

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

1.1 Model Pertumbuhan Preece Baines 1 (PB 1)

Analisis regresi mempelajari ketergantungan satu peubah respon terhadap satu atau lebih peubah prediktor (Draper dan Smith, 1992). Berdasarkan bentuk hubungannya, regresi dibedakan menjadi regresi linier dan non linier. Dikatakan linier jika memiliki peubah dan parameter berpangkat dan dikatakan non linier jika memiliki peubah dan parameter berpangkat selain satu.

Analisis statistika yang banyak diterapkan dalam bidang pertanian adalah regresi non linier. Dasar-dasar regresi nonlinier yang digunakan sama seperti model linier (Kutner dkk., 2004).

$$Y_i = h(t, \theta) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dengan

h : fungsi regresi

θ : parameter yang diduga

ε_i : galat yang mengikuti sebaran normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2

Kurva nonlinier menyatakan hubungan antara pertumbuhan suatu objek terhadap waktu sangat beragam. Penggunaan model yang tepat pada data yang tepat dapat menghasilkan interpretasi yang baik (Sanjoyo, 2006).

Salah satu kurva pertumbuhan yang digunakan untuk memodelkan pertumbuhan adalah kurva pertumbuhan Model PB1 diperkenalkan oleh Preece dan Baines tahun 1978, yang memuat 5 parameter (Hauspie dkk., 2004). Persamaannya sebagai berikut (Hauspie, 1989):

$$h_t = h_1 - \frac{2(h_1 - h_q)}{e^{[s_0(t-q)]} + e^{[s_1(t-q)]}} \quad (2.2)$$

dengan

h_t : tinggi manusia pada saat t

t : umur manusia

dan parameternya sebagai berikut:

h_1 : tinggi terakhir dari manusia dalam cm

h_q : tinggi dari manusia pada umur $t = q$

s_0 : parameter kontrol sebelum masa dewasa

s_1 : parameter kontrol setelah masa dewasa

q : umur pada saat tinggi ke- q

1.2 Model Pertumbuhan Jolicoeur, Pontier, Pernin dan Sempé (JPPS)

Model dikembangkan oleh Jolicoeur, Pontier, Pernin dan Sempé pada tahun 1988 (Ledford dan Cole, 1998). Model ini mempunyai tujuh parameter. Persamaan modelnya sebagai berikut (Jolicoeur dkk., 1991):

$$h_t = h_1 \left[1 - \frac{1}{1 + (t/D_1)^{C_1} + (t/D_2)^{C_2} + (t/D_3)^{C_3}} \right] \quad (2.3)$$

dengan

h_t : tinggi manusia pada saat t .

t : umur manusia

dan parameternya sebagai berikut:

h_1 : tinggi terakhir dari manusia dalam cm

C_1 : ukuran eksponen pada awal pertumbuhan

C_2 : ukuran eksponen pada pertengahan pertumbuhan

C_3 : ukuran eksponen pada akhir pertumbuhan

D_1 : faktor skala waktu pada awal pertumbuhan

D_2 : faktor skala waktu pada pertengahan pertumbuhan

D_3 : faktor skala waktu pada akhir pertumbuhan

2.3 Laju Pertumbuhan Tanaman

Laju pertumbuhan tanaman pada umumnya dibedakan menjadi dua yaitu (Makarim dan Suhartatik, 2009):

2.3.1 Laju Pertumbuhan Absolut.

Laju tumbuh menyatakan pertambahan ukuran tanaman (bobot, tinggi, luas daun, dan sebagainya) pada tiap satuan waktu. Laju tumbuh untuk masing-masing model adalah sebagai berikut:

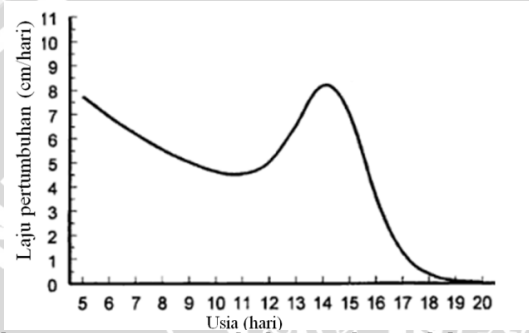
• Model PB 1

Laju pertumbuhan didapatkan dari turunan pertama model. Menurut Cameron (2002) proses penurunan dari model sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \frac{d \left(\frac{-2(h_1 - h_q)}{e^{s_0(t-q)} + e^{s_1(t-q)}} \right)}{dt} \\ &= \frac{d \left(-2(h_1 - h_q) \left[e^{s_0(t-q)} + e^{s_1(t-q)} \right]^{-1} \right)}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -2(h_1 - hq) \left[s_0 e^{s_0(t-q)} + s_1 e^{s_1(t-q)} \right] (-1) \left[e^{s_0(t-q)} + e^{s_1(t-q)} \right]^{-2} \\
&= \frac{2(h_1 - hq) \left[s_0 e^{s_0(t-q)} + s_1 e^{s_1(t-q)} \right]}{\left[e^{s_0(t-q)} + e^{s_1(t-q)} \right]^2} \quad (2.4)
\end{aligned}$$

Gambar laju pertumbuhan pada model ini ditunjukkan pada Gambar 2.1:



Gambar 2.1 Laju Pertumbuhan pada Model PB1

Pada turunan kedua yaitu, $\frac{d^2h}{dt} = 0$ diperoleh titik maksimum. Titik maksimum ini adalah waktu terjadinya laju maksimum dari model PB1. Penjabaran persamaan untuk penentuan titik maksimum dapat dilihat pada Lampiran 3.

• Model JPPS

Menurut Jolicoeur dkk. (1988) laju pertumbuhan pada model pertumbuhan ini didapatkan dari :

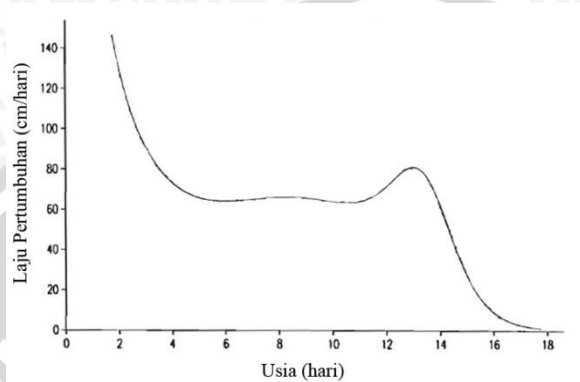
$$Laju = \frac{h_1 Q_2}{Q_1} \quad (2.5)$$

dengan

$$Q_1 = \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{D_i} \left(\frac{t}{D_i} \right)^{C_i} - 1 \quad (2.6)$$

$$Q_2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{t}{D_i} \right)^{C_i} \quad (2.7)$$

Gambar laju pertumbuhan pada model ini ditunjukkan pada Gambar 2.2:



Gambar 2.2 Laju Pertumbuhan pada Model JPPS

Titik maksimum pada model JPPS diperoleh dari penurunan laju pertumbuhan absolut model. Penjabaran persamaan untuk penentuan titik maksimum dapat dilihat pada Lampiran 3.

Penurunan dan peningkatan laju pertumbuhan pada tanaman bisa diakibatkan dari adanya faktor yang membatasi dan juga kapasitas fotosintesis. Faktor yang membatasi ini bisa berasal dari internal maupun eksternal (Fachrudin, 2002).

Faktor internal meliputi genetik dan juga hormon dari tumbuhan, sedang faktor eksternal meliputi nutrisi (unsur hara dan air) dan lingkungan (suhu udara, cahaya, kelembapan), dari kedua faktor yang bisa dikontrol pada saat penanaman adalah faktor eksternal. Dengan diketahuinya waktu efektif bisa diketahui kapan kita harus mengoptimalkan dalam mengontrol faktor eksternal.

2.3.2 Laju Pertumbuhan Relatif

Laju Perumbuhan Relatif menunjukkan besarnya pertambahan bahan tanaman bagi tiap bahan tanaman yang terdapat pada tiap satuan waktu. Ukuran ini menunjukkan presentase perubahan pertumbuhan tiap satuan waktu.

$$\text{Laju Pertumbuhan Relatif} = \frac{dh}{dt} \times \frac{1}{h} \quad (2.8)$$

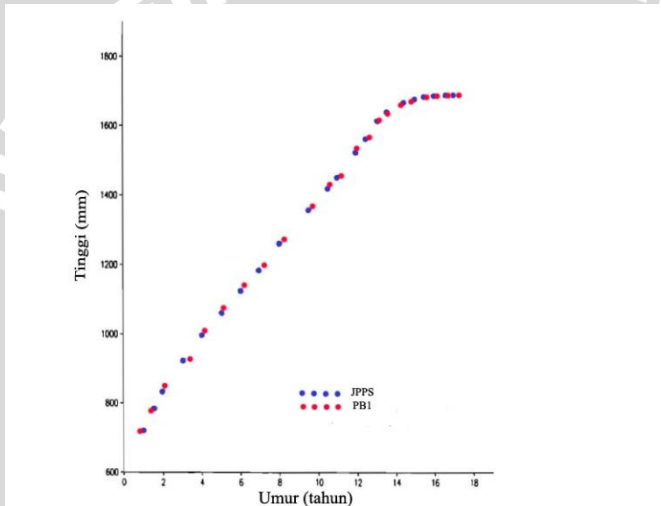
dengan

$\frac{dh}{dt}$: laju pertumbuhan absolut.
 h : tinggi tanaman

2.4 Diagram Pencar

Menurut Rasyad (2006) hubungan dua peubah dapat digambarkan diagram pencar. Diagram pencar (*scatter diagram* atau diagram tebaran) adalah diagram yang menunjukkan titik-titik tertentu. Titik-titiknya memperlihatkan nilai sebagai peubah prediktor dan peubah respon.

Menurut Supranto (2008) diagram pencar memiliki dua manfaat yaitu membantu menunjukkan apakah terdapat hubungan yang bermanfaat antara dua peubah, dan membantu menetapkan tipe persamaan yang menunjukkan hubungan antara kedua peubah.



Gambar 2.3 Diagram pencar pada Model PB1 dan JPPS

2.5 Pendugaan Parameter Model

2.5.1 Metode Kuadrat Terkecil untuk Model Non Linier

Pendugaan parameter model non linier tidak dapat menggunakan metode kemungkinan maksimum atau metode kuadrat terkecil biasa secara langsung seperti pada model linier, karena membutuhkan perhitungan yang sangat rumit. Hal ini disebabkan banyaknya pertimbangan dalam penentuan titik optimum. Pendugaan terhadap parameter model non linier akan menghasilkan nilai yang berbeda untuk penduga yang sama. Oleh karena itu berbeda dengan Metode Kuadrat Terkecil pada model linier, penduga pada Metode Kuadrat Terkecil pada model non linier ditentukan dengan melakukan suatu

prosedur atau algoritma (Sanjoyo, 2006). Prosedur yang dimaksud disini adalah metode iterasi. Metode iterasi yaitu suatu proses perhitungan yang diulang-ulang sampai ditemukan penduga yang konvergen (Yitnosumarto, 1988).

Secara umum bentuk regresi nonlinier dapat ditulis pada persamaan 2.9. Jumlah Kuadrat Sisa (JKS) untuk model nonlinier adalah :

$$JKS = e'e = [Y - h(t, \theta)]' [Y - h(t, \theta)] \quad (2.9)$$

dengan

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$h(t, \theta) = [h(t_1, \theta), h(t_2, \theta), \dots, h(t_n, \theta)]$$

dengan asumsi galat menyebar normal dan homogen dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2 . Pendugaan parameter θ bisa dilakukan dengan cara meminimumkan JKS. Untuk mendapatkan $\hat{\theta}$ pada persamaan ini harus diturunkan parsial terhadap θ , sehingga menghasilkan p persamaan normal yang harus dipecahkan, dengan p bergantung pada banyaknya parameter yang menyusun model.

Persamaan normal yang terbentuk adalah :

$$\frac{\partial JKS}{\partial \theta} = -2 \left[\frac{\partial h(t, \theta)'}{\partial \theta} \right] [Y - h(t, \theta)] = 0 \quad (2.10)$$

$$\sum_{i=1}^n [Y - h(t, \theta)] \left[\frac{\partial h(t, \theta)'}{\partial \theta} \right] = 0 \quad (2.11)$$

1.5.2 Iterasi Newton Raphson

Iterasi pada metode Newton Raphson didasarkan pada uraian deret Taylor, dengan persamaan umumnya sebagai berikut (Sanjoyo, 2006) :

$$\theta^{(j+1)} = \theta^{(j)} - \left(\frac{\partial^2 h(t, \theta^{(j)})}{\partial \theta \partial \theta'} \right)^{-1} \frac{\partial h(t, \theta^{(j)})}{\partial \theta} | \theta^{(j)} ; j = 1, 2, \dots, m \quad (2.12)$$

dengan

θ : parameter-parameter yang diduga

m : jumlah iterasi

Menurut Draper dan Smith (1992), ada beberapa cara menentukan nilai duga awal parameter dalam model non linier yaitu :

1. Mensubstitusikan nilai x_i mendekati nol atau tak hingga ke dalam model untuk memperoleh nilai duga parameter. Selanjutnya mensubstitusikan nilai parameter yang telah diduga dan nilai x_i tertentu ke dalam model untuk mendapatkan nilai parameter yang belum diduga.
2. Mencari nilai duga awal parameter dari θ buah parameter dengan cara mensubstitusikan p pasangan amatan (x_i, y_i) sebanyak parameter ke dalam model. Selanjutnya selesaikan p persamaan yang diperoleh untuk mendapatkan nilai duga awal parameter model.

1.6 Pengujian Parameter Model

2.6.1 Pengujia Parameter Model Secara Simultan

Uji serempak (uji F) digunakan untuk menguji keberartian hubungan antara peubah respon dengan semua peubah prediktor serta untuk mengetahui bahwa seluruh parameter model dapat menggambarkan data dengan baik. Pengujian secara serempak dilakukan menggunakan analisis ragam dengan tabulasi yang disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2.1. Tabel Analisis Ragam Nonlinier

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah Galat	F_{hitung}
Regresi	k	JKR	$KTR = JKR/k$	$\frac{KTR}{KTG}$
Galat	n-k-1	JKG	$KTG = JKG/n-k-1$	
Total	n	JKT		

Tabel Analisis Ragam Nonlinier di atas menggunakan *uncoreccted* jumlah kuadrat, sehingga derajat bebas untuk Jumlah Kuadrat Galat tetap n. Hal ini dikarenakan bentuk asli dari model tetap dipertahankan.

dengan hipotesis :

H_0 : Model tidak layak digunakan

H_1 : Model layak digunakan

$$\begin{aligned} JKR &= \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \\ JKG &= \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \\ JKT &= \sum (Y_i - \bar{Y})^2 \end{aligned}$$

dengan

k : banyaknya parameter

n : banyaknya pengamatan

Y : nilai amatan

$\hat{Y}$: nilai dugaan amatan

$\bar{Y}$: rata-rata nilai amatan

i : banyaknya amatan

Apabila $F_{hitung} > F_{(k,n-k-1)}^\alpha$ maka menolak H_0 yang berarti model layak digunakan untuk menggambarkan data.

2.6.2 Pengujian Parameter Secara Parsial

Uji Parsial digunakan untuk melihat peubah prediktor mana saja yang mempengaruhi peubah respon. Uji Parsial menggunakan statistik uji t.

dengan hipotesis :

H_0 : $\beta_k = 0$

H_1 : $\beta_k \neq 0$

Statistik ujinya:

$$t = \frac{\beta_k}{s(\beta_k)} \quad (2.13)$$

dengan

β_k : nilai duga parameter yang diperoleh dari pendugaan parameter

$s(\beta_k)$: standar deviasi dari nilai duga parameter

Apabila $t > t_{(\frac{\alpha}{2}, n-k-1)}$ maka diputuskan menolak H_0 yang berarti bahwa terdapat hubungan antara peubah respon dan peubah prediktor dalam model (Kutner dkk., 2004).

2.7 Pengujian Asumsi

Pada model regresi, model dikatakan sesuai apabila memenuhi asumsi yang ditentukan. Untuk mengetahui model tersebut memenuhi asumsi dilakukan pengujian asumsi. Pengujian asumsi ini berlaku tidak hanya untuk model linier tapi juga untuk model non linier.

2.7.1 Uji Kenormalan Galat

Pengujian asumsi kenormalan galat bertujuan untuk mengetahui apakah sebaran sebuah data mengikuti atau mendekati sebaran normal (Santoso, 2002). Uji asumsi kenormalan digunakan untuk membuktikan bahwa galat data menyebar normal dengan nilai tengah 0 dan ragam σ^2 atau $\varepsilon_i \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$. Salah satu cara untuk menguji asumsi kenormalan galat adalah dengan uji Kolmogorov Smirnov.

Hipotesis yang mendasari pengujian adalah :

H_0 : galat menyebar normal, lawan

H_1 : galat tidak menyebar normal

dengan statistik uji :

$$D_{\text{maks}} = \text{Maks} [F_n(y) - F_0(y)] \quad (2.14)$$

dengan

D_{maks} : nilai deviasi maksimum antara fungsi sebaran empiris dan fungsi sebaran normal

$F_n(y)$: fungsi sebaran kumulatif yang diamati

$F_0(y)$: fungsi sebaran kumulatif menyebar normal

Jika $D_{\text{maks}} < D(\alpha)$, maka keputusannya adalah terima H_0 yang berarti galat menyebar normal (Daniel, 1989).

Menurut Kutner dkk (2004), apabila galat masih menyebar tidak normal, maka bisa diatasi dengan transformasi data. Tranformasi data untuk peubah prediktor bisa dilakukan dengan cara:

- | | |
|-----------------------|-----------------|
| 1. $X' = \log_{10} X$ | $X' = \sqrt{X}$ |
| 2. $X' = X^2$ | $X' = \exp(X)$ |
| 3. $X' = \frac{1}{X}$ | $X' = \exp(-X)$ |

Tranformasi data untuk peubah respon bisa dilakukan dengan cara:

1. $Y' = \sqrt{Y}$
2. $Y' = \log_{10} Y$
3. $Y' = \frac{1}{Y}$

2.7.2 Uji Kehomogenan Ragam Galat

Kehomogenan ragam galat berarti ragam galat konstan dan dapat mendekati nilai sebenarnya. Jika semua asumsi telah terpenuhi kecuali asumsi kehomogenan ragam galat, penduga parameter tetap bersifat tak bias dan konsisten namun tidak efisien baik dalam sampel kecil ataupun besar (Draper dan Smith, 1992).

Pengujian kehomogenan galat menggunakan uji Glejser yaitu meregresikan nilai absolut galat terhadap peubah prediktor.

Hipotesis yang melandasi pengujian ini adalah :

H_0 : Ragam galat homogen

H_1 : Ragam galat tidak homogen

Rumus uji Glejser sebagai berikut:

$$|U_t| = \alpha + \beta X_t + v_t \quad (2.15)$$

dengan

$|U_t|$: nilai absolut galat

X_t : peubah prediktor

Jika $p\text{-value} < \alpha$ maka tolak H_0 , artinya ragam galat tidak homogen. Jika $p\text{-value} > \alpha$ maka H_0 diterima, artinya ragam galat homogen.

2.8 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Pemeriksaan kebaikan model digunakan ialah koefisien determinasi disesuaikan (R^2_{adj}) dan *Akaike's Information Criterion* terkoreksi (AIC_c). Menurut Draper dan Smith (1992), R^2_{adj} mengukur proporsi keragaman yang dapat dijelaskan oleh model yang telah disesuaikan dengan melibatkan derajat bebas galat dan total. Model matematis R^2_{adj} adalah:

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{JKG / (n-k-1)}{JKT / (n-1)} \quad (2.16)$$

dengan

n : banyaknya pengamatan

k : banyaknya parameter

JKG : jumlah kuadrat galat

JKT : jumlah kuadrat total

Jika koefisien determinasi memiliki nilai yang tinggi atau mendekati 1 berarti model yang terbentuk dapat menjelaskan keadaan yang sebenarnya dengan baik.

Akaike's Information Criterion (AIC) merupakan ukuran kebaikan model, semakin kecil *AIC* maka semakin baik model tersebut (Kutner dkk., 2004).

$$AIC = n \ln JKG - n \ln n + 2k \quad (2.17)$$

dengan

k : banyaknya parameter dalam model

n : banyaknya pengamatan

JKG : jumlah kuadrat galat

Menurut Hu (2007) jika banyaknya pengamatan kecil ($n/k < 40$) digunakan *AIC* terkoreksi atau AIC_c (Hu, 2007).

$$AIC_c = AIC + 2k + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (2.18)$$

2.9 Tinjauan Pustaka non Statistika

2.9.1 Pertumbuhan

Pertumbuhan adalah bertambahnya jumlah sel serta jaringan intraseluler, berarti bertambahnya ukuran fisik dan struktur tubuh dalam arti sebagian atau seluruhnya. Jadi bersifat kuantitatif sehingga dengan demikian dapat kita ukur dengan mempergunakan satuan panjang atau satuan berat (Narendra, 2002). Pertumbuhan terjadi pada makhluk hidup berupa perubahan ukuran yang bersifat *irreversible*. Bersifat *irreversible* artinya tidak berubah kembali ke asal, karena adanya penambahan substansi dan perubahan bentuk yang terjadi saat proses pertumbuhan.

Secara garis besar fase pertumbuhan tanaman dan manusia dijelaskan sebagai berikut:

Fase Pembuahan/Fertilisasi dan Embrionis

Pada awal pertumbuhannya manusia maupun tanaman mengalami fase pembuahan. Pada manusia fase pembuahan diawali dengan tumbuhnya zigot, sampai pembentukan embrio (Henry dkk., 2009). Sedang pada tanaman fase pembuahan terjadi pada saat proses penyerbukan, dilanjutkan ke fase embrionis yaitu tumbuhnya zigot sampai terbentuknya embrio yang terjadi dalam bakal biji (Michurin, 2002).

Fase anak-anak sampai remaja dan Fase Muda

Pada manusia fase ini dimulai sejak lahir (bayi) sampai usia remaja (Henry dkk., 2009). Pada tanaman dimulai dari biji mulai tumbuh menjadi bibit dan dicirikan pembentukan daun-daun yang pertama yang

biasanya disebut fase *Juvenil/Vegetatif* (Michurin, 2002). Pada tanaman kapas ini terjadi saat umur 0 sampai minggu keempat masa tanam (Rusim, 2001).

Fase Dewasa

Secara biologi, makhluk hidup (organisme) disebut dewasa bila telah menghasilkan sel kelamin. Demikian pula pada manusia sebagai makhluk hidup, terjadi pada saat usia kurang lebih 11-20 tahun (Henry dkk., 2009). Sedang pada tanaman biasanya disebut fase *Mature/Reproduktif/Generatif*, pada fase ini dimulai dari pembentukan dan perkembangan kuncup-kuncup bunga, buah, dan biji atau pada perbesaran dan pendewasaan struktur penyimpanan makanan, akar-akar dan batang yang berdaging (Michurin, 2002). Pada tanaman kapas ini terjadi saat umur tanaman kurang lebih 31-100 hari, pada usia ini kuncup bunga primer mulai tumbuh, sampai pada saat puncak musim berbunga (Rusim, 2001).

Fase Manula dan Menua

Pada manusia manula atau manusia lanjut usia, yaitu seseorang yang telah memasuki usia lanjut. Pada usia ini, biasanya organ-organ manusia sudah mulai melemah atau berkurang kemampuannya. Pada tanaman sendiri fase Menua dan Aging (*Senil/Senescence*) dibedakan menjadi, menua yang meliputi keseluruhan tubuh tanaman, menua sebagian tanaman, menua daun-daunnya, menua yang meliputi daun-daun bagian bawahnya saja.

Pada tanaman maupun manusia keduanya sama-sama mengalami fase dewasa. Karena adanya kesamaan fase, model PB1 dan model JPPS dicobakan untuk memodelkan pertumbuhan tanaman.

2.9.2 Tanaman Kapas

Kapas merupakan tanaman serat yang penting di dunia. Serat utama dari tanaman kapas adalah rambut biji yang panjang, yang digunakan untuk membuat benang dan dipintal dalam pabrik tekstil, baik digunakan sendiri atau dikombinasi dengan tanaman lain, serat binatang atau serat sintetik. Tanaman dengan nama ilmiah *Gossypium sp.* merupakan semak atau pohon kecil tahunan tinggi mencapai hingga 100-150 cm, hampir di semua bagian terdapat titik-titik kelenjar minyak berwarna hitam (Dahrul, 2007). Kapas merupakan tanaman setahun atau semusim yang umurnya berkisar antara 4-8 bulan.

Tingginya kebutuhan akan permintaan kapas untuk industri harus diimbangi produksi kapas. Salah satu penyebab rendahnya produksi kapas adalah hama pengganggu pada tanaman kapas. Kondisi ini biasanya dicegah dengan cara penggunaan mulsa. Menurut Sailan (2012) mulsa adalah bahan atau material yang sengaja dihamparkan di permukaan tanah atau lahan pertanian, biasanya berupa jerami padi, batang jagung, bahan batuan, sampai bahan plastik.

Bila secara umum dibandingkan antara tanaman kapas bermulsa dengan tanaman kapas tanpa mulsa, maka pertumbuhan tanaman lebih cepat pada tanaman kapas yang bermulsa. Hal ini terjadi karena adanya mulsa yang mempengaruhi pertumbuhan tanaman kapas. Penggunaan mulsa ini bisa membantu peningkatan produksi kapas.

Menurut Asmin dkk. (1994) bahwa aplikasi mulsa baik tanah tanpa olah, tanah olah sederhana, dan olah sempurna rata-rata menunjukkan komponen pertumbuhan dan produksi kapas lebih tinggi dibandingkan dengan tanpa menggunakan mulsa. Selain itu mulsa juga berfungsi untuk meningkatkan laju tumbuh tanaman dan juga pengendali erosi (Sailan, 2012).



UNIVERSITAS BRAWIJAYA

