BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Data Spasial

Data spasial adalah data yang mengandung informasi tentang posisi, hubungan antar fitur lain dan rincian antar karakter non spasial (Irwansyah, 2013). Data spasial adalah data yang mengandung referensi geografis atau gambaran nyata suatu wilayah di permukaan bumi (Rustiadi *et al*, 2011).

Data spasial dapat diperoleh dari berbagai macam disiplin ilmu seperti ilmu sosial, ilmu ekonomi, lingkungan dan pertanian. Contoh data spasial misalnya data tentang curah hujan, yang bisa mencakup lintang dan bujur sebagai referensi geografis; rincian hubungan seperti letak jalan; dan data non spasial sepeti jumlah salju, temperatur, kecepatan angin dan arah angin.

Salah satu sumber untuk mendapatkan data spasial adalah dengan mendapatkan peta, dapat berupa peta analog ataupun peta digital. Pada umumnya pembuatan peta tersebut berdasarkan referensi spasial seperti koordinat, skala, arah angin, dan sebagainya. Sekarang ini data spasial sudah menjadi media penting dalam perencanaan pembangunan dan wilayah. Pemanfaatan data spasial semakin meningkat setelah adanya teknologi pemetaan digital dan adanya Sistem Informasi Geografis (GIS).

2.2.2 UJi Multikolinieritas

Salah satu asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi linier berganda adalah tidak ada korelasi antara satu variabel prediktor dengan variabel prediktor yang lain. Sama halnya dengan analisis regresi linier berganda, pada model *Geographically Weighted Regression* (GWR) juga harus memenuhi asumsi non multikolinieritas. Adanya korelasi dalam model regresi akan menyebabkan taksiran parameter regresi yang dihasilkan akan memiliki residual yang sangat besar.

Pendeteksian adanya kasus kolinieritas dapat dilihat melalui nilai VIF. Secara matematis nilai VIF dinyatakan sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1-R^2} \tag{2.1}$$

dengan R^2 adalah koefisien determinasi antara x dengan variabel prediktor lain. Apabila nilai *VIF* > 10 maka dapat dikatakan antar variabel prediktor terdapat korelasi.

2.2.3 Uji Heterogenitas Spasial

Adanya pengaruh spasial dalam suatu data akan menyebabkan timbulnya heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial menunjukkan perbedaan sifat antara satu lokasi dengan lokasi lain yang disebabkan oleh perbedaan karakteristik antar daerah. Pengujian adanya heterogenitas spasial dilakukan dengan melakukan uji *Breush Pagan* (Anselin, 1998), dengan hipotesis uji sebagai berikut:
$H_0: {\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2 = {\sigma_\mathrm{n}}^2 = \sigma^2$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)
Lawan
H_1: minimal terdapat satu i dimana ${\sigma_\mathrm{i}}^2 \neq \sigma^2$, i= 1,2, …. , n (terdapat heterogenitas spasial)
Statistik uji *Breush Pagan* adalah sebagai berikut (Anselin, 1998):

$$BP = \frac{1}{2}\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z^T}\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z^T}\boldsymbol{f} + (\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{T}})(\frac{\boldsymbol{e'We}}{\sigma^2}) \sim {\boldsymbol{\chi}_{(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{k}+\boldsymbol{1})}}^{\boldsymbol{2}} \qquad (2.2)$$

dengan elemen vektor f

$f_i = \frac{{e_i}^2}{\boldsymbol{\sigma^2}} - 1$, dan

$\boldsymbol{T} = Tr\ [\boldsymbol{W'W} + \boldsymbol{W^2}]$

Dimana e_i adalah nilai *error* untuk obervasi ke-*i* dan **Z** adalah matriks berukuran $n\ x\ (k+1)$ yang berisi vektor dari X yang sudah di normal standarkan untuk setiap observasi.

Nilai statistik uji BP mendekati sebaran khi-kuadrat dengan derajat bebas *k+1* dengan *k* adalah banyaknya prediktor. Kriteria pengambilan keputusan tolak H_0 jika $BP > \boldsymbol{\chi^2}_{(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{k}+\boldsymbol{1})}$ atau jika nilai *p-value* P ($\boldsymbol{\chi^2}_{(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{k}+\boldsymbol{1})}$ ≥ BP) < α, sehingga dapat disimpulkan terdapat heterogenitas spasial.

2.4 Geographically Weighted Regression

2.3.1 Model Geographically Weighted Regression

Apabila terdapat efek spasial pada regresi OLS, asumsi galat saling bebas dan asumsi hetrogenitas ragam galat tidak dapat terpenuhi sehingga menyebabkan kesimpulan kurang tepat. Sehingga untuk mengatasi hal tersebut salah satu model yang tepat untuk menganalisis data spasial adalah model *Geographically Weighted Regression* (GWR). Model GWR secara matematis dinyatakan sebagai berikut (Yasin, 2011):

$$\boldsymbol{y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k (u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n} \quad (2.3)$$

Dimana:

y_i = nilai observasi variabel respon lokasi ke-*i*
x_{ik} = nilai observasi variabel prediktor *k* pada lokasi ke-*i*
$\beta_\mathrm{k}(u_i, v_i)$= parameter regresi untuk setiap lokasi ke-*i*
(u_i, v_i) = titik koordinat pada lokasi ke-*i*
ε_i = galat ke-*i*, $\varepsilon_i \sim NIID\ (0, \sigma^2)$

2.3.2 Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter GWR menggunakan prinsip *Weighted Least Square* (WLS) dengan memberikan bobot yang berbeda pada setiap lokasi (Yasin, 2011). Pada model GWR diasumsikan bahwa daerah yang dekat dengan lokasi pengamatan ke-*i* mempunyai pengaruh yang besar terhadap pendugaan parameternya daripada daerah yang jauh. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) adalah $w_j(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.10). Sehingga jumlah kuadrat residual dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i) \varepsilon_i{}^2 = \sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i) \left[y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^{p} \beta_k (u_i, v_i) x_{ik} \right]^2 \quad (2.4)$$

Jumlah kuadrat residual dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{Y}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{y} - \mathbf{2}\boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i)\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i)\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \quad (2.5)$$

Penduga $\hat{\beta}$ diperoleh dengan menurunkan persamaan (2.5) terhadap β. Nilai minimum $\mathbf{Q}$ diperoleh pada saat $\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}'(u_i,v_i)} = 0$, sehingga menghasilkan:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}'(u_i,v_i)} = 0 - \mathbf{2}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} + \mathbf{2}\,\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$$
$$0 = 0 - \mathbf{2}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} + \mathbf{2}\,\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$$
$$\mathbf{2}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} = \mathbf{2}\,\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$$
$$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$$
$$\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y}$$

Sehingga pendugaan parameter model GWR untuk setiap lokasinya adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i) = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i,v_i)\boldsymbol{Y} \tag{2.6}$$

Dimana:

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y_1} \\ \boldsymbol{y_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_n} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \boldsymbol{x_{11}} & \cdots & \boldsymbol{x_{1p}} \\ \mathbf{1} & \boldsymbol{x_{21}} & \cdots & \boldsymbol{x_{2p}} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ \mathbf{1} & \boldsymbol{x_{n1}} & \cdots & \boldsymbol{x_{np}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i,v_i) \\ \beta_1(u_i,v_i) \\ \vdots \\ \beta_{\mathrm{p}}(u_i,v_i) \end{bmatrix}$$

dan $$\boldsymbol{W}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} w_1(u_1,v_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2(u_2,v_2) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_{\mathrm{n}}(u_n,v_n) \end{bmatrix}$$
$$= diag[w_1(u_i,v_i), w_1(u_i,v_i), \ldots, w_{\mathrm{n}}(u_i,v_i)$$

Apabila terdapat *n* lokasi sampel maka pendugaan ini merupakan pendugaan dari setiap lokasi. Matriks lokal parameter seluruh lokasi ditunjukkan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \beta_0(u_1,v_1) & \beta_1(u_1,v_1) & \ldots & \beta_{\mathrm{k}}(u_1,v_1) \\ \beta_0(u_2,v_2) & \beta_1(u_2,v_2) & \cdots & \beta_{\mathrm{k}}(u_2,v_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0(u_n,v_n) & \beta_1(u_n,v_n) & \ldots & \beta_{\mathrm{k}}(u_n,v_n) \end{bmatrix}$$

Dari pendugaan (2.6) diperoleh nilai prediksi y pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}}_{\mathbf{1}} = \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}' \,\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}' \,(\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{i}}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y} \qquad (2.7)$$

Sehingga nilai prediksi untuk seluruh pengamatan adalah:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \dots, \hat{y}_n)' = \boldsymbol{LY} \qquad (2.8)$$

Sedangkan $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_3, \dots, \hat{\varepsilon}_n)' = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})\boldsymbol{Y}$, dimana $\boldsymbol{I}$ adalah matriks identitas berdimensi *n x n* dan ***S*** adalah *hat matrix* bagi model GWR sebagai berikut:

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_1}'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_1, v_1)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_1, v_1) \\ \boldsymbol{x_2}'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_2, v_2)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{x_n}'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_n, v_n)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix}_{(nxn)}$$

Penduga $\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.6) adalah penduga yang tak bias dan konsisten bagi $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$.

2.3.3 Pengujian Parameter Model GWR

2.3.3.1 Uji Serentak

Uji serentak digunakan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan antara model GWR dengan model regresi linier berganda. Hipotesis uji F pada model GWR adalah:

$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \dots = \beta_k(u_i, v_i) = 0$
H_1: paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$
dengan $k = 1,2, \dots, p$

Statistik uji F untuk model GWR adalah:

$$F_{hitung} = \frac{\text{JKG }(H_1)/v_1}{\text{JKG }(H_0)/\delta_1} \sim F_{\alpha, \left(\frac{v_1^2}{v_2}\right), \left(\frac{\delta_1^2}{\delta_2}\right)} \qquad (2.9)$$

di mana:
$\delta_1 = \boldsymbol{tr}\big((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})\big)$
$\delta_2 = \boldsymbol{tr}\big((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})\big)^{\mathbf{2}}$

$v_1 = (n - p - 1) - \delta_1$
$v_2 = (n - p - 1) - 2\delta_1 + \delta_2$

Di bawah kondisi H_0 ditentukan dengan model GWR karena koefisien regresi bervariasi secara spasial. Nilai JKG untuk kondisi di bawah H_0 adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} JKG(H_0) &= \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{y} - \widehat{\boldsymbol{y}})'(\boldsymbol{y} - \widehat{\boldsymbol{y}}) \\ &= \boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{L})\boldsymbol{y} \end{aligned} \tag{2.10}$$

Nilai JKG menggunakan metode OLS jika di bawah kondisi H_1 adalah sebagai berikut:

$$JKG(H_1) = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{y} - \widehat{\boldsymbol{y}})'(\boldsymbol{y} - \widehat{\boldsymbol{y}}) = \boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H})\boldsymbol{y} \tag{2.11}$$

dimana $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'$ bersifat *idempotent* dan **I** adalah matriks identitas.

Keputusan H_0 akan ditolak apabila $F_{hitung} > F_{\alpha,\left(\frac{{v_1}^2}{v_2}\right),\left(\frac{{\delta_1}^2}{\delta_2}\right)}$. Tolak H_0 artinya terdapat perbedaan antara model GWR dengan model regresi linier berganda.

2.3.3.2 Uji Parsial

Tujuan dilakukan pengujian parameter pada model GWR adalah untuk mengetahui parameter yang mempengaruhi secara signifikan terhadap variabel respon secara parsial. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:
$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0$
$H_1: \beta_k(u_i, v_i) \neq 0,\ k = 1,2, \dots, p$

Pendugaan parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ akan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\overline{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ dan matriks varian kovarians $\boldsymbol{CC}'\boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{2}}$ dengan $\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{X}'\,\boldsymbol{W}(u_i, v_i\,)\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}(u_i, v_i)$. Sehingga diperoleh $\frac{\widehat{\beta}(u_i,v_i) - \beta(u_i,v_i)}{\sigma\sqrt{c_{kk}}} \sim N(0,1)$, dimana c_{kk} adalah elemen diagonal ke-*k* dari matriks $\boldsymbol{CC}'$.

Pada pengujian parameter model GWR statistik uji yang digunakan adalah:

$$t = \frac{\hat{\beta}(u_i,v_i)}{\sigma\sqrt{c_{kk}}} \sim t_{\frac{\alpha}{2},\frac{\delta_1{}^2}{\delta_2}} \tag{2.12}$$

dimana c_{kk} adalah elemen diagonal ke-k matriks $\boldsymbol{CC'}$. Keputusan yang diambil akan tolak H_0 apabila $|t| > t_{\frac{\alpha}{2},\frac{\delta_1{}^2}{\delta_2}}$.

2.5. Pengujian Variabilitas Spasial

Pengujian ini dilakukan untuk menentukan variabel mana yang berpengaruh secara global dan variabel mana yang berpengaruh secara lokal. Apabila suatu variabel tidak mempunyai pengaruh spasial atau lokal yang nyata maka variabel tersebut dikatakan berpengaruh secara global. Pengujian variabilitas spasial dilakukan untuk masing-masing koefisien lokal model GWR dengan membandingkan model. Untuk menguji variabilitas koefisien ke-*k* dilakukan perbandingan antara model GWR dengan model yang mengandung variabel ke-*k* yang diasumsikan konstan atau global dan variabel lainnya bervariasi secara spasial.

Misalkan model GWR yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y_i = \beta_0(u_i,v_i) + \beta_1(u_i,v_i)x_{ik} + \varepsilon_i} \tag{2.13}$$

Untuk menguji variabilitas spasial dari $\beta_0(u_i,v_i)$ dan $\beta_1(u_i,v_i)$ maka dilakukan perbandingan model *intercept* konstan dan *slope* konstan dengan model GWR.

Model dengan *intercept* konstan:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1(u_i,v_i)x_{ik} + \varepsilon_i \tag{2.14}$$

Model dengan *slope* konstan:

$$y_i = \beta_0(u_i,v_i) + \beta_1 + \varepsilon_i \tag{2.15}$$

Jika model dengan *slope* konstan tidak lebih baik dari model GWR awal artinya koefisien $\beta_1(u_i,v_i)$ secara signifikan berpengaruh secara spasial. Uji variabilitas spasial hanya dapat dilakukan pada model GWR yang memiliki kesesuaian model dan *bandwith* yang digunakan dalam model yang dibandingkan harus sama untuk mempermudah perhitungan (Nakaya, *et al*. 2005).

Pengujian didasarkan pada hipotesis berikut:

H_0: $\beta_k(u_i,v_i) = \beta_k$

H_1: $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k$, k= indeks koefisien yang diasumsikan global

Statisik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$F = \frac{(JKG_{MGWR} - JKG_{GWR})/df_1}{JKG_{GWR}/df_2}$$

$$= \left[\frac{\boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L})'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{y}}{df_1}\right]\left[\frac{\boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L})'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{L})\boldsymbol{y}}{df_2}\right]^{-1} \quad (2.16)$$

Dengan derajat bebas:

$$df_1 = tr((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_2}) - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_1}))$$

$$df_2 = tr(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_1})$$

JKG_{MGWR} adalah JKG model dengan koefisien ke-*k* global dan koefisien lain bervariasi secara spasial. Sedangkan JKG_{GWR} adalah JKG model GWR. Keputusan akan menolak H_0 apabila $F > F_{\alpha;df_1,df_2}$.

2.6. Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR)

Pada beberapa kasus terdapat variabel prediktor yang mempengaruhi variabel respon secara global maupun secara lokal. Metode statistika yang dapat diterapkan pada kondisi seperti ini adalah *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR). MGWR merupakan gabungan dari regresi linier dan model GWR. Model MGWR dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{\beta_0}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i}) + \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{q}} \boldsymbol{\beta_k}\, \boldsymbol{x_{ik}} + \sum_{\boldsymbol{k=q+1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{\beta_k}\, (\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})\boldsymbol{x_{ik}} + \boldsymbol{\varepsilon_i}, \quad (2.17)$$

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \cdots, \boldsymbol{n}$$

Dimana *p* adalah variabel prediktor yang bersifat lokal dan *q* adalah variabel prediktor yang bersifat global dan intrersep model disumsikan bersifat lokal.

2.4.1 Pendugaan Parameter Model MGWR

Menurut Fotheringham (2002) pendugaan parameter global pada MGWR dilakukan dengan cara *Weighted Least Square* (WLS). Persamaan (2.17) dalam catatan matriks dapat diringkas sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\beta_g}\boldsymbol{X_g} + \boldsymbol{\beta_l}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})\boldsymbol{X_l} + \boldsymbol{\varepsilon_i} \quad (2.18)$$

Dengan

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta_l}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_\mathrm{p}(u_i, v_i) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta_g} = \begin{bmatrix} \beta_{\mathrm{p}+1} \\ \beta_{\mathrm{p}+2} \\ \vdots \\ \beta_\mathrm{q} \end{bmatrix}$$

Sedangkan matiks pembobot yang digunakan untuk menduga parameter MGWR adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{W}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_1(u_i, v_i) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2(u_i, v_i) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_\mathrm{n}(u_i, v_i) \end{bmatrix}$$

$$= diag[w_1(u_i, v_i), w_1(u_i, v_i), \dots, w_\mathrm{n}(u_i, v_i)$$

Dan

$$\boldsymbol{S_l} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{l1}}'(\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_1, v_1)\boldsymbol{X_l})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_1, v_1) \\ \boldsymbol{x_{l2}}'(\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_2, v_2)\boldsymbol{X_l})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{xl_n}'(\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_n, v_n)\boldsymbol{X_l})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X_l}'\boldsymbol{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix}_{(nxn)}$$

Sehingga pendugaan parameter global adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} = (\beta_1 \quad \beta_2 \quad \cdots \quad \beta_q)'$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} = [\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}]^{-1}\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{Y} \qquad (2.19)$$

Sementara itu, penduga model regresi lokal didapat dengan mestubtitusikan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}}$ ke persamaan (2.13). Sehingga didapat pendugaan untuk koefisien lokal sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{l}}(u_i, v_i) = [\boldsymbol{X'_l}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X_l}]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X'_l}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\widetilde{\boldsymbol{Y}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{l}}(u_i, v_i) = [\boldsymbol{X'_l}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X_l}]^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X'_l}\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\,(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}}) \qquad (2.20)$$

Sehingga nilai prediksi variabel respon untuk n pengamatan adalah:

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{Y}} &= \boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} + \boldsymbol{S_l}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}}) \\ &= \boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} + \boldsymbol{S_l}\,\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{S_l}\boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} \\ &= \boldsymbol{S_l}\,\boldsymbol{Y} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l}\,)\,\boldsymbol{X_g}\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}} \\ &= \boldsymbol{Y} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l}\,)\boldsymbol{X_g}[\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}]^{-1}\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{Y}] \\ &= [\boldsymbol{S_l} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l}\,)\boldsymbol{X_g}[\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}]^{-1}\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})]\boldsymbol{Y} \\ &= \boldsymbol{SY} \end{aligned}$$

Hat matrix untuk model MGWR adalah:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_l} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}[\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}]^{-1}\boldsymbol{X'_g}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})$$

Penduga bagi $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{g}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{l}}(u_i, v_i)$ adalah penduga yang tak bias untuk $\boldsymbol{\beta_g}$ dan $\boldsymbol{\beta_l}(u_i, v_i)$.

2.4.2 Pengujian Parameter Model MGWR

Pengujian parameter model MGWR dilakukan baik untuk parameter global dan parameter lokal. Pengujian parameter secara parsial pada model MGWR dilakukan pada masing-masing variabel lokal dan variabel global. Pengujian untuk variabel global dilakukan dengan hipotesis:

$H_0: \beta_k = 0$ (variabel global x_k tidak signifikan)
$H_1: \beta_k \neq 0$ (variabel global x_k signifikan)
$k = 1,2, \dots, q$
Statistik uji:

$$t = \frac{\hat{\beta}(u_i,v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{g_{kk}}} \tag{2.21}$$

Keputusan akan tolak H_0 jika $|t| > t_{\alpha/2, \frac{u_1^2}{u_2}}$.

g_{kk} adalah elemen diagonal ke-*k* dari matriks $\boldsymbol{GG'}$.

$$\boldsymbol{G} = \left[\boldsymbol{X'}_g(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X}_g\right]^{-1}\boldsymbol{X'}_g(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})$$

Sedangkan uji parsial variabel lokal dilakukan dengan hipotesis:

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0$
(variabel lokal x_k pada lokasi ke-*i* tidak signifikan)
$H_1: \beta_k(u_i, v_i) \neq 0,\ k = 1,2, \dots, p$
(variabel lokal x_k pada lokasi ke-*i* signifikan)
Dengan statistik uji:

$$t = \frac{\hat{\beta}(u_i,v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{m_{kk}}} \tag{2.22}$$

Keputusan tolak H_0 jika $|t| > t_{\alpha/2, \frac{u_1^2}{u_2}}$

Dimana m_{kk} adalah elemen diagonal ke-*k* dari matriks $\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{M'}_i$ dan $\frac{u_1^2}{u_2}$ adalah derajat bebas galat model MGWR.

$\boldsymbol{M}_i = [\boldsymbol{X'}_l\boldsymbol{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{X}_l]^{-1}\boldsymbol{X'}_l\boldsymbol{W}(u_i, v_i)(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{X}_g\boldsymbol{G})$
$v_i = tr\left([(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}) - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})]^i\right), i = 1,2$
$u_i = tr\left((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})]^i\right), i = 1,2$

2.4.3 Uji Kesesuaian Model MGWR

Uji kesesuain model (*goodness of fit)* dilakukan untuk mengetahui apakah model MGWR yang terbentuk lebih layak dibandingkan model regresi linier berganda. Hipotesis untuk pengujian ini adalah:
$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$
(model MGWR tidak berbeda dengan model GWR)
H_1: minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$,
(model MGWR berbeda dengan model regresi global)
$k = 1,2, \ldots, p \; dan \; i = 1,2, \ldots, n$

Statistik uji yang digunakan:

$$F = \frac{\boldsymbol{y}'[(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{H})-(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})]\boldsymbol{y}/v_1}{\boldsymbol{y}'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S})\boldsymbol{y}/u_1} \qquad (2.23)$$

Dimana: $v_i = tr\left([(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{H}) - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})]^i\right), i = 1,2$
$u_i = tr\left((\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})]^i\right), i = 1,2$
$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X'}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X'}$

S adalah *hat matrix* untuk model MGWR yaitu:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_l} + (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})\boldsymbol{X_g}\left[\boldsymbol{X'}_{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S})\boldsymbol{X_g}\right]^{-1}\boldsymbol{X'}_{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})'(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S_l})$$

2.6 Pembobot *Fixed Kernel* dan *Adaptive Kernel*

Dalam proses pendugaan parameter model MGWR diperlukan pembobot spasial. Peran pembobot dalam model MGWR sangat penting karena pembobot mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Matriks pembobot dapat digunakan untuk mengetahui kedekatan data spasial atau hubungan spasial. Pembobot dalam model MGWR berupa matriks diagonal dimana elemen-elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari setiap titik lokasi pengamatan.

Besarnya pembobot untuk tiap lokasi yang berbeda dapat ditentukan salah satunya dengan menggunakan fungsi kernel. Data yang memiliki jarak lebih dekat dengan titik regresi *i* akan mendapat bobot yang lebih besar dibandingkan dengan data yang jarakanya lebih jauh. Pembobot *bisquare kernel* dibentuk berdasarkan jarak *euclidean.* Jarak *euclidean* (d_{ij}) pada lokasi ke-*j* untuk koordinat (u_1, v_1) adalah sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{\left(u_i - u_j\right)^2 + \left(v_i - v_j\right)^2} \tag{2.24}$$

Pendugaan parameter pada model GWR tidak hanya bergantung pada pembobot, tetapi bergantung juga pada pemilihan *bandwidth.* Secara teoritis *bandwidth* adalah radius lingkaran dari titik pusat lokasi pengamatan terhadap model regresi pada titik tersebut. Titik yang berada dalam radius lingkaran masih dianggap memiliki pengaruh sehingga akan diberi bobot bergantung pada fungsi yang digunakan.

Bandwidth dapat juga dikatakan sebagai parameter pemulus. Nilai *bandwidth* yang sangat kecil akan menyebabkan ragam semakin besar. Hal ini disebabkan oleh semakin sedikitnya pengamatan yang berada dalam radius akibatnya pendugaan dilakukan dengan sedikit pengamatan sehingga menyebabkan model yang didapat sangat kasar (*under smoothing)*. Sebaliknya nilai *bandwidth* yang sangat besar akan menyebabkan pendugaan melibatkan banyak pengamatan akibatnya model yang didapat sangat halus (*over smoothing).*

Model yang baik adalah model yang mengandung *bandwidth* optimum, karena *bandwidth* berperan dalam mengatur ragam dan bias dari model. Salah satu metode yang digunakan untuk memilih *bandwidth* optimum adalah dengan menggunakan *Cross Validation* (CV). Nilai CV secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

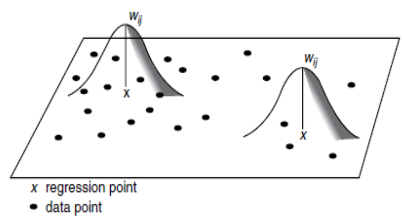
$$CV(h) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_{\neq i}(h))^2 \tag{2.25}$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah penaksir y_i dimana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses pendugaan. *Bandwidth* yang optimum ditunjukkan dengan nilai *CV* yang minimum.

Untuk mendapatkan matriks pembobot di lokasi ke-*i* perlu terlebih dahulu menentukan fungsi pembobot. Pembobot yang terbentuk dari fungsi kernel memiliki dua tipe umum yaitu *fixed* dan *adaptive* (Fotheringham, *et al*. 2002).

a. *Fixed Kernel*

Fixed kernel memiliki *bandwidth* optimal yang sama pada setiap lokasi. Jika titik-titik data tersebar pada wilayah penelitian secara beraturan, maka model *fixed* akan cocok untuk memodelkan data spasial, namun apabila data tersebar tidak beraturan atau berkelompok penggunaan model *fixed* akan menghasilkan varian yang besar (Fotheringham, *et al*. 2002).



Gambar 2.1 Hubungan Antara *Bandwidth* dengan Pengamatan *Fixed Kernel*

Berdasarkan Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa nilai *bandwidth* (radius lingkaran) metode *fixed kernel* memiliki nilai yang sama pada semua wilayah pengamatan.

Jenis fungsi kernel tetap yang digunakan dalam GWR adalah:

1. *Fixed Gaussian Kernel*

$$w_{\text{ij}} = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{\text{ij}}}{h}\right)^2\right] \qquad (2.26)$$

Fungsi *Gaussian Kernel* akan memberikan bobot yang semakin menurun mengikuti fungsi Gaussian ketika d_{ij} menurun. Menurut Fotheringham (2002) fungsi pembobot *Gaussian kernel* akan memberikan nilai mendekati satu seiring dengan semakin dekatnya jarak antara lokasi pengamatan ke-*i* dan lokasi pengamatan ke-*j*.

2. *Fixed Bisquare Kernel*

$$W_{ij} = \begin{cases} (1 - \frac{{d_{ij}}^2}{h^2})^2; d_{ij} \le h \\ 0 \qquad\qquad ;\ d_{ij} > h \end{cases} \qquad (2.27)$$

Fungsi *bisquare kernel* akan memberikan bobot nol ketika lokasi ke-*j* berada tepat atau di luar radius *h* dari lokasi ke-*i,* sedangkan apabila lokasi ke-*j* berada dalam radius *h* maka akan mendapatkan bobot yang mengikuti fungsi *bisquare.*

b. *Adaptive Kernel*

Fungsi kernel adaptif memiliki *bandwidth* yang berbeda untuk setiap titik lokasi pengamatan. Hal ini disebabkan karena kemampuan fungsi kernel adaptif yang dapat menyesuaikan dengan kondisi titik-titik pengamatan. Bila ttik-titik lokasi pengamatan tersebar padat di sekitar lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh relatif sempit. Sebaliknya jika titik-titik lokasi pengamatan memiliki jarak yang relatif jauh dari titik lokasi pengamatan ke-*i* maka *bandwidth* yang diperoleh akan semakin luas.

Jenis fungsi *adaptive kernel* adalah:

1. *Adaptive Gaussian Kernel*

$$w_{\text{ij}} = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{\text{ij}}}{h}\right)^2\right] \tag{2.28}$$

2. *Adaptive Bisquare Kernel*

$$W_{ij} = \begin{cases} (1 - \frac{{d_{ij}}^2}{h^2})^2; d_{ij} \leq h \\ 0 \qquad\qquad ;\ d_{ij} > h \end{cases} \tag{2.29}$$

Dengan b_i adalah *bandwidth* adaptif sesuai jarak terdekat dari titik lokasi pengamatan ke-*i*.

2.6 Pemilihan Model Terbaik

Menurut Schubert, *et al* (2016) salah satu kriteria yang dapat digunakan untuk mendapatkan model terbaik adalah dengan RMSE (*Root Mean Square Error)*. RMSE merupakan kriteria kesesuaian model dalam menduga parameter secara statistik untuk mengetahui seberapa besar nilai parameter yang diduga dengan nilai populasi sebenarnya. Kebaikan suatu estimator dapat dilihat dari tingkat kesalahannya. Semakin kecil tingkat kesalahannya semakin baik pendugaan yang didapat. RMSE digunakan untuk mengukur kebaikan model, sehingga jika terdapat beberapa model dapat dibandingkan dan diperoleh model terbaik. Semakin kecil nilai RMSE maka semakin baik model yang digunakan (Schubert, 2016). RMSE untuk model MGWR didapatkan dari persamaan:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2} \tag{2.30}$$

Untuk mengetahui kesamaan ragam sisaan antar pemobot maka dilakukan *Bartlett's test*. Hal ini bertujuan untuk mengetahui apakah keragaman sisaan yang dihasilkan model MGWR dengan masing-masing pembobot berbeda. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: {\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2 = \cdots = {\sigma_k}^2$

H_1: paling tidak terdapat satu nilai ragam berbeda

Hal pertama yang harus dilakukan adalah menghitung nilai ragam dari masing-masing *sample* yang berukuran $n_1, n_2, \ldots, n_k$. Nilai k buah ragam *sample* tersebut digunakan untuk menghitung nilai dugaan ragam gabungan:

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{N-k}, \text{ di mana } N = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

Statsistik uji yang digunakan adalah (Walpole, 1992):

$$b = \frac{\left[(s_1^2)^{n_1-1}(s_2^2)^{n_2-1}\ldots(s_k^2)^{n_k-1}\right]^{1/(N-k)}}{s_p^2} \tag{2.31}$$

Tolak H_0 apabila nilai $b < b_k(\alpha; n)$, artinya ragam sisaan antar pembobot berbeda.

2.7 Indeks Pembangunan Manusia

Ide dasar pembangunan manusi adalah pertumbuhan yang positif dalam bidang ekonomi, sosial, politik, budaya, lingkungan, dan perubahan alam kesejahteraan manusia. *United Nations Development Programme* (UNDP) menempatkan manusia sebagai kekayaan bangsa yang sesungguhnya. Sehingga tujuan utama dari pembangunan manusia adalah menciptakan lingkungan yang memungkinkan bagi masyarakat untuk menikmati umur panjang, sehat dan menjalankan kehidupan yang produktif (BPS, 2016).

Seperti halnya pembangunan ekonomi, pembangunan manusia memerlukan ketersediaan analis data yang digunakan untuk perancangan dan pengambilan kebijakan agar tepat sasaran, dan untuk evaluasi sejauh mana pembangunan yang dilaksanakan mampu meningkatkan kualitas hidup masyarakat. IPM adalah ukuran untuk dari kesejahteraan manusia yang dilihat dari berbagai aspek diantaranya harapan hidup, pendidikan, dan standar hidup layak. Aspek tersebut mempunyai pengertian yang sangat luas karena terkait banyak faktor. Rumus perhitungan IPM adalah sebagai berikut (BPS, 2016):

$$IPM = \sqrt[3]{I_{kesehatan} \times I_{pendidikan} \times I_{pengeluaran}} \qquad (2.32)$$

IPM dipengaruhi oleh banyak sekali faktor baik dari segi ekonomi, sosial, budaya, lingkungan, dan kesehatan. Beberapa faktor yang mempengaruhi IPM diantaranya adalah angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, tingkat partisipasi angkata kerja, dan kemiskinan.

Angka harapan hidup merupakan rata-rata perkiraan banyak tahun yang dapat diperoleh seseorang selama hidup. Angka harapan hidup dihitung berdasarkan angka kematian menurut umur. Keberhasilan program kesehatan dan program pembangunan sosial ekonomi dapat dilihat dari peningkatan angka harapan hidup penduduk dari suatu negara (BPS, 2016). Anga harapan hidup merupakan alat untuk mengevaluasi kinerja pemerintah dalam meningkatkan kesejahteraan penduduk khususnya di bidang kesehatan. Semakin tinggi angka harapan hidup manusia di suatu daerah cenderung menaikkan indeks pembangunan manusia pada daerah tersebut. Apabila suatu daerah mempunyai angka harapan hidup sebesar 47, artinya bayi yang akan dilahirkan menjelang tahun 1971 akan dapat hidup sampai 47 tahun.

Salah satu komponen pembentuk IPM adalah dimensi pengetahuan yang diukur melalui tingkat pendidikan. Rata-rata lama sekolah didefinisikan sebagai jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk usia 25 tahun ke atas dalam menjalani pendidikan formal. Tingginya angka Rata-rata Lama Sekolah (RLS) menunjukkan jenjang pendidikan yang pernah/sedang diduduki oleh seseorang. Semakin tinggi angka RLS maka semakin lama/tinggi jenjang pendidikan yang ditamatkannya, sehingga pengetahuan yang diperoleh lebih banyak. Semakin tinggi angka RLS di suatu daerah idealnya semakin tinggi pula IPM di daerah tersebut.

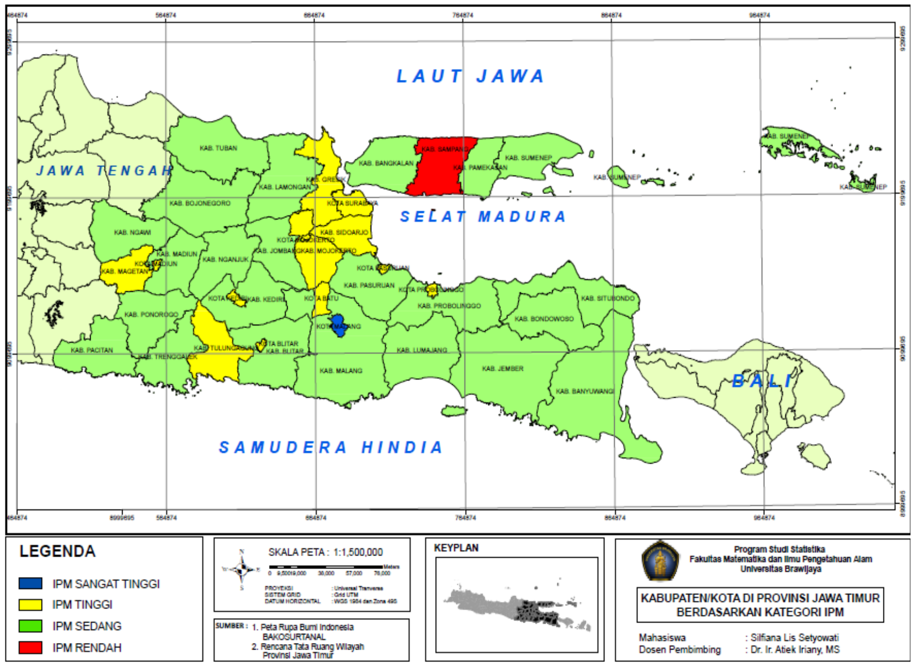
Tingkat Partisipasi Angkatan Keja (TPAK) adalah persentase jumlah angkatan kerja terhadap penduduk usia kerja. TPAK mengindikasikan besarnya persentase penduduk usia kerja yang aktif secara ekonomi disuatu negara. Semakin tinggi TPAK menunjukkan bahwa semakin tinggi pula pasokan tenaga kerja yang tersedia untuk memproduksi barang dan jasa dalam suatu perekonomian (BPS, 2016). Menurut Kuncoro (2013) terdapat hubungan antara IPM dan pembangunan ekonomomi, pembangunan manusia yang berkualitas mendukug pertumbuhan ekonomi dan sebaliknya pertumbuhan ekonomi yang baik mendukung pembangunan manusia.

Penduduk miskin adalah penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita per bulan di bawah garis kemiskinan (Kuncoro, 2013). Lanjouw, *et al* (2001) menyatakan pembangunan manusia di Indonesia adalah identik dengan pengurangan kemiskinan. Investasi di bidang pendidikan dan kesehatan akan lebih berarti bagi penduduk miskin dibandingkan penduduk tidak miskin, karena bagi penduduk miskin aset utama adalah tenaga kasar mereka. Adanya fasilitas pendidikan dan kesehatan murah akan sangat membantu untuk meningkatkan produktifitas, sehingga meningkatkan pendapatan.

BPS mengelompokkan status pembangunan manusia bedasarkan IPM menjadi 4 kelompok yaitu:

- Sangat Tinggi : $IPM \geq 80$
- Tinggi : $70 \leq IPM < 80$
- Sedang : $60 \leq IPM < 70$
- Rendah : $IPM < 60$

Pengelompokan kobupaten/kota di Provinsi Jawa Timur berdasarkan kategori IPM disajikan pada gambar 2.2.



Gambar 2.1 Kabupaten/Kota di Pronvi Jawa Timur Berdasarkan Kategori IPM