inersia total dari porfil kanal U di plat penambah akan besarnilainya , seiring dengan bertambah sudutnya. Pertambahan sudut ini menyebabkan jarak ( $d$ ) titik berat plat penambah akan semakin jauh, sesuai dengan persamaan sumbu sejajar ( $I_{total} = I_{lokal} + Ad^2$ ) maka inertia total dari profil kanal U akan semakin tinggi. Proses penurunan defleksi dapat dilihat dari grafik defleksi dan pertambahan sudut. Pertambahan sudut tidak serta merta dapat mengurangi nilai defleksi karena pertambahan sudut akan secara langsung berpengaruh pada panjang bidang miring dari plat yang ditambahkan, sedangkan total dari panjang total plat penambah dibatasi. Besar sudut maksimal yang dapat terbentuk dalam penelitian ini adalah  $174^\circ$ .

### 5.1 Saran

Berdasarkan analisa yang telah dilaksanakan, terdapat beberapa hal yang perlu di pertimbangkan untuk pengembangan pada tahap selanjutnya, antara lain :

- a. Perlu dilakukan analisa lebih lanjut tentang model geometris, terutama terhadap plat penambahnya
- b. Perlu dilakukan analisa lebih lanjut pada pengaruh gaya geser yang terjadi pada permukaan kontak



## DAFTAR PUSTAKA

- Budynas, Richard G., 1977, *Advance Strength ang Applied Stress Analysis*, London McGraw-hill Kogakusha
- Cook, R. D., 1990, *Konsep dan Aplikasi Metode Elemen Hingga*, Edisi Pertama, Bandung, Penerbit PT. Eresco Bandung
- Higdon. Ohlsen, Stiles. Weese. Riley, 1978, *Mechanic of Materials*, Edisi Ketiga Toronto, John Wiley & Sons.
- Liu, G. R., 2003, *The Finite Element Method a Practical Course*, Cetakan Pertama, Elsevier Science. Ltd
- Material Web. AISI 1005. <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=1e1bb328dc144aa3b50d3eb9c39f8b8b>
- Meriam, J. L., 2002, *Engineering Mechanic Statics*, Edisi Keempat, John Wiley & Sons
- Moaveni, Saeed., 1999, *Finite Element Analysis Theory and Application with Ansys*, Edisi Pertama, Prentice Hall, Inc
- Shigley, J. E., 1986, *Perencanaan Teknik Mesin*, Edisi Kedua, Jakarta, Penerbit Erlangga  
SNI 07-0052-2006

